

## บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 ตัวแบบการจัดสรรทรัพยากร[2]

ทรัพยากร หมายถึง สิ่งที่มีไว้ใช้งานในองค์กรหรือบริษัท เพื่อเพิ่มผลผลิต หรือผลประโยชน์ให้แก่ องค์กร ซึ่งทรัพยากรรวมถึง โรงงาน พนักงาน วัตถุดิบและทรัพย์สินต่างๆ โดยทั่วไปทรัพยากรมักมี อยู่อย่างจำกัด เช่น จำนวนพนักงาน จำนวนรถบรรทุกที่มีไว้ขนส่งสินค้า จำนวนเงินสดหมุนเวียน จำนวนรอบของการขนส่ง เป็นต้น โดยทั่วไปทรัพยากรเหล่านี้มักมีอยู่อย่างจำกัด องค์กรต้องมีการใช้ หรือ การจัดสรรทรัพยากรเหล่านี้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด ซึ่งประสิทธิภาพในการจัดสรรทรัพยากรอาจ วัดอยู่ในรูปของปริมาณการผลิตสูงสุด หรือกำไรสูงสุด วิธีการจัดสรรทรัพยากรให้ได้ประโยชน์สูงสุด การสร้างตัวแบบเพื่อการตัดสินใจ (Decision model) ของปัญหาปัจจุบัน ผลของตัวแบบเป็นการ ประมวลผลโดยในเชิงตัวเลข โดยไม่มีอคติของผู้ตัดสินใจ หรืออารมณ์ของผู้ตัดสินใจ เราเรียกตัวแบบ ประเภทนี้ว่า ตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ ของสิ่ง ต่างๆ ที่เราสนใจหรือเงื่อนไขต่างๆ ที่จำเป็นต้องคำนึงถึง ในสถานการณ์ของปัญหานั้น ซึ่งการใช้ตัว แบบคณิตศาสตร์เพื่อการตัดสินใจทำให้การตัดสินใจของผู้บริหารดีขึ้น หรือเพื่อให้เข้าใจ สถานการณ์ปัจจุบันดีขึ้น (Klingman, Phillip and Young, 1987; Wintson, 2004) ตัวแบบคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดนี้เรียกว่า ตัวแบบการจัดสรร ทรัพยากร (Resource allocation model) โดยทั่วไปปัญหามักมีความซับซ้อน และอาจมีความขัดแย้ง กับนโยบาย หรือความรู้สึกของคน เป้าหมายของการนำตัวแบบจัดสรรทรัพยากรไปใช้กับปัญหาจริง จะคือ

- ระบุวัตถุประสงค์ของการตัดสินใจที่ต้องการทำ
- ตั้งเกณฑ์ที่จะใช้วัดความประสิทธิผลของทางเลือกต่างๆ
- กำหนดข้อจำกัดหรือเงื่อนไขที่ผู้ตัดสินใจจะต้องเผชิญ

เป้าหมายที่สำคัญที่สุดของการใช้ตัวแบบจัดสรรทรัพยากรคือ เพื่อช่วยองค์กรและผู้บริหารให้สามารถ ตัดสินใจได้ดีขึ้น

#### 2.1.1 องค์ประกอบของตัวแบบการจัดสรรทรัพยากร

ตัวแบบการจัดสรรทรัพยากรมีองค์ประกอบสำคัญ 3 ส่วนคือ

1. ตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables) ตัวแปรที่แทนกิจกรรมต่างๆ ของปัญหาที่เราสนใจ การหา ค่าของตัวแปรตัดสินใจ เป็นการหาว่าเราควรกระทำกิจกรรมมากน้อยในระดับใด เพื่อแก้ปัญหาที่ เกิดขึ้น เช่นการผลิตสินค้าในโรงงานแห่งหนึ่ง มีผู้รับผิดชอบในเรื่องการวางแผนการผลิตต้องทราบว่า

ควรผลิตสินค้าแต่ละชนิดจำนวนเท่าใดในแต่ละสัปดาห์ สำหรับการแก้ปัญหาการขนส่งสินค้าจากโรงงานไปยังลูกค้าผู้รับผิดชอบต้องการทราบว่า จะส่งสินค้าไปตามเส้นทางใด จำนวนเท่าใด เป็นต้น

2. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ในการตัดสินใจแก้ปัญหาหนึ่งๆ เราอาจมีผลเฉลย (Solution) ของปัญหาได้หลายผลเฉลย ผู้ตัดสินใจต้องการเลือกผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งเกณฑ์ในการเลือกผลเฉลยนี้จะสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการจัดสรรทรัพยากร ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตัดสินใจต่างๆ กับวัตถุประสงค์ของปัญหา ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะสะท้อนว่าผลเฉลยนั้นมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการจัดสรรทรัพยากรมากน้อยเพียงใด สำหรับการหาผลเฉลยที่ทำให้ผลรวมของผลตอบแทนรายปีมีค่าสูงสุด ดังนั้นเราเรียกทิศทางของฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้ว่าเป็น ค่าสูงสุด (Maximization) เป็นต้น ในทางกลับกัน ปัญหาการขนส่งสินค้าจากโรงงานหนึ่งไปยังลูกค้า เพื่อให้ผลรวมค่าขนส่งต่ำสุด ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะเป็นฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ของค่าขนส่งสินค้ากับปริมาณขนส่งในแต่ละเส้นทาง ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด จะเลือกจากผลเฉลยที่ให้ผลรวมของค่าขนส่งต่ำที่สุด เราเรียกทิศทางของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในลักษณะนี้ว่า ค่าต่ำสุด (Minimization)

3. ข้อจำกัด (Constraints) เงื่อนไขข้อจำกัดหรือของปัญหา บอกให้ผู้วิเคราะห์ทราบว่าทำอะไรได้บ้าง ไม่ได้บ้าง เช่น ในการวางแผนการผลิตสินค้า อาจมีข้อจำกัดด้านแรงงานที่ใช้ในการผลิตในแต่ละสัปดาห์ หรือปริมาณความต้องการสูงสุดของสินค้าแต่ละชนิด ในตัวอย่างการลงทุน อาจมีนโยบายในการลงทุนว่า การลงทุนในธุรกิจประเภทที่ 2 มีความเสี่ยงสูงผู้บริหารอาจไม่ต้องการที่จะลงทุนมาก จึงกำหนดนโยบายว่าการลงทุนประเภทที่ 2 จะไม่เกิน 1 ล้านบาท เป็นต้น

## 2.1.2 ประเภทของตัวแบบ

การแบ่งประเภทของตัวแบบการจัดสรรทรัพยากรนั้นมีหลายแบบ ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ในการแบ่งตัวแบบ (Balakrishnan, 2007) ได้เสนอการแบ่งตัวแบบโดยเกณฑ์ต่างๆ ดังนี้

1. ตัวแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น จะเห็นว่าตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัวแปรมักจะคูณด้วยค่าคงที่แล้วนำมาบวกกันเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ หรือ สมการหรืออสมการของข้อจำกัด มีความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ตัวแบบนี้เรียกว่า ตัวแบบเชิงเส้น (Linear model) ถ้าตัวแบบที่มีความสัมพันธ์กันไม่เป็นเชิงเส้น เรียกว่า ตัวแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear model)

2. ตัวแบบเชิงจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนเต็ม ตัวแบบที่พัฒนาขึ้นมาอาจจำเป็นต้องระบุให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าตัวเลขจำนวนเต็มเท่านั้น เช่น ในการศึกษาที่ตั้งของคลังสินค้าเพื่อกระจายสินค้าสู่จังหวัด

ต่างๆในประเทศไทย อาจกำหนดตัวแปร  $X_1$  แทน การตั้งคลังสินค้าที่บริเวณ 1 หรือไม่ ถ้า  $X_2 = 1$  แสดงว่า ควรตั้งคลังสินค้าบริเวณที่ 2 ถ้า  $X_2 = 0$  แสดงว่าไม่ควรตั้งคลังสินค้าในบริเวณ 2 เราเรียกตัวแบบที่มีตัวแปรตัดสินใจต้องมีค่าเป็นจำนวนเต็มนี้ว่า ตัวแบบเชิงจำนวนเต็ม (Integer model) หากตัวแบบไม่มีข้อจำกัดเรื่องค่าของตัวแปรตัดสินใจต้องเป็นจำนวนเต็ม ตัวแบบนี้จะเป็น ตัวแบบไม่เป็นจำนวนเต็ม (Noninteger model)

