

บทที่ 5

การจัดพื้นผิวให้ตรงกัน

(3D Image Alignment)

5.1 บทนำ

หลังจากที่หาจุดเด่นเอกลักษณ์ของพื้นผิวของใบหน้าจากสองข้อมูลภาพมาได้แล้ว ก่อนที่จะซ้อนทับภาพและจัดภาพให้ตรงกัน ต้องหาความสอดคล้องกันของจุดเด่นเอกลักษณ์ของทั้งสองภาพก่อน ในที่นี้ใช้ ค่าแรงบิดเป็นศูนย์ เป็นจุดเด่นเอกลักษณ์ เมื่อหาความสอดคล้องได้แล้วจึงนำมาหาเมตริกซ์การแปลงระหว่างเส้นโค้งเชิงพาราโบลาเพื่อนำมาใช้ในการแปลงภาพหนึ่งให้ซ้อนทับกับอีกภาพหนึ่ง

5.2 การหาความสอดคล้องระหว่างจุดเด่นเอกลักษณ์

ในการหาความสอดคล้องกันระหว่างจุดเด่นเอกลักษณ์ สมมติว่าเรามีเส้นโค้งเชิงพาราโบลาของใบหน้าสองหน้า ให้ PA เป็นเส้นโค้งเชิงพาราโบลาของใบหน้าต้นฉบับ A และ ให้ PB เป็นเส้นโค้งเชิงพาราโบลาของใบหน้าเปรียบเทียบ B โดยใบหน้า A และ B มีจำนวนเส้นโค้งเชิงพาราโบลาอยู่จำนวน q และ r เส้นตามลำดับ

$$PA_{(q)} = (x_{(t1)}, y_{(t1)}, z_{(t1)}) \quad (5.1)$$

$$PB_{(r)} = (x_{(t2)}, y_{(t2)}, z_{(t2)}) \quad (5.2)$$

เมื่อ $PA_{(q)}$ และ $PB_{(r)}$ เป็นเส้นโค้งเชิงพาราโบลาของใบหน้า A และ B ตามลำดับ

หลังจากการคำนวณค่าแรงบิด $v_2(t) = \langle r^{(1)}(t) \times r^{(2)}(t), r^{(3)}(t) \rangle$ เมื่อหาตำแหน่งที่แรงบิดเป็นศูนย์ $v_2(t) = 0$ ที่ได้จากขั้นตอนการคำนวณหาจุดเด่นเอกลักษณ์ของแต่ละเส้น โดยมีอยู่ m และ n จุด บนใบหน้าต้นฉบับและบนใบหน้าเปรียบเทียบตามลำดับ จากนั้นจึงนำเส้นโค้งเชิงพาราโบลา มาเรียงลำดับตามจำนวนจุดเด่นเอกลักษณ์จากน้อยไปมาก แล้วนำคำนวณหาปริมาตรจากสามเวกเตอร์ของจุดเด่นเอกลักษณ์ที่จุด $(i, j, k$ และ $l)$ ที่วิ่งไล่เรียงอยู่บนเส้นโค้งเชิงพาราโบลา เวกเตอร์ทั้งสามจึงได้จาก

$$V_{(i,j,k,l)} = |(r_i - r_l) \times (r_j - r_l), (r_k - r_l)| \quad (5.3)$$

ขั้นตอนต่อมา นำปริมาตรที่ได้มาหาอัตราส่วนระหว่างปริมาตร ณ จุดอ้างอิงต่อปริมาตรของจุดถัดไป

$$V_{ratio} = \frac{V_{(i)}}{V_{(i+1)}} \quad (5.4)$$

เมื่อ $V(i)$ เป็นปริมาตรสามเวกเตอร์ของจุดเด่นเอกลักษณ์บนเส้นโค้งเชิงพาราโบลา และ $V(i+1)$ เป็นปริมาตรสามเวกเตอร์ของจุดเด่นเอกลักษณ์จุดถัดไป

นำ V_{ratioA} ของเส้นโค้งเชิงพาราโบลา ของใบหน้าต้นฉบับนี้ไปเปรียบเทียบกับ V_{ratioB} ของเส้นโค้งเชิงพาราโบลา ของใบหน้าเปรียบเทียบ โดยมีการหมุนเวียนคำนวณชุดของอัตราส่วนปริมาตรของใบหน้าเปรียบเทียบจนครบ $(m:n)$ แล้วพิจารณาที่ผลรวมความแตกต่างต่ำสุด ถ้าค่าความแตกต่าง ε น้อยกว่าที่กำหนดไว้ ζ อย่างน้อยที่สุดต่อเนื่องกันจะถือว่าจุดเด่นเอกลักษณ์บนเส้นโค้งเชิงพาราโบลานบนใบหน้าเปรียบเทียบ สอดคล้องกับจุดเด่นเอกลักษณ์บนใบหน้าต้นฉบับ และถือว่าเส้นโค้งเชิงพาราโบลาเส้นนี้ของใบหน้าเปรียบเทียบ สอดคล้องกับเส้นโค้งเชิงพาราโบลาของใบหน้าต้นฉบับ

$$\% \varepsilon = \frac{V_{ratioA} - V_{ratioB}}{V_{ratioA}} \times 100 < \zeta \quad (5.5)$$

