

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนาแบบฝึกที่เน้นกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของโพลยา ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำหลักการ ทฤษฎี และแนวคิดที่สำคัญมาใช้ในการดำเนินการดังนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนนิคมกุฉินารายณ์ หมู่ 2 พ.ศ. 2553 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.1 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
 - 1.3 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
2. แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของคณิตศาสตร์
 - 2.2 ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 2.3 ประโยชน์ของคณิตศาสตร์
 - 2.4 แนวคิดของนักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.5 จิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.6 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.7 ความรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.8 กระบวนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.9 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.10 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายและความสำคัญของแบบฝึก
 - 3.2 ลักษณะที่ดีของแบบฝึก
 - 3.3 ประโยชน์ของแบบฝึก
 - 3.4 ประเภทของแบบฝึก
 - 3.5 รูปแบบของการสร้างแบบฝึก
 - 3.6 หลักการและวิธีการสร้างแบบฝึก

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

มาตรฐานการ เรียนรู้	สาระการเรียนรู้	หน่วยที่															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
	ตัวชี้วัด ชั้นป.3																
	ปริมาณของสิ่งของหรือจำนวนนับ ที่ไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์																
	2. เปรียบเทียบและเรียงลำดับ จำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและ ศูนย์	/															
มฐ. ค 1.2	1. บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของจำนวนนับไม่ เกินหนึ่งแสน และศูนย์ พร้อมทั้ง ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ของคำตอบ		/	/							/					/	
	2. วิเคราะห์และแสดงวิธีหา คำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ ปัญหาระคนของจำนวนนับไม่เกิน หนึ่งแสน และศูนย์ พร้อมทั้ง ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ของคำตอบและสร้างโจทย์ได้		/	/								/					/
มฐ. ค 2.1	สาระที่ 2 การวัด																
	1. บอกความยาวเป็นเมตร เซนติเมตร และมิลลิเมตร เลือก เครื่องวัดที่เหมาะสม และ เปรียบเทียบความยาว					/											
	2. บอกน้ำหนักเป็นกิโลกรัม กรัม และขีดเลือกเครื่องชั่งที่เหมาะสม และเปรียบเทียบน้ำหนัก								/								
	3. บอกปริมาตรและความจุเป็น ลิตร มิลลิลิตร เลือกเครื่องตวงที่ เหมาะสมและเปรียบเทียบปริมาตร และความจุในหน่วยเดียวกัน										/						



ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

มาตรฐานการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	หน่วยที่												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
มฐ. ค 4.1	ตัวชี้วัด ชั้นป.3 1. เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้ในแบบต่างๆ 2. บอกรูปเรขาคณิตต่างๆ ที่อยู่ในสิ่งแวดล้อมรอบตัว											/		
มฐ. ค 5.1	สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 1. รวบรวมและจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน 2. อ่านข้อมูลจากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งอย่างง่าย				/									
มฐ. ค 6.1	ข้อ 1-6 บูรณาการลงสู่การจัดการเรียนการสอน	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนนิคมกฤตินารายณ์หมู่ 2 พ.ศ. 2553 : 15-17

3. คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

3.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสน และศูนย์ และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลาและเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 21 มิ.ย. 2555
เลขทะเบียน.....246399.....
เลขเรียกหนังสือ.....

3.5 รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

• 3.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ได้ นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ อยู่ในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 หน่วยที่ 13 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน

แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. ความหมายของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ หมายถึง วิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ (ราชบัณฑิตยสถาน.2534 : 99) หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเน้นในด้านความคิด ความเข้าใจ โดยใช้กิจกรรม ประสบการณ์และของจริงที่เกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางจำนวน พีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ ทั้งนี้กิจกรรมการเรียนการสอนควรคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาและการนำไปใช้กับชีวิตประจำวัน (กรมวิชาการ. 2535 : 16) คณิตศาสตร์เป็นคำที่มาจากคำว่า Mathematics หมายถึง สิ่งที่เรียนรู้ แต่ถ้าพูดถึงคณิตศาสตร์คนทั่วไปมักจะเข้าใจว่าเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคำนวณและการวัด มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล เพื่อสื่อความหมายความเข้าใจได้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช. 2527 : 37)

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า ความหมายของคณิตศาสตร์คือ กลุ่มวิชาต่าง ๆ ที่ว่าด้วยการคำนวณ โดยอาศัยจำนวนเลข และสัญลักษณ์เป็นสื่อสร้างความเข้าใจ เป็นเครื่องมือที่แสดงความคิดที่เป็นระบบ มีเหตุผล มีวิธีการ และหลักการที่แน่นอนช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่าง

เหมาะสม คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในเรื่องการสื่อสาร สื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้

2. ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีความสำคัญมากจะเห็นได้จากการที่กรมวิชาการได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ และให้นักเรียนในทุกระดับชั้น โดยเน้นหนักในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำ นิยาม บทนิยาม ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่างๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างมีระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์เกี่ยวกับตัวเลข คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในเรื่องการสื่อสาร สื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544 : 5)

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2539 : 34) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ควรมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของคณิตศาสตร์พอสมควร เพื่อสามารถนำไปวิเคราะห์สภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ สามารถเลือกและปรับปรุงกลวิธีในการสอน และวัสดุประกอบการสอนให้เหมาะสมกับสภาพของนักเรียน ซึ่งสรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เป็นเครื่องพิสูจน์ว่าสิ่งที่เกิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้มีเหตุผล ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานของความเจริญก้าวหน้าในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยลักษณะที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง ใช้ตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อความหมายให้เข้าใจได้ตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ย่อย ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์จินตนาการ ความคิดริเริ่มในการแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

3. ประโยชน์ของคณิตศาสตร์

พิสมัย ศรีอำไพ (2533 : 74-78) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ที่สำคัญ 2 ประการดังนี้

1. ประโยชน์ในแง่ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทุกคนทราบดี คือ การบวก ลบ คูณ หาร เป็นสิ่งที่ใช้ในชีวิตประจำวันของคนทุกระดับและทุกอาชีพ บางครั้งเราใช้ในชีวิตประจำวันโดยไม่รู้ตัว เช่น การดูเวลา การกระยะทาง การซื้อขาย การกำหนดรายรับรายจ่ายในครัวเรือน หรือแม้แต่การเล่นกีฬา เป็นต้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือปลูกฝังและอบรมให้ผู้เรียนมีทัศนคติและความสามารถทางสมอง เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกอย่างเป็นระเบียบและชัดเจน ตลอดจนสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา เป็นต้น

2. ประโยชน์ในแง่ใช้ประเทืองสมอง ผู้ศึกษาคณิตศาสตร์สูงขึ้นจะพบว่าเนื้อหาของคณิตศาสตร์บางตอนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้โดยตรง แต่เนื้อหาเหล่านั้นเป็นสิ่งที่ช่วยฝึกให้คนเราเป็นคนฉลาดขึ้น คนเราได้ชื่อว่าเป็นสัตว์ประเสริฐ เพราะคนเรารู้จักคิดอย่างมีเหตุผลเหนือสัตว์ทั้งปวง และการที่คิดได้อย่างถูกต้องหรืออย่างมีเหตุผลมากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับการศึกษาทางสมอง วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เราจะหาประสบการณ์ได้โดยการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์ในแต่ละพื้นฐานและจัดให้สัมพันธ์กัน เนื้อหาที่กำหนดไว้ในแต่ละพื้นฐานเป็นเรื่องที่ต้องใช้หรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น เงิน เวลา การชั่ง การตวง การวัด การบวก ลบ คูณ และหาร ฯลฯ การจัดเนื้อหาในแต่ละระดับชั้นได้จัดให้สอดคล้องและเหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะของผู้เรียน เนื้อหาแต่ละเรื่องที่จัดไว้ในชั้นต่าง ๆ จะมีลักษณะบททวนเนื้อหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้วในชั้นก่อน ดังนั้นการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องมิได้เรียนเพียงครั้งเดียวและยุติ แต่จะเรียนซ้ำและบททวนแล้วจึงเพิ่มรายละเอียดเนื้อหานั้น ๆ ให้เหมาะสมกับวัยและชั้นเรียนที่สูงขึ้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 65) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. คณิตศาสตร์มีความสำคัญในชีวิตประจำวัน เช่น การดูเวลา การซื้อขาย การชั่งตวง การวัดกระยะทาง การติดต่อสื่อสาร หรือการเล่นกีฬา

2. คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการประกอบอาชีพต่าง ๆ

3. คณิตศาสตร์ช่วยปลูกฝังและอบรมให้เป็นบุคคลที่มีคุณสมบัติ นิสัย และทัศนคติและความสามารถทางสมองบางประการดังนี้

3.1 ความเป็นผู้มีเหตุผล

3.2 ความเป็นผู้มีลักษณะนิสัยละเอียดและสุขุมรอบคอบ

3.3 ความเป็นผู้มีปฏิภาณไหวพริบที่ดี

3.4 ฝึกให้เขียนและพูดตามที่ตนคิด

3.5 ฝึกใช้ระบบและวิธีการซึ่งช่วยให้เด็กเข้าใจสังคมได้ดียิ่งขึ้น

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อมนุษย์ คือ สามารถนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้แก่ ประกอบอาชีพต่างๆ เช่น การค้าขาย การติดต่อสื่อสาร หรือการเล่นกีฬา เป็นต้น และนอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังปลูกฝังให้มนุษย์เป็นผู้มีเหตุผล มีความสุขุมรอบคอบ มีไหวพริบปฏิภาณที่ดี มีทักษะด้านการคิดคำนวณ ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจสังคมได้ดียิ่งขึ้น

4. แนวคิดของนักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์

ครูคณิตศาสตร์จะสอนได้ดี ถ้าครูสนใจจิตวิทยาของเด็ก ศึกษาแนวความคิดหรือทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยา ซึ่งมีหลายทฤษฎีที่ใช้หลักการที่เป็นประโยชน์ต่อการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ในที่นี้จะเสนอทฤษฎีที่สำคัญของนักจิตวิทยา 6 ท่าน คือ บรูเนอร์ เพียเจต์ กาเย่ ออซูเบล คินส์ อ้างถึงใน (ทิสนา แจมมณี. 2551 : 64-68) ดังนี้

4.1 ทฤษฎีของบรูเนอร์ (Jerome S. Bruner)

บรูเนอร์นำเสนอทฤษฎีการเรียนรู้ว่า

4.1.1 เราสามารถจัดการสอนเนื้อหาวิชาใด ๆ ให้กับเด็กในช่วงใดของชีวิตก็ได้ ถ้ารู้จักจัดเนื้อหาให้อยู่ในหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมกับสติปัญญาของเด็ก

4.1.2 มนุษย์มีความพร้อมเนื่องจากได้รับการฝึกฝน ไม่ใช่รอคอยให้เกิดความพร้อมขึ้นเอง