3. ตัวแบบเชิงกำหนด และตัวแบบความน่าจะเป็น ตัวแบบเชิงกำหนด (Deterministic model) เป็นตัวแบบที่ประกอบด้วยค่าข้อมูลนำเข้าเป็นค่าคงที่ที่เราทราบค่าแน่นอน ดังนั้นการใช้ตัวแบบเชิงกำหนดจะมีสมมติฐานว่าข้อมูลนำเข้าที่ต้องการหรือค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบต้องมีค่าคงที่และเราสามารถทราบค่าที่แท้จริงนี้ได้ สำหรับตัวแบบความน่าจะเป็น (Stochastic model) เป็นตัวแบบที่มีค่าข้อมูลนำเข้านั้นไม่ทราบค่าแต่มีอยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของปัจจัยอื่น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่าของพารามิเตอร์จะมีการแจกแจงอย่างใดอย่างหนึ่ง

4. ตัวแบบเชิงสถิต และตัวแบบเชิงพลวัต ตัวแบบเชิงสถิต (Static model) เป็นตัวแบบที่มีตัวแปรตัดสินใจ ที่ตัวแปรตัดสินใจไม่มีความเกี่ยวข้องกับลำดับของการตัดสินใจที่มีหลายช่วงเวลา ในทางกลับกัน ตัวแบบเชิงพลวัต (Dynamic model) ที่ตัวแปรตัดสินใจมีความเกี่ยวข้องกับลำดับของการตัดสินใจที่มีหลายช่วงเวลาตัวแบบเชิงสถิตจะใช้สำหรับปัญหาที่มีการตัดสินใจขึ้นเดียว เช่น บริษัทต้องการทราบปริมาณการผลิตต่อปีในปีหน้า เป็นต้น แต่ตัวแบบเชิงพลวัตจะใช้ในปัญหาหลายชั้น เช่น การหาว่าบริษัทควรผลิตสินค้าในแต่ละเดือนในอีกสี่เดือนข้างหน้า ในกรณีนี้ปริมาณการผลิตสินค้าในเดือนที่หนึ่ง อาจจะมีผลให้มีสินค้าเหลือในคลังและจำนวนสินค้าที่ส่งผลต่อการตัดสินใจผลิตในเดือนถัดๆไป

## 2.2 การโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming) [3, 4]

### 2.2.1 ความหมายและความสำคัญของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) สามารถทำได้โดยการใช้เครื่องมือที่เรียกว่าการโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) ซึ่งเป็นวิธีที่รู้จักกันดีในชุดเครื่องมือในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่เรียกว่าการ โปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) โดยสามารถนำการโปรแกรมเชิงเส้นมาใช้งานร่วมกับระบบสนับสนุนการตัดสินใจได้ การโปรแกรมเชิงเส้นตรงเป็นเทคนิคที่รู้จักกันแพร่หลายในส่วนของการวิจัยดำเนินงาน ทั้งนี้เพราะว่าในหลายวงการได้นำวิธีการนี้มาใช้และประสบความสำเร็จมาแล้วอย่างมากมาย นักบริหาร วิศวกรหรือนักวิทยาศาสตร์ ในหลายๆหน่วยงานได้ประยุกต์ใช้วิธีการทางโปรแกรมเชิงเส้นตรง ในการแก้ปัญหาทางการจัดสรรปัจจัยหรือ

ทรัพยากร (Allocating Resource) ปัจจัยหรือทรัพยากรมีความหมายรวมถึงวัตถุดิบ กำลังคน เครื่องจักร เวลา สถานที่ เงินตรา หรือ ความรู้ความสามารถต่างๆ ปัญหาในการจัดสรรปัจจัยและทรัพยากรเกิดขึ้นเมื่อเราต้องการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่จำกัดทั้งขนาด ปริมาณ และขอบเขตการใช้งาน เพื่อให้เกิดประโยชน์แก่การตัดสินใจให้เกิดผลการดำเนินการสูงสุดของระบบองค์การหรือโครงการ (Total Effectiveness) การจัดสรรปัจจัยให้เกิดผลการดังกล่าวอาจทำได้หลายทางและหลายรูปแบบซึ่งมักจะให้ผลลัพธ์ออกมาเหมือนกัน

การโปรแกรมเชิงเส้นหรือกำหนดการเชิงเส้น เป็นเทคนิคเชิงปริมาณอย่างหนึ่งที่เป็นที่นิยมนำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในการดำเนินงานของธุรกิจปัจจุบันกำหนดการเชิงเส้นเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นในองค์กรเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่มีอยู่ในปัญหานั้นๆ โดยที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในเป้าหมายและเงื่อนไขของปัญหาจะอยู่ในรูปเส้นตรง กำหนดการเชิงเส้นมีแนวความคิดริเริ่มมาจากนักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์หลายท่านเริ่มจาก ในปี ค.ศ. 1945 ได้มีการกำหนดการเชิงเส้นไปใช้แก้ปัญหาด้านโภชนาการ ในปี ค.ศ. 1982 ฟอน นิวแมน (Von Neuman) ใช้ทฤษฎีการหาค่าต่ำสุด-สูงสุด และได้มีการพัฒนาเรื่อยมาจนกระทั่งในระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 2 กองทัพอากาศของสหรัฐอเมริกาได้นำไปใช้แก้ปัญหาด้านการขนส่ง ปรากฏว่าประสบความสำเร็จอย่างมาก จึงได้มีผู้นำไปใช้อย่างแพร่หลายในวงการทหาร อย่างไรก็ตามสิ่งที่สำคัญที่ทำให้กำหนดการเชิงเส้นเป็นที่แพร่หลายในวงการธุรกิจคือการที่ จอร์จ แคนต์ซิก (George B. Dantzig) ได้พัฒนาการวิธีการคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้นที่เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ขึ้นในปี ค.ศ. 1947 ทำให้การแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว แม่นยำและใช้แก้ปัญหาได้กว้างขวางขึ้น

การโปรแกรมเชิงเส้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในอุตสาหกรรม การธนาคาร การศึกษา การขนส่ง การเกษตร และการปิโตรเลียม การวางแผนการจัดสรรทรัพยากรโดยนำปัญหามาเขียนในรูปของตัวแทนคณิตศาสตร์จะเรียกว่า การโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) โดยคำว่า การโปรแกรม (Programming) ในที่นี้หมายถึง การวางแผน (Planning) ส่วนคำว่า คณิตศาสตร์ (Mathematical) หมายถึงตัวแทนคณิตศาสตร์ของปัญหาที่เกิดขึ้น ดังนั้น การโปรแกรมเชิงเส้น จึงเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในวางแผนเพื่อจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์ที่สุดตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ โดยทั่วไปการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable) ซึ่งแทนปริมาณของกิจกรรมต่าง ๆ ที่พิจารณาข้อจำกัด (Constraints) เป็นเงื่อนไขที่ระบุว่าปัญหานี้จะทำอะไรได้บ้าง หรือทำกิจกรรมอะไรไม่ได้บ้าง ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับข้อจำกัดของทรัพยากรที่มีอยู่ (Resource Constraints) ซึ่งเขียนในรูปความสัมพันธ์ของอัตราการใช้ทรัพยากรของแต่ละกิจกรรม และฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective

Function) แสดงถึงประสิทธิผลของการใช้ทรัพยากรเพื่อทำกิจกรรมเหล่านี้ ในกรณีที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจในข้อจำกัดและฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นแบบเชิงเส้นตรง จะเรียกการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์นี้ว่า การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming)

### 2.2.2 ลักษณะปัญหาและสมมติฐานที่ใช้ในโปรแกรมเชิงเส้นตรง[2]

กำหนดการเชิงเส้นส่วนใหญ่จะนำไปใช้เกี่ยวกับปัญหาด้านการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เช่น วัตถุดิบ แรงงาน เงิน เครื่องจักร เวลา สถานที่ เป็นต้น โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะจัดสรรทรัพยากรเหล่านี้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด หรือให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นสามารถนำไปประยุกต์กับปัญหาได้หลายลักษณะ เช่น ปัญหาการวางแผนการผลิต การจัดสรรงบประมาณ การวางแผนโฆษณา การขนส่งสินค้า การลงทุน การจัดคนเข้าทำงาน และอื่นๆ จะเห็นได้ว่าเราสามารถนำกำหนดการเชิงเส้นไปใช้เป็นเครื่องมือในการวางแผน และการตัดสินใจในหน้าที่หลักทางการบริหารทุกด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านการผลิต การเงิน การตลาด หรืองานด้านบุคลากร ทั้งนี้สมมติฐานของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง มีดังนี้

ความสามารถในการแบ่งแยกได้ (Divisibility) ตัวแปรแต่ละตัวสามารถมีค่าเป็นเศษส่วนหรือ มีค่าไม่เป็นจำนวนเต็มก็ได้ จากตัวอย่างการวางแผนการผลิตจะพบว่าปริมาณการผลิตโต๊ะญี่ปุ่นขนาดใหญ่เท่ากับ 40.71 ตัว ซึ่งมีค่าไม่เป็นจำนวนเต็ม อย่างไรก็ตาม โรงงานไม่สามารถผลิตสินค้านี้ จำนวน 40.71 ตัวได้จึงต้องมีการปัดเศษ (Round off) ค่าผลเฉลยที่ได้ให้เป็นจำนวนเต็ม หากมีความต้องการให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น จะต้องแก้ปัญหาโดยใช้ การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม (Integer Programming)

