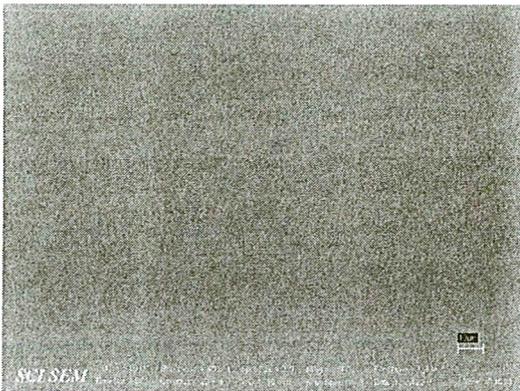


บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล

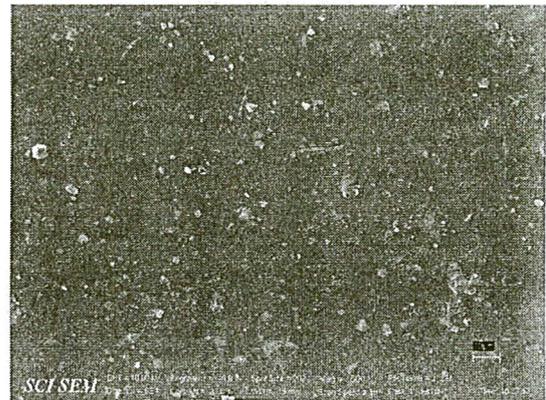
4.1 การกระจายตัวของแคลเซียมคาร์บอเนตในเนื้อฟิล์ม

เมื่อนำแผ่นฟิล์มพอลิเมอร์ของแต่ละสูตรผสมจากการขึ้นรูป ไปทำการส่องกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด เพื่อดูการกระจายตัวของแคลเซียมคาร์บอเนตในเนื้อฟิล์มว่ามีการกระจายตัวที่สม่ำเสมอหรือไม่ เนื่องจากการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอของแคลเซียมคาร์บอเนตจะเป็นผลทำให้สมบัติเชิงกลและสมบัติการซึมผ่านก๊าซของแผ่นฟิล์มไม่ได้ตามที่ต้องการ

(ก)



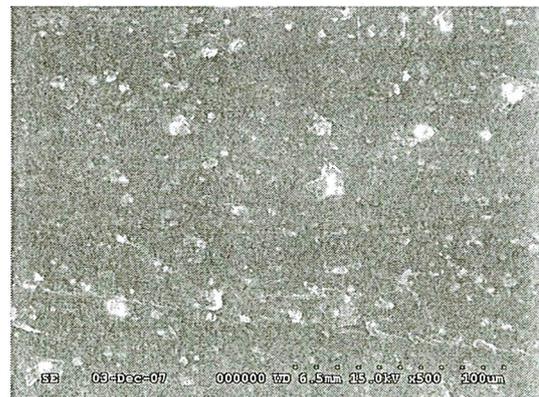
(ข)



(ค)

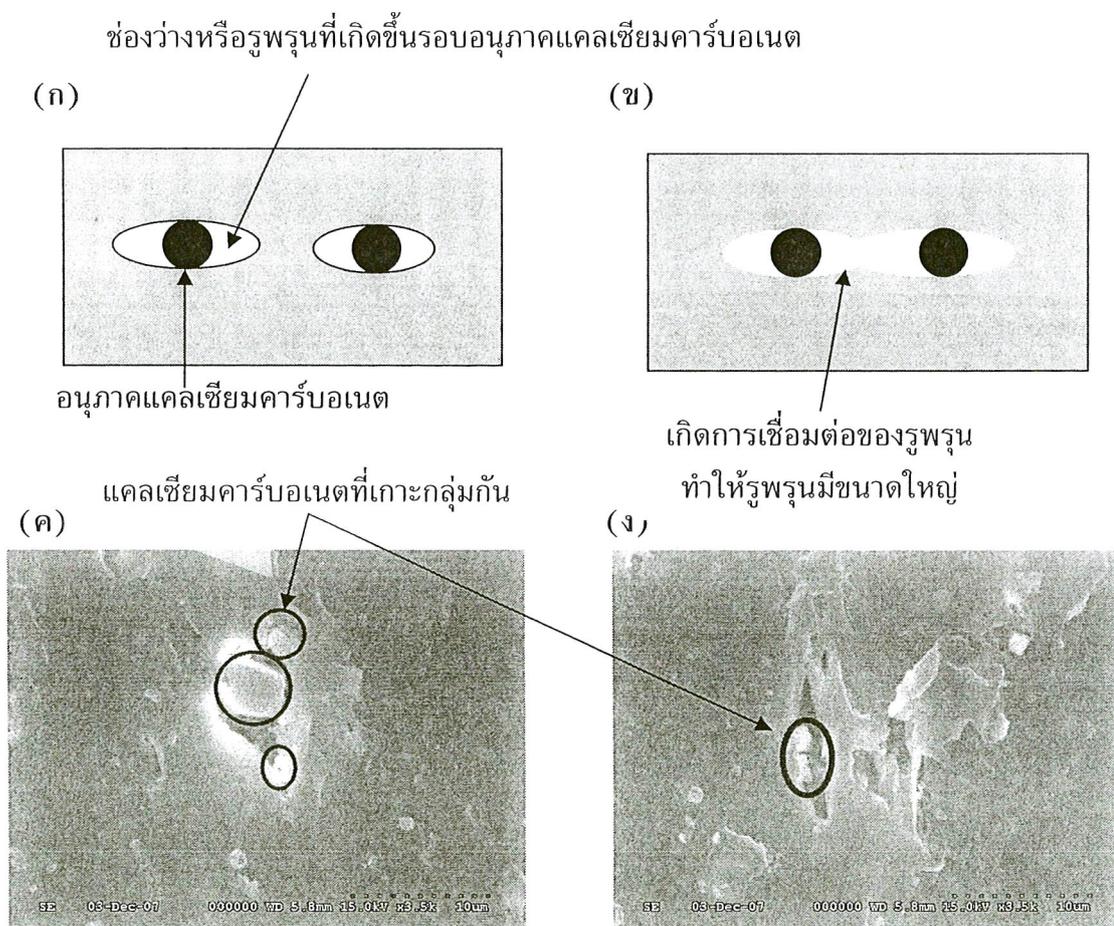


(ง)



รูปที่ 4.1 แสดงการกระจายตัวของ CaCO_3 ในเนื้อฟิล์มพอลิเอทิลีน เมื่อใช้แรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูป 100% (ก) CaCO_3 0% (ข) CaCO_3 10% (ค) CaCO_3 25% (ง) CaCO_3 50%

ซึ่งการกระจายตัวของแคลเซียมคาร์บอเนตจะสม่ำเสมอหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการทำคอมปาวน์ ในการทดลองนี้ได้ใช้เครื่องอัดรีดชนิดสกรูคู่ในการทำคอมปาวน์ ซึ่งถือว่ามีประสิทธิภาพสูงสำหรับการทำคอมปาวน์ ผลจากภาพถ่าย SEM ของแผ่นฟิล์มที่มีส่วนผสมของ CaCO_3 ที่ปริมาณต่างๆ แสดงในรูปที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าการกระจายตัวของอนุภาค CaCO_3 ทั้ง 4 ส่วนผสม ส่วนใหญ่ของแผ่นฟิล์มมีการกระจายตัวที่สม่ำเสมอและไม่เกิดการรวมกลุ่มของอนุภาค CaCO_3 ดังนั้นถือว่าขั้นตอนการทำคอมปาวน์มีประสิทธิภาพที่ดี แต่ที่ส่วนผสม CaCO_3 สูงๆ เช่นที่ 25% และ 50% อาจจะมีการเกาะกลุ่มกันบ้างของ CaCO_3 แต่ถือว่าเป็นส่วนน้อยของแผ่นฟิล์มซึ่งไม่ส่งผลกระทบต่อสมบัติของแผ่นฟิล์ม รูปที่ 4.2 แสดงตัวอย่างลักษณะของการกระจายตัวของอนุภาค CaCO_3 ที่ไม่สม่ำเสมอหรือมีการเกาะกลุ่มกันของอนุภาค CaCO_3



รูปที่ 4.2 แสดงการกระจายตัวของอนุภาค CaCO_3 (ก) จำลองภาพการกระจายตัวที่สม่ำเสมอ (ข) จำลองภาพการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ (ค) แสดงการเกาะกลุ่มกันของแคลเซียมคาร์บอเนต (CaCO_3 25% Stretching ratio 135% กำลังขยาย 3500) (ง) แสดงการเกาะกลุ่มกันของแคลเซียมคาร์บอเนต (CaCO_3 50% Stretching ratio 135% กำลังขยาย 3500)

โดยปกติเมื่อทำการดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปด้วยค่าน้อยๆ เช่น แรงดึงฟิล์ม 100% ขนาดของรูพรุนรอบแคลเซียมจะมีขนาดที่ไม่ใหญ่มาก แต่เมื่อเกิดการเกาะกลุ่มหรือจับตัวเป็นก้อนของอนุภาคแคลเซียมคาร์บอเนต จะทำให้สามารถเกิดรูพรุนที่มีขนาดใหญ่ได้เนื่องจากเกิดการต่อเชื่อมกันระหว่างรูพรุนที่อยู่ในบริเวณที่มีอนุภาคแคลเซียมคาร์บอเนตอยู่ใกล้ชิดกัน ดังแสดงรูปที่ 4.2 (ข) จึงมีผลทำให้แผ่นฟิล์มบริเวณนี้มีค่าสมบัติเชิงกลที่ต่ำลงและมีค่าอัตราการซึมผ่านของก๊าซสูงขึ้น ซึ่งจะอธิบายเหตุผลในผลการทดลองหัวข้อที่ 4.2 และ 4.3