การนำทฤษฎีของบรูเนอร์มาใช้ในการเรียนการสอนคือ การให้เด็กได้คิดค้นกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยให้มีความเข้าใจในเนื้อหาที่ต่อเนื่องกันแล้วนำความคิดนั้นไปใช้ให้เกิดความคิดใหม่

4.2 ทฤษฎีของเพียเจต์ (Jean Piaget)

เพียเจต์ ได้แบ่งขั้นต่างๆ ของความรู้ความเข้าใจดังนี้

อายุ 0-2 ปี อยู่ในระยะรับรู้ความเข้าใจ

อายุ 2-7 ปี อยู่ในระยะเตรียมตัวปฏิบัติการรูปธรรม

อายุ 7-11 ปี อยู่ในระยะปฏิบัติการรูปธรรม

อายุ 11-15 ปี อยู่ในระยะปฏิบัติการนามธรรม

การนำทฤษฎีของเพียเจต์มาใช้ในการเรียนการสอน คือ

4.2.1 เด็กต้องมีโอกาสกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง

4.2.2 คำนึงถึงความพร้อมของสมองก่อนสอน

4.2.3 เนื้อหาความยากง่ายพอเหมาะที่เด็กจะเรียนรู้ได้จากประสบการณ์ที่มีอยู่

4.2.4 การค้นหาคำตอบควรเริ่มด้วยการเก็บรวบรวมข้อมูลและค้นหาคำตอบ

4.3 ทฤษฎีของการ์เย่ (Robert M. Gaget)

การ์เย่ มีความเห็นเกี่ยวกับการเรียนรู้ดังนี้

4.3.1 การเรียนรู้ต้องสัมพันธ์กับความมุ่งหมายของการสอน

4.3.2 การเรียนต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ สิ่งใหม่ต้องมีพื้นฐานที่จะเรียนเรื่องเหล่านี้อย่างเพียงพอ

การนำทฤษฎีของการ์เย่มาใช้ในการเรียนการสอน คือ ควรจัดเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน และเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ชัดเจน

4.4 ทฤษฎีของออสซูเบล (David P. Ausubel)

ออสซูเบล เห็นว่า การเรียนรู้จะช่วยให้เด็กแก้ปัญหาได้นั้นมี 2 วิธี คือ

4.4.1 การเรียนรู้โดยวิธียอมรับ

4.4.2 การสอนโดยวิธีบรรยาย

การนำทฤษฎีของออสซูเบลมาใช้ในการเรียนการสอน คือ การสอนแบบบรรยายเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ โดยวิธียอมรับ ซึ่งนำมาใช้ในการเรียนการสอนได้ ด้วยการช่วยให้ผู้เรียนจำสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว โดยครูช่วยให้มองเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของความรู้ใหม่และความรู้เดิม

4.5 ทฤษฎีของคีนส์ (Zoltan Dienes)

ทฤษฎีของคีนส์เน้นการหยั่งรู้กับการแก้ปัญหาดังนี้

4.5.1 เด็กจะสามารถเข้าใจปัญหาได้ เพราะมีการหยั่งรู้คิดได้เอง โดยจัดประสบการณ์ให้คิดการเกิดความหยั่งรู้จะเป็นไปตามลักษณะของสถานการณ์ที่แก้ปัญหามา

4.5.2 การใช้กระบวนการแก้ปัญหจะเป็นวิธีช่วยให้เด็กค้นพบและแก้ปัญหาคด้วยตนเอง

การนำทฤษฎีของคีนส์มาใช้ในการเรียนการสอน คือ สร้างโครงสร้างนามธรรมให้อยู่ในรูปธรรมมากที่สุด โดยจัดเอาเหตุการณ์ที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกันเข้าด้วยกัน เน้นการฝึกฝนสามารถแยกแยะด้วยตนเองและแก้ปัญหาคได้ด้วยวิธีการหยั่งรู้

4.6 ทิศนา เขมมณี

ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

4.6.1 กฎแห่งการฝึก (Law of exercise) การฝึกให้บ่อยๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ผลเร็วยิ่งขึ้น การกระทำซ้ำๆ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่ง วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะ การฝึกบ่อยๆ จะทำให้เกิดความแม่นยำในเนื้อหาดียิ่งขึ้น การเรียนการอ่านต่าง ๆ ถ้าได้ทำบ่อย ๆ ความชำนาญจะเกิดขึ้น

4.6.2 การเรียนรู้โดยลงมือกระทำด้วยตนเอง (Learning by doing) การที่ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองจะเกิดการเรียนรู้ได้เร็ว เพราะมีประสบการณ์และผู้สอนควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้กระทำกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบ

การนำทฤษฎีของทิสนา แคมมณี มาใช้ในการเรียนการสอน คือ การให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนบ่อย ๆ ได้การเรียนรู้โดยลงมือกระทำด้วยตนเอง จะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะ ความแม่นยำในเนื้อหา เกิดความชำนาญมากยิ่งขึ้น จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ไม่น่าเบื่อ จัดกิจกรรมทั้งรายบุคคล และรายกลุ่ม และให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากที่สุด

5. จิตวิทยาเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์

วรวรรณ โสมประยูร (2541 : 13-14) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

- 5.1 ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน
- 5.2 สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์ หรือ ได้พบอยู่เสมอ
- 5.3 สอนให้เด็กเข้าใจ และมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อยและส่วนย่อยกับส่วนใหญ่
- 5.4 สอนจากง่ายไปหายาก
- 5.5 ให้นักเรียนเข้าใจหลักการ และรู้วิธีใช้หลักการ
- 5.6 ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำๆ จนกว่าจะคล่อง และมีการทบทวนอยู่เสมอ
- 5.7 ต้องให้นักเรียนรู้อากรูปธรรมไปนามธรรม
- 5.8 ควรให้กำลังใจแก่เด็ก
- 5.9 ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

วิธีสอนของวรวรรณ โสมประยูร (2541 : 20) ได้เสนอวิธีการสอนที่สอดคล้องกับทฤษฎีการสอน 8 ทฤษฎีดังนี้

1. ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception theory) ของเฮร์บาร์ต (Herbat) เป็นทฤษฎีเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการเรียนรู้ เน้นการเรียนหรือใช้สถานการณ์ต่าง ๆ เป็นกระบวนการเชื่อมต่อกับความคิดให้เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้
2. ทฤษฎีเชื่อมโยงสภาพการณ์จากสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Connectionism S – R Bond theory) ของธอร์น ไคค์ (Thorndike) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของนักเรียนในแต่ละขั้นอย่างต่อเนื่อง โดยอาศัยกฎการเรียนรู้ 3 กฎ คือ

2.1 กฎของการฝึกฝนหรือการกระทำซ้ำ (The law of exercise repetition) การตอบสนองของสิ่งเร้ามากบ่อยครั้งเท่าใด สิ่งนั้นย่อมจะอยู่คงทนมากขึ้นเท่านั้น และถ้าไม่ได้ปฏิบัติตัวเชื่อมจะอ่อนกำลังลง

2.2 กฎแห่งผล (Law of effect) หรือกฎแห่งความพึงพอใจและความเจ็บปวด (Pleasure – pain principle) การตอบสนองจะมีกำลังขึ้นหากเกิดความพึงพอใจตามมา และกำลังอ่อนลงเมื่อเกิดความไม่พอใจ

2.3 กฎแห่งความพร้อม (Law of readiness) ของครอนบาค (Cronbach) กระแสประสาทที่มีความพร้อมที่จะกระทำและได้กระทำเช่นนั้นจะก่อให้เกิดความพอใจ แต่ถ้ายังไม่พร้อมที่จะกระทำย่อมทำให้เกิดความรำคาญ

3. ทฤษฎีเสริมแรง (Operant conditioning) ของสกินเนอร์ (Skinner) การเรียนรู้จะแบ่งจุดประสงค์ของการเรียนรู้ออกเป็นส่วนใหญ่ๆ ซึ่งแต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วน ๆ ไป และต้องกำหนดจังหวะเวลาในการเสริมแรงให้เหมาะสม

4. ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental discipline) ของเพลโต (Plato) การพัฒนาสมองโดยให้นักเรียนเข้าใจและฝึกมาก ๆ จนเกิดทักษะและความคงทนในการเรียนรู้ และการถ่ายโยงไปใช้โดยอัตโนมัติ

5. ทฤษฎีการสรุป (Generalization theory) ของจูดด์ (Judd) เน้นการสรุปเรื่องจากประสบการณ์ที่ได้รับ

6. ทฤษฎีการหยั่งรู้ (Insight through configuration of a perceive situation theory) ของโคลเลอร์ (Kohler) คือ จัดสภาพที่เป็นปัญหา และให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้น และหาทางแก้ปัญหาเป็นคราวๆ ไป ต่อเมื่อเกิดปัญหาขึ้นอีก นักเรียนก็จะสามารถนำวิธีการนั้นมาแก้ปัญหาได้ทันทีโดยไม่ต้องเสียเวลาคิดพิจารณาใหม่แล้วก็นำมาดัดแปลงใช้กับสถานการณ์ใหม่ และรู้จักมองปัญหาเป็นส่วนๆ และเรียนรู้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ได้

7. ทฤษฎีการผ่อนคลาย (Suggestopedia theory) เน้นเรื่องความสุขความสบายจะช่วยให้เกิดความรู้และความคิดสร้างสรรค์

8. ทฤษฎีการสอนแบบธรรมชาติ (The natural approach theory) เน้นเรื่องการเรียนรู้โดยการสัมผัสของจริง

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า ถ้าครูสนใจจิตวิทยาของเด็ก ศึกษาแนวความคิดหรือทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยาจะช่วยให้การสอนของครูประสบผลสำเร็จ การเรียนการสอนจะประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใด ครูผู้สอนถือว่าเป็นผู้ที่มีบทบาทมากที่สุดผู้หนึ่ง ครูควรนำหลักการ

แนวคิดทฤษฎีพื้นฐานมาอ้างอิงกับทฤษฎีการเรียนรู้ของนักวิชาการ นำมาบูรณาการให้เป็นรูปแบบ และวิธีการสอนที่ดีต่อไป

6. หลักการสอนคณิตศาสตร์

สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเนื้อหาค่อนข้างเป็นนามธรรม ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2546 : บทหน้า 2) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 14 ข้อ ดังนี้

6.1 ควรสอนจากเรื่องที่ย้ายไปหายากโดยยกตัวอย่างจากจำนวนที่น้อยก่อน

6.2 เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอน รูปธรรมประกอบ

6.3 สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมดการ รวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและจดจำได้แม่นยำขึ้น

6.4 เปลี่ยนวิธีสอนไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่ายผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ ซึ่งอาจจะมี คำกลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนาต้องรู้จักสอดแทรก ให้บทเรียนน่าสนใจ