ความเป็นสัดส่วน (Proportionality) การโปรแกรมเชิงเส้นมีลักษณะสำคัญคือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของตัวแปรตัดสินใจ กล่าวคือ

1. ผลประโยชน์ที่ได้รับของฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าของตัวแปรตัดสินใจเช่น กำไรจากการขายโต๊ะญี่ปุ่นขนาดเล็ก จำนวน 1 ตัวเท่ากับ 120 บาท ถ้าขายโต๊ะประเภทนี้ 5 ตัว จะได้กำไรทั้งสิ้น  $5 \times 120 = 600$  บาท
2. หากพิจารณาที่ข้อจำกัดต่างๆ เช่นข้อจำกัดเกี่ยวกับวัตถุดิบประเภทไม้แผ่น ในการผลิตโต๊ะญี่ปุ่นขนาดเล็ก 1 ตัว ใช้ไม้แผ่น จำนวน 2.5 ตารางฟุต หากมีการผลิตโต๊ะญี่ปุ่นขนาดเล็กนี้ 10 ตัว จะต้องใช้ไม้แผ่นจำนวน  $2.5 \times 10 = 25$  ตารางฟุต

การบวกกันได้ (Additivity) ผลประโยชน์จากการทำกิจกรรมต่างๆ สามารถนำมาบวกกันได้เป็นผลประโยชน์รวม จากตัวอย่างจะเห็นว่าปริมาณผลกำไรต่อหน่วยที่ได้รับจากการผลิตโต๊ะญี่ปุ่นขนาด

เล็ก โตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่ และเก้าอี้มีพนักพิง คือ 120 200 และ 90 บาทตามลำดับ ถ้าผลิตสินค้าแต่ละประเภทจำนวน 10 ตัวกำไรที่ได้รับจากการผลิตสินค้าทั้งสามประเภทนี้สามารถรวมกันได้ ทำให้ได้ผลรวมเท่ากับ  $10 \times 120 + 10 \times 200 + 10 \times 90 = 4,100$  บาท สำหรับปริมาณของปัจจัยการผลิตหรือปัจจัยในการดำเนินกิจกรรมหนึ่งสามารถรวมกับปัจจัยการผลิตประเภทเดียวกันนี้เพื่อดำเนินกิจกรรมอื่นๆ ได้ เช่น ปริมาณไม้แผ่นที่ใช้ในการผลิตเป็นต้น ปริมาณไม้แผ่นจำนวน 2.5 ตารางฟุตที่ใช้สำหรับการผลิตโตะญี่ปุ่นขนาดเล็ก จำนวน 1 ตัว ปริมาณไม้แผ่นจำนวน 7 ตารางฟุตสำหรับผลิตโตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่จำนวน 1 ตัว และปริมาณไม้แผ่นจำนวน 3 ตารางฟุตสำหรับการผลิตเก้าอี้มีพนักพิงจำนวน 1 ตัว ถ้าผลิตโตะญี่ปุ่นขนาดเล็กจำนวน 10 หน่วย โตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่จำนวน 15 หน่วย และเก้าอี้มีพนักพิงจำนวน 20 หน่วย แล้วปริมาณไม้แผ่นที่นำมาใช้ผลิตนี้สามารถบวกกันได้ ทำให้ทราบปริมาณความต้องการไม้แผ่นเพื่อการผลิตทั้งหมดเท่ากับ  $10 \times 2.5 + 15 \times 7 + 20 \times 3 = 190$  ตารางฟุต เป็นต้น

ความแน่นอน (Certainty) ในทางปฏิบัติ พารามิเตอร์และค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ในตัวแบบ มีค่าไม่แน่นอน เช่นราคาขายสินค้าแต่ละชนิดในช่วงเวลาหนึ่ง อาจมีค่าสูงหรือต่ำขึ้นอยู่กับความต้องการของลูกค้านั้นและ/หรือจำนวนการสั่งซื้อของลูกค้านั้นแต่ละราย ชั่วโมงเครื่องจักรที่มีไว้เพื่อการผลิตอาจมีค่าไม่คงที่ เนื่องจากเครื่องจักรเสียในช่วงเวลานั้นหรือไม่เป็นต้น อย่างไรก็ตาม การใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดและนำผลเฉลยนี้ไปใช้วางแผนในอนาคต ดังนั้นการสร้างตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจะต้องประมาณค่าของพารามิเตอร์หรือสัมประสิทธิ์ให้เป็นค่าคงที่ที่เราสามารถทราบค่าได้อย่างแน่นอน

ความเป็นเชิงเส้น (Linearity) ความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจจะต้องมีความสัมพันธ์กันเป็นเชิงเส้นทั้งในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และข้อจำกัดต่างๆ ไม่มีการเขียนความสัมพันธ์อยู่ในรูปของค่าสัมบูรณ์ (Absolute value) ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล (Exponential function) หรือ ลอการิทึม (Logarithm)

ความเป็นอิสระกัน (Independence) ปริมาณยอดขายทั้งสามประเภทอิสระต่อกัน ถ้ายอดขายโตะญี่ปุ่นขนาดเล็กเพิ่มขึ้นหรือลดลงจะไม่มีผลกระทบต่อยอดขายโตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่ หรือเก้าอี้มีพนักพิง ดังนั้นผลประโยชน์ที่ได้รับในฟังก์ชันวัตถุประสงค์สำหรับแต่ละตัวแปรตัดสินใจนั้น เป็นอิสระจากกัน กล่าวคือ ไม่ว่าจะขายโตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่ หรือเก้าอี้ได้ในปริมาณเท่าใดก็ตาม กำไรจากการขายโตะญี่ปุ่นขนาดเล็ก ยังคงหาได้จาก การนำเอา กำไรต่อหน่วย ซึ่งมีค่าเท่ากับ 120 บาทต่อตัว คูณกับปริมาณขายโตะญี่ปุ่นขนาดเล็ก โดยไม่ขึ้นอยู่กับปริมาณการขายโตะญี่ปุ่นขนาดใหญ่หรือเก้าอี้ดังกล่าว

### 2.2.3 รูปแบบแทนระบบของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง [3]

รูปแบบแทนระบบทางคณิตศาสตร์ของการโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีโครงสร้างดังนี้

1. มีสมการกำหนดเป้าหมาย (Objective Function) คือ สมการแสดงความสัมพันธ์ของต้นทุน กำไร หรืออื่นๆ เพื่อให้กำหนดเป้าหมายสูงสุดหรือต่ำสุด (Maximize, Minimize)
2. มีสมการแสดงข้อบ่งชี้ (Constraints) แสดงความจำกัดของปัจจัยหรือทรัพยากร ในรูปสมการหรืออสมการ (Inequality)
3. ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการต่างของรูปแบบแทนระบบ ต้องมีลักษณะเป็นเชิงเส้นตรง (Linear Form) คือตัวแปรทุกตัวในสมการเป้าหมาย และสมการหรืออสมการของข้อบ่งชี้จะต้องมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงเป็นกำลังเดียวกัน (โดยมากเป็นกำลังหนึ่ง)
4. ตัวแปรทุกตัวต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (All Positive Value) โดยในการนำตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องศึกษาส่วนประกอบโครงสร้างต่างๆ ของตัวแบบ และสร้างตัวแบบขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นจริง โดยให้มีโครงสร้างของปัญหาครบถ้วน ในการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจะต้องประกอบด้วยโครงสร้างต่อไปนี้

- ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variable)
- ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจได้แก่สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์มักนิยามกำหนดให้เป็นตัวอักษร เช่น  $X_1, X_2, \dots, X_n$  เป็นต้น
- ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

วัตถุประสงค์ของกำหนดการเชิงเส้นจะมีวัตถุประสงค์เดียว ซึ่งอยู่ในรูปของเป้าหมายการหาค่าสูงสุด (Maximize) หรือต่ำสุด (Minimize) เช่นการทำกำไรให้สูงที่สุด ยอดขายให้สูงที่สุด ต้นทุนต่ำที่สุด เป็นต้น ในกรณีที่มีวัตถุประสงค์เกินหนึ่งวัตถุประสงค์ ต้องเลือกวัตถุประสงค์ที่สำคัญที่สุดเขียนเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ มีความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นเส้นตรงส่วนวัตถุประสงค์อื่นๆ จะดัดแปลงเป็นเงื่อนไขบังคับ

รูปแบบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ได้แก่

$$\text{Minimize } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

โดยให้

$$Z = \text{ผลรวมของฟังก์ชันวัตถุประสงค์}$$

$$C_n = \text{สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ } n \text{ ซึ่งอาจหมายถึงกำไรต่อหน่วย หรือต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ}$$



$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$$

โดยให้

$X_j$  = ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

$C_j$  = สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่  $j$  ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยที่  $j = 1, 2, \dots, n$

$a_{ij}$  = อัตราการใช้ทรัพยากรในเงื่อนไขบังคับที่  $ij$

$b_i$  = จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ของเงื่อนไขบังคับที่ โดยที่  $i = 1, 2, \dots, m$

## 2.3 ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming Model)

เนื่องจากปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่พบเห็นกันโดยทั่วไปบางปัญหาต้องกำหนดให้ตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็ม เช่น ปัญหาการลงทุนซื้ออุปกรณ์หรือเครื่องจักรเข้ามาใช้ในการทำงาน เราต้องการทราบจำนวนอุปกรณ์หรือเครื่องจักรที่ต้องการซื้อ สำหรับปัญหาการเดินทางของรถขนส่งจะกำหนดว่าถ้าสินค้าเส้นทางใดแล้วจะให้ตัวแปรแทนการขนส่งผ่านเส้นทางนั้นมีค่าเป็น 1 หากไม่ขนส่งผ่านเส้นทางดังกล่าวตัวแปรนี้จะมีค่าเป็น 0 เป็นต้นปัญหาในลักษณะนี้เราไม่สามารถกำหนดให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นเศษส่วนหรือจำนวนที่มีทศนิยมได้ แต่จะกำหนดให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น ลักษณะตัวแบบของการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแตกต่างจากการโปรแกรมเชิงเส้น ในแง่ที่ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น ซึ่งจะเป็นปัญหาการโปรแกรมนี้ว่า การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

### 2.3.1 การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแท้จริง (Pure Integer Linear Programming)

ซึ่งปัญหาประเภทนี้ ตัวแปรตัดสินใจทุกตัวต้องเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น โดยตัวแปรอาจเป็นจำนวนเต็มแบบทวิภาค (Binary integer) ที่มีค่าได้เพียง 2 ค่าเท่านั้น เช่น 0 หรือ 1 เป็นต้นซึ่งปัญหาอาจมีทั้งตัวแปรจำนวนเต็มและตัวแปรจำนวนเต็มแบบทวิภาคอยู่ในปัญหาเดียวกันก็ได้

### 2.3.2 การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer Linear Programming; MIP)

ซึ่งปัญหาประเภทนี้ ตัวแปรตัดสินใจบางตัวเป็นจำนวนเต็ม ขณะที่ตัวแปรที่เหลือไม่เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจากที่กล่าวข้างต้นการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มสามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในทางธุรกิจและอุตสาหกรรมได้มากมาย

การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มสามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในทางธุรกิจและอุตสาหกรรมได้มากมายเช่น

- ปัญหาการเลือกโครงการลงทุน
- ปัญหาการเดินทางและการขนส่ง
- ปัญหาการเลือกรูปแบบในการทำงานหรือการผลิต
- ปัญหาการจัดตารางการทำงานของพนักงาน
- การนำไปประยุกต์ใช้ในสายการผลิต



### ปัญหาการเลือกโครงการลงทุน

ในธุรกิจหรืออุตสาหกรรมมีการเลือกเพื่อจะลงทุนในโครงการต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลตอบแทนสูงสุด โดยมีเงื่อนไขในการลงทุนตามที่บริษัทหรือผู้ถือหุ้นกำหนด หรืออาจมีกฎหมายหรือนโยบายภาครัฐมาเป็นข้อจำกัดในการพิจารณาการลงทุนอีกด้วย โดยการใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นเพื่อหาจำนวนและเลือกตำแหน่งของศูนย์บริการหรือที่ตั้งของอุปกรณ์อำนวยความสะดวก เพื่อให้บริการได้ครอบคลุมพื้นที่บริการ

### ปัญหาการเลือกเส้นทางและการขนส่ง

เป็นปัญหาการเลือกเส้นทางหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในการขนส่ง เช่น การเลือกว่าควรส่งสินค้าในเส้นทางใดบ้างและไม่ส่งสินค้าในเส้นทางใดบ้างหรือ ควรใช้รถบรรทุกคันใดในการขนส่งโดยอาจพิจารณาจากต้นทุนค่าขนส่งที่ต่ำสุด การสร้างตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มสำหรับปัญหานี้จะระบุให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็ม หรือ มีค่าเป็นจำนวนเต็มแบบทวิภาค (Binary variable) เช่น ตัวแปร  $X_{ij}$  แทนเส้นทางการขนส่งสินค้าจากโรงงาน  $i$  ไปยังลูกค้า  $j$  ถ้า  $X_{ij} = 1$  แสดงว่ามีการขนส่ง ผ่านเส้นทางดังกล่าว ถ้า  $X_{ij} = 0$  แสดงว่าไม่มีการขนส่งผ่านเส้นทาง

(1) ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem, TSP) เป็นปัญหา

ในการเดินทางออกจากสถานที่หนึ่ง แล้วเดินทางไปยังเมืองต่าง ๆ ต่อเนื่องกันได้ จนครบทุกเมืองที่กำหนด แล้วจึงเดินทางกลับมา ณ เมืองเริ่มต้น ดังนั้น เส้นทางการเดินทางของพนักงานขายมีลักษณะสำคัญ คือ

- (1.1) จะผ่านเข้า-ออกแต่ละเมืองเพียงครั้งเดียว
  - (1.2) เส้นทางมีลักษณะเส้นทางปิด (Closed path) เพียง 1 เส้นทาง และ
  - (1.3) เส้นทางนี้จะต่อเนื่องกันไปจนผ่านครบทุกเมือง
- ให้  $n$  แทนจำนวนเมืองทั้งหมดที่ต้องเดินทาง

$C_{ij}$  แทนระยะทางจากเมือง  $i$  ไปยัง  $j$  โดย  $i = 1, 2, \dots, n$  และ  $j = 1, 2, \dots, n$

ตัวแปรตัดสินใจ



$$X_{ij} \begin{cases} = & 1 \text{ ถ้ามีการเดินทางจากเมือง } i \text{ ไปยังเมือง } j \\ = & 0 \text{ ถ้าไม่มีการเดินทางจากเมือง } i \text{ ไปยังเมือง } j \end{cases}$$

### ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{ค่าต่ำสุด} \quad Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

### สมการข้อจำกัด

1. พนักงานขายจะต้องเดินทางเข้าไปในแต่ละเมืองเพียง 1 ครั้ง

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad ; \quad \forall j \quad i \neq j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

2. พนักงานขายจะต้องเดินทางออกจากแต่ละเมืองเพียง 1 ครั้ง

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall i \quad i \neq j \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

3. ข้อจำกัดป้องกันการเกิดเส้นทางย่อย

$$U_i - U_j + NX_{ij} \leq N - 1 \quad \text{โดย } i \neq j \quad ; \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad \text{และ } U_i, U_j \geq 0 \quad (2.3)$$

4. ข้อจำกัดตัวแปรตัดสินใจแบบทวิภาค

$$X_{ij} = \{0, 1\} \quad \forall ij \quad \text{โดย } i \neq j \quad (2.4)$$

ข้อสังเกต ตัวแบบข้างต้นนี้ หากไม่มีข้อจำกัด (2.4) ปัญหานี้จะเป็น ปัญหาการจัดสรรงาน

(Assignment problem)

(2) ปัญหาการเลือกเส้นทางการขนส่ง เป็นปัญหาการเลือกเส้นทางหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในการขนส่ง เช่น การเลือกว่าควรส่งสินค้าในเส้นทางใดบ้างและไม่ส่งสินค้าในเส้นทางใดบ้าง หรือ ควรใช้รถบรรทุกคันใดในการขนส่งโดยอาจพิจารณาจากต้นทุนค่าขนส่งที่ต่ำสุด การสร้างตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มสำหรับปัญหานี้จะระบุให้ตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็ม หรือ มีค่าเป็นจำนวนเต็มแบบทวิภาค (Binary variable) เช่น ตัวแปร  $X_{ij}$  แทนเส้นทางการขนส่งสินค้าจากโรงงาน  $i$  ไปยังลูกค้า  $j$  ถ้า  $X_{ij} = 1$  แสดงว่ามีการขนส่ง ผ่านเส้นทางดังกล่าว ถ้า  $X_{ij} = 0$  แสดงว่าไม่มีการขนส่งผ่านเส้นทางดังกล่าว การประยุกต์ใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มสำหรับปัญหาการขนส่งนั้น มีการใช้งานอย่างแพร่หลาย อาทิเช่น การศึกษาของ Kuo and Nicholls (2007) เพื่อช่วยรถไฟ เพิ่มประสิทธิภาพการใช้กลุ่มยานพาหนะในการขนส่งสินค้าทางรถไฟ Kuo and Nicholls ได้เสนอตัวแบบ

การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มเพื่อระบุแผนต้นทุนต่ำสุดของการสรรจัดยานพาหนะสำหรับการขนย้ายสัมภาระไปยังพื้นที่ที่ต้องการ โดยตัวแบบมีวัตถุประสงค์คือ ต้นทุนรวมต่อสัปดาห์ของค่าจ้างพนักงานและค่าเชื้อเพลิง และมีข้อจำกัดหลัก คือ จำนวนเครื่องยนต์และอุปกรณ์ที่ใช้งานได้ และจำนวนที่จะต้องเข้าซ่อมบำรุงเชิงป้องกัน

ปัญหาการเลือกรูปแบบในการทำงานหรือการผลิต

การเลือกรูปแบบการตัดวัตถุดิบที่มีขนาดคงที่ ซึ่งอาจอยู่ในรูปมิติเดียวเช่น ม้วนกระดาษม้วนผ้า ถ้าไม้ไผ่ เป็นต้น วัตถุดิบบางชนิดอาจต้องพิจารณาในสองมิติ คือทั้งความกว้างและความยาว เช่น ไม้อัดแผ่น ฝ้าฉิน เป็นต้น รูปแบบการตัดอาจทำได้หลายรูปแบบ ปัญหาในลักษณะนี้มักให้ตัวแปรตัดสินใจแทนจำนวนการตัดด้วยรูปแบบแต่ละอย่าง ซึ่งวัตถุประสงค์การเลือกรูปแบบที่เหมาะสมมักจะพยายามให้เหลือเศษน้อยที่สุด เพราะเศษที่เหลือเหล่านี้ไม่สามารถนำมาใช้เป็นวัตถุดิบในการผลิตได้อีกต่อไป Yazgac and Ozdemir (2004) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาการจัดลำดับชิ้นงานการผลิตเฟอร์นิเจอร์ที่ทำจากไม้อัด โดยใช้เครื่องจักรแบบอัดโนมิติ 4 ชั้นตอนคือ การตัด การอัดกาวเชื่อมตะเข็บ การเจาะ และการกลึง ในขั้นตอนการตัดไม้อัดแผ่นผู้วิจัยได้ใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มในการเลือกรูปแบบการตัด(Cutting pattern) โดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่จะทำให้เหลือเศษน้อยที่สุดโดยมีจำกัดคือ ปริมาณชิ้นงานที่ตัดนั้นเพียงพอกับปริมาณสินค้าที่ต้องการผลิต และปริมาณแผ่นไม้อัดที่มีอยู่ เช่นเดียวกับ Jensen (2003) ได้แสดงตัวอย่างปัญหาการเลือกรูปแบบการตัดกระดาษที่เหมาะสม เพื่อให้เศษที่เหลือหรือขอบที่เหลือให้น้อยที่สุด โดยพิจารณาปริมาณความต้องการสินค้าและปริมาณวัตถุดิบที่มีอยู่

ปัญหาการจัดตารางการทำงานของพนักงาน

ปัญหาการวางแผนกำลังคนเป็นการวางแผนเพื่อจัดสรรให้พนักงานทำงานให้สอดคล้องกับความต้องการพนักงาน ซึ่งผลของการวางแผนจะได้ตารางการปฏิบัติงานของพนักงาน เพื่อให้พนักงานมาทำงานตามเวลาที่กำหนดปัญหาการวางแผนการปฏิบัติงาน เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นใน 3 ลักษณะคือ

1. ปัญหาการกำหนดว่าในแต่ละวันควรมีพนักงานกี่กลุ่มที่เข้าทำงานในช่วงเวลาต่าง ๆ ตามความต้องการแรงงานที่กำหนด ซึ่งเรียกว่าการทำงานเป็นกะ
2. ปัญหาการกำหนดจำนวนและตารางการทำงานของพนักงาน เพื่อทำให้ต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายในการจ้างงานต่ำสุด ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าพนักงานแต่ละคนจะมีจำนวนวันหยุดในแต่ละสัปดาห์ตามกำหนด ซึ่งเรียกว่าการทำงานเป็นรอบ
3. ปัญหาการจัดตารางทำงานของพนักงานนำเที่ยว และการผสมผสานปัญหาในข้อ (1) และ (2) เพื่อให้สามารถจัดสรรงานในพนักงานแต่ละคน

การนำไปประยุกต์ใช้ในสายการผลิต

ในสายการประกอบเพื่อผลิตสินค้าต่าง ๆ เช่น โทรทัศน์ วิทยุ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น การประกอบสินค้าเหล่านี้ ประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ มากมาย ขั้นตอนหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งขั้นตอนจะถูกดำเนินการโดยสถานีการทำงานเดียวกัน โดยมีลำดับขั้นตอนการทำงานตามที่กำหนดไว้ หรือที่เรียกว่าความสัมพันธ์ก่อน-หลัง ซึ่งจะระบุว่างานใดต้องทำให้เสร็จก่อนจึงจะดำเนินการในขั้นตอนหรืองานนี้ได้ โดยปกติแล้วบริษัทจะกำหนดเวลาในการผลิตสินค้าของแต่ละสถานีทำงาน ซึ่งเราเรียกว่า รอบระยะเวลาการผลิต เป็นค่าคงที่ค่าหนึ่ง เพื่อให้บริษัทสามารถผลิตสินค้าให้ได้ปริมาณตามที่ต้องการ

## 2.4 ต้นทุนการขนส่ง

### 2.4.1 ต้นทุนการขนส่ง [5]

ต้นทุนที่เกิดขึ้นจากการขนส่งสามารถจำแนกออกเป็นหลายประเภท ตามลักษณะของกิจกรรมที่เกิดขึ้น ผลให้เกิดต้นทุน ดังนี้

ต้นทุนคงที่ (Fixed Cost) เป็นต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใดๆตามการผลิต ไม่ว่าจะทำการผลิตหรือไม่ผลิตก็ตาม ต้นทุนนี้จะเกิดขึ้นเป็นจำนวนที่คงที่ ต้นทุนนี้ถึงแม้จะมีการผลิตเป็นจำนวนมากหรือจำนวนน้อยเพียงใด ก็จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในอัตราเท่าเดิมอยู่ตลอดเวลา เช่น ค่าเช่าที่ดิน อาคาร ค่าประกันภัย ค่าทะเบียนยานพาหนะ ค่าเสื่อมราคา เงินเดือนประจำ ค่าใบอนุญาตเช่าสถานที่ เป็นต้น ในบางครั้งต้นทุนประเภทนี้อาจเรียกชื่อได้อีกอย่างอื่นอีก เช่น ค่าใช้จ่ายคงที่ (Constant Cost) หรือ ค่าโสหุ้ย (Overhead Cost) ต้นทุนชนิดนี้แม้จะให้บริการมากน้อยเพียงใดหรือไม่ได้ให้บริการเลย ก็ต้องเสียเป็นจำนวนเท่ากัน เป็นต้น

ต้นทุนผันแปร (Variable Cost) เป็นต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายที่จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามปริมาณของการขนส่ง อาจเรียกชื่อเป็นอย่างอื่นได้อีก คือต้นทุนดำเนินงาน (Operation Cost) ถ้าให้บริการขนส่งมากต้นทุนชนิดนี้ก็มากด้วย ถ้าผลิตบริการขนส่งน้อยต้นทุนนี้ก็น้อย ถ้าไม่ให้บริการเลยก็ไม่ต้องจ่ายต้นทุนนี้เลย ต้นทุนผันแปร ได้แก่ ค่าน้ำมันเชื้อเพลิง ค่าซ่อมแซม ค่าน้ำมันหล่อลื่น ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง เป็นต้น

ต้นทุนรวม (Total Cost) เป็นต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายต่างๆ โดยคิดทั้งต้นทุนคงที่และต้นทุนผันแปรรวมกัน ถือเป็นต้นทุนของการบริการทั้งหมด ในการขนส่งถือว่าเป็นต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นสำหรับการขนส่งสินค้า โดยไม่สามารถจะแยกออกได้ว่าต้นทุนของการขนส่งสินค้าหรือบริการแต่ละอย่างแต่ละประเภทนั้นเป็นเท่าใด เช่น การขนส่งทางรถไฟ โดยรถขบวนหนึ่งอาจมีทั้งผู้โดยสาร สินค้าและบริการอยู่ในขบวนเดียวกัน ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจะเป็นต้นทุนร่วมกัน เพราะไม่สามารถจะ