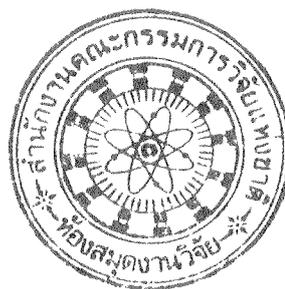
4.2 อิทธิพลของปริมาณ CaCO_3 และอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปต่อสมบัติความทนแรงดึง (Tensile Strength) และการยืดตัว (Elongation) ของฟิล์ม

แผ่นฟิล์มที่ผลิตได้ถูกนำไปทดสอบสมบัติความทนแรงดึงและสมบัติการยืดตัวของแผ่นฟิล์มด้วยวิธีมาตรฐาน ASTM D882 ซึ่งผลการทดสอบแสดงในตารางที่ 4.1 จากนั้นนำผลการทดลองในตารางที่ 4.1 มาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณร้อยละของ CaCO_3 และอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปกับสมบัติความทนแรงดึง (Tensile Strength) และการยืดตัว (Elongation) ของฟิล์ม ได้กราฟดังรูปที่ 4.3 และ 4.4 ตามลำดับ

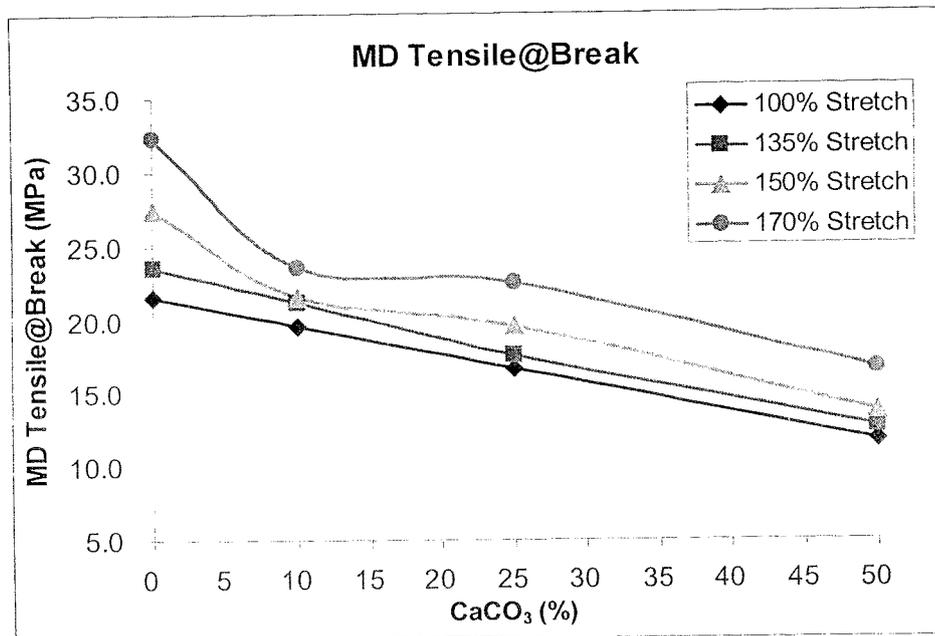
จากกราฟรูปที่ 4.3 และ รูปที่ 4.4 แสดงให้เห็นว่าร้อยละ CaCO_3 และ อัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปมีผลต่อสมบัติความทนแรงดึงและการยืดตัวของฟิล์ม ทั้งในทิศทางการดึงของเครื่องจักร(Machine direction, MD) และในทิศทางขวาง(Transverse direction, TD) โดยสมบัติความทนแรงดึงและการยืดตัวของฟิล์มทั้งในแนว MD และ TD จะมีค่าลดลงเมื่อร้อยละ CaCO_3 เพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากอนุภาค CaCO_3 มีสมบัติที่ไม่ยืดหยุ่นเหมือนพลาสติกเมื่อได้เข้าไปแทรกตัวในเนื้อของฟิล์มพลาสติก ทำให้เนื้อของพลาสติกนั้นไม่มีความต่อเนื่องหรือความเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneity) ของพลาสติกลดลง ซึ่งผลนี้สอดคล้องกับหลักฐานภาพถ่าย SEM ในรูปที่ 4.5 ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าบริเวณที่แผ่นฟิล์มฉีกขาดจะเกิดขึ้นบริเวณผิวสัมผัสระหว่างอนุภาค CaCO_3 และเนื้อพลาสติกซึ่งเป็นบริเวณที่เนื้อพลาสติกไม่มีความต่อเนื่อง ส่งผลให้ความแข็งแรงของแผ่นฟิล์มลดลงเมื่อปริมาณ CaCO_3 ในส่วนผสมพลาสติกเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1 ผลการทดสอบสมบัติความทนแรงดึงและการยืดตัวของแผ่นฟิล์ม

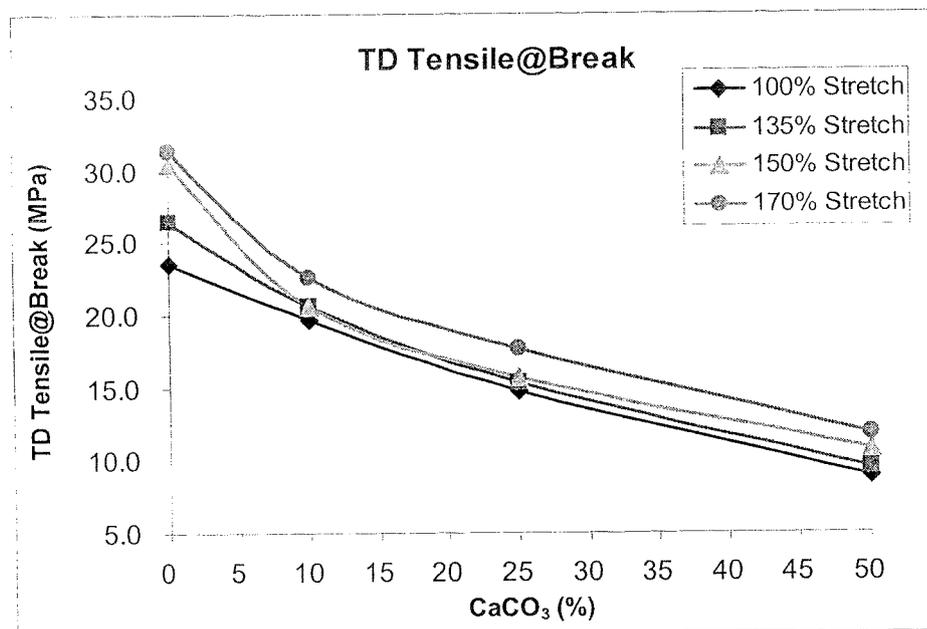
ปริมาณ CaCO ₃ (%)	อัตราส่วน การยืดฟิล์ม (%)	สมบัติความทนแรงดึง (MPa)		สมบัติการยืดตัว (%)	
		แนว MD	แนว TD	แนว MD	แนว TD
0	100	21.57	23.53	367	447
10	100	19.61	19.61	274	312
25	100	16.67	14.71	271	275
50	100	11.76	8.82	190	272
0	135	23.53	26.47	350	388
10	135	21.18	20.59	237	272
25	135	17.65	15.29	225	252
50	135	12.75	9.41	174	181
0	150	27.45	30.39	269	377
10	150	21.57	20.59	228	265
25	150	19.61	15.69	211	251
50	150	13.73	10.78	140	149
0	170	32.35	31.37	260	320
10	170	23.53	22.55	208	210
25	170	22.55	17.65	205	207
50	170	16.67	11.76	80	85



(ก)

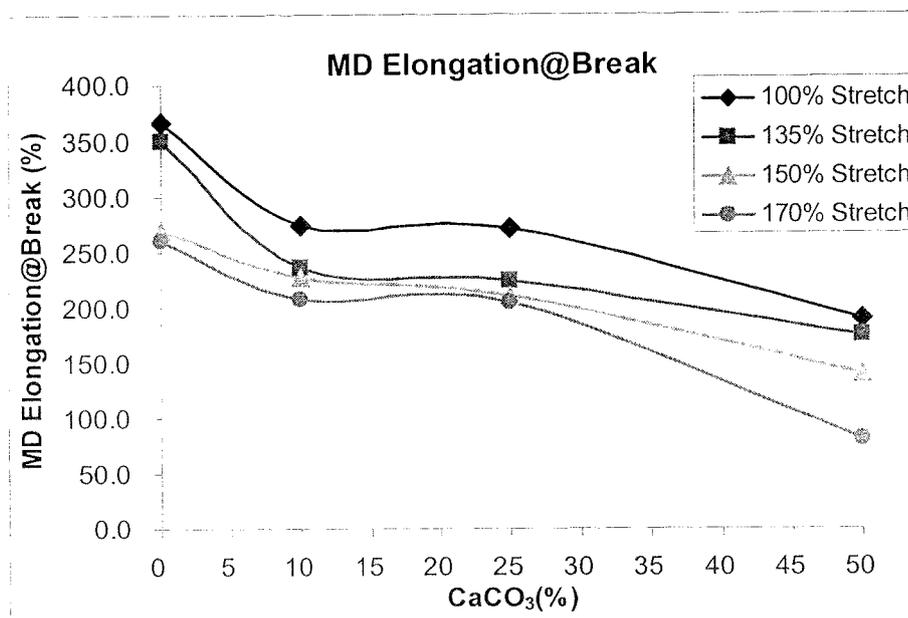


(ข)