6.5 ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้นเป็นแรงคลใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการ สอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าความสนใจเสียก่อน

6.6 ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่อง กับกิจกรรมเดิม

6.7 เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมๆ กัน

6.8 ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

6.9 ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไปผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนเกิดความท้อถอย แต่ผู้เรียนที่เก่งอาจจะชอบจึงควร ส่งเสริมเป็นรายๆ การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อเป็น การส่งเสริมศักยภาพ

6.10 สอนให้ผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจน ผู้เรียนเห็นรูปแบบจะช่วยให้ผู้เรียนสรุปได้ ไม่ควรรีบบอก ควรเลือกวิธีการต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับ เนื้อหา

6.11 ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ ลงมือปฏิบัติจริงและประเมินการปฏิบัติจริง

6.12 ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชา คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก ครูจึงควรให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความสนุกสนาน

6.13 ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

6.14 ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อจะนำสิ่งแปลกใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียนและผู้สอนควรเป็นผู้ที่มีจิตศรัทธาในอาชีพครูอย่างแท้จริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2539 : 6) ได้เสนอหลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน
2. เสนอเนื้อหาใหม่โดยจัดกิจกรรมใน 3 ขั้นตอนคือ
 - 2.1 จัดกิจกรรมโดยใช้ของจริง
 - 2.2 จัดกิจกรรมโดยใช้รูปภาพ
 - 2.3 ใช้สัญลักษณ์ ครูอธิบายโดยใช้สัญลักษณ์
3. ช่วยกันสรุปเป็นวิธีคิด สั้น สะดวกในการนำไปใช้
4. ฝึกทักษะจากหนังสือเรียน บัตรงาน ฯลฯ
5. นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่หรือชีวิตประจำวัน
6. การประเมินผล

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ครูคณิตศาสตร์ควรนำมาเป็นแนวทางในการสอนและประยุกต์ใช้ให้เหมาะสม อันจะส่งผลให้การสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด พอสรุปได้ว่า ครูควรมีการทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน โดยเชื่อมโยงกับเนื้อหาใหม่ที่จะเรียน การจัดการเรียนการสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม กำเนียงถึงความแตกต่างระหว่างผู้เรียน นำเสนอเนื้อหาใหม่อย่างมีลำดับขั้นตอน สอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก และเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนให้นักเรียนฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอ มีการประเมินผลอย่างต่อเนื่อง และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน

7. ความรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

7.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

สกินเนอร์ (1990 : 22) กล่าวว่า โจทย์ปัญหา คือคำถามซึ่งเกี่ยวข้องกับบุคคลใดบุคคลหนึ่งในการแสวงหาคำตอบ

ยุพิน พิพิธกุล (2539 : 82) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องค้นหาความจริงที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ที่จะถูกนำมาใช้หรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนหรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งล้วนเป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ไข

เฮดเดนส์ และสเปียร์ (1997 : 43) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทายประกอบด้วยกระบวนการที่ซับซ้อนเพราะไม่ใช่แค่การคิดเลขเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หากแต่มีกระบวนการและรูปแบบที่แน่นอนและชัดเจนในการดำเนินการ

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

ปรีชา เนาวีย์เนผล (2544 : 16) กล่าวว่า สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ

วิชัย พาณิชย์สวย (2546 : 9) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจ และทักษะต่างๆ ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์นั้นอย่างเป็นกระบวนการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ. (2546 : 78) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการหรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการตัดสินใจ

จากความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ

7.2 ชนิดของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

พิสมัยศรีอำไพ (2533 : 75) ได้กล่าวถึงชนิดของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มี 4 ชนิดดังนี้

1. ปัญหาชั้นเดียว เป็น โจทย์ปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่แล้ว การแก้ปัญหาแบบนี้มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ หารธรรมดา

2. ปัญหาหลายชั้น เป็น โจทย์ปัญหาซึ่งสามารถแก้ได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป หรือจะใช้การกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลายๆ ครั้งก็ได้

3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็น โจทย์ปัญหาต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลายๆ แบบ เช่น มองหารูปแบบ วาดรูป สร้างสมการ และอื่นๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้จะไม่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา

4. ปัญหาชั้นเดียวกับการประยุกต์ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูล และตัดสินใจเองในการที่จะหาผลเฉลยของปัญหา และอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

7.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีผู้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายแนวคิดด้วยกันดังนี้

โพลยา(1973:154-156) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือสิ่งที่ต้องการหาข้อมูลที่กำหนดและเงื่อนไข 2) ปัญหาที่ให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงความสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปคือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ชาร์ลและคณะ(1987 : 11-13) กล่าวว่า มีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภท คือ 1) ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามustแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณหรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ 2) ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาหลายขั้นตอน คือการเลือกการดำเนินการ 3) ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหามีประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหารูปแบบ การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็ได้หลายแบบ 4) ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลเป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

กูทซ์ (1991 : 93) แบ่งการแก้ปัญหามองออกเป็นประเภทใหญ่ 2 ประเภท คือ 1) การแก้ปัญหามองที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or word problem solving) ปัญหามองที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่ผู้เรียนคุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหามองที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหามอง 2) การ

แก้ปัญหาก็ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non-routine problem solving) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาก็ต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอดและหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาและปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน

ริย์สและคณะ (1992 : 29) แบ่งปัญหาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ 1) ปัญหาธรรมดา (Routine problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาคำแนะนำการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนักผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ทันที 2) ปัญหาแปลกใหม่ (Non routine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ปัญหามิคุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหานั้นได้

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และ เอคเวดส์ (1998 : 37) ได้แบ่งปัญหาตามลักษณะของปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ 1) ปัญหาปลายเปิด (Open-ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะให้ความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ 2) ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาก็ต้องดำเนินการตามสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนดสืบค้น ไปจนกระทั่งได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหามักเป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลายวิธี 3) ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหา เช่น คำชี้แนะ (Clues) และ คำชี้แจงในการแก้ปัญหาซึ่งผู้แก้ปัญหาก็สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามคำชี้แนะได้เลยโดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

วิชัย พาณิชย์สวอย (2546 : 10-11) แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1) โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard textbook problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ คือสามารถหาคำตอบด้วยวิธีและลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาง่าย (Routine problems) ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนเคยเห็นเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิมๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคำนวณหาคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาง่ายนี้อาจเป็นโจทย์ปัญหาขั้นเดียวหรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้ 2) โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่ง่าย (Non routine problems) ผู้เรียนไม่สามารถ

หาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิมๆ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนคิดหากลวิธี(Strategies)มาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคลหรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากลักษณะและประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวสรุปได้ว่า ลักษณะและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับหลักเกณฑ์ที่ใช้แบ่งซึ่งทำให้ได้ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันออกไป ส่วนใหญ่จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาปกติที่พบในหนังสือเรียนหรือหนังสือทั่วไป และปัญหาไม่ปกติซึ่งเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิด ปัญหาไม่ปกตินี้ผู้เรียนจะมีปัญหาในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่อย่างไรก็ตามปัญหาทุกประเภทนั้นจำเป็นต้องอาศัยลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาและกระบวนการคิดเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหาด้วยกันทั้งสิ้น เมื่อรู้จักประเภทของปัญหาในลักษณะต่างๆ แล้วบุคคลที่เผชิญปัญหาต้องการที่จะแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหานั้นๆ ต้องนำความรู้หรือประสบการณ์ที่มีอยู่มาประยุกต์หรือปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆ ที่ไม่คุ้นเคยโดยการเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เดิม ความรู้ ความเข้าใจและการดำเนินการโดยใช้ข้อมูลที่กำหนด แล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหา

7.4 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 19-25) ได้จำแนกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกได้เป็น 6 ลักษณะ คือ

1. โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกทักษะ เช่น $34 \times 6 = \square$ ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และทักษะการคูณ
2. โจทย์ปัญหาลำดับขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่ายๆ ที่ใช้การแก้ปัญหาโดยทำเพียงขั้นตอนเดียว เช่น แอปเปิ้ลราคาผลละ 8 บาท ถ้าต้องการซื้อแอปเปิ้ล 10 ผล จะต้องจ่ายเงินเท่าไร
3. โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เช่น กล่องขนาดใหญ่จะบรรจุกล่องขนาดเล็กได้ 24 กล่อง ถ้ากล่องขนาดเล็กบรรจุลูกปิงปองได้ 3 ลูก ถ้าร้านขายอุปกรณ์กีฬาส่งลูกปิงปองมาขาย 1,800 ลูก ร้านนี้จะต้องส่งกล่องขนาดใหญ่กี่กล่อง
 - 3.1 หาจำนวนลูกปิงปองในกล่องขนาดใหญ่ $24 \times 3 = 72$ ลูก ดังนั้น กล่องใหญ่หนึ่งกล่องบรรจุลูกปิงปองได้ 72 ลูก
 - 3.2 หาจำนวนกล่อง $1,800 \div 72 = 25$ กล่อง จะเห็นได้ว่าโจทย์ปัญหานี้จะต้องใช้วิธีการคูณและการหาร

4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ จะต้องใช้กระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา อาจทำได้โดยการวาดรูป การเขียนแผนภาพเข้าช่วย เช่น ในการแข่งขันเทนนิสของโรงเรียน แห่งหนึ่ง ประกอบด้วยค่า แดง เขียว ขาว และเหลือง จะมีวิธีการจัดการแข่งขันอย่างไรให้พบกันหมด และต้องจัดกี่ครั้ง

	แดง	เขียว	ขาว	เหลือง
ค่า	/	/	/	/
แดง		/	/	/
เขียว			/	/
ขาว				/

ต้องจัดการจัดการแข่งขันทั้งหมด 10 ครั้ง มีดังนี้ ค่า-แดง, ค่า-เขียว, ค่า-ขาว, ค่า-เหลือง, แดง-เขียว, แดง-ขาว, แดง-เหลือง, เขียว-ขาว, เขียว-เหลือง และขาว-เหลือง

5. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ในการแก้ปัญหาประเภทนี้อาจจะต้องใช้วิธีการทางสถิติในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและนำเสนอข้อมูล และต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การคิดคำนวณ และพิจารณาหาทางแก้ปัญหาที่ดีที่สุด เช่น แม่ให้รางวัลกับลูกที่สอบได้ที่ 1 โดยให้ตัดสินใจว่าจะเลือกแบบใด แบบแรกคือ ให้เงิน 1,000 บาท แบบที่สองคือ ให้เงิน 2 บาทในวันแรก วันต่อๆ มาจะได้รับเป็น 2 เท่าของวันก่อนหน้านั้น นักเรียนคิดว่าควรเลือกแบบใด เพราะอะไร

