

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E42113



ENHANCING REWEIGHTED ℓ_1 -MINIMIZATION FOR
COMPRESSIVE SAMPLING RECONSTRUCTION

MR. KASIDIT CHARUNPHAISAN

A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF ENGINEERING
KHON KAEN UNIVERSITY

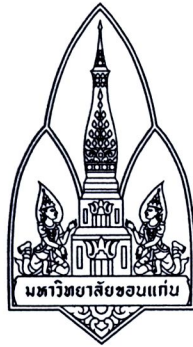
2010

600256212

ห้องสมุดมหาวิทยาลัย สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา



E42113



**ENHANCING REWEIGHTED ℓ_1 -MINIMIZATION FOR
COMPRESSIVE SAMPLING RECONSTRUCTION**



MR. KASIDIT CHARUNPHAISAN

**A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF ENGINEERING
KHON KAEN UNIVERSITY**

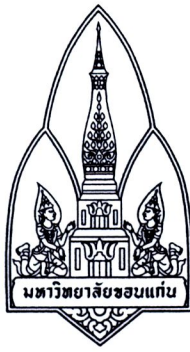
2010

**ENHANCING REWEIGHTED ℓ_1 -MINIMIZATION FOR
COMPRESSIVE SAMPLING RECONSTRUCTION**

MR. KASIDIT CHARUNPHAISAN

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF
ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY**

2010



THESIS APPROVAL
KHON KAEN UNIVERSITY
FOR
MASTER OF ENGINEERING
IN ELECTRICAL ENGINEERING

Thesis Title: Enhancing Reweighted ℓ_1 -minimization for Compressive Sampling Reconstruction

Author : Kasidit Charunphaisan

Thesis Examination Committee	Dr. Jakkree Srinonchat	Chairperson
	Dr. Kittiphong Meesawat	Member
	Dr. Anupap Meesomboon	Member

Thesis Advisor :

..... *Anupap Meesomboon* Advisor
(Dr. Anupap Meesomboon)

..... *L. Manmart*
(Assoc. Prof. Dr. Lampang Manmart)
Dean, Graduate School

..... *Somnuk Theerakulpisut*
(Assoc. Prof. Dr. Somnuk Theerakulpisut)
Dean, Faculty of Engineering

กษิตศ จรุงไพศาล. 2553. การปรับปรุงการหาค่าต่ำสุดแบบนอร์มหนึ่งโดยการถ่วงน้ำหนัก สำหรับการสร้าง
สัญญาณย้อนกลับของคอมเพรสซีฟแซมปลิง. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์: คร. อานุภาพ มีสมบูรณ์

บทคัดย่อ

E 42113

คอมเพรสซีฟแซมปลิง (compressive sampling) หรือ คอมเพรสเซนซิง (compressed sensing) เป็นรูปแบบ
การสุ่มและบีบอัดสัญญาณแบบใหม่ ซึ่งไม่ขึ้นอยู่กับทฤษฎีของซามอนอนและไนคิสต์ วิธีนี้อยู่ในโครงสร้างของ
ผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ซึ่งถูกพิสูจน์แล้วว่าสามารถสร้างสัญญาณย้อนกลับได้ด้วยการหาค่าต่ำสุด
แบบนอร์มหนึ่ง (ℓ_1 -minimization) หลังจากนั้นได้มีการพัฒนามาเป็นระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนัก (reweighted
algorithm) ซึ่งให้คำตอบใกล้เคียงกับสัญญาณที่มีความเบาบาง (sparse signal) แต่อย่างไรก็ตาม ยังคงไม่มีวิธี
สำหรับกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักอย่างอัตโนมัติ ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงนำเสนอฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบบเลือกค่าอย่าง
ฉับพลัน (hard selective weighting function) และระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักแบบเลือกค่าอย่างฉับพลัน (hard
selective reweighted algorithm, HSR) ซึ่งใช้คำนวณค่าถ่วงน้ำหนักโดยการอ้างอิงถึงจำนวนของคำตอบศูนย์ใน
สัญญาณดั้งเดิม แต่โดยทั่วไป มีความเป็นไปได้ว่าจะไม่ทราบจำนวนของศูนย์ในคำตอบ ด้วยเหตุนี้จึงนำไปสู่
ระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักแบบเลือกค่าได้อัตโนมัติ (automatic adaptive reweighted algorithm, AAR) ที่ถูก
ออกแบบมาเพื่อจัดการกับปัญหานี้ จากผลการทดลองเชิงตัวเลขได้เปรียบเทียบพบว่า ระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนัก
แบบเลือกค่าอย่างฉับพลัน และระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักแบบเลือกค่าได้อัตโนมัติ สามารถนำมาทดแทนระเบียบ
วิธีถ่วงน้ำหนักแบบเดิมได้ นอกจากนี้ ระเบียบวิธีทั้งสองยังถูกนำไปประยุกต์กับภาพถ่ายก้ำทอนแม่เหล็ก
(magnetic resonance imaging, MRI)

Kasidit Charunphaisan. 2010. *Enhancing Reweighted ℓ_1 -minimization for Compressive Sampling Reconstruction*. Master of Engineering Thesis in Electrical Engineering, Graduate School, Khon Kaen University.