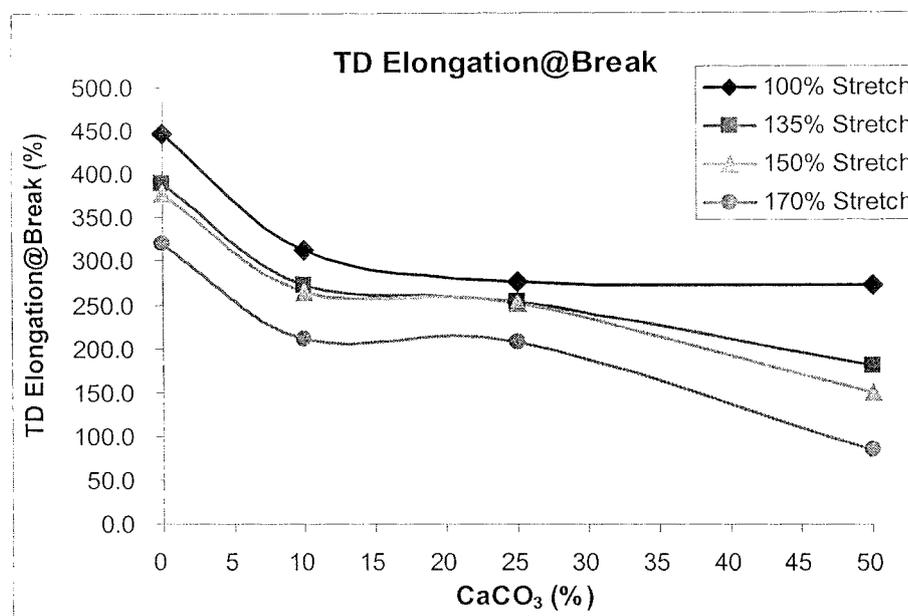


รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างร้อยละ CaCO_3 กับความทนแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ขนาดแรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปต่างๆ (ก) ตามแนว MD (ข) ตามแนว TD

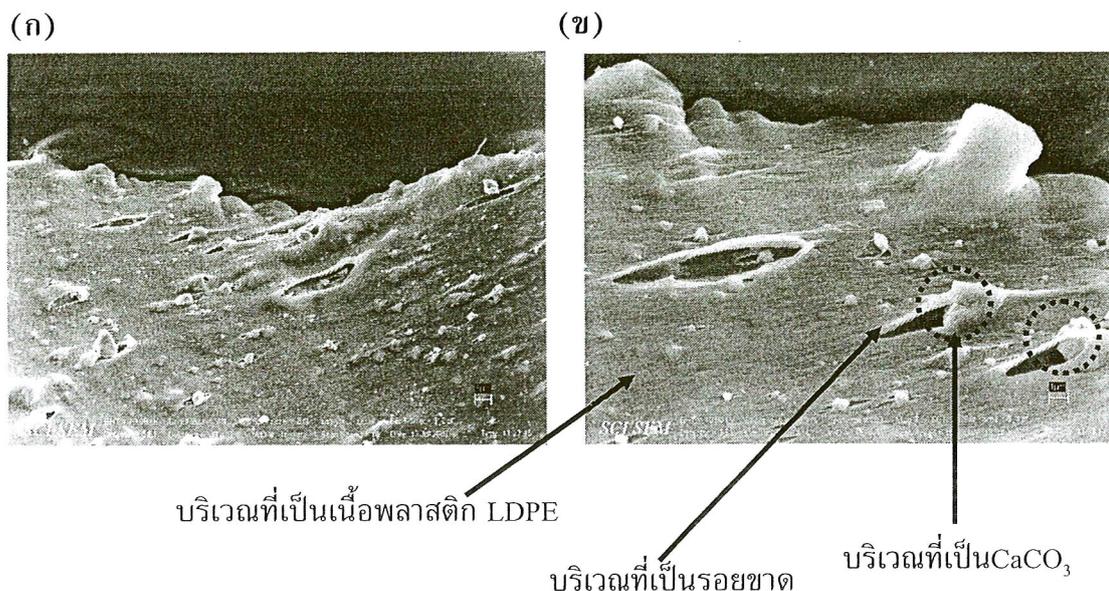
(ก)



(ข)

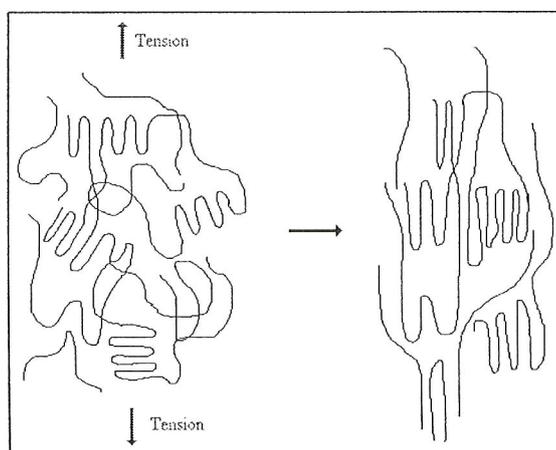


รูปที่ 4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างร้อยละ CaCO₃ กับสมบัติการยืดตัวของแผ่นฟิล์มที่ขนาดแรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปต่างๆ (ก) ตามแนว MD (ข) ตามแนว TD



รูปที่ 4.5 ภาพถ่ายจาก SEM แสดงการขาดของฟิล์ม (ที่มี CaCO_3 ผสม 25%) หลังการทดสอบสมบัติความทนแรงดึงของฟิล์ม (ก) กำลังขยาย 100 เท่า (ข) กำลังขยาย 3500 เท่า

จากผลการทดสอบยังพบว่าสำหรับแผ่นฟิล์มที่มีส่วนผสมของ CaCO_3 เท่ากัน สมบัติความทนแรงดึงจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปจะช่วยให้การจัดเรียงตัวของโมเลกุลพอลิเอทิลีนให้อยู่ในทิศทางเดียวกับแรงดึง (ดูรูปที่ 4.6) ทำให้แผ่นฟิล์มมีความแข็งแรงเพิ่มขึ้นในทิศทางที่ดึง (ดูรูปที่ 4.3) แต่ในขณะเดียวกันจะมีผลทำให้การยืดตัวของฟิล์ม (Elongation) ลดลง (ดูรูปที่ 4.4)



รูปที่ 4.6 แสดงการจัดเรียงตัวของโพลีเอทิลีนหลังจากทำการดึงฟิล์มขณะขึ้นรูป
(Chanda et al., 1992)

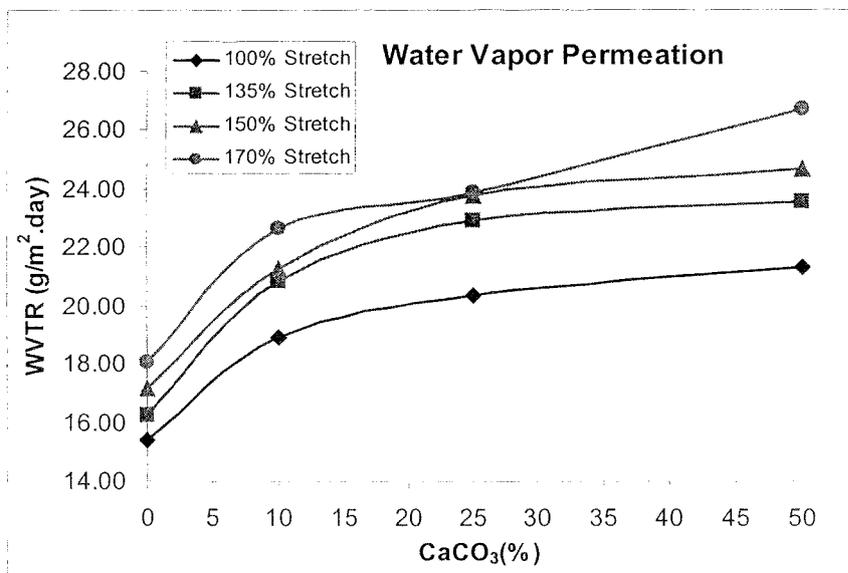
4.3 อิทธิพลของปริมาณ CaCO_3 และอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปต่ออัตราการซึมผ่านของไอน้ำ (Water vapor transmission rate, WVTR) และ อัตราการซึมผ่านของออกซิเจน (Oxygen transmission rate, OTR)

เมื่อนำแผ่นฟิล์มที่ผลิตได้ไปทดสอบอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจนด้วยวิธีมาตรฐาน ASTM E398 และ ASTM D3985 ตามลำดับ ซึ่งผลการทดสอบแสดงในตารางที่ 4.2

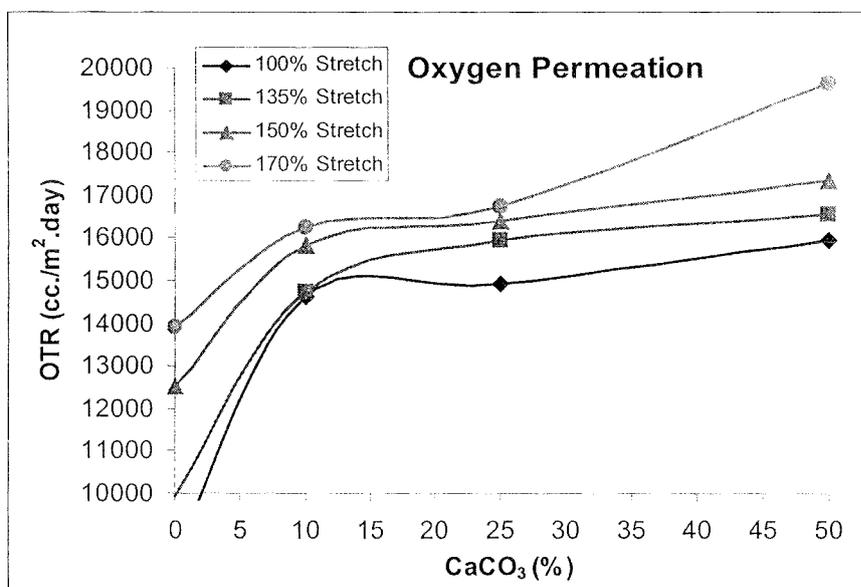
ตารางที่ 4.2 ผลการทดสอบอัตราการซึมผ่านของไอน้ำ และ อัตราการซึมผ่านของออกซิเจน