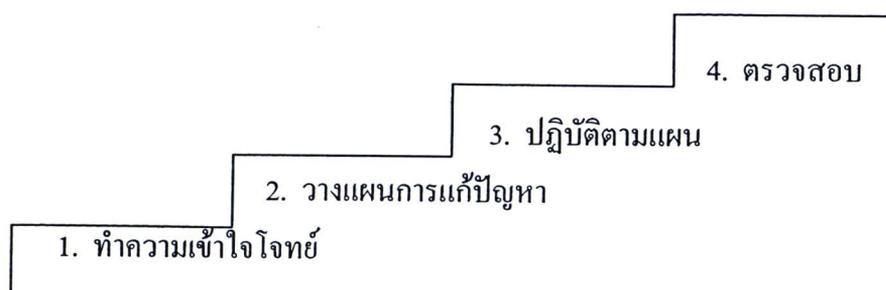
6. โจทย์ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา เช่น จงลากส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ให้ผ่านจุดทั้ง 9 จุด เพียงครั้งเดียว โดยไม่ยกปากกาในขณะที่ลากเส้น

8. กระบวนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบ รูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ ด้วยตนเอง ดังนั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาจึงควรเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน ถ้ามีกระบวนการเรียนการสอนดีเป็นไปอย่างมีลำดับขั้นตอนและครูมีทักษะในการสอน จะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี

วิธีการหรือขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้หลักการสอนของโพลยา
ดังนี้ •

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 :6-22) ได้เสนอขั้นตอนหรือ
กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งเรียกว่า จักรกระบวนการเรียนการสอน
ตามลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya's Problem Solving Step) มี 4 ขั้นตอนดังนี้



ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya's Problem Solving Step)

จากภาพที่ 2.1 เป็นการจักระบวนการเรียนการสอนตามลำดับขั้นตอนของโพลยา 4
ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) การเรียนการสอนแก้โจทย์
ปัญหา โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหาและบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจ
ของนักเรียน การทำความเข้าใจโจทย์นี้นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการอ่านจับใจความ ทักษะการ
ตีความ และทักษะการแปลความ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรฝึกให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหา
ให้ถูกต้องตามวรรคตอนของ โจทย์ และบอกได้ว่า โจทย์กำหนดให้มีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้าง และ
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร เมื่อนักเรียนเข้าใจ โจทย์ปัญหาต่างๆ ดีแล้ว จึงเริ่มจัดกิจกรรมการ
เรียนรู้ตามขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) การวางแผนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน
ที่สำคัญ ครูผู้สอนควรใช้เวลาและมีความละเอียดอ่อนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทั้งนี้
เพราะการวางแผนนี้จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามากขึ้น การวางแผนการ
แก้ปัญหเป็นการแยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อสะดวกต่อการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
และวางแผนจะใช้วิธีการลองผิดลองถูก การหารูปแบบ การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตลอดจน
ความคล้ายคลึงของปัญหาเดิมที่เคยทำมาแล้ว ดังนั้นครูควรนำ โจทย์ปัญหาลักษณะต่าง ๆ มาให้
นักเรียนฝึกการเรียนรู้ทฤษฎีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนแก้

ให้เหมาะสมกับลักษณะของ โจทย์ปัญหานั้นๆ เนื่องจากโจทย์ปัญหาบางอย่างอาจเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาลักษณะใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างก็ได้ตามความเหมาะสม สำหรับยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามีด้วยกันหลายวิธีดังนี้

- 1. จำลองเหตุการณ์ หรือใช้ของจริงหรือของจำลอง
- 2. เขียนแผนภาพหรือภาพ
- 3. เคาและตรวจสอบ
- 4. จดรายการที่ได้ และลองคิดไว้
- 5. จัดทำตารางหรือแผนภูมิ
- 6. ค้นหารูปแบบ หรือหาความสัมพันธ์
- 7. นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน
- 8. คิดถอยหลัง
- 9. ใช้เหตุผล

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ ในการคิดคำนวณหาคำตอบนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก ลบ การคูณ และการหาร เป็นต้น ในการเขียนแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกันนักเรียนต้องมีทักษะในการย่อความ และสรุปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาเขียนข้อความในการแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจวิธีการและหาคำตอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบและพิจารณาว่า น่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการอื่นได้อีกหรือไม่ โดยครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบในลักษณะต่อไปนี้

- 1. วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 2. ใช้ข้อมูลที่เป็นโจทย์อย่างถึงครบหรือไม่
- 3. สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่าจริงหรือไม่
- 4. มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าจะปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- 5. วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาลักษณะอื่นได้อีกหรือไม่

จากวิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้หลักการสอนของโพลยา กระบวนการเรียนการสอนของการแก้โจทย์ปัญหาเป็นเรื่องที่มีความต่อเนื่องและเกี่ยวข้องกันตลอดทุกขั้นตอน และการแก้ปัญหาลักษณะหนึ่ง ๆ ไม่จำเป็นต้องใช้วิธีใดวิธีหนึ่งอยู่เพียงวิธีเดียว ควรจัดกิจกรรมสถานการณ์ให้

นักเรียนได้ดำเนินการไปตามขั้นตอน โดยใช้เวลาพอสมควรไม่ได้เร่งรีบจนเกินไป และการแก้ไขโจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยาในแต่ละขั้นตอนนั้นผู้วิจัยได้นำวิธีการสอนแบบต่างๆ มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ การสอนแบบค้นพบ การสอนแบบนิรนัย การสอนแบบอุปนัย และการสอนแบบอภิปราย

เสรี ทองลอย (2549 : 1-2) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ต้องเข้าใจว่าอะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไร คือข้อมูล อะไรคือเงื่อนไข เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ ผู้เรียนสามารถเขียนหรือวาดรูปแยกเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ ได้หรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งไม่รู้ ถ้าไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ควรอาศัยหลักการวางแผนดังนี้

1. ผู้เรียนเคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่หรือเคยพบปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหานี้ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่
2. ผู้เรียนรู้ว่าปัญหาสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้หรือไม่
3. พิจารณาส่งที่ไม่รู้ในปัญหาและพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคยที่มีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนหรือคล้ายกับปัญหานี้และพิจารณาว่าจะใช้วิธีแก้ปัญหานี้มาใช้ในการแก้ปัญหานี้ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

4. ควรอ่านปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นของการปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้และตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ดำเนินการว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่สามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีอื่นได้หรือไม่ และสามารถใช้วิธีการหาคำตอบลักษณะนี้กับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

ศศิธร แดงฉ่ำ (2543 : 23) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา เป็นกระบวนการแก้ปัญหาคือเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจ ต้องทำความเข้าใจปัญหา
2. ขั้นวางแผน พิจารณาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา โดยเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการหา โดยผู้แก้ปัญหามองต้องใช้ประสบการณ์เดิม
3. ขั้นดำเนินการตามแผน ดำเนินการตามที่กำหนดวางแผนไว้
4. ขั้นตรวจสอบ ตรวจสอบดูความสมบูรณ์และความถูกต้อง

สุจินดาพุทธานุ (2541 : 24-25) ได้กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิด 4 ขั้นตอนของ โพลยา (Polya) ไว้ดังนี้

1. การทำความเข้าใจโจทย์ (Understanding the problem) ในขั้นนี้ผู้เรียนต้องมีทักษะการจับใจความ การตีความ และการแปลความ การจัดการเรียนการสอน ควรฝึกให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของ โจทย์ และบอกได้ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คืออะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา (Divesting a plan) ขั้นนี้ครูควรนำ โจทย์ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนฝึกการเรียนรู้ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับลักษณะของ โจทย์ปัญหานั้น ๆ เนื่องจาก โจทย์ปัญหาบางอย่างอาจใช้ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างก็ได้ ตามความเหมาะสม สำหรับยุทธวิธีที่ใช้ ในการแก้ โจทย์ปัญหา มีหลายวิธีด้วยกันเช่น

วิธีที่ 1 จำลองสถานการณ์ หรือใช้ของจริง หรือของจำลอง

วิธีที่ 2 เขียนแผนภาพหรือภาพ

วิธีที่ 3 เดาและตรวจคำตอบ

วิธีที่ 4 จดรายการที่ได้ลองคิดไว้

วิธีที่ 5 จัดทำตารางหรือแผนภูมิ

วิธีที่ 6 เขียนสมการและประโยคสัญลักษณ์

วิธีที่ 7 ค้นหารูปแบบหรือความสัมพันธ์

วิธีที่ 8 นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน

วิธีที่ 9 คิดถอยหลัง

วิธีที่ 10 ใช้เหตุผล

3. การปฏิบัติตามแผน (Carry out the plan) เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจ โจทย์และวางแผน การแก้ปัญหาแล้ว ขั้นต่อไปก็ลงมือปฏิบัติตามแผน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำดังนี้

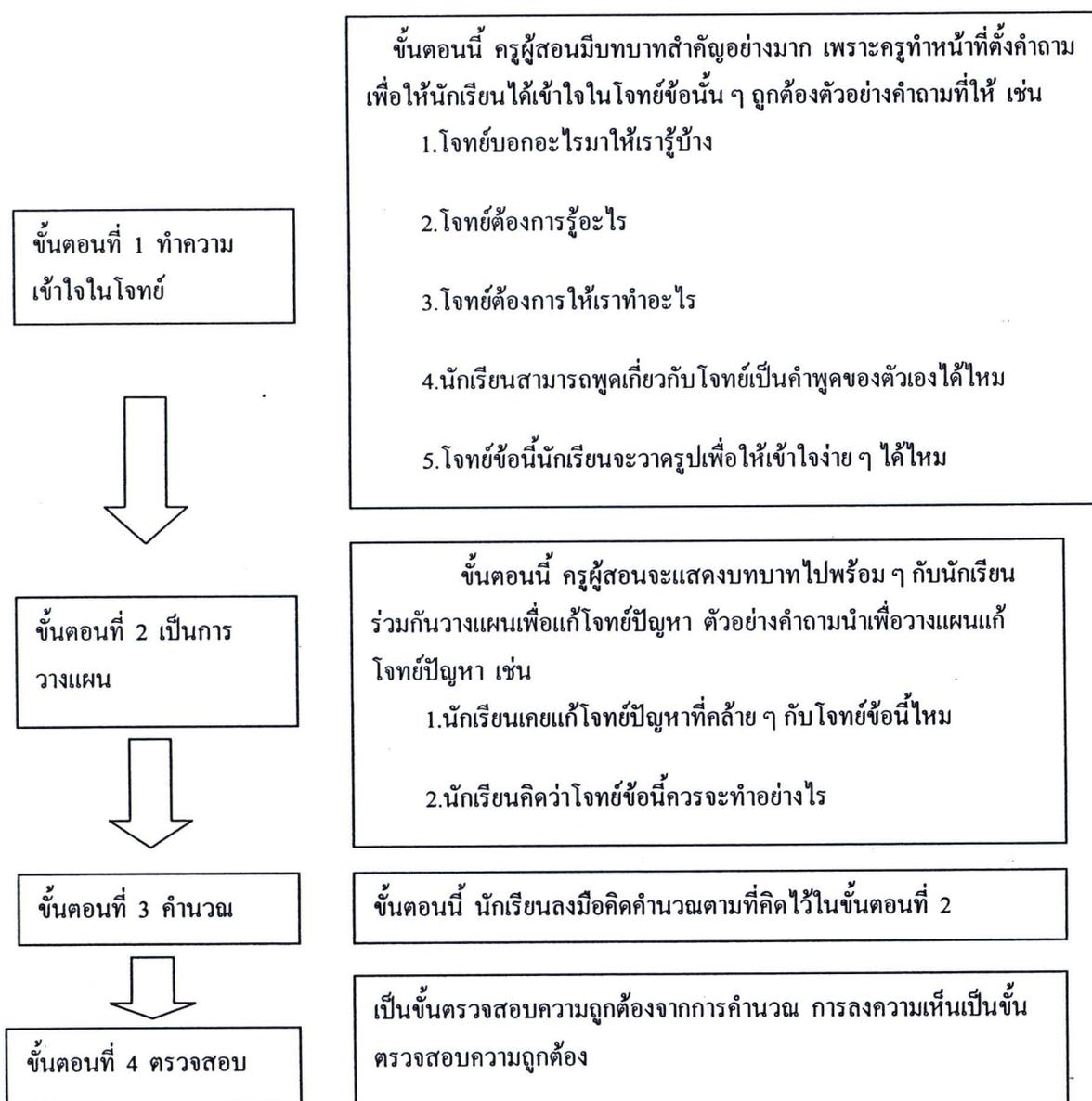
แผนที่ 1 ในการคำนวณหาคำตอบนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง การแก้สมการ เป็นต้น