แยกออกได้ว่าเป็นต้นทุนในการขนส่งผู้โดยสาร หรือเป็นต้นทุนสำหรับการขนส่งสินค้าและบริการ เป็นต้น ดังนั้นต้นทุนที่เกิดขึ้นในการขนส่งเที่ยวหนึ่ง ก็ควรจะแบ่งสรรไปยังสินค้าแต่ละชนิดที่ขนส่ง ในเที่ยวหนึ่ง การที่ต้องแบ่งสรรต้นทุนเช่นนี้ก็จะเป็ประโยชน์แก่ธุรกิจ เพื่อจะได้ทราบว่าสินค้าแต่ละประเภทที่ดำเนินการอยู่นั้นมีต้นทุนและให้กำไร เพียงใด ต้นทุนร่วมที่สามารถแยกแยะได้ชัดเจน เช่น ค่าน้ำมันซึ่งอาจคิดเฉลี่ยค่าน้ำมันแต่ละเที่ยวไปตามน้ำหนักบรรทุกสินค้า เป็นต้น

ต้นทุนที่วกลับ (Backhaul Cost) เป็นต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายที่ได้รวมเอาลักษณะของ ค่าเสียโอกาส (Opportunity Cost) เข้าไปด้วย ถือเป็นค่าชดเชยที่ต้องทำให้เสียโอกาสขึ้น ในกรณีของการขนส่งหมายถึง การที่ต้องบรรทุกผู้โดยสาร สินค้าหรือบริการ ไปส่งยังจุดหมายปลายทางแล้ว ในเที่ยวกลับนั้นไม่ได้บรรทุกอะไรกลับมาเลย กรณีนี้จึงต้องมีการคิดถึงต้นทุนที่วกลับรวมไว้ใน การคิดต้นทุนค่าบริการขนส่งด้วย ซึ่งในบางครั้งลักษณะเช่นนี้ ถือว่าการสูญเปล่าได้เกิดขึ้นและถือ เป็นการขนส่งที่ไม่ทำให้เกิดการประหยัอีกด้วย ผู้ประกอบการขนส่งต้องคำนึงถึงต้นทุนที่วกลับ ด้วย หรือในกรณีของธุรกิจที่มีรถบรรทุกสินค้าเองก็ควรคำนึงถึงต้นทุนนี้ด้วยเช่นกัน

#### 2.4.2 โครงสร้างต้นทุนในการประกอบกิจการเดินรถโดยสารประจำทาง[6]

ต้นทุนในการดำเนินการขนส่ง โดยรถโดยสารประจำทางนั้นแบ่งเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ ค่าใช้จ่ายคงที่ (Fixed Cost) และค่าใช้จ่ายในการดำเนินการ (Ruing Cost)

ค่าใช้จ่ายคงที่ หมายถึง ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเป็นประจำแม้ว่าจะไม่มีการใช้รถก็ตาม ประกอบด้วยต้นทุนในการจัดการโดยสารประจำทาง ค่าดอกเบี้ย ค่าภาษี ค่าประกัน ฯลฯ ซึ่งต้นทุนนี้จะถูกคำนวณเป็นรายจ่ายเฉลี่ยต่อเดือนหรือต่อปี

ค่าใช้จ่ายในการดำเนินการ หมายถึง ต้นทุนที่แปรเปลี่ยนไปตามสภาพการดำเนินการ หรือเมื่อมีการใช้งานของรถโดยสารประจำทางนั่นเอง ประกอบด้วย ค่าน้ำมันเชื้อเพลิง ค่าน้ำมันหล่อลื่น ค่าบำรุงรักษา ค่าสึกหรอของยาง

ต้นทุนการประกอบกิจการขนส่งจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับปัจจัยดังต่อไปนี้

ยานพาหนะที่ใช้ในการขนส่ง หมายถึง ราคาของยานพาหนะรวมทั้งประสิทธิภาพของยานพาหนะ ที่มี ความแตกต่างกัน เช่นการเผาผลาญน้ำมันเชื้อเพลิง การบำรุงรักษา เป็นต้น

ปริมาณการใช้ยานพาหนะ หมายถึง ระยะทางในการนำรถโดยสารมาวิ่งตลอดปี ซึ่งหากนำมาใช้ขนส่ง มาก ก็ส่งผลต่อต้นทุนคงที่ต่อหน่วยต่ำลง

สภาพการดำเนินการ เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อค่าใช้จ่ายในการดำเนินการเปลี่ยนแปลงได้ เหมือนกันขึ้นกับสภาพภูมิประเทศ ความขรุขระของผิวดิน สภาพการจราจรติดขัด เป็นต้น

โดยปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้นนั้นสามารถนำสู่กระบวนการวิจัยเพื่อวิเคราะห์ถึงต้นทุนที่แท้จริงของการประกอบการเดินรถโดยสารได้โดย Stophor [7] ได้สร้างแบบจำลองในการวิเคราะห์ต้นทุนของการเดินรถโดยสารประจำทาง ดังสมการที่ 2.5 โดยต้นทุนทั้งหมดสำหรับการเดินรถโดยสารประจำทางนั้น เกิดจากผลรวมของค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงต่อหน่วยของกิจกรรมต่างๆ คูณกับระยะทางหรือเวลาสำหรับทำกิจกรรมนั้น รวมทั้งต้นทุนคงที่อันเกิดจากการจัดการโดยสายและค่าใช้จ่ายในสำนักงาน

$$\text{Cost} = a_1 \cdot \text{VMT} + a_2 \cdot \text{VHT} + a_3 \cdot \text{PKBS} + a_4 \cdot \text{PASS} + \text{FIX} \quad (2.5)$$

โดยที่

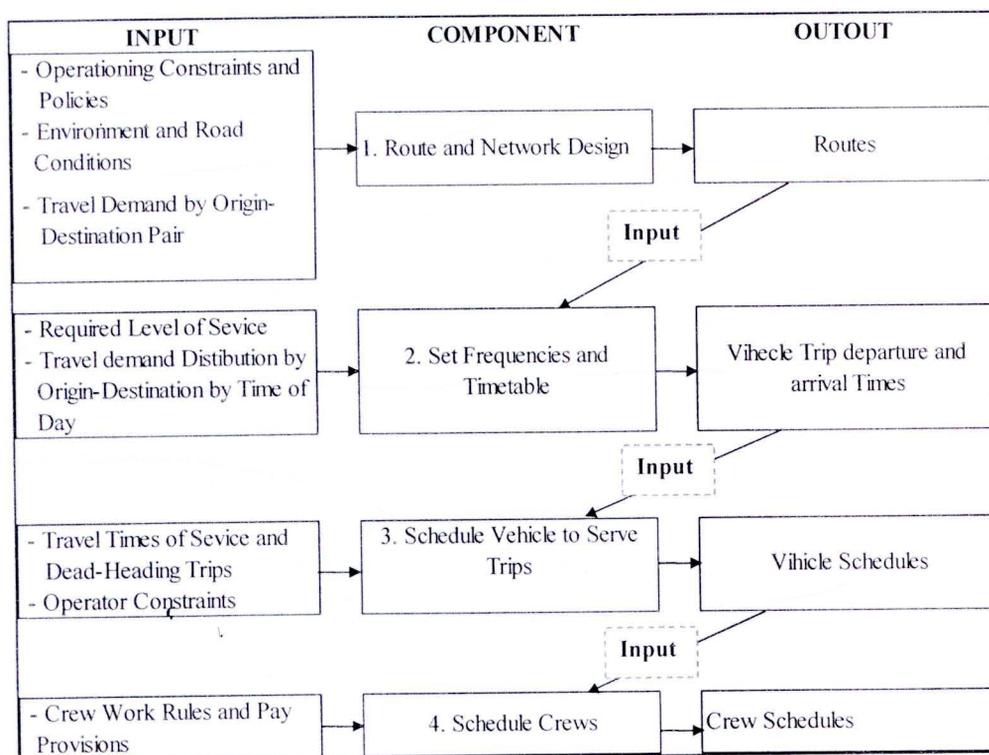
- VMT = ระยะทางในการเดินรถโดยสารตลอดวัน (Annual Vehicles Miles of Travel)
- VHT = ระยะเวลาที่ใช้ในการเดินรถโดยสารตลอดวัน (Annual Vehicles Hours of Travel)
- PKBS = ระยะเวลาของชั่วโมงคับคั่งในช่วงบ่ายเฉลี่ยต่อวัน (Average p.m. Weekday Peak Bus Requirement)
- PASS = จำนวนผู้โดยสารตลอดวัน (Annual Passenger Boarding)
- FIX = ต้นทุนคงที่ต่อวัน (Total Annual Fixed Costs)
- $a_1, a_2, a_3, a_4$  = ค่าใช้จ่ายต่อหน่วยของแต่ละตัวแปร

