



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

1. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจของนักศึกษาชั้นปีที่ 3 มหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ ตำบลคอนใหม่ อำเภอหลวงพระบาง จังหวัดหลวงพระบาง ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว เรื่องเวกเตอร์(Vector) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้และวิเคราะห์ลักษณะความเข้าใจของนักศึกษาในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน นักศึกษาที่เข้าร่วมวิจัยเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ชั้นปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 6 คน โดยแบ่งนักศึกษาวออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน นักศึกษาแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมการเรียนรู้ 7 กิจกรรม ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

2. ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา

จากใบกิจกรรมและโปรโตคอลการทำกิจกรรมของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม จำนวน 10 โปรโตคอลเกี่ยวกับเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและโปรโตคอลในขณะที่นักศึกษาทำกิจกรรมการเรียนการสอนเห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) มีความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) และมีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structure) ผู้วิจัยสรุปผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและโปรโตคอลในขณะที่นักศึกษาทำกิจกรรมเรื่อง นิยามของเวกเตอร์ การบวกและการลบเวกเตอร์ และการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ตามหัวข้อ ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามของเวกเตอร์

จากการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจ ตามกรอบทฤษฎี APS ของ ชาลนรงค์ เธิยธราช(2552) พบว่านักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม มีระดับความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามเวกเตอร์ของนักศึกษาโดยใช้โปรแกรม GSP เป็นฐานในการเรียนการสอน สามารถแบ่งความเข้าใจของนักศึกษาวออกเป็น 3 ระดับคือ ความเข้าใจนิยามเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ ความเข้าใจนิยามเวกเตอร์ในระดับการจัดกระบวนการ ความและเข้าใจนิยามเวกเตอร์ในระดับโครงสร้าง

2.1.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ จากการศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์

เป็นสองประเภทคือ 1) ลักษณะที่เหมือนกันคือ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียว และ ลักษณะที่ต่างกันคือ บอกทิศทาง 2) สามารถนำไปโปรแกรม GSP ตามคำสั่งเช่น กดปุ่ม + และ - และเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง

2.1.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระดับกระบวนการ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนักศึกษาที่มีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถ 1) สามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ ปริมาณสเกลาร์คือ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียว และ ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและบอกทิศทาง 2) สามารถบอกเวกเตอร์ที่ขนานกันเป็น เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันหรือทิศตรงข้ามกันเช่น \vec{AB} ขนานกับ \vec{DC} \vec{DC} ขนานกับ \vec{EF} และ \vec{BG} ขนานกับ \vec{AH} 3) สามารถบอกขนาดของส่วนของเส้นตรงที่แทนเวกเตอร์จะมีขนาดเท่ากับตัวเลขบอกความเร็วและสามารถกำหนดทิศทางของเวกเตอร์สามารถกำหนดได้ในรูปทิศทางหลักทั้งแปดทิศ และสามารถเขียนเวกเตอร์ในทิศต่างๆได้ 4) สามารถบอกความสัมพันธ์ของ \overline{AB} และ \overline{CD} ว่าเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากันและมีทิศทางไปทางเดียวกัน 5) สามารถบอกนิยามเวกเตอร์ที่เท่ากันเป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และมีขนาดเท่ากันเช่น \vec{HG} เท่ากับ \vec{EF} \vec{DE} เท่ากับ \vec{CF} และ \vec{AD} เท่ากับ \vec{BC} 6) สามารถบอกนิยามของนิเสธของ \vec{n} ว่าเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ \vec{n} แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ \vec{n} เช่น \vec{AB} นิเสธกับ \vec{CD} \vec{BG} นิเสธกับ \vec{HA} และ \vec{DE} นิเสธกับ \vec{FC}

2.1.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระดับโครงสร้าง จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนักศึกษาที่มีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถเขียนเวกเตอร์แทนการเดินทาง และสามารถคำนวณหาระยะห่างจากจุดเริ่มต้นและบอกทิศทางได้ เช่น กำหนดเวกเตอร์ $AB = 3$ กิโลเมตร และ $BC = 3$ กิโลเมตร รู้ว่ามุม $ABC = 90$ องศา เราได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$ ดังนั้น $AC = 3\sqrt{2}$ หรือ $AC = 4.25$ เห็นว่าชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AC = 4.25$ กิโลเมตร และชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นในทิศเหนือ

2.2 ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและการลบเวกเตอร์ ผู้วิจัยสรุปผลการวิเคราะห์ใบบันทึกกิจกรรมและโปรโตคอลในขณะที่นักศึกษาทำกิจกรรมเรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ของนักศึกษาโดยใช้ GSP เป็นฐานในการเรียนการสอน สามารถแบ่งความเข้าใจของนักศึกษาออกเป็น 2 ระดับคือ ความเข้าใจการบวกและการลบเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ และความเข้าใจการบวกและการลบเวกเตอร์ในระดับกระบวนการ