แผนที่ 2 ในการแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกัน นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการย่อความและสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาเขียนข้อความแสดงวิธีทำ

4. การตรวจสอบ (Looking back) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักจะมองข้ามความสำคัญ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบันมักจะเห็นความสำคัญ ของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการคิดหาวิธีทำที่ถูกต้องจึงมีแนวโน้มนับว่าครูจะ

หยุดทำการสอนทันที เมื่อได้ผลลัพธ์แล้ว ครูไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมมาให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวน และทดสอบขั้นต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่

นอกจากนี้ กระทรวงศึกษาธิการ (2540 : 24, 81-83) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิด 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya) ดังแนวทางการจัดกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้



ภาพที่ 2.2 แสดงแนวทางการจัดกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของโพลยา

ที่มา : กระทรวงศึกษาธิการ (2540 : 24, 81-83)

จากผลการศึกษาระดับชั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว สามารถสรุป
 ขั้นตอนที่สำคัญในการแก้ปัญหานักเรียนได้ 4 ขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนต้องทราบว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้บ้าง
 โจทย์ต้องการถามอะไร
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา หาวิธีแก้ปัญหา จะใช้วิธีใดแก้ปัญหา ตลอดจนวางแผนแก้ปัญหา
 โดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการที่วางแผนไว้ เป็นการคิดคำนวณหาคำตอบ ก็คือการ
 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้เพื่อค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง
4. ขั้นตรวจสอบผลของการแก้ปัญหา การให้คำตอบที่ใช้กับสภาพจริง คือ การแปลความหมาย
 ของคำตอบที่คำนวณได้ เพราะในบางสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา นักเรียนจะต้องคำนึงถึงสภาพ
 ความเป็นจริงในสถานการณ์นั้นประกอบด้วยจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน ผู้วิจัยได้นำมาเป็นแนวทางใน
 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยสร้างแบบฝึกที่เน้นกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตาม
 ขั้นตอนของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนิคมกุลจินารายณ์หมู่ 2 อำเภอ
 ห้วยผึ้ง จังหวัดกาฬสินธุ์

9. องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีองค์ประกอบที่จำเป็น ได้แก่

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นภาพที่มีความคิดกว้างไกลและมองเห็น
 แนวทางในการแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไรเพื่อหา
 แนวทางในการแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมี
 ระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกล้าหาญที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ
4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาคไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันทีจะต้องมีแรงขับที่สร้างพลัง
 ความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาคจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคยควรยอมรับรูปแบบ
 อื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา
 สุรวร กาญจนมยุร (2538 : 3) ได้เสนอหลักการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความสามารถทางด้านภาษา

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้องไม่
 จะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้ว
 สามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3. รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของ โจทย์ปัญหาฉะนั้นผู้สอน
 จำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่างๆ ให้ผู้เรียนทราบอย่างชัดเจนและทบทวนความหมายของ
 คำที่เรียนไปแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลายๆ ครั้งแล้วสามารถจับ
 ใจความได้ว่า เรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะการตีความ กล่าวคือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความหมายจากโจทย์
 ปัญหานั้นสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3. การคิดคำนวณ คือความสามารถในการบวกจำนวน ได้อย่างถูกต้องลบจำนวน ได้อย่าง
 แม่นยำ คูณและหารจำนวนต่างๆ ได้รวดเร็ว

4. การย่อความและสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจนในขั้นแสดงวิธีทำดังนี้

4.1 ทักษะการย่อความเพื่อเขียนข้อความจาก โจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้
 รัดกุมชัดเจนครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็น
 ความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาได้จากตัวอย่างจากการแปลความหมายและทำแบบฝึกหัด

จากการที่ได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการ
 แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์นั้น ขั้นแรกควรเป็นการวัดการทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ต้องการทราบว่าผู้เรียน
 เข้าใจหรือไม่ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้มาบ้างและ โจทย์ถามอะไร ขั้นที่สองเป็นการวัดเกี่ยวกับ
 กระบวนการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องการทราบว่านักเรียนจะต้องใช้องค์ประกอบอะไรบ้าง
 ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ขั้นที่สามเป็นการวัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาให้ได้ผลสำเร็จ

คือผู้เรียนได้แสดงวิธีการหาคำตอบในขั้นตอนต่างๆ ตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่สอง และขั้นที่สี่เป็นการวัดเกี่ยวกับการตรวจคำตอบหรือการแสดงผลการตรวจวิธีการหาคำตอบ

10. ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การ์เย (1985 : 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) หมายถึงความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดกระบวนการ

สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (Skill) และข้อเท็จจริงหรือหลักการและความคิดรวบยอดที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการหรือความคิดรวบยอดเดียวฝึกซ้ำๆ จนเกิดทักษะ อย่างไรก็ตามในตัวแบบฝึกหัดนั้นเมื่อใช้หลายๆ ข้อเท็จจริงหรือหลายหลักการหรือหลายความคิดรวบยอด ผู้เรียนก็ไม่สามารถจะทำได้จึงพบ “ปัญหา”ว่าจะทำอย่างไรเมื่อผู้เรียนพบ “ปัญหา” ก็จะเกิดการแก้ปัญหา ก็จะต้องถามต่อไปอีกว่าจะแก้ปัญหายังไง การแก้ปัญหานั้นมี “กระบวนการแก้ปัญหา” เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาย่อยๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem solving skill)

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 157-159, อ้างถึงในศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ. 2541 : 4) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนเป็น โจทย์ที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่ผู้เรียนและกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับผู้เรียน

5. ทดสอบว่าผู้เรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ

7. แนะนำให้ผู้เรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยผู้เรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและเทียบเคียงกับโจทย์ที่ผู้เรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ปัญหา โดยวิธีของผู้เรียนเองแล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

พรทิพย์ ยาวะประภาส (2538 : 24) กล่าวว่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจำเป็นต้องนำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างๆ มาใช้เพื่อ

1. สาธิตให้เข้าใจถึงสิ่งที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์

2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้

3. สรุปลักษณะทางคณิตศาสตร์

4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่างๆ

5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของผู้เรียนให้ดีขึ้น

7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

สุวรรณ กาญจนมยุร (2538 : 4) กล่าวว่า การฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาก็มีลักษณะคล้ายกับการฝึกทักษะการคิดเลขเร็ว กล่าวคือทักษะต่างๆ จะเกิดได้นั้นจำเป็นต้องอาศัยเทคนิคบางประการมาช่วย “ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเป็นและแก้โจทย์ปัญหาได้รวดเร็วก็ต่อเมื่อผู้เรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา” การแก้โจทย์ปัญหาเป็น หมายถึง มีวิธีการแก้โจทย์ปัญหาหนึ่งๆ อย่างน้อย 1 วิธี ผู้เรียนจะมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาต้องอาศัยเทคนิคช่วย

1. เทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหา จะต้องอ่านแบ่งวรรคตอนถูกต้องอ่านซ้ำเพื่อจับใจความสำคัญของโจทย์ว่ากล่าวถึงเรื่องอะไร อย่างไร

2. เทคนิคการใช้คำถาม จะต้องฝึกให้เป็นคนถามเก่ง ถามถึงประเด็นสำคัญว่าข้อความของโจทย์ปัญหาทั้งหมดนั้นมีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการทราบ

3. เทคนิคการวาดภาพประกอบ โจทย์ปัญหา เพื่อให้เข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาชัดเจน เพราะมีภาพประกอบผู้เรียนหลายคนเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหาหลังจากวาดภาพประกอบเสร็จแล้ว

4. เทคนิคการแต่งโจทย์ที่เป็นตัวอย่าง ครูผู้สอนจะต้องมีเทคนิคในการแต่งโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนและใช้ตัวเลขที่มีค่าน้อย ๆ ก่อน แล้วค่อย ๆ แต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างซับซ้อนขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนตีความ แปลความและสรุปความ ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่า จะแก้โจทย์ปัญหานั้นด้วยวิธีการใดจากข้อความของโจทย์ที่ไม่ซับซ้อนไปสู่ข้อความที่มีความซับซ้อนขึ้น หากผู้เรียนสามารถคิดวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาจากง่ายไปหายากก็จะทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจว่าแก้โจทย์ปัญหาเป็น

5. เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์ ผู้เรียนต้องสามารถวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีแนวทางในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ด้วยวิธีการใด โดยครูผู้สอนต้อง “ต้องบอกให้รู้ แต่หนูคิดวิธีได้เอง”

6. เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ ผู้เรียนจะต้องเขียนข้อความแสดงวิธีทำในแต่ละข้ออย่างสั้น ๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้น และหาวิธีทำหลาย ๆ วิธีเท่าที่จะสามารถคิดวิธีได้

เสรี ทองลอย (2549 : 3-4) ได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่สำคัญ ดังนี้

1. ยุทธวิธีหาแบบรูป ยุทธวิธีนี้จะพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกในลำดับของสิ่งที่มาก่อนแล้วใช้แบบรูปที่หามาได้ในการหาพจน์ถัดไป

2. ยุทธวิธีสร้างตาราง ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูลเพื่อช่วยให้เห็นรูปแบบหรือใช้ตารางในการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้น

3. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ

4. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับ

5. ยุทธวิธีการเขียนสมการ ยุทธวิธีนี้ใช้ความรู้ทางพีชคณิต โดยสร้างสมการให้สอดคล้องกับปัญหาแล้วดำเนินการเคาะครั้งนั้นไม่ถูก ขึ้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเคาะต่อไป

6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผล ดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป

7. การวาดภาพ ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้มองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ้งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรมทำให้ปัญหานั้นดูง่ายขึ้นและเป็นรูปธรรมมากขึ้น

8. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้แก้ปัญหาก็ควรตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อทำให้ข้อมูลนั้นแคบลง

9. ลงมือแก้ปัญหานั้นที่ที่พบปัญหา เป็นการลงมือแก้ปัญหาลงมือแล้วทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาลงมือง่ายขึ้น

10. เปลี่ยนปัญหาที่ยากให้เป็นปัญหาที่ง่ายกว่าโดยการแทนจำนวนน้อยๆ ที่สามารถคำนวณได้ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ก่อนเมื่อค้นพบวิธีการแก้ปัญหานั้นแล้วจึงนำวิธีแก้ปัญหามาใช้กับปัญหาที่ยาก

11. พิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีนี้จะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบซึ่งอาจจะแจ้งความเป็นไปได้ทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการ สร้างตารางหรือสร้างแผนภาพต้นไม้ซึ่งยุทธวิธีนี้เหมาะสำหรับจำนวนความเป็นไปได้ที่ไม่มากนัก

12. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้นต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

13. ยุทธวิธีการใช้เหตุผล เป็นการใช้อุปกรณ์ต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาประมวลเข้ากับความรู้อะไรและประสบการณ์ที่มีอยู่แล้วเป็นสาเหตุบังคับนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

14. ยุทธวิธีการพิจารณกรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อยเป็นการพิจารณาปัญหาหรือแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วนๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลงและแก้ปัญหามาจากกรณีที่ยากๆ นั้นก่อนแล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหานั้นที่กำหนดให้

15. ยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง เป็นการสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้ของจริงรูปภาพหรือใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและช่วยกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้เข้าใจแนวคิดการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหานั้น

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต้องใช้ยุทธวิธีและเทคนิคที่เหมาะสมจึงจะเกิดผลดีต่อผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีความสุข สนุกสนานในการเรียน ยุทธวิธีที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัย ความต้องการความแตกต่างระหว่างบุคคล ยุทธวิธีที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในครั้งนี้ได้แก่ การแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน จากภาพสถานการณ์ คำคล้องจอง และจำนวน

แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. ความหมายและความสำคัญของแบบฝึก

ความหมายของแบบฝึกในภาษาไทยมีชื่อเรียกแตกต่างกันออกไป เช่น แบบฝึกทักษะ แบบฝึกหัด ชุดกิจกรรมฝึกทักษะ หมายถึง ชุดการสอนที่มีแบบฝึกที่ใช้เป็นตัวอย่างปัญหา หรือ คำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ (ราชบัณฑิตยสถาน. 2534)

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน. (2525, 2526 : 483) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกหมายถึง แบบตัวอย่าง ปัญหา หรือคำสั่ง ที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ

แบบฝึกหัด หรือแบบฝึกทักษะ หรือชุดกิจกรรมฝึกทักษะ หรือแบบฝึกเสริมทักษะ เป็นสื่อการเรียนประเภทหนึ่ง สำหรับให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ ส่วนใหญ่หนังสือเรียนจะมีแบบฝึกหัดอยู่ท้ายบทเรียน ในบางวิชาแบบฝึกหัดจะมีลักษณะเป็นแบบฝึกปฏิบัติ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2537 : 173)

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2543 : 2) กล่าวว่า “เมื่อครูได้สอนเนื้อหา แนวคิด หรือหลักการเรื่องใดเรื่องหนึ่งให้กับนักเรียน และนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้นแล้ว ขั้นตอนต่อไปครูจำเป็นต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้เกิดความชำนาญ คล่องแคล่ว ถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็ว หรือที่เรียกว่าฝึกฝนเพื่อให้เกิดทักษะ”

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2543: 190) กล่าวว่า “แบบฝึกหัด เป็นสื่อการเรียนประเภทหนึ่งสำหรับให้นักเรียนฝึกปฏิบัติเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจและทักษะเพิ่มขึ้น ส่วนใหญ่หนังสือเรียนจะมีแบบฝึกหัดอยู่ท้ายบทเรียน แบบฝึกหัดส่วนใหญ่จะจัดทำในรูปแบบของแบบฝึกหัด หรือชุดฝึกซึ่งนักเรียนจะฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง และจัดทำเป็นชุดเน้นพัฒนา หรือเสริมทักษะเรื่องใดเรื่องหนึ่ง”

ความสำคัญของแบบฝึก แบบฝึกเป็นวิธีการสอนที่สนุกอีกวิธีหนึ่งคือการให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหลายๆ สิ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการทางการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาได้ดียิ่งขึ้น คือแบบฝึก เพราะนักเรียนมีโอกาสนำความรู้ที่เรียนมาแล้วมาฝึกให้เกิดความเข้าใจกว้างขวางยิ่งขึ้น (วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์. 2545 : 131)

จากความหมายและความสำคัญของแบบฝึกพอสรุปได้ว่าแบบฝึกหรือแบบฝึกหัด คือชุดกิจกรรมที่สร้างขึ้นเพื่อพัฒนาทักษะของนักเรียนด้วยลักษณะหรือรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของวิชา โดยมอบหมายให้นักเรียนฝึกปฏิบัติจนเกิดทักษะใช้ฝึกทักษะให้ผู้เรียนหลังจากเรียนจบเนื้อหาในช่วงหนึ่ง ๆ เพื่อฝึกฝนให้เกิดความรู้ความเข้าใจรวมทั้งเกิดความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ อย่างกว้างขวาง ดังนั้นแบบ

ฝึกจึงมีความสำคัญต่อผู้เรียนไม่น้อยในการจะช่วยเสริมสร้างทักษะให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้และเข้าใจได้เร็วขึ้น ชัดเจนขึ้น กว้างขวางขึ้น ทำให้การสอนของครูและการเรียนของผู้เรียนประสบผลสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ

2. ลักษณะของแบบฝึกที่ดี

ในการสร้างแบบฝึกที่ดีนั้นมียุทธศาสตร์ประกอบหลายอย่างด้วยกัน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับแบบฝึกที่ดีไว้ดังนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2546 : 77-78) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดี คือ

1. แบบฝึกที่ดีต้องสอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการ และลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน เด็กที่เริ่มเรียนหรือประสบการณ์น้อยจะต้องสร้างแบบฝึกที่น่าสนใจ และจูงใจผู้เรียนด้วยการเริ่มจากข้อที่ง่ายไปหายาก เพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจทำแบบฝึกหัด

2. แบบฝึกมีเนื้อหาสาระสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการฝึก และมีเวลาเตรียมการไว้ล่วงหน้าอยู่เสมอ

3. แบบฝึกควรมุ่งส่งเสริมนักเรียนแต่ละกลุ่มตามความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียน

4. แบบฝึกแต่ละชุดควรมีคำชี้แจงง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจหรือมีตัวอย่างแสดงวิธีทำจะช่วยให้เข้าใจยิ่งขึ้น

5. แบบฝึกจะต้องถูกต้อง ครูจะต้องพิจารณาให้ดีอย่าให้มีข้อผิดพลาดได้

6. แบบฝึกควรมีหลายๆ แบบ เพื่อให้ผู้เรียนได้แนวคิดที่กว้างไกล

วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์ (2545 : 131 – 132) กล่าวถึง ลักษณะของแบบฝึกที่ดีควรประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. เป็นสิ่งที่นักเรียนเรียนมาแล้ว
2. เหมาะกับระดับวัย หรือความสามารถของนักเรียน
3. มีคำชี้แจงสั้นๆ ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีทำได้ง่าย
4. ใช้เวลาที่เหมาะสม คือ ไม่นานเกินไป
5. เป็นสิ่งที่น่าสนใจและท้าทายให้นักเรียนแสดงความสามารถ
6. ใช้สำนวนภาษาที่เข้าใจง่าย
7. ฝึกให้คิดได้เร็วและสนุกสนาน
8. สามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง

ฉวีวรรณ กิรติกร (2545 : 1) กล่าวว่า การใช้แบบฝึกจะได้ผลดีเพียงใด ขึ้นอยู่กับการสร้างแบบฝึกที่ดีด้วย หลักการสร้างมีดังนี้

1. แบบฝึกทักษะต้องสอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการ และลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน จากง่ายไปยาก น่าสนใจ และจูงใจ เพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจในการทำแบบฝึก

2. สร้างแบบฝึกทักษะตรงกับจุดประสงค์ที่ต้องการ และต้องเตรียมล่วงหน้าอยู่เสมอ

3. แบบฝึกเสริมทักษะควรมุ่งส่งเสริมนักเรียนแต่ละกลุ่ม ตามความสามารถที่แตกต่างของผู้เรียน

4. แบบฝึกทักษะแต่ละชุดควรมีคำชี้แจงง่ายๆ สั้นๆ
 5. แบบฝึกเสริมทักษะจะต้องถูกต้อง อย่าให้มีข้อผิดพลาด
 6. แบบฝึกทักษะควรมีหลายๆแบบ เพื่อให้ผู้เรียนได้แนวคิดที่กว้างไกล
- วรินทร์ วัชรสิงห์ (2537 : 13) เสนอลักษณะของแบบฝึกที่ดี ดังต่อไปนี้

1. แบบฝึกที่ดีควรมีความชัดเจนทั้งคำสั่งและวิธีทำ
2. แบบฝึกควรมีความหมายต่อผู้เรียน ตรงตามจุดมุ่งหมาย ลงทุนน้อย ใช้ได้นานๆ
3. ภาษาและภาพในแบบฝึกควรเหมาะสมกับวัย และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
4. ควรแยกแบบฝึกทักษะเป็นเรื่องๆ และมีกิจกรรมหลายรูปแบบ
5. แบบฝึกที่ดีควรเร้าความสนใจ ตั้งแต่หน้าปกจนถึงหน้าสุดท้าย
6. ควรเน้นแบบฝึกทักษะที่สามารถประเมิน และจำแนกความเจริญงอกงามของผู้เรียน

ได้ด้วย

สรุปได้ว่า ลักษณะของแบบฝึกที่ดี จะต้องมียุทธศาสตร์ดังนี้

1. เป็นสิ่งที่นักเรียนเรียนมาแล้ว
2. เหมาะกับระดับวัย หรือความสามารถของนักเรียน
3. แบบฝึกทักษะแต่ละชุดควรมีคำชี้แจงง่ายๆ สั้นๆ มีความชัดเจนทั้งคำสั่งและวิธีทำ
4. ควรแยกแบบฝึกทักษะเป็นเรื่องๆ และมีกิจกรรมหลายรูปแบบ

