การจับกึ่งคู่บนกราฟสองส่วน $G=(U \cup V,E)$ คือเซตของเส้นเชื่อม $M \subseteq E$ ที่แต่ละจุดยอดใน U ประชิดกับเส้นเชื่อมหนึ่งเส้นใน M. Harvey, Ladner, Lovász, and Tamir (2003) ได้พิจารณาการจับกึ่งคู่ในรูปของการมอบหมายงานใน U ให้กับเครื่องใน V โดยให้นิยามค่าใช้จ่ายของการจับกึ่งคู่ M เป็นเวลารอรวมของแต่ละงาน และแสดงว่าการการจับกึ่งคู่ที่มีเวลารอรวมต่ำที่สุดจะให้การกระจายภาระงานที่ดีที่สุดในการวัดผลหลายแบบซึ่งรวมทั้งเวลารอรวมสูงสุดที่เครื่องจักรและค่าความแปรปรวนของภาระงาน พร้อมทั้งเสนออัลกอริทึมที่ทำงานในเวลา $O(|U||E|)$ ซึ่งพัฒนามาจากวิธีการแบบฮังกาเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาการจับคู่สองส่วน ในงานวิจัยชิ้นนี้ เราได้เสนออัลกอริทึมแบบแบ่งแยกแล้วจัดการที่ทำงานในเวลา $O(|E||U|^{1/2}\log|U|)$ อัลกอริทึมดังกล่าวสามารถทำงานได้ในกรณีทั่วไปเมื่อฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในแต่ละเครื่องจักรสามารถแตกต่างกันโดยใช้เวลา $O(|E||U|^{1/2}\log|E|)$ นอกจากนี้ยังได้พัฒนาไปสู่ในกรณีที่กราฟมีน้ำหนักและนำเสนออัลกอริทึมที่ทำงานในเวลา $O(|U||E| \log|U|)$ เมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมที่ดีที่สุดที่รู้จักซึ่งเป็นของ Edmonds and Karp (1970) และTomizawa (1971) จะมีเพียงตัวประกอบแบบลอการิทึมเพิ่มเข้ามาเท่านั้น

177420

A semi-matching on a bipartite graph $G=(U \cup V,E)$ is a set of edges $M \subseteq E$ such that each vertex in U is incident to exactly one edge in M. Harvey, Ladner, Lovász, and Tamir (2003) consider the matching as an assignment for tasks in U to machines in V. This motivates the definition of the cost of a semi-matching M to be the sum of delay for each task. They show that optimizing this sum of delay is equivalent to optimizing the load in various metrics, including the makespan, the flow time, and the variance of the loads. They give an $O(|U||E|)$ algorithm based on the Hungarian algorithm for bipartite matching. In this research, we give a divide-and-conquer algorithm which runs in time $O(|E||U|^{1/2}\log|U|)$. Our algorithm also works in a more general settings where the cost functions for each machine can be different in time $O(|E||U|^{1/2}\log|E|)$. Furthermore, for the weighted case where edge weights are allowed, we give an algorithm that runs in time $O(|U||E| \log|U|)$, comparable to the best known time bound as one of Edmonds-Karp (1970) and Tomizawa (1971)'s algorithm for the bipartite matching problem with additional logarithmic factor.