ปริมาณ CaCO_3 (%)	อัตราส่วนการ ยึดฟิล์ม (%)	อัตราการซึมผ่าน ของไอน้ำ ($\text{g}/\text{m}^2 \cdot \text{day}$)	อัตราการซึมผ่าน ของออกซิเจน ($\text{cc}/\text{m}^2 \cdot \text{day}$)
0	100	15.41	8563
10	100	18.90	14626
25	100	20.39	14935
50	100	21.34	15938
0	135	16.26	9933
10	135	20.83	14755
25	135	22.92	15957
50	135	23.57	16529
0	150	17.18	12537
10	150	21.26	15839
25	150	23.78	16389
50	150	24.69	17317
0	170	18.07	13910
10	170	22.66	16230
25	170	23.87	16728
50	170	26.72	19626

นำผลการทดลองในตารางที่ 4.2 มาเขียนกราฟความสัมพันธ์ร้อยละ CaCO_3 และอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปต่ออัตราการซึมผ่านของไอน้ำ (Water vapor transmission rate) และ อัตราการซึมผ่านของออกซิเจน (Oxygen transmission rate) ได้กราฟดังรูปที่ 4.7 และ 4.8



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ CaCO_3 กับอัตราการซึมผ่านไอน้ำที่แรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปที่ขนาดต่างๆ



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ CaCO_3 กับอัตราการซึมผ่านของออกซิเจนที่แรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปที่ขนาดต่างๆ

จากกราฟรูปที่ 4.7 และรูปที่ 4.8 จะเห็นว่าอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจนจะมีค่ามากขึ้นเมื่อปริมาณร้อยละ CaCO_3 ที่ผสมอยู่ในเนื้อฟิล์มเพิ่มขึ้น และเมื่ออัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากบริเวณที่ไอน้ำหรือออกซิเจนจะซึมผ่านแผ่นฟิล์มได้คือบริเวณรอบ ๆ ผิวสัมผัสระหว่าง CaCO_3 กับพอลิเอทิลีนซึ่งมีช่องว่างหรือรูพรุนขนาดเล็กระดับไมโครเมตรที่ไอน้ำหรือออกซิเจนสามารถซึมผ่านได้ ซึ่งผลดังกล่าวนี้สามารถอธิบายโดยทางทฤษฎีการถ่ายโอนมวล (Mass transport) (Bird et al., 2002)

จาก Fick's law
$$J_A = D_{AB} \frac{dC_A}{dZ} \quad (3)$$

โดยที่ J_A หรือฟลักซ์ คือ ปริมาณของสาร A ที่แพร่ผ่านหนึ่งหน่วยพื้นที่ใด ๆ ในหนึ่งหน่วยเวลา

D_{AB} คือ ค่าคงที่ของการแพร่ (Diffusivity) ของสาร A เข้าไปในตัวกลาง B

$\frac{dC_A}{dZ}$ คือ เกรเดียนต์ความเข้มข้นของสาร A

กรณีที่เป็นไอน้ำและออกซิเจนเป็นก๊าซในอุดมคติ (Idea gas) และเคลื่อนที่ผ่านฟิล์มบางที่มีลักษณะรูพรุน จะได้

$$\begin{aligned} PV &= nRT \\ \frac{n}{V} &= \frac{P}{RT} \\ C_A &= \frac{P}{RT} \end{aligned} \quad (4)$$

โดยที่

n คือ จำนวนโมลของก๊าซ

V คือ ปริมาตรของก๊าซ

P คือ ความดัน ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ระหว่างเส้นทางการเคลื่อนที่ของก๊าซ

R คือ ค่าคงที่ของก๊าซ

T คือ อุณหภูมิขณะที่มีการถ่ายโอนมวลสาร

Z คือ ความหนาของฟิล์ม

C_A คือ ความเข้มข้นของสาร A

แทนค่าสมการที่ (4) ในสมการที่ (3) แล้วทำการอินทิกรัลจะได้

$$J_A \int_0^Z dZ = \frac{D_{AB}}{RT} \int_{P_0}^{P_Z} dP$$

$$J_A Z = \frac{D_{AB} \Delta P}{RT}$$

$$J_A = D_{AB} \frac{\Delta P}{RTZ} \quad (5)$$

เมื่อ ΔP คือความแตกต่างของความดันระหว่างเส้นทางการเคลื่อนที่ของก๊าซ

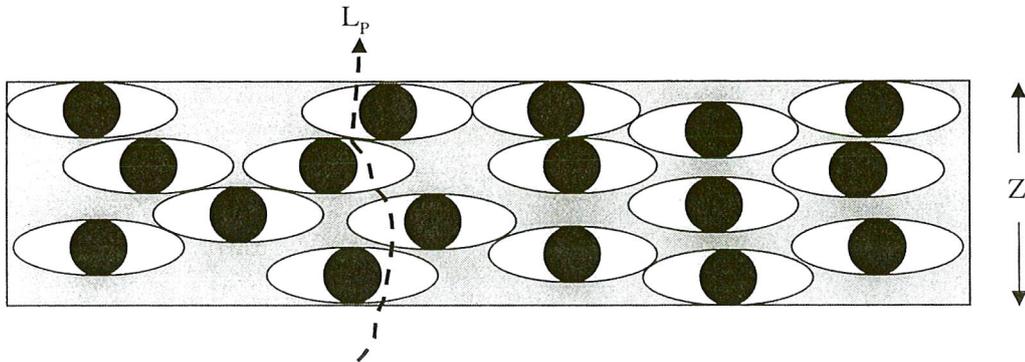
เนื่องจากงานวิจัยที่ทำการถ่ายโอนมวลของไอน้ำและก๊าซออกซิเจนซึ่งเป็นการถ่ายโอนมวลผ่านตัวกลางที่มีลักษณะเป็นรูพรุน (Mass transport in porous medium) จึงต้องพิจารณาปัจจัยของความเป็นรูพรุนของตัวกลาง (Porosity, ε) และอัตราส่วนของระยะทางที่โมเลกุลของก๊าซเคลื่อนที่จริงต่อความหนาของฟิล์ม (Tortuosity, τ) ร่วมด้วย (Bird et al., 2002) ดังนั้นจากสมการที่ (5) จึงได้

$$J_A = \frac{\varepsilon}{\tau} D_{AB} \frac{\Delta P}{RTZ} \quad (6)$$

โดยที่

ε (Porosity) คือ ลักษณะความเป็นรูพรุนของตัวกลาง หาได้จากอัตราส่วนของปริมาตรรูพรุน (V_p) ต่อปริมาตรทั้งหมด (V_T) ของฟิล์ม

τ (Tortuosity) คือ อัตราส่วนของระยะทางที่โมเลกุลของก๊าซเคลื่อนที่จริง (L_p) ต่อความหนาของฟิล์ม (Z) ซึ่งอธิบายในรูปที่ 4.9



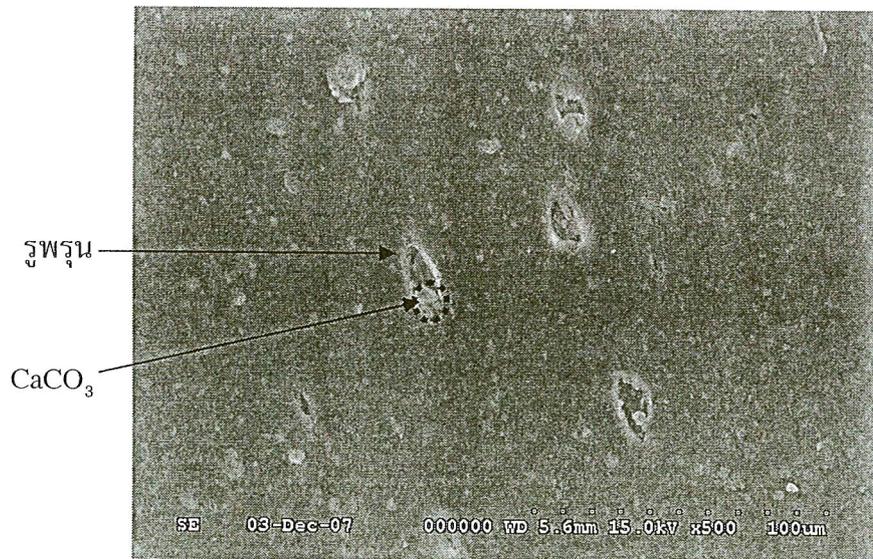
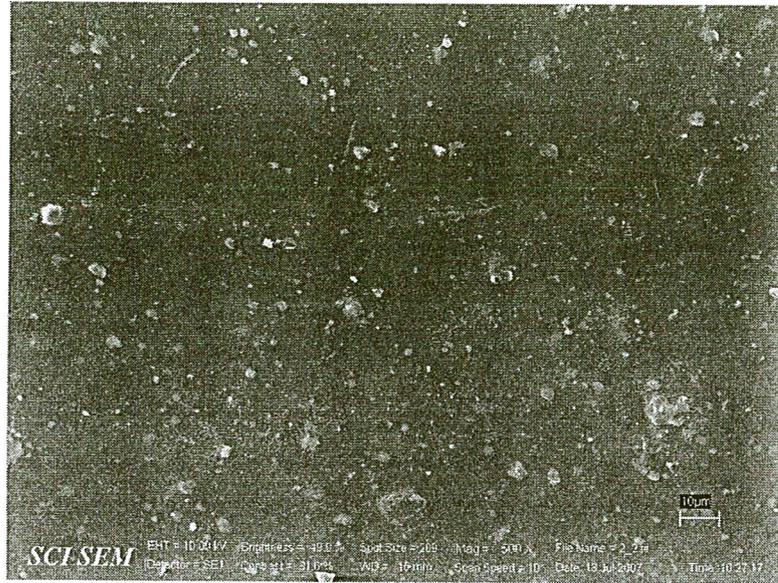
รูปที่ 4.9 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของก๊าซผ่านฟิล์มที่มีลักษณะรูพรุน (Hale, 2001)