Thesis Advisor: Dr. Anupap Meesombon

ABSTRACT

E_42113

Compressive sampling, also known as compressed sensing, is a new sample-then-compress framework that overlooks the classical Shannon/Nyquist theorem. This method is a linear combination scheme which is proved to be done by solving ℓ_1 -minimization problem. Afterward, it has been developed into iterative reweighted algorithm presenting closely sparse solutions, however, there is no an intelligent rule to define the weights automatically. Thus, in this research, we would like to purpose a new *hard selective weighting function* and a corresponding *hard selective reweighted* (HSR) algorithm which are used to compute the weights by referring a number of original zero entries. In general, all of original components are possibly not known so that a new proposed *automatic adaptive reweighted* (AAR) algorithm is designed to cope with this problem. The numerical experiments show comparatively that HSR and AAR algorithms outperform ℓ_1 -minimization can substitute for the former reweighted ℓ_1 -minimization. Furthermore, both of these algorithms are applied to magnetic resonance imaging (MRI) images.

Dedicated to my parents who are the first teachers and ever...

ACKNOWLEDGEMENTS

My appreciations are certainly expressed to my parents who are the first teachers and ever. All of research questions in this study have never been clear without who contributed to the impressive guidance, Dr. Anupap Meesomboon. Furthermore, I would like to thank you and acknowledge Chang Phuak Mordindaeng scholarship for financial support and Electrical Engineering Department, Khon Kaen University for aiding facilities.

Kasidit Charunphaisan

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT (IN THAI)	i
ABSTRACT (IN ENGLISH)	ii
DEDICATION	iii
ACKNOWLEDGMENTS	iv
TABLE OF CONTENTS	v
LIST OF FIGURES	vii
CHAPTER I INTRODUCTION	1
1. Rationale and background	1
2. Objectives of the study	2
3. Scope and limitation of the study	2
4. Anticipated outcomes	2
CHAPTER II COMPRESSIVE SAMPLING	3
1. Traditional compression	3
2. Compressive sampling	4
3. Reconstruction algorithms	7
4. Geometrical interpretation	8
CHAPTER III REWEIGHTED ℓ_1 MINIMIZATION	11
1. Weighted ℓ_1 -minimization analysis	11
2. Iterative algorithm for reweighted ℓ_1 -minimization	14
3. Hard selective reweighted ℓ_1 -minimization	15
4. Automatic adaptive reweighted ℓ_1 -minimization	22
CHAPTER IV NUMERICAL EXPERIMENTS	24
1. Experiment I: sparse signal recovery	24
2. Experiment II: Phantom and MRI images recovery	29

TABLE OF CONTENTS (Cont.)

	Page
CHAPTER V CONCLUSIONS	36
REFERENCES	37
APPENDIX	38
RESEARCH PUBLICATIONS	43
CURRICULUM VITAE	71

LIST OF FIGURES

	Page	
Figure 1	Traditional Compression Method	3
Figure 2	Represented signal in transformed domain	5
Figure 3	Delineated scheme of compressive sampling measurement process	5
Figure 4	Condensed scheme of compressive sampling measurement process	6
Figure 5	Sparse vector in \mathbb{R}^N	9
Figure 6	Spare recovery using ℓ_1 -minimization	10
Figure 7	Reconstructed sparse signal on the vertex of ℓ_1 balls	12
Figure 8	Distribution of original weighting function	13
Figure 9	Iterative reweighted ℓ_1 -minimization	14
Figure 10	Distribution of hard selective weighting function	16
Figure 11	Hard selective weighted ℓ_1 ball	16
Figure 12	Hard selective weighted ℓ_1 balls when varying the parameter μ	18
Figure 13	Sparse signal recovery using iterative reweighted ℓ_1 -minimization	18
Figure 14	Selecting threshold τ for Hard selective weighting function	19
Figure 15	Fault reconstructed signal via un-weighted ℓ_1 -minimization	20
Figure 16	Iterative hard selective reweighted algorithm	20
Figure 17	Sparse signal recovery using HSR algorithm	21
Figure 18	Selecting threshold τ for AAR algorithm	22
Figure 19	Sparse signal recovery using AAR algorithm	23

LIST OF FIGURES (Cont.)

		Page
Figure 20	Example of K – sparse signal	25
Figure 21	Comparisons of ℓ_1 -minimization and former reweighted algorithm when varying parameters ε in compressive sampling recovery	25
Figure 22	Comparisons of ℓ_1 -minimization and HSR algorithm when varying thresholds τ in compressive sampling recovery	26
Figure 23	Comparisons of ℓ_1 -minimization and AAR algorithm when varying thresholds τ in compressive sampling recovery	27
Figure 24	Comparisons of ℓ_1 -minimization, former reweighted ℓ_1 -minimization with parameter $\varepsilon = 0.1$, HSR algorithm with threshold 2τ , and ARR algorithm with threshold 2τ in compressive sampling recovery	28
Figure 25	Phantom image recovery	30
Figure 26	Brain MRI scan recovery	31
Figure 27	Upside brain MRI scan recovery	32
Figure 28	Angiogram MR scan recovery	33
Figure 29	Knee MRI scan recovery	34