3. ประโยชน์ของแบบฝึก

ประโยชน์ของแบบฝึก ได้มีผู้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกทักษะไว้ ดังนี้

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2544 : 24) กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ดังนี้ 1) เป็นส่วนเพิ่มเติมหรือเสริมหนังสือเรียนในการเรียนทักษะเป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยลดภาระให้ครูได้มาก เพราะแบบฝึกเป็นสิ่งที่จัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบและมีระเบียบ 2) ช่วยเสริมทักษะแบบฝึกหัดเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เด็กในการฝึกทักษะ แต่ทั้งนี้จะต้องอาศัยการส่งเสริมและความเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย 3) ช่วยในเรื่องของความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากเด็กมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การให้เด็กทำแบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของเขา จะช่วยให้เด็ก

ประสบผลสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น ดังนั้นแบบฝึกหัดจึงไม่ใช่สมุดฝึกที่ครูจะให้แก่เด็กบดอบทหรือหน้าต่อหน้า แต่เป็นแหล่งประสบการณ์เฉพาะสำหรับเด็กที่ต้องการความช่วยเหลือพิเศษและเป็นเครื่องมือช่วยที่มีค่าของครูที่จะสนองความต้องการเป็นรายบุคคลในชั้นเรียน 4) แบบฝึกหัดช่วยเสริมให้ทักษะคงทน ลักษณะของแบบฝึกเพื่อช่วยให้เกิดผลดังกล่าว คือฝึกทันทีหลังจากที่เด็กได้เรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้ง เน้นเฉพาะในเรื่องที่ฝึก 5) แบบฝึกหัดที่จะใช้เป็นเครื่องมือวัดผลการเรียนหลังจากบทเรียนในแต่ละครั้ง 6) แบบฝึกหัดที่จัดทำเป็นรูปเล่มเด็กสามารถเก็บรักษาไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองต่อไป 7) การให้เด็กทำแบบฝึกหัดช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นหรือปัญหาต่าง ๆ ของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้นๆ ได้ทันที 8) แบบฝึกที่จัดขึ้นนอกเหนือจากที่มีอยู่ในหนังสือแบบเรียนจะช่วยให้เด็กได้ฝึกฝนอย่างเต็มที่ 9) แบบฝึกหัดที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยแล้ว จะช่วยทำให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลาในการที่จะต้องเตรียมสร้างแบบฝึกอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาในการลอกแบบฝึกหัดจากตำราเรียนหรือกระดานดำทำให้เสียเวลาและโอกาสได้ฝึกฝนทักษะต่างๆ มากขึ้น 10) แบบฝึกหัดช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย เพราะการพิมพ์ขึ้นเป็นรูปเล่มที่แน่นอนย่อมลงทุนต่ำกว่าการที่จะใช้วิธีพิมพ์ลงกระดาษไขทุกครั้ง นอกจากนี้ยังมีประโยชน์ในการที่ผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

4. ประเภทของแบบฝึก

เนื้อหาสาระของแบบฝึกจะต้องมีความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ที่กำลังเรียนอยู่ในช่วงเวลานั้น มีความยากง่ายที่เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งจำแนกแบบฝึกหัดตามระดับความสามารถของผู้เรียนได้ 3 ประเภท คือ 1) แบบฝึกหัดสำหรับผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงหรือมีความถนัดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยโจทย์ที่มีลักษณะสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยเรียงลำดับจากง่ายไปยาก และควรเพิ่มเติมโจทย์ที่แสดงถึงการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ที่มีความซับซ้อน มีความท้าทายและช่วยขยายความรู้เพิ่มเติมทั้งในส่วนลึกและกว้างจากสาระที่เรียนตามปกติ เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์อย่างเต็มที่ 2) แบบฝึกหัดสำหรับผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาปานกลาง มีลักษณะเป็นโจทย์ที่มีความยากง่ายสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มีปริมาณที่เหมาะสมกับเวลาและไม่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย 3) แบบฝึกหัดสำหรับผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำหรือไม่มีความถนัดทางคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ที่มีลักษณะของการทบทวนความรู้ความเข้าใจและฝึกทักษะตรงตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ไม่มีความซับซ้อนและมีปริมาณที่เหมาะสมกับเวลา เพื่อให้ผู้เรียนมีความสุขที่จะทำแบบฝึกหัดและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดที่มอบหมายให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนอาจจำแนกได้ 3 ประเภท คือ 1) แบบฝึกหัดในชั้นเรียน ที่ผู้สอนกำหนดให้ใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีประกอบกันเพื่อวัดผลการแก้ปัญหา 2) แบบฝึกหัดท้ายเรื่องที่มีลักษณะเป็นการสรุปผลการเรียน ที่ผู้สอนกำหนดให้ผู้เรียนทำในลักษณะของการบ้าน โดยผู้สอนกำหนดความสามารถของผู้เรียนเพื่อการฝึกทักษะให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็ว 3) แบบฝึกหัดท้ายบทหรือแบบฝึกหัดระคน เป็นแบบฝึกหัดที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการที่หลากหลายผสมผสานกัน เพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ด้านต่างๆหรือเพื่อเป็นการทบทวนความรู้และฝึกทักษะเพิ่มเติม

5. รูปแบบของการสร้างแบบฝึก

การสร้างแบบฝึก รูปแบบก็เป็นสิ่งสำคัญในการที่จะเป็นแรงจูงใจให้ผู้เรียนได้ทดลองปฏิบัติ แบบฝึกจึงควรมีรูปแบบที่หลากหลายมิใช่ใช้แบบเดียวเพราะจะทำให้เกิดความจำเจน่าเบื่อหน่าย ไม่ท้าทายไม่อยากรู้ไม่อยากรอง ดังนั้นรูปแบบของแบบฝึกควรมีรูปแบบดังนี้

แบบถูกผิด เป็นแบบฝึกที่มีลักษณะเป็นการนำเสนอข้อความเกี่ยวกับความรู้และความเข้าใจในมโนทัศน์ โดยเขียนเป็นประโยคบอกเล่า ให้ผู้เรียนอ่านแล้วเลือกใส่เครื่องหมายถูกผิดตามดุลยพินิจของผู้เรียน

แบบจับคู่ เป็นแบบฝึกที่มีลักษณะเป็นการนำเสนอคำหรือข้อความ 2 ส่วนให้เลือกเพื่อจับคู่กัน ส่วนที่ 1 คือคำถามที่มีลักษณะเป็นคำหรือข้อความซึ่งเป็นมโนทัศน์เขียนเรียงเป็นแนวตั้ง 1 แถว ส่วนที่ 2 คือคำตอบซึ่งเป็นคำหรือข้อความที่สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับปัญหาเขียนเรียงเป็นแนวตั้งอีกแถว โดยทั่วไปจำนวนข้อของคำตอบจะมีมากกว่าคำถาม

แบบเติมคำหรือเติมข้อความ เป็นแบบฝึกที่มีลักษณะเป็นการเติมคำหรือข้อความ ซึ่งมีลักษณะที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความเข้าใจและทักษะกระบวนการ ผู้เรียนต้องแสดงความรู้ความสามารถด้วยการเขียนคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

แบบฝึกหลายตัวเลือก เป็นแบบฝึกเชิงทดสอบ โดยจะมี 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นคำถามซึ่งจะต้องเป็นประโยคคำถามที่สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ ส่วนที่เป็นตัวเลือกคือคำตอบซึ่งอาจมี 3-5 ตัวเลือกก็ได้ ตัวเลือกทั้งหมดจะมีตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงตัวเลือกเดียวส่วนที่เหลือเป็นตัวลวง

แบบอัตนัย คือความเรียงเป็นแบบฝึกที่มีตัวคำถาม ผู้เรียนต้องเขียนบรรยายตอบอย่างเสรีตามความรู้ความสามารถ โดยไม่จำกัดคำตอบแต่จำกัดในเรื่องเวลาอาจใช้รูปแบบของคำถามทั่วไปหรือเป็นคำสั่งให้เขียนเรื่องราวต่าง ๆ ก็ได้

6. หลักการและวิธีการสร้างแบบฝึก

วิลลัดกษณ์ บุญประเสริฐ (2531 : 13) ในการสร้างแบบฝึกที่ดีต้องเรียบเรียงภาษาให้เหมาะสมกับนักเรียน คำนึงถึงหลักจิตวิทยาเกี่ยวกับสิ่งเร้าและการตอบสนอง พัฒนาการของเด็กและลำดับขั้นของการเรียน โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของนักเรียน

สุจริต เพียรชอบ และ สายใจ อินทร์พรชัย (2522 : 25) ให้แนวคิดว่าการสร้างแบบฝึกที่ดีควรยึดทฤษฎีการเรียนรู้ทางจิตวิทยาดังนี้

1. กฎการเรียนรู้ของธอนไดค์ เกี่ยวกับกฎแห่งการฝึก คือ สิ่งใดที่มีการฝึกหัด การทำบ่อย ๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกมีความสามารถมากขึ้น

2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล ควรคำนึงว่าแต่ละคนมีความรู้ ความถนัด ความสามารถ และความสนใจต่างกัน การสร้างแบบฝึกจึงควรพิจารณาถึงความเหมาะสมมีหลาย ๆ แบบมีความยากง่ายต่างกัน

3. การจูงใจผู้เรียน จัดแบบฝึกจากง่ายไปยาก เพื่อให้เกิดผลสำเร็จในการฝึกและช่วยให้ติดตามต่อ ๆ ไป

4. ใช้แบบฝึกสั้นๆ เพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่าย

บัทท์ (Butts 1974) สรุปหลักการสร้างแบบฝึกว่า

1. ก่อนที่จะสร้างต้องกำหนดโครงสร้างคร่าว ๆ ว่าจะเขียนแบบฝึกเกี่ยวกับอะไร มีวัตถุประสงค์อย่างไร

2. ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3. เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. แจกวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นกิจกรรมย่อย โดยคำนึงถึงความต้องการของผู้เรียนเป็นหลัก

5. กำหนดอุปกรณ์ที่จะใช้ในกิจกรรมแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม

6. กำหนดเวลาที่ใช้ในการฝึกแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม

7. กำหนดประเมินผลอย่างไร

ชาญชัย ลิวตรงสิมา และ เชิดวิทย์ ฤทธิ์ประสาน (2523 : 36) กล่าวว่า การฝึก คือ การจัดสภาพการณ์เพื่อให้ผู้ฝึกเปลี่ยนพฤติกรรมจนสามารถปฏิบัติงานที่มอบหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพ แบ่งแบบฝึกออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การฝึกโดยลงมือปฏิบัติงาน (On the job training) ได้แก่ วิธีการที่ให้ผู้รับการฝึกได้มีโอกาสเรียนรู้โดยลงมือปฏิบัติจริงภายใต้สภาพแวดล้อมของบรรยากาศและเงื่อนไขตรงกับความ เป็นจริง