ทำการแทนค่า ε และ τ ในสมการ (6) จะได้

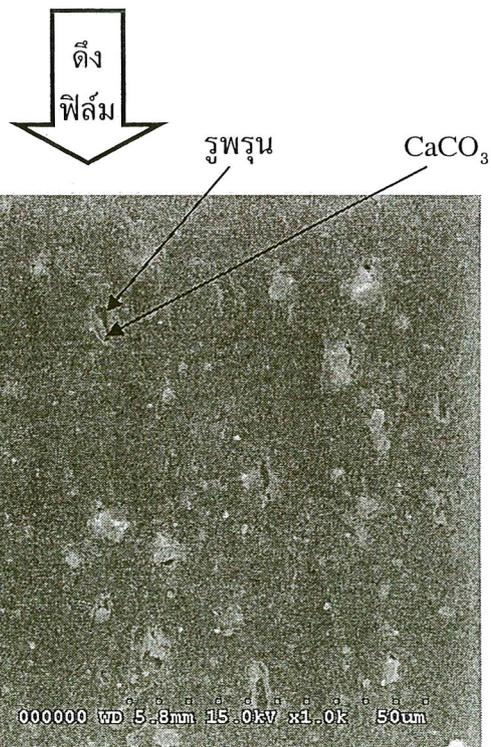
$$J_A = \frac{V_p}{L_p} D_{AB} \frac{\Delta P}{RTZ} \quad (7)$$

$$J_A = \frac{V_p D_{AB} \Delta P}{V_T L_p RT} \quad (8)$$

การทดลองครั้งนี้ความหนาของฟิล์มคงที่ที่ 0.02 มิลลิเมตร และสภาวะการทดสอบอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจนดำเนินการที่สภาวะความดันและอุณหภูมิ ตามมาตรฐานการทดสอบ ASTM E398 และ ASTM E3985 ตามลำดับ ดังนั้นจากสมการ (8) จะได้ว่าฟลักซ์จะแปรผันกับปริมาตรของรูพรุน ($J_A \propto V_p$) และปริมาตรรูพรุนจะขึ้นอยู่กับจำนวนรูพรุนและขนาดของรูพรุน จากภาพถ่าย SEM รูปที่ 4.10 และ 4.11 แสดงให้เห็นว่าบริเวณที่จะเกิดรูพรุนหลังจากทำการดึงฟิล์มขณะขึ้นรูปนั้น คือบริเวณรอบๆ ผิวสัมผัสระหว่าง CaCO_3 กับพอลิเอทิลีน ดังนั้นเมื่อปริมาณ CaCO_3 ในแผ่นฟิล์มเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ปริมาตรรูพรุนนี้เพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน จึงส่งผลให้ฟลักซ์หรืออัตราการแพร่ผ่านของไอน้ำและออกซิเจนเพิ่มมากขึ้น



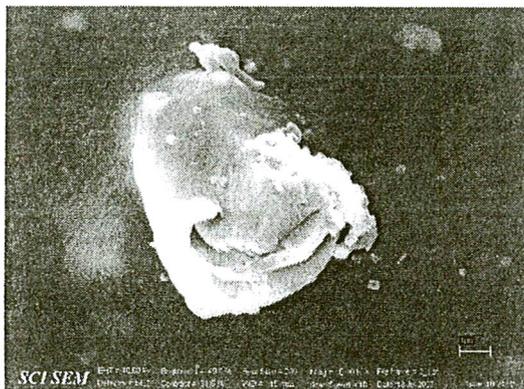
รูปที่ 4.10 แสดงลักษณะรูพรุนของแผ่นฟิล์มที่เกิดบริเวณรอบๆผิวสัมผัสระหว่างอนุภาค CaCO_3 กับพอลิเอทิลีนหลังจากทำการดึงฟิล์มขณะขึ้นรูป ส่วนผสม CaCO_3 10% ด้วยแรงดึงฟิล์ม 170% (กำลังขยาย 500 เท่า)



รูปที่ 4.11 แสดงลักษณะรูพรุนของแผ่นฟิล์มที่เกิดบริเวณรอบๆผิวสัมผัสระหว่างอนุภาค CaCO_3 กับพอลิเอทิลีนหลังจากทำการดิ่งฟิล์มขณะขึ้นรูป ส่วนผสม CaCO_3 25% ด้วยแรงดิ่งฟิล์ม 135% (กำลังขยาย 1000 เท่า)

สำหรับการเพิ่มอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปจะมีผลทำให้ขนาดของช่องว่างนี้ใหญ่ขึ้น จึงทำให้อิออนน้ำและออกซิเจนซึมผ่านได้มากขึ้น คำอธิบายนี้สามารถยืนยันได้จากหลักฐานภาพถ่าย SEM ที่แสดงในรูปที่ 4.12 โดยจะสังเกตเห็นช่องว่างระหว่างผิวสัมผัสระหว่างอนุภาค CaCO_3 และพอลิเอทิลีนจะกว้างขึ้นเมื่ออัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปเพิ่มขึ้น และผลการทดลองนี้ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Hale W.R. และคณะวิจัย (Hale et al., 2000) ที่ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาความสัมพันธ์ของรูปร่างของอนุภาคที่เติมลงไปในฟิล์มกับอัตราการซึมผ่านของไอน้ำผ่านฟิล์มที่มีรูพรุน และผลการทดลองพบว่าอัตราการซึมผ่านของไอน้ำจะแปรผันตามการเพิ่มขนาดของรูพรุนและการเพิ่มจำนวนของรูพรุน

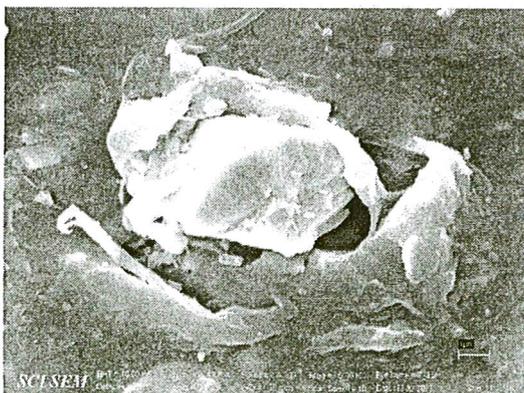
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)



รูปที่ 4.12 ภาพถ่าย SEM แสดงบริเวณรอบๆผิวสัมผัสระหว่างอนุภาค CaCO_3 กับพอลิเอทิลีนของฟิล์มที่ผสม CaCO_3 25% ด้วยแรงดึงฟิล์มขณะขึ้นรูป (ก) 0% (ข) 135% (ค) 150% และ (ง) 170% (กำลังขยาย 6000 เท่า)

4.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ทำนายผลการทดลอง

4.4.1 การสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อใช้ทำนายผลการทดลอง

นำข้อมูลจากผลการทดลองในตารางที่ 4.1 และตารางที่ 4.2 มาทำการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อใช้ทำนายคุณสมบัติของแผ่นฟิล์ม (เช่น สมบัติการทนต่อแรงดึง อัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจน เป็นต้น) ที่สภาวะเงื่อนไขอื่น ๆ เช่น ที่ส่วนผสมปริมาณ CaCO_3 ในสัดส่วนอื่น ๆ ที่ไม่ได้ทำการทดลองในงานวิจัยนี้ (ในงานวิจัยนี้ทำการทดลองใช้ปริมาณ CaCO_3 4 ค่าคือ 0 10 25 และ 50% เท่านั้น) และที่สภาวะอัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะขึ้นรูปที่ขนาดอื่น ๆ ที่ไม่ได้ทำการทดลอง (ในงานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองใช้แรงดึง 4 ขนาด คือ 100 135 150 และ 170%) ตัวอย่างเช่น สามารถใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ทำนายคุณสมบัติของฟิล์มที่มีแคลเซียมคาร์บอเนตผสมร้อยละ 35 และอัตราส่วนการยึดฟิล์มอัตราส่วนการยึดฟิล์ม 115 % ว่าจะมีค่าสมบัติความทนแรงดึง สมบัติการยึดตัวของฟิล์ม อัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจนเท่าไรโดยไม่ต้องทำการผลิตฟิล์มตามสภาวะเงื่อนไขดังกล่าว (หรือไม่ต้องทำการทดลองจริงนั่นเอง ซึ่งทำให้ประหยัดเวลา) การหาสมการคณิตศาสตร์สามารถทำได้โดย ขั้นตอนแรกกำหนดรูปแบบสมการคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$Y = a + b(X_1) + c(X_2) + d(X_1 * X_2) + e(X_1^2) + f(X_2^2) \quad (9)$$

เมื่อ Y คือ สมบัติต่างๆที่ทำการทดสอบได้แก่ สมบัติความทนแรงดึง สมบัติการยึดตัวของฟิล์ม อัตราการซึมผ่านของไอน้ำหรืออัตราการซึมผ่านของก๊าซออกซิเจน

X_1 คือ อัตราส่วนการยึดฟิล์มขณะทำการขึ้นรูป (%)

X_2 คือ ปริมาณของอนุภาค CaCO_3 ที่ผสมในฟิล์ม (%)

a, b, c, d, e, f คือ ค่าคงที่

จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากการทำการทดลองไปทำการหาค่า a, b, c, d, e และ f โดยใช้คำสั่ง Solver ในโปรแกรม Excel ในการแก้สมการ (9) และมีขั้นตอนดังนี้

1. สร้างตารางค่าที่ได้จากผลการทดลองและทำการสมมติค่าตัวแปร a, b, c, d, e และ f ในที่นี้จะสมมติให้ตัวแปรทุกตัวเป็น 1 ดังแสดงในรูปที่ 4.13

J18		f					
		A	B	C	D	E	F
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							

ตัวแปร		ค่าตัวแปร
a		1.00000
b		1.00000
c		1.00000
d		1.00000
e		1.00000
f		1.00000