เมื่อ ζ เป็นค่าขีดขั้นที่กำหนดไว้ ซึ่งในที่นี้กำหนดไว้ 5% การคำนวณเช่นนี้จะกระทำซ้ำและหมุนเวียนจนครบ $(q:r)$ ระหว่างเส้นโค้งเชิงพาราโบลา $PA(q)$ เส้นถัดไปจนครบทุกเส้น $PB(r)$ แล้วนำค่าของเส้นโค้งเชิงพาราโบลาคู่ที่สอดคล้องกันไปคำนวณหาเมตริกซ์การแปลงเพื่อจัดภาพให้ตรงกันต่อไป

5.3 การหาเมตริกซ์การแปลงระหว่างเส้นโค้งเชิงพาราโบลา

หลังจากที่เราได้ความสอดคล้องกันของเส้นโค้งเชิงพาราโบลามาได้แล้วในหัวข้อก่อนหน้านี้ ซึ่งเราได้ทั้งความสอดคล้องกันระหว่างจุดเด่นเอกลักษณ์บนเส้นโค้งเชิงพาราโบลาและความสอดคล้องกันระหว่างเส้นโค้งเชิงพาราโบลาด้วย เนื่องจากความสอดคล้องที่ได้มีได้มีเพียงคู่เส้นโค้งเดียว เราจึงต้องนำความสอดคล้องทั้งหมดที่พบมาคำนวณหาเมตริกซ์การแปลง เพื่อการซ้อนทับและการจัดให้ตรงกันของภาพ โดยคำนวณจาก

ให้ p_i เป็นจุดแรงบิดเป็นศูนย์ของภาพคู่เทียบที่สอดคล้องกับ p'_i ซึ่งเป็นจุดแรงบิดที่เป็นศูนย์ของภาพต้นฉบับ สมมติว่ามีความสอดคล้องกัน n จุด ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างภาพต้นฉบับและภาพคู่เทียบเป็นไปตามความสัมพันธ์

$$p'_i = T p_i \quad (5.6)$$

โดยจุดแรงบิดเป็นศูนย์ของภาพคู่เทียบ

$$p_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ z_1 & z_2 & \dots & z_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

จุดแรงบิดที่เป็นศูนย์ของภาพต้นฉบับ

$$p'_i = \begin{bmatrix} x'_1 & x'_2 & \dots & x'_n \\ y'_1 & y'_2 & \dots & y'_n \\ z'_1 & z'_2 & \dots & z'_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์การแปลงแบบแอฟไฟน์

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นถ้าเราทราบ T ก็จะสามารถทำการแปลงเรขาคณิตของภาพให้ภาพคู่เทียบซ้อนทับกับภาพต้นฉบับได้ โดยในการคำนวณหาค่า T นั้น ได้จากการหาค่าที่ทำให้ค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุดจาก

$$E = \sum_{i=1}^n \|p'_i - T p_i\|^2 \quad (5.7)$$

ถ้า E มีค่าน้อยมากแสดงว่า ภาพต้นฉบับกับภาพคู่เทียบที่ผ่านการแปลงกลับซ้อนทับกันได้ดี ดังนั้นเราจึงต้องคำนวณหาค่า T ที่ทำให้ E ต่ำสุด โดยการหาอนุพันธ์ $\partial E / \partial T = 0$ ระหว่าง E เทียบกับ T ให้เท่ากับศูนย์ แล้วแก้สมการหา T โดยให้

$$u_i = x'_i - a_{11}x_i - a_{12}y_i - a_{13}z_i - a_{14}$$

$$v_i = y'_i - a_{21}x_i - a_{22}y_i - a_{23}z_i - a_{24}$$

$$w_i = z'_i - a_{31}x_i - a_{32}y_i - a_{33}z_i - a_{34}$$

ดังนั้น

$$E = \sum_{i=1}^n [u_i \quad v_i \quad w_i \quad 0] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$E = \sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) \quad (5.9)$$

จากนี้จัดในรูป $\partial E / \partial T$ จะได้

$$\frac{\partial E}{\partial T} = -2 \sum_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ 0 \end{bmatrix} [x_i \quad y_i \quad z_i \quad 1] \quad (5.10)$$

ดังนั้น
$$\frac{\partial E}{\partial A} = -2 \sum_i (p'_i - T p_i) p_i^T \quad (5.11)$$

และให้ $\partial E / \partial T = 0$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial A} &= -2 \sum_i (p'_i - T p_i) p_i^T = 0 \\ \sum_i T p_i p_i^T &= \sum_i p'_i p_i^T \end{aligned} \quad (5.12)$$

นำ $(p_i p_i^T)^{-1}$ ซึ่งเป็น inverse ของ $p_i p_i^T$ คูณทั้งสองข้างเพื่อหา T

$$T = \sum_i p'_i p_i^T (p_i p_i^T)^{-1} \quad (5.13)$$