2. การฝึกโดยไม่ลงมือปฏิบัติงาน (Off the job training) หมายถึง การฝึกที่ไม่ต้องลงมือปฏิบัติงานจริง ซึ่งมีประเภทต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

2.1 พิจารณาที่วิธีการ เช่น บรรยาย อ่านคู่มือ อภิปราย ศึกษาจาก โสต ฯ เช่น ภาพยนตร์ โทรทัศน์ เป็นต้น

2.2 พิจารณาที่พฤติกรรม เช่น การแสดงบทบาทสมมติ ศึกษาโดยจำลองแบบของจริง ฝึกอบรมในห้องทดลอง

3. วิธีผสมระหว่างการให้ข้อมูล หรือการแสดงพฤติกรรมแล้วลงมือปฏิบัติงานภายใต้ สภาพแวดล้อมเป็นจริง

จากหลักการสร้างแบบฝึกดังกล่าวพอสรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกนั้นจะต้องคำนึงถึง ความพร้อมความสนใจของเด็กด้วยการใช้เกม การเติมคำ เพลง แผ่นภาพ การ์ตูน ประกอบกระดาษ ที่ใช้ทำแบบฝึกต้องมีความทนทานพอสมควร เนื้อหาไม่ยากเกินไป และกำหนดเวลาในการทำแบบ ฝึกที่เหมาะสม แบบฝึกที่สร้างขึ้นควรมีการหาประสิทธิภาพให้ได้ตามเกณฑ์มาตรฐาน และในการ นำแบบฝึกไปใช้นั้นควรมีการแจ้งผลการเรียนให้นักเรียนทราบผลทันทีเพื่อแสดงให้เห็นถึง ความก้าวหน้าและข้อบกพร่องที่ต้องการปรับปรุงแก้ไข

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

สุจินดา พุทธานู (2542 : บทคัดย่อ) ได้วิจัยการสร้างชุดการสอนเพื่อฝึกทักษะการแก้ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุด การสอนเพื่อฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และหาประสิทธิภาพของชุดการสอนตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการ เรียนการสอนที่ใช้ชุดการสอนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสื่อการสอน คณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และลักษณะของการ เรียนการสอนจะมีกิจกรรมที่หลากหลาย กล่าวคือ มีการแสดงบทบาทสมมติ ทำแบบฝึกทักษะ เกม เพลง และใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งใช้ชุดประกอบการสอนทั้งหมด 4 ชุดและ โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์จะเป็นคำถามจากสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่ประกอบด้วย ข้อความหรือตัวเลข

โดยผู้ตอบคำถามจะนำความรู้หรือประสบการณ์มาใช้ ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพของชุดการสอนตามเกณฑ์มาตรฐาน 88.33/82.22 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ที่ตั้งไว้

รินภัทร์ กิริธิดาคุณ (2543 : บทคัดย่อ) ได้วิจัยการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดฝึกกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างและใช้ชุดฝึกกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ในการวิจัยนี้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนที่จัดทำขึ้นแบบแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบตามลำดับขั้นดังนี้ ขั้นที่ 1 การอ่านโจทย์เพื่อตีความวิเคราะห์ ขั้นที่ 2 กระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหา ขั้นที่ 3 การเขียนอธิบายวิธีคิด ขั้นที่ 4 การแสดงวิธีการหาคำตอบ โดยที่ชุดฝึกกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้านความสามารถแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้งก่อนและหลังใช้ชุดฝึกมีความแตกต่างกันในทางที่สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เจตคติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมากที่สุด

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการสอนแบบแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตะเคียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแก้โจทย์ปัญหาเรื่องบทประยุกต์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการวิจัยนี้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอนคือ (1) ทำความเข้าใจในปัญหา (2) เลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (3) ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา (4) ประเมินผลคำตอบ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามี 3 ด้านคือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา 2) ความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา 3) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า เมื่อนำแผนการสอนแบบแก้โจทย์ปัญหาไปใช้ในการดำเนินการจัดกิจกรรมการสอนแล้ว นักเรียนมีพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาโดยเฉลี่ยร้อยละ 71 การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนรายบุคคลมีคะแนนอยู่ในช่วงร้อยละ 53-93 ของคะแนนเต็ม มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของกรมวิชาการ คืออย่างน้อยคิดเป็นร้อยละ 93 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ดังกล่าวจำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 7 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ดังนั้นความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 72 ของคะแนนเต็ม ความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 69 ของคะแนนเต็ม

อมรรัตน์ แก้วสิงห์ (2545 : บทคัดย่อ) ได้วิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านพงสิมที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหาหระคน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เรื่องโจทย์ปัญหาหระคนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนใช้โจทย์ปัญหาหระคนที่เป็น โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นข้อความตัวหนังสือที่เกี่ยวข้องกับจำนวน หรือต้องใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาโดยวิธีการหาคำตอบซึ่งต้องใช้สัญลักษณ์หรือเครื่องหมาย ผลการวิจัยพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บัวสอน วรพันธุ์ (2548 : บทคัดย่อ) ได้วิจัยชุดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโนนศาลา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 3 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่เรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 90.17/77.84 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 75/75 ที่ตั้งไว้และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการทดสอบของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ไอชิเดะ จุนิชิ (Ishida Junichi. 2000) ศึกษาถึงลักษณะเฉพาะของระบบการแก้ปัญหาของนักเรียนเกรด 6 จำนวน 6 คน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะเฉพาะของกระบวนการแก้ปัญหาคืออะไร ถ้านักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ในหลากหลายแนวทางการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการสอนที่หลากหลายที่นักเรียนเลือกและนักเรียนใช้แนวคิดในการประเมินการเลือกแนวทางอย่างไร มีการวางแผนที่จะพิจารณาแนวทางที่เลือกหรือไม่ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยนักเรียนทั้ง 6 คน จะทำกิจกรรมการแก้ปัญหา 2 ปัญหา และมีการสัมภาษณ์หลังจากทำกิจกรรมเสร็จ ผลการวิจัยพบว่ากระบวนการแก้ปัญหา 3 ประเภท ที่นักเรียนนำมาใช้คือ (1) กระบวนการพัฒนา นักเรียนเริ่มแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการง่ายๆ จากนั้นจะแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่พัฒนาขึ้น (2) กระบวนการปรับปรุงนักเรียนจะแก้ปัญหาโดยวิธีการเดิมซ้ำๆ (3) กระบวนการเปลี่ยนทัศนคติหรือกระบวนการที่ไม่สัมพันธ์กัน ตอนแรกนักเรียนจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่าจากนั้นจะพยายามหาวิธีการแก้ปัญหาใหม่ที่แตกต่างจากเดิมมีเหตุผลที่แตกต่างกัน ในการเลือกวิธีการที่ดีที่สุดของพวกเขา นักเรียนบางคนไม่สามารถประเมินวิธีการที่เป็นการแสดง

ทางวิทยาศาสตร์ว่าเป็นแนวทางที่ดีที่สุดได้นักเรียน ไม่ได้วางแผนที่จะปรับปรุงวิธีการที่ดีที่สุดที่เขาเลือกถึงแม้ว่าวิธีการที่ดีที่สุดนั้นไม่ได้ถูกพัฒนาในทางคณิตศาสตร์

แลพปาอะโฮ เฮนรี (Leppaaho Henry. 2004) ศึกษาการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 6 (อายุ 11 ปี) ในประเทศฟินแลนด์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เข้าร่วมในการวิจัยเป็น นักเรียนเกรด 6 (อายุ 11 ปี) ในการดำเนินการวิจัยได้แบ่งห้องเรียนออกเป็น 2 ห้อง คือ ห้องทดลองที่สอนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และห้องควบคุม ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ก่อนที่จะสอน หลังจากการสอนโดยใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาเสร็จสิ้น วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกครั้งและสัมภาษณ์นักเรียนห้องทดลองเพื่อให้ได้ข้อสรุปเพิ่มเติม ผลการวิจัยพบว่าในการทดสอบการแก้ปัญหากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับกลุ่มควบคุม ในกลุ่มทดลองเด็กผู้ชายมีผลสัมฤทธิ์และพัฒนาดีกว่าเด็กผู้หญิง จากการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับเจตคติต่อคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหานักเรียนจะมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ทางบวกในขณะที่เรียนกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียนกลายเป็นสิ่งที่มีประสิทธิภาพมากเมื่อพวกเขาทำกิจกรรมการแก้ปัญหามาใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะนี้เป็นภาพที่สามารถมองเห็นได้อย่างชัดเจนจากสมุดบันทึกที่นักเรียนทุกคนใช้ระหว่างการแก้ปัญหา

ฟิลิปป์ว จอร์ส และคริสตอ คอนสแตนชัน (Philippue George & Christou Constantions. 1999) ศึกษาการพัฒนาโมเดลสำหรับการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีสกีมมา (Schema knowledge) ของนักเรียนเกรด 5 โดยทำกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาโมเดลสำหรับการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีสกีมมา นักเรียนที่เข้าร่วมในการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 310 คน จากชั้นเรียนปกติ 10 ห้องเรียน แบ่งเป็นห้องทดลอง 5 ห้อง และห้องควบคุม 5 ห้อง ระยะเวลาที่ใช้ในการทำวิจัยคือภาคการศึกษาแรกของปี 1997-1998 ครูที่สอนห้องทดลองนั้นจะให้เรียนรู้เกี่ยวกับทฤษฎีสกีมมาจากมหาวิทยาลัย ห้องทดลองจะสอนตามโมเดลที่กำหนดไว้ ส่วนห้องควบคุมจะสอนตามปกติ มีการทดสอบนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ทั้งก่อนและหลังเรียนด้วยแบบทดสอบชุดเดียวกัน ผลการวิจัยพบว่าโมเดลเชิงการสอนที่อยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีสกีมมามีประสิทธิภาพในการทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนดีขึ้นนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองได้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาในเวลาสั้น

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแบบฝึกที่เน้นกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของโพลยา สรุปได้ว่า แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาเป็นสื่อ

การเรียนรู้ที่สำคัญสำหรับผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้ดีขึ้น และแบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหายังทำให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนานเพลิดเพลิน กระตุ้นให้นักเรียนคิดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา มีความกระตือรือร้น ตื่นเต้นประทับใจในการเรียนรู้อย่างแท้จริง ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้เลือกแบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ มาใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อที่จะแก้ปัญหาและพัฒนาการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนิคมกฤตินารายณ์หมู่ 2 อำเภอห้วยผึ้ง จังหวัดกาฬสินธุ์ ซึ่งเป็นนักเรียนที่ผู้วิจัยรับผิดชอบในการสอน ประจำปีการศึกษา 2553