%Stretch (X ₁)	%CaCO ₃ (X ₂)	MD Tensile (MPa)		Error
		Experiment	Model	
100	0	21.57		
100	10	19.61		
100	25	16.67		
100	50	11.76		
135	0	23.53		
135	10	21.18		
135	25	17.65		
135	50	12.75		
150	0	27.45		
150	10	21.57		
150	25	19.61		
150	50	13.73		
170	0	32.35		
170	10	23.53		
170	25	22.55		
170	50	16.67		
			SUM	0.00

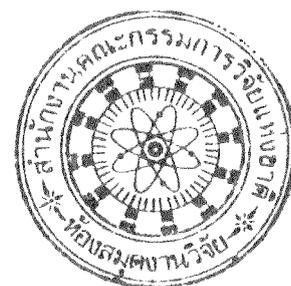
รูปที่ 4.13 แสดงตารางที่ใช้ในการคำนวณหาแบบจำลองคณิตศาสตร์

2. ในคอลัมน์ของ “Model” ให้ทำการใส่สูตรแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่กำหนดขึ้น ซึ่งก็คือสมการที่ (9) ตัวอย่างเช่น จากรูปที่ 4.14 พิจารณาที่คอลัมน์ E แถวที่ 14 (E14) ให้ทำการใส่สูตร =E3+(E4*B14)+(E5*C14)+(E6*B14*C14)+(E7*B14*B14)+(E8*C14*C14)

E14		=E3+(E4*B14)+(E5*C14)+(E6*B14*C14)+(E7*B14*B14)+(E8*C14*C14)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								

	%Stretch (X ₁)	%CaCO ₃ (X ₂)	MD Tensile (MPa)		Error
			Experiment	Model	
	100	0	21.57	10101	
	100	10	19.61		
	100	25	16.67		
	100	50	11.76		
	135	0	23.53		
	135	10	21.18		
	135	25	17.65		
	135	50	12.75		
	150	0	27.45		
	150	10	21.57		
	150	25	19.61		
	150	50	13.73		
	170	0	32.35		
	170	10	23.53		
	170	25	22.55		
	170	50	16.67		
				SUM	0.00

รูปที่ 4.14 แสดงสูตรและการคำนวณค่าที่ได้ในคอลัมน์ E แถวที่ 14



3. ในคอลัมน์ของ “Error” ให้ทำการใส่สูตรการคำนวณ โดยนำค่าจากคอลัมน์ของ “Experiment” ลบด้วยค่าของ “Model” เนื่องจากไม่ต้องการให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็นค่าลบจึงต้องทำการยกกำลังสอง ตัวอย่างเช่น จากรูป 4.15 ที่ตำแหน่ง F14 ให้ทำการใส่สูตร = (D14-E14)^2

F14		fx =(D14-E14)^2				
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

	%Stretch	%CaCO3	MD Tensile (MPa)		Error
			Experiment	Model	
	100	0	21.57	10101.00	101594936.79
	100	10	19.61	11211.00	125247258.41
	100	25	16.67	13251.00	175147578.78
	100	50	11.76	17651.00	311142621.76
	135	0	23.53	18361.00	336262827.57
	135	10	21.18	19821.00	392033011.80
	135	25	17.65	22386.00	500343213.30
	135	50	12.75	27661.00	764425999.12
	150	0	27.45	22651.00	511824970.24
	150	10	21.57	24261.00	587550033.26
	150	25	19.61	27051.00	730696161.94
	150	50	13.73	32701.00	1068457914.88
	170	0	32.35	29071.00	843243023.01
	170	10	23.53	30881.00	952183491.10
	170	25	22.55	33971.00	1152497323.97
	170	50	16.67	40121.00	1608357552.11
				SUM	10161007918.05

รูปที่ 4.15 แสดงสูตรและการคำนวณค่าที่ได้ลงในคอลัมน์ F แถวที่ 14

4. ที่คอลัมน์ F ค่า SUM คือผลรวมของค่า Error ในคอลัมน์ F ซึ่งยิ่งค่า SUM ใกล้ค่า ศูนย์เท่าไร แสดงว่าค่าจากการทดลองและค่าจากแบบจำลองคณิตศาสตร์มีค่าใกล้เคียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 4.16

F30 =SUM(F14:F29)

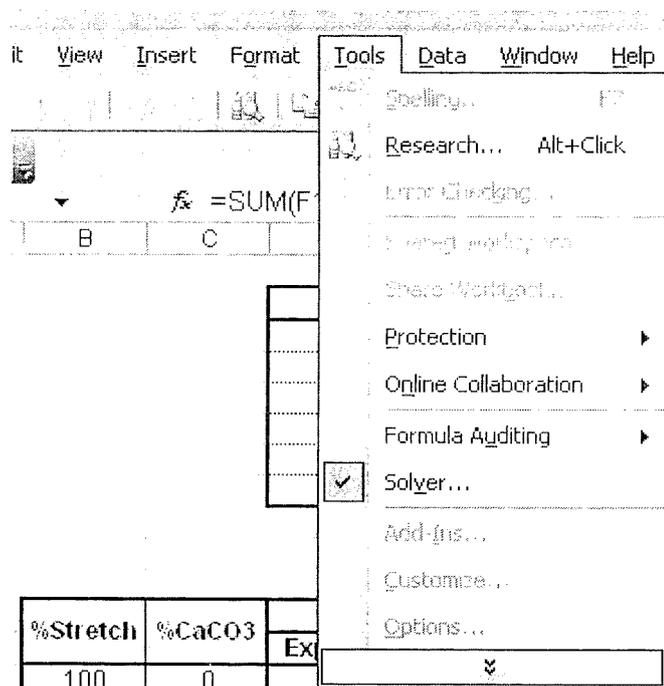
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

ตัวแปร	ค่าตัวแปร
a	1.00000
b	1.00000
c	1.00000
d	1.00000
e	1.00000
f	1.00000

%Stretch	%CaCO3	MD Tensile (MPa)		Error
		Experiment	Model	
100	0	21.57	10101.00	101594936.79
100	10	19.61	11211.00	125247258.41
100	25	16.67	13251.00	175147578.78
100	50	11.76	17651.00	311142621.76
135	0	23.53	18361.00	336262827.57
135	10	21.18	19821.00	392033011.80
135	25	17.65	22386.00	500343213.30
135	50	12.75	27661.00	764425999.12
150	0	27.45	22651.00	511824970.24
150	10	21.57	24261.00	587550033.26
150	25	19.61	27051.00	730696161.94
150	50	13.73	32701.00	1068457914.88
170	0	32.35	29071.00	843243023.01
170	10	23.53	30881.00	952183491.10
170	25	22.55	33971.00	1152497323.97
170	50	16.67	40121.00	1608357552.11
			SUM	10161007918.05

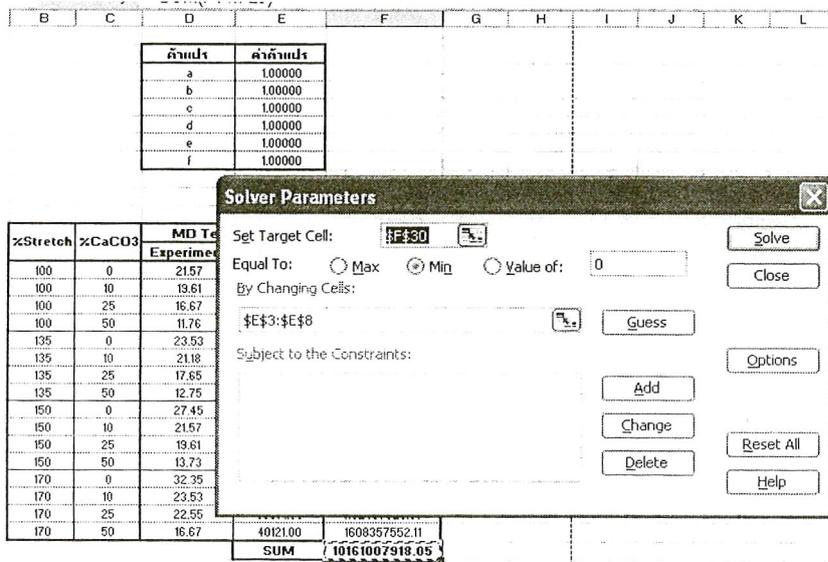
รูปที่ 4.16 แสดงสูตรและการคำนวณค่าที่ได้ลงใน F30 เพื่อหาผลรวมของ Error

5. ใช้โปรแกรม Excel โดยเลือกคำสั่ง Solver เข้ามาช่วยในคำนวณค่าของตัวแปร a, b, c, d, e และ f โดยที่มีคำสั่งว่าให้ค่า Sum มีค่าใกล้เคียงศูนย์มากที่สุด วิธีเรียกใช้คำสั่ง Solver ทำได้โดยไปที่ Tool menu และเลือกคำสั่ง Solver ดังแสดงในรูปที่ 4.17



รูปที่ 4.17 แสดงการเปิดคำสั่ง Solver ออกมาใช้งาน

6. จะปรากฏหน้าต่างของคำสั่ง solver ออกมาดังแสดงในรูปที่ 4.18 เริ่มทำการคำนวณหาค่าตัวแปร a, b, c, d, e และ f โดยที่ Set Target Cell: ให้เลือกไปที่ค่า Sum ที่ Equal to ให้เลือกที่ min เพื่อกำหนดให้ค่า Sum มีค่าต่ำที่สุดและใกล้ค่าศูนย์ และที่ Guess ให้ทำการเลือกที่คอลัมน์ของค่าตัวแปร a, b, c, d, e และ f จากนั้นกดปุ่ม Solve โปรแกรมจะทำการคำนวณค่าตัวแปร a, b, c, d, e และ f เพื่อให้ได้ค่า sum ต่ำที่สุด



รูปที่ 4.18 แสดงการใส่ค่าต่างๆ เพื่อทำการคำนวณหาค่าของตัวแปร a, b, c, d, e และ f

7. จากนั้นจะได้ค่าตัวแปร a, b, c, d, e ที่ทำให้ค่า sum ต่ำที่สุด นำค่าตัวแปรทั้งหมดไปแทนค่าและเปรียบเทียบกับค่าการทดลองที่ได้ ดังแสดงในรูปที่ 4.19