จากงานวิจัยข้างต้นจำเป็นต้องอาศัยการเก็บข้อมูลที่มีรายละเอียดสูง ซึ่งในทางปฏิบัตินั้นจะทำได้ยาก และยังมีอีกวิธีที่สามารถใช้ในการวิเคราะห์ถึงต้นทุนในการเดินรถโดยสารได้เช่นเดียวกัน โดยใช้วิธีการสอบถามผู้ประกอบการถึงค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น ไม่ว่าจะเป็น ค่าซ่อมบำรุง ค่าน้ำมันเชื้อเพลิง ค่าน้ำมันหล่อลื่น แล้วแปลงให้เป็นต้นทุนแปรผันต่อหน่วยระยะทางเดินโดยสารประจำทาง ค่าภาษี ค่าดอกเบี้ย รวมถึงวิเคราะห์ค่าเสื่อมราคา รัชนี นันทวัฒนาศิริชัย [8] ได้ทำการศึกษา ถึงต้นทุนของการประกอบกิจการเดินรถโดยสารประจำทางจังหวัดพิษณุโลก ของผู้ประกอบการรายเดียว ที่มีเส้นทางให้บริการจำนวน 13 เส้นทาง ให้บริการด้วยรถโดยสารปรับอากาศขนาดกลาง 30 ที่นั่ง จำนวน 28 คัน และรถโดยสารธรรมดาจำนวน 42 คัน สรุปได้ว่า ผู้ประกอบการมีค่าใช้จ่ายคงที่ในการจัดการและค่าใช้จ่ายในสำนักงานรวมกันโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1,121 บาทต่อวัน ส่วนค่าใช้จ่ายแปรผันในการใช้รถโดยสารปรับอากาศและธรรมดาคิดเป็น 3.39 และ 2.80 บาทต่อวันต่อกิโลเมตร ตามลำดับ

## 2.5 การบริหารจัดการระบบขนส่งสาธารณะ

Coder และ Wilson [9] ได้ระบุถึงกระบวนการบริหารจัดการระบบขนส่งสาธารณะไว้ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบที่สำคัญคือ (1) การออกแบบเส้นทาง และ โครงข่าย (2) การจัดความถี่หรือระยะเวลาห่างในการปล่อยรถ (3) การกำหนดตารางเดินรถในแต่ละเที่ยว และ (4) การกำหนดตารางเวลาปฏิบัติงานของพนักงานเดินรถ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 กระบวนการบริหารจัดการระบบขนส่งสาธารณะ โดยมีรายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบดังนี้

1. การออกแบบเส้นทางและ โครงข่าย (Route and Network Design) จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลพื้นฐานในหลายด้าน เช่น ข้อกำหนด กฎหมาย สภาพของถนน ความต้องการในการเดินทาง
2. การจัดความถี่หรือตารางเดินรถ (Set Frequencies and Timetable) คือการกำหนดความถี่ของการเดินรถ หรือการจัดระยะห่างของการปล่อยรถของแต่ละเส้นทาง ให้ตรงกับจำนวนผู้โดยสารที่มีความต้องการเดินทาง ซึ่งอยู่ภายใต้ในการดำเนินการของนักวางแผน Giannacopoulos [10] ได้ระบุไว้ว่าการจัดทำตารางเวลานั้นควรมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ ตามการเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้โดยสารในระบบโดยทั่วไปจะปรับเปลี่ยน 2 ครั้งต่อปี
3. การกำหนดเวลาเดินรถแต่ละคัน (Vehicle Scheduling) วัตถุประสงค์หลักของการกำหนดเวลาเดินรถแต่ละคันนั้น ต้องการบริหารการเดินรถให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด ใช้รถจำนวนน้อยที่สุด ซึ่งอาจมีการหมุนเวียนระหว่างเส้นทางในช่วงชั่วโมงคับคั่ง (Peak Hours) โดยอาศัยข้อมูลของตารางเดินรถในแต่ละเส้นทาง ระยะเวลาเดินรถในแต่ละเส้นทาง หรือระยะห่างระหว่างเส้นทาง (Dead – Heading Trips) รวมถึงเวลาสำหรับเติมน้ำมัน การซ่อมบำรุง เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ โดยมีเป้าหมายให้รถแต่ละคันสามารถวิ่งบนเส้นทาง จากจุดเริ่มต้นถึงสถานีปลายทางได้ตรงตามตารางเดินรถ (Timetable) ที่กำหนดไว้
4. การจัดตารางปฏิบัติงานของพนักงาน (Crew Scheduling) เป็นการจัดการเกี่ยวกับชั่วโมงการปฏิบัติงานของพนักงาน ระยะเวลาในระหว่างชั่วโมงปฏิบัติงานของพนักงานแต่ละคน ซึ่งเป็นประโยชน์แก่ผู้ประกอบการเดินรถในการบริการทรัพยากรบุคคลให้เกิดประสิทธิภาพและเกิดค่าใช้จ่ายในการดำเนินการน้อยสุด



รูปที่ 2.1 กระบวนการบริหารจัดการระบบขนส่งสาธารณะ (Ceder และ Willon, 1997)

### 2.5.1 ผลกระทบจากการปรับเปลี่ยนตารางเวลาเดินรถโดยสารประจำทางสาธารณะ

วัตถุประสงค์ของการจัดตารางเวลาก็คือ การปรับเปลี่ยนการบริการของผู้ประกอบการเดินรถโดยสารสาธารณะเพื่อพัฒนาให้มีประสิทธิภาพในการให้บริการดีขึ้น โดยมีเป้าหมายหลักเพื่อให้ต้นทุนที่ใช้กับคุณภาพของการบริการนั้นมีความสมดุลกัน โดยอาศัยหลักการจัดสรรความจุของระบบที่มีอยู่ให้เหมาะสมกับความต้องการในการเดินทางของประชาชน

ในการปรับเปลี่ยนตารางเวลาและความถี่นั้นสามารถทำได้หลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการปรับช่วงเวลาในการให้บริการ การปรับระยะห่างในการปล่อยรถ หรือการปรับเปลี่ยนระยะเวลาเข้าถึงหรือ ออกจากป้ายหยุดรับส่ง รูปแบบการปรับเปลี่ยนของตารางเวลาและความถี่สามารถแบ่งได้ 6 รูปแบบ[11] ดังนี้

การปรับความถี่ในการให้บริการ (Frequency Change) เพิ่มหรือลดความถี่ในการให้บริการในแต่ละชั่วโมง ปรับเปลี่ยนระยะเวลาห่างของรถแต่ละคันเพื่อให้เวลารอคอยรถสั้นลง ส่วนใหญ่ใช้ในชั่วโมงคับคั่ง

การปรับเปลี่ยนชั่วโมงให้บริการ (Service Hours Change) เพิ่มหรือลดช่วงเวลาในแต่ละวัน เช่นวันอาทิตย์อาจมีการปรับลดชั่วโมงบริการในช่วงเช้าโดยการเริ่มให้บริการสายขึ้น และขยายเวลาในการบริการช่วงเย็นให้ดึกขึ้น

การปรับเปลี่ยนความถี่พร้อมทั้งค่าโดยสาร (Frequency Change with Fare Change) การเปลี่ยนแปลงของความถี่นั้นมาซึ่งการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของค่าโดยสาร เมื่อเพิ่มความถี่ในการให้บริการสิ่งที่จะต้องปรับไปพร้อมๆ กันคือ การลดค่าโดยสารลงเพื่อต้องการดึงดูดให้ผู้โดยสารหันมาใช้มากขึ้น ในทางกลับกันเพื่อเพิ่มค่าโดยสารจำนวนผู้โดยสารย่อมลดลงต้องปรับความถี่ให้น้อยลง

การปรับความถี่ของรถให้มีความสัมพันธ์กัน (Combine Service Frequencies) เป็นการผสมผสานตารางเวลาของรถสาธารณะต่างชนิดกัน หรือต่างสายทางกัน โดยพิจารณาถึงความต้องการเดินทางกลุ่มของผู้โดยสารที่สนใจ โดยมีการปรับเปลี่ยนเวลาในการเข้าถึง หรือออกจากป้ายหยุดรับส่งให้ผู้โดยสารมีความสะดวก และลดเวลาในการรอคอยที่จะเชื่อมต่อกับระบบขนส่งอื่น

การปรับตารางเวลาเดินรถ (Regularized Change) เป็นการจัดการตารางเวลาเดินรถใหม่ซึ่งรวมถึงการปรับความถี่ในการให้บริการ โดยเน้นไปที่เวลาเข้าถึง หรือออกจากป้ายหยุดรับส่งหรือจุดเชื่อมต่อที่สามารถจดจำง่าย โดยใช้เทคนิคของการลดเวลารอคอยหรือเวลาในการเชื่อมต่อเพื่อทำให้ระยะเวลาเดินทางโดยรวมของผู้โดยสารที่จำเป็นต้องเปลี่ยนเส้นทางนั้นน้อยที่สุด