ตัวแปร	ค่าตัวแปร
a	33.76201
b	-0.25560
c	-0.18228
d	-0.00116
e	0.00138
f	0.00212

ค่าตัวแปรที่ได้จากการคำนวณ

%Stretch	%CaCO3	MD Tensile (MPa)		Error
		Experiment	Model	
100	0	21.57	21.98	0.17
100	10	19.61	19.21	0.16
100	25	16.67	15.84	0.68
100	50	11.76	12.36	0.35
135	0	23.53	24.37	0.70
135	10	21.18	21.18	0.00
135	25	17.65	17.21	0.19
135	50	12.75	12.71	0.00
150	0	27.45	26.42	1.06
150	10	21.57	23.07	2.24
150	25	19.61	18.83	0.61
150	50	13.73	13.89	0.03
170	0	32.35	30.13	4.96
170	10	23.53	26.54	9.05
170	25	22.55	21.95	0.36
170	50	16.67	16.43	0.06
		SUM		20.61

รูปที่ 4.19 ค่าของตัวแปรที่ได้จากคำสั่ง Solver

4.4.2 ทำนายสมบัติของฟิล์มจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้

4.4.2.1 แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้ทำนายสมบัติความทนแรงดึง

$$\text{MD Tensile} = 33.76 - 0.255X_1 - 0.1834X_2 - 0.0012X_1X_2 + 0.0014X_1^2 + 0.0021X_2^2$$

$$\text{TD Tensile} = 24.73 - 0.051X_1 - 0.4869X_2 - 0.0011X_1X_2 + 0.0005X_1^2 + 0.0058X_2^2$$

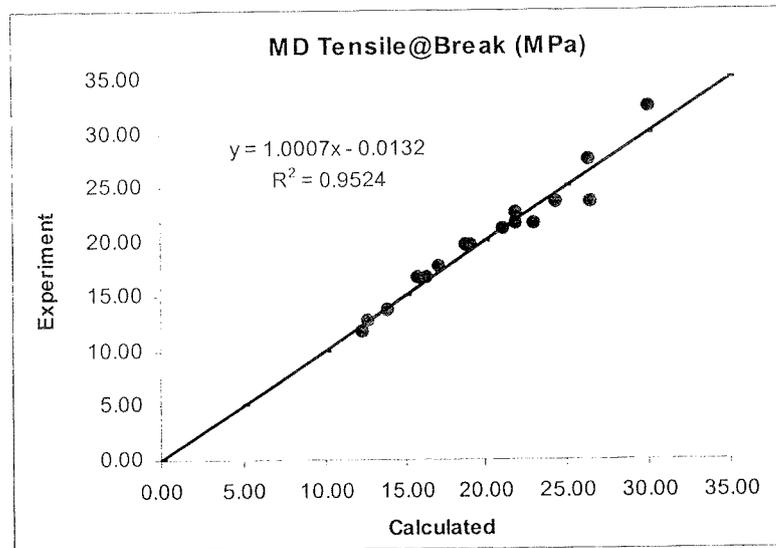
นำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองซึ่งแสดงในตารางที่ 4.3 และจากนั้นนำไปพล็อตกราฟระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองและค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ เพื่อดูค่าความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยดูจากค่า Coefficient of determination (R^2) ซึ่งค่า R^2 นี้จะเป็นตัวแสดงความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นกับข้อมูลการทดลองจริงที่ได้ ยิ่งค่า R^2 มีค่าใกล้ 1 เท่าไร จะยิ่งมีความถูกต้องมากเท่านั้น

ตารางที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าสมบัติความทนแรงดึง (Tensile strength) ตามแนว MD และ TD จากแบบจำลองคณิตศาสตร์และจากการทดลอง

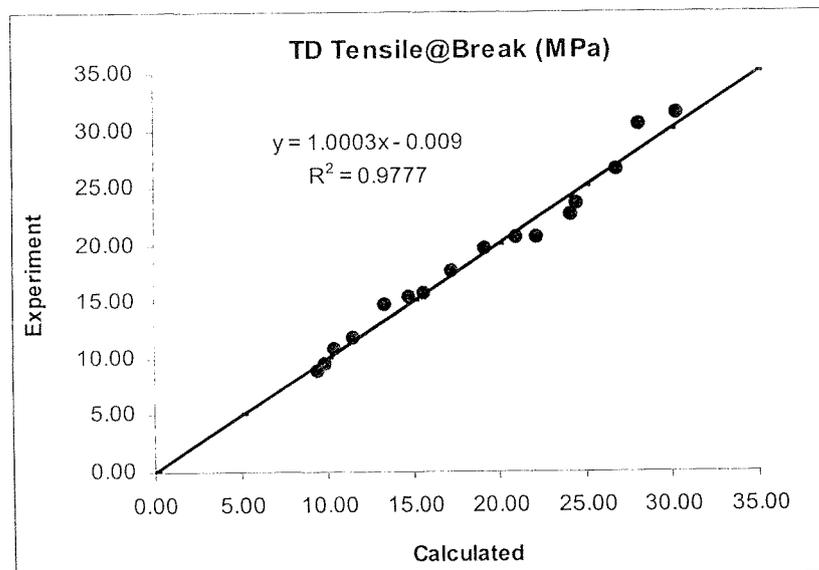
ปริมาณ CaCO ₃ (%)	อัตราส่วนการ ยัดฟิล์ม (%)	MD Tensile (MPa)			TD Tensile (MPa)		
		Exper.	Model	Error	Exper.	Model	Error
0	100	21.57	22.00	0.43	23.53	24.58	1.05
10	100	19.61	19.22	0.39	19.61	19.22	0.39
25	100	16.67	15.85	0.82	14.71	13.36	1.34
50	100	11.76	12.36	0.59	8.82	9.46	0.64
0	135	23.53	24.37	0.84	26.47	26.88	0.41
10	135	21.18	21.19	0.01	20.59	21.13	0.55
25	135	17.65	17.21	0.44	15.29	14.71	0.58
50	135	12.75	12.71	0.03	9.41	9.86	0.45
0	150	27.45	26.42	1.03	30.39	28.23	2.16
10	150	21.57	23.07	1.50	20.59	22.33	1.74
25	150	19.61	18.83	0.78	15.69	15.67	0.02
50	150	13.73	13.89	0.17	10.78	10.41	0.38
0	170	32.35	30.12	2.24	31.37	30.39	0.98
10	170	23.53	26.53	3.00	22.55	24.27	1.72
25	170	22.55	21.95	0.60	17.65	17.28	0.37
50	170	16.67	16.44	0.23	11.76	11.48	0.28

รูป 4.20 เป็นกราฟที่พล็อตระหว่างค่าความทนต่อแรงดึงที่ได้จากการทดลอง (แกน Y) กับค่าความทนต่อแรงดึงที่ได้จากการคำนวณจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ (แกน X) โดยใช้โปรแกรม Excel ตัวโปรแกรมจะทำการหาค่า Coefficient of determination (R^2) โดยการเลือกคำสั่ง Add trend line และเลือกให้แสดงค่า R^2 บนกราฟ

(ก)



(ข)



รูป 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าสมบัติความทนแรงดึงจากแบบจำลองคณิตศาสตร์และจากการทดลอง ตามแนว (ก) MD (ข) TD

จากการเปรียบเทียบระหว่างค่าความทนต่อแรงดึงจากผลการทดลองและค่าความทนต่อแรงดึงที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ มีค่า $R^2 = 0.9524$ สำหรับแนว MD และ 0.9777 สำหรับแนว TD ซึ่งถือว่าผลจากการทำนายสมบัติความทนต่อแรงดึงจากแบบจำลองคณิตศาสตร์มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง

4.4.2.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้ทำนายสมบัติการยืดตัวของฟิล์ม

$$\text{MD Elongation} = 342.78 + 0.7845X_1 - 3.8991X_2 - 0.0006X_1X_2 - 0.076X_1^2 + 0.0195X_2^2$$

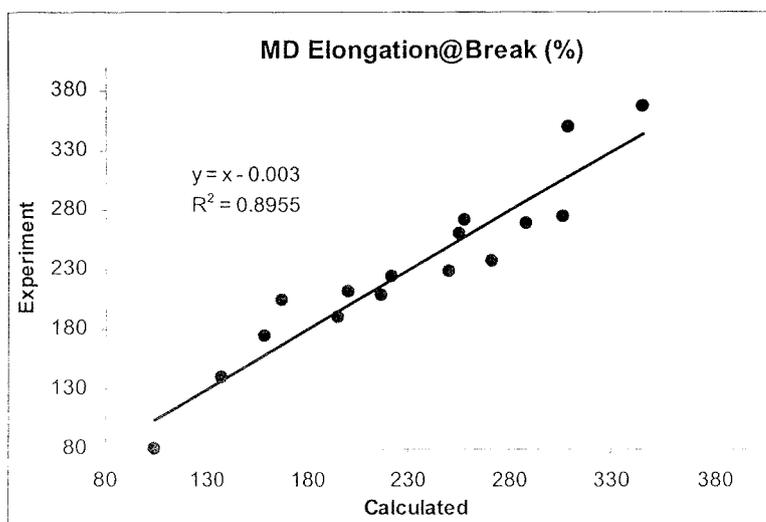
$$\text{TD Elongation} = 354.01 + 1.6439X_1 - 4.9354X_2 - 0.0189X_1X_2 - 0.0108X_1^2 + 0.0747X_2^2$$

นำผลที่ได้ไปพล็อตกราฟระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองและค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.4 เพื่อดูค่าความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์