ความแน่นอนของการให้บริการ (Reliability Change) ซึ่งเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับความล่าช้า เวลาเข้าออกจากป้ายหยุดรับส่ง ตามตารางเวลา การขาดหายไปของเที่ยวเดินรถ ทำให้เกิดความไม่แน่นอนของการบริการ และกระทบกับเวลารอคอยของผู้โดยสารโดยตรง

ดังนั้นผลกระทบผู้ใช้บริการที่เกิดจากการปรับเปลี่ยนความถี่หรือตารางเวลาเดินรถโดยสารประจำทางก็ย่อมแตกต่างกันตามรูปแบบของปรับเปลี่ยนบริการ Holland [12] ได้สรุปข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการปรับความถี่ในการให้บริการไว้ว่า โดยปกติการเพิ่มขึ้นของจำนวนเที่ยวเดินรถจะทำให้จำนวนผู้โดยสารนั้นเพิ่มขึ้นตามไปด้วย แต่ก็ยังมีข้อกีดกันอื่นในแง่ของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนผู้โดยสารกับจำนวนเที่ยวที่สำรวจได้ จึงได้มีการสำรวจปัจจัยที่ทำให้ผู้โดยสารเพิ่มขึ้นในแง่ของคุณภาพในการบริการผลคือ จำนวนผู้โดยสารที่เพิ่มขึ้นนั้นมาจากผู้โดยสารในเส้นทางอื่น (Route Choice) เปลี่ยนมาใช้บริการในเส้นทางที่ได้มีการปรับเพิ่มจำนวนเที่ยว ซึ่งไม่ใช่ผู้โดยสารที่มาจาก การเปลี่ยนรูปแบบของการเดินทาง (Mode Choice) นั่นคือ การปรับความถี่ในการให้บริการเพียงอย่างเดียวนั้นไม่สามารถดึงดูดให้ผู้เดินทางด้วยรถยนต์ส่วนตัว หรือระบบขนส่งสาธารณะอื่นๆ เปลี่ยนมาใช้

บริการนี้ได้ ยกตัวอย่างเช่น Los Angeles ปี ค.ศ.1998 [13] ได้ทำการปรับปรุงความถี่ในการให้บริการของรถโดยสารประจำทาง Big Blue Line เส้นทางสาย Lincoln Boulevard Route ที่เชื่อมต่อระหว่าง Los Angeles International Airport ผู้ตัวเมือง Santa Monica ในระหว่างเวลา 6.00 น. ถึง 18.00 น. โดยปรับระยะห่างของรถแต่ละคันจากเดิม 20 นาที เป็น 10 นาที เท่ากันตลอดช่วงเวลาให้บริการ จากเดิมก่อนทำการปรับปรุงจำนวนผู้โดยสารที่ใช้บริการต่อชั่วโมงสูงสุดมีค่าเท่ากับ 66.1 คนต่อชั่วโมง ภายหลังทำการปรับปรุง 5 เดือน สถิติจำนวนผู้โดยสารที่ใช้บริการต่อชั่วโมงมีค่าเท่ากับ 64.5 ซึ่งมีค่าความยืดหยุ่นเท่ากับ +0.97 โดยจำนวนผู้โดยสารที่เพิ่มขึ้นนั้นมาจากผู้โดยสารประจำทางในสาย Green Line และกลุ่มผู้โดยสารใหม่ที่สนใจเดินทางด้วยรถประจำทางจากสนามบินผู้ตัวเมือง Santa Monica และพื้นที่ใกล้เคียงเส้นทาง ทำให้รถสาย Lincoln Boulevard ได้กำไรเพิ่มมากขึ้นจากการปรับปรุงความถี่ในการให้บริการ และอีกตัวอย่างของการปรับเพิ่มความถี่ของการให้บริการรถโดยสารประจำทางของเมือง Charlottesville, Virginia [14] ที่ปรับเพิ่มความถี่ในการเดินรถ 2 เท่าของความถี่เดิมในชั่วโมงคับคั่ง ของเส้นทางเดินรถโดยสารประจำทาง 2 สาย ทำให้ระยะทางบริการเดินรถโดยรวมเพิ่มขึ้นจากเดิมร้อยละ 10 เป็นระยะเวลา 1 ปี การสำรวจพบว่ามีจำนวนผู้โดยสารเพิ่มขึ้นสูงสุดร้อยละ 28.9 เมื่อวิเคราะห์ความยืดหยุ่นของการบริการจากระยะทางเดินรถที่เปลี่ยนแปลงไปมีค่าเท่ากับ +0.33 หากพิจารณาทางการตลาดจะถือว่าจำนวนผู้โดยสารเพิ่มขึ้นน้อยมากเมื่อเทียบกับต้นทุนในการปรับปรุงคุณภาพการบริการ ซึ่งในรายงานได้อธิบายถึง สภาพรถที่ทรุดโทรม มีอายุเฉลี่ย 6 ถึง 21 ปี ที่เป็นสาเหตุทำให้เกิดความไม่แน่นอนของการเดินรถ

## 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กรองกาญจน์ ปิยะไพโร [6] ศึกษาผลการปรับปรุงการให้บริการเดินรถโดยสารประจำทางโดยอาศัยแนวทางการบริหารจัดการเดินรถให้มีประสิทธิภาพ และสร้างแบบจำลองสำหรับการจัดตารางเดินรถด้วยเทคนิคการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสำหรับวิเคราะห์จำนวนเที่ยว ที่จะทำให้ผู้ประกอบการได้รับผลกำไรสูงสุด ภายใต้สมการข้อบังคับที่คำนึงถึงคุณภาพการให้บริการ เวลาการรอคอย และจำนวนที่นั่งที่เพียงพอของผู้โดยสาร ผลลัพธ์มีความถูกต้องน่าเชื่อถือสามารถช่วยผู้ประกอบการสามารถลดต้นทุนในการประกอบการลงได้

ฐานันต์ เอี่ยมอ่อน [15] ศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาการกำหนดเส้นทางการบินและเที่ยวบินภายในประเทศ โดยใช้ทฤษฎีของการ โปรแกรมเชิงเส้นแบบจำนวนเต็มด้วยเทคนิค Branch-and-Bound และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Super Lindo ช่วยแก้ปัญหาการจัดตารางการบิน มีผลทำให้ต้นทุนโดยรวมลดลง มีการใช้ประโยชน์จากเครื่องบินทั้งหมดได้เต็มประสิทธิภาพ

สนณรงค์ สุอังคะ [16] ทำการศึกษาแนวทางการปรับปรุงการให้บริการรถโดยสารประจำทางในเขตเทศบาลนครราชสีมา โดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สำหรับวิเคราะห์หาเที่ยวการเดินทางโดยรถโดยสาร ในแต่ละช่วงเวลา โดยการทดลองปรับเปลี่ยนประเภทรถโดยสาร และทดลองจัดเที่ยวการเดินทางใหม่ ให้มีความสม่ำเสมอของการปล่อย ลดการรอคอยและสร้างแบบจำลองพฤติกรรมการเดินทางเพื่อทำนายสัดส่วนการเดินทาง

นันทน์ภัต โตคติเทพย์ [17] พัฒนาระบบงานการจัดตารางทำงานที่เหมาะสมที่สุดของลูกเรือสายการบิน ซึ่งปัญหาการจัดตารางทำงานเป็นปัญหา Binary Integer Programming ใช้วิธีการแตกกิ่งและการจำกัดขอบเขต Bran and Bound และใช้ MATLAB ในการแก้ปัญหา ผลลัพธ์สามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วภายในไม่กี่วินาที และรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้กับการจัดตารางอื่นๆ เช่น จัดรถโดยสาร เป็นต้น

A.Ceder [18] ได้ศึกษาปัญหาการจัดตารางเวลารถโดยสารสาธารณะกับการเชื่อมต่อสูงสุด โดยพยายามเพิ่มจำนวนรถโดยสารแต่ละป้ายเพื่อรองรับผู้โดยสารที่มาใช้บริการจริง ปัญหาเป็นแบบ NP-Hard ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นแบบผสมใช้วิธีฮิวริสติกอัลกอริทึมในการพัฒนาและแก้ปัญหา ร่วมกับโปรแกรม Turbo-Pascal ทดลองใช้กับบริษัทอิสราเอลได้ผลที่ดี

Shangyao Yan [19] ทำการวิจัยและพัฒนาการกำหนดเที่ยวบินระยะสั้น ด้วยตัวแปรส่วนแบ่งการตลาดสำหรับสายการบินได้หวั่น การแก้ปัญหาเส้นทางการบินและตารางการบิน โดยโมเดลเป็นรูปแบบไม่เชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม ปัญหาเป็น NP-Hard ซึ่งยากในการแก้ปัญหา ได้พัฒนาฮิวริสติกซึ่งเป็นการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผลการทดสอบของสายการบินรายใหญ่ๆ ในได้หวั่น แสดงให้เห็นว่าการเป็นแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพที่ดี