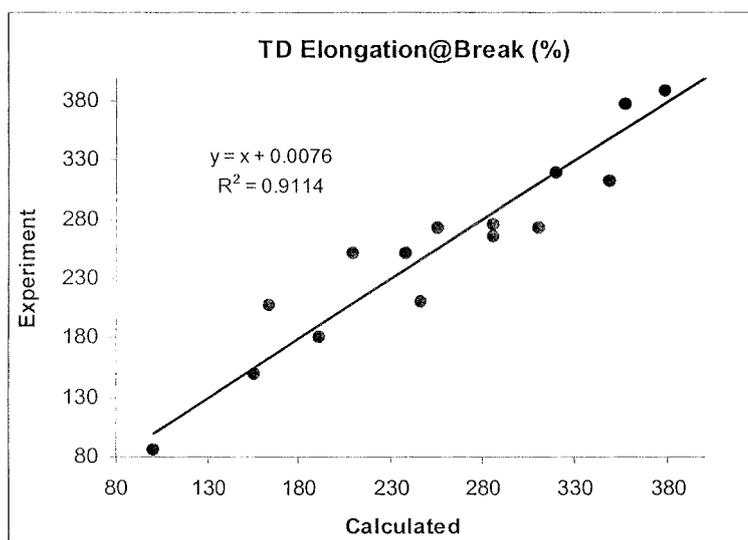
ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าสมบัติการยืดตัวของฟิล์มตามแนว MD และ TD จากแบบจำลองคณิตศาสตร์และจากการทดลอง

ปริมาณ CaCO ₃ (%)	อัตราส่วนการ ยืดฟิล์ม (%)	MD Elongation (%)			TD Elongation (%)		
		Exper.	Model	Error	Exper.	Model	Error
0	100	367	345	22	447	410	37
10	100	274	307	33	312	349	37
25	100	271	258	13	275	286	11
50	100	190	195	5	272	256	16
0	135	350	309	41	388	379	9
10	135	237	272	35	272	311	39
25	135	225	222	3	252	238	14
50	135	174	159	15	181	191	10
0	150	269	289	20	377	357	20
10	150	228	251	23	265	287	22
25	150	211	201	10	251	210	41
50	150	140	138	2	149	156	7
0	170	260	255	5	320	321	1
10	170	208	217	9	210	247	37
25	170	205	167	38	207	164	43
50	170	80	104	24	85	100	15

(ก)



(ข)



รูป 4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าสมบัติการยืดตัวของฟิล์มจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ และจากการทดลอง ตามแนว (ก) MD (ข) TD

จากการเปรียบเทียบระหว่างค่าสมบัติการยืดตัวของฟิล์มจากผลการทดลองและสมบัติการยืดตัวของฟิล์มที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ มีค่า $R^2 = 0.8955$ สำหรับแนว MD และ 0.9114 สำหรับแนว TD ซึ่งถือว่าผลจากการทำนายสมบัติการยืดตัวของฟิล์มจากแบบจำลองคณิตศาสตร์มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง

4.4.2.3 แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้ทำนายอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจน

$$WVTR = 10.56 + 0.0543X_1 + 0.2597X_2 + 0.0007X_1X_2 - 0.0001X_1^2 - 0.0043X_2^2$$

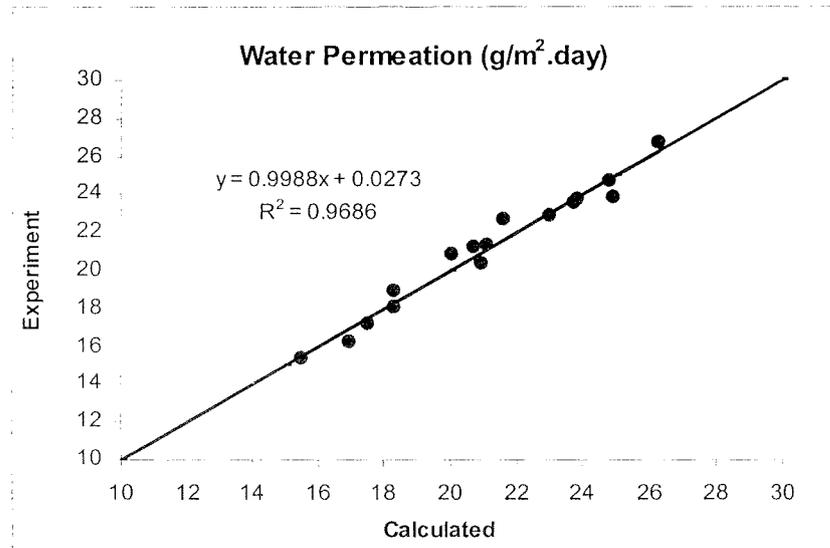
$$OTR = 13161.07 - 80.9733X_1 + 329.0988X_2 - 0.3098X_1X_2 + 0.4941X_1^2 - 3.5382X_2^2$$

นำผลที่ได้ไปพล็อตกราฟระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองและค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.5 เพื่อดูค่าความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์

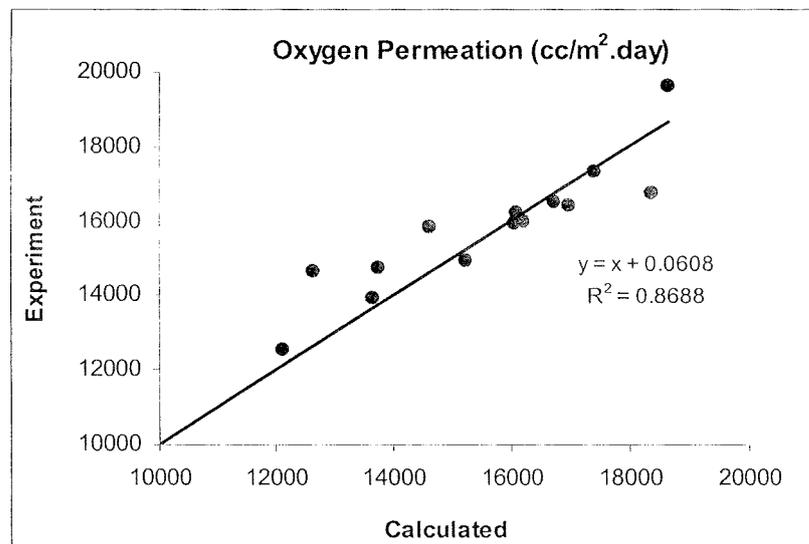
ตารางที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและออกซิเจนจากแบบจำลองคณิตศาสตร์และจากการทดลอง

ปริมาณ CaCO ₃ (%)	อัตราส่วนการ ยัดฟิล์ม (%)	WVTR (g/m ² .day)			OTR (cc/m ² .day)		
		Exper.	Model	Error	Exper.	Model	Error
0	100	15.41	15.48	0.07	8563	10004	1441
10	100	18.90	18.32	0.58	14626	12632	1994
25	100	20.39	20.97	0.58	14935	15246	311
50	100	21.34	21.10	0.24	15938	16065	127
0	135	16.26	16.96	0.71	9933	11234	1301
10	135	20.83	20.03	0.80	14755	13753	1002
25	135	22.92	23.03	0.11	15957	16205	248
50	135	23.57	23.75	0.18	16529	16752	223
0	150	17.18	17.56	0.38	12537	12132	405
10	150	21.26	20.73	0.53	15839	14604	1235
25	150	23.78	23.88	0.09	16389	16986	597
50	150	24.69	24.84	0.15	17317	17418	101
0	170	18.07	18.31	0.24	13910	13674	236
10	170	22.66	21.62	1.04	16230	16085	145
25	170	23.87	24.97	1.10	16728	18374	1646
50	170	26.72	26.27	0.45	19626	18650	976

(ก)



(ข)



รูป 4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าจากแบบจำลองคณิตศาสตร์และจากการทดลอง

(ก) อัตราการซึมผ่านของไอน้ำ (WVTR) (ข) อัตราการซึมผ่านของออกซิเจน (OTR)

จากการเปรียบเทียบระหว่างอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและอัตราการซึมผ่านของออกซิเจนจากผลการทดลองและที่คำนวณได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ มีค่า $R^2 = 0.9686$ สำหรับอัตราการซึมผ่านของไอน้ำ และ 0.8688 สำหรับอัตราการซึมผ่านของออกซิเจน ซึ่งถือว่า

ผลจากการทำนายสมบัติของอัตราการซึมผ่านของไอน้ำและอัตราการซึมผ่านของออกซิเจนจากแบบจำลองคณิตศาสตร์มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง ตารางที่ 4.6 ได้สรุปค่าของตัวแปรต่างๆ และค่า R^2 ของแต่ละสมบัติของแผ่นฟิล์ม

ตารางที่ 4.6 สรุปค่าของตัวแปรที่ได้จากการคำนวณและค่า R^2 โดยโปรแกรม Excel

สมบัติของ แผ่นฟิล์ม	ค่าตัวแปรที่ได้จากการคำนวณ						R^2
	a	b	c	d	e	f	
MD Tensile	33.76	-0.255	-0.183	-0.001	0.0014	0.0021	0.9524
TD Tensile	24.73	-0.051	-0.487	-0.001	0.0005	0.0058	0.9777
MD Elong.	342.78	0.7845	-3.899	-0.0006	-0.076	0.0195	0.8955
TD Elong.	354.01	1.6439	-4.935	-0.019	-0.011	0.0747	0.9114
WVTR	10.56	0.0543	0.2597	0.0007	-0.0001	-0.004	0.9686
OTR	13161	-80.97	329.10	-0.31	0.4941	-3.538	0.8688

เมื่อพิจารณาค่า R^2 ของแต่ละสมบัติของแผ่นฟิล์มพบว่าค่า R^2 ของสมบัติความทนต่อแรงดึงในแนว TD จะมีค่าเข้าใกล้ 1 มากที่สุด ($R^2=0.9777$) แสดงว่าการทำนายสมบัติความทนแรงดึงในแนว TD จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีความถูกต้องใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลองมากที่สุด รองลงมาได้แก่การทำนายสมบัติการซึมผ่านของไอน้ำและความทนแรงดึงในแนว MD ตามลำดับ สำหรับตัวอย่างการนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ได้ที่ภาคผนวก ข