2.2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและลบเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนักศึกษาที่มีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถ 1) สามารถนำไปโปรแกรม GSP ตามคำสั่งเช่น ปรับความเร็วของเรือ ความเร็วของกระแส น้ำ และทิศทางของเรือ

และเมื่อคลิกปุ่ม [เดินทาง] ทำให้เรือขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ 1, 2 และ 3 ได้แต่ไม่สามารถอธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเรือเพื่อให้ขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ต้องการได้ 2) นักศึกษาปฏิบัติตามคำชี้แจงในหน้าที่ 3 ได้ แต่ไม่สามารถสรุปวิธีการหาผลบวกของ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สามเหลี่ยมได้

2.2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและการลบเวกเตอร์ในระดับกระบวนการ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถ 1) นักศึกษาปฏิบัติตามคำชี้แจงในหน้าที่ 3 ได้ และสามารถสรุปวิธีการหาผลบวกของ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สี่เหลี่ยมได้ 2) นักศึกษาปฏิบัติตามคำชี้แจงในหน้าที่ 4 ได้ และสามารถสรุปวิธีการหาผลบวกเวกเตอร์มากกว่าสองเวกเตอร์ได้ เช่น เขียนเวกเตอร์ทั้งสองให้มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกันแล้วสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนานเวกเตอร์ผลบวก คือเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยมีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ที่กำหนด 3) นักศึกษาสามารถหาผลบวกของเวกเตอร์ที่กำหนดให้ได้เช่น $1. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ $2. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$ $3. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = \vec{0}$ 4) สามารถบอกเวกเตอร์ศูนย์คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกันหรือเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่า $\vec{0}$ 5) สามารถอธิบายวิธีการลบเวกเตอร์หาได้โดยการเขียนเวกเตอร์ตัวตั้งและตัวลบให้มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกัน เวกเตอร์ที่เป็นผลลบ คือเวกเตอร์ที่เชื่อมจุดปลายของเวกเตอร์ทั้งสองและมีทิศทางชี้ไปทางเวกเตอร์ตัวตั้ง 6) นักศึกษาเขียนคำตอบของเวกเตอร์ได้

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} \quad \vec{FD} = \vec{FE} + \vec{ED} = -\vec{u} + \vec{v} \quad \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{v} - \vec{w} \quad \vec{FC} = \vec{FD} + \vec{DC} = \vec{v} - \vec{u} + \vec{w}$$

2.3 ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ผู้วิจัยสรุปผลการวิเคราะห์ไปกิจกรรมและ โปรโตคอลในขณะที่นักศึกษาทำกิจกรรมเรื่อง การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ของนักศึกษาโดยใช้ GSP เป็นฐานในการเรียนการสอน สามารถแบ่งความเข้าใจของนักศึกษออกเป็น 3 ระดับคือ ความเข้าใจการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับการจัดกระทำ ความเข้าใจการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับกระบวนการ และความเข้าใจการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับโครงสร้าง

2.3.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับการจัดกระทำ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้จะสามารถ 1) นักศึกษาสามารถปรับค่า a ให้เท่ากับ 5 และให้ความหมายของ $5\vec{u}$ คือเวกเตอร์ที่เกิดจากการเขียนเวกเตอร์ \vec{u} ต่อกัน 5 เวกเตอร์ 2) นักศึกษาคลิกที่ ปุ่ม ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า และสามารถเติมข้อความลงในตารางที่กำหนดให้ได้

2.3.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับ
 กระบวนการ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน นักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้โดยที่
 นักศึกษาสามารถอธิบายว่า 1) สามารถใช้ GSP ตามคำสั่งเช่น กดปุ่ม [+] หรือปุ่ม [-] ทำซ้ำไปซ้ำมา
 หลายครั้งปรับเปลี่ยนค่า a และเขียนความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{u}$ หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาด
 เท่ากับ 5 เท่าของขนาดของเวกเตอร์ \vec{u} และมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} 2) นักศึกษาเขียนข้อสรุป
 เกี่ยวกับเวกเตอร์ $a\vec{u}$ คือเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ $|a|$ เท่าขนาดของเวกเตอร์ \vec{u} โดยที่ ถ้าค่า $a > 0$
 แล้ว $a\vec{u}$ มีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} ถ้า $a < 0$ แล้ว $a\vec{u}$ มีทิศทางตรงกันข้ามกับ \vec{u} และ ถ้า $a = 0$ แล้ว
 $a\vec{u} = \vec{0}$

2.3.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับ
 โครงสร้าง จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน นักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้โดยที่
 นักศึกษาสามารถอธิบายว่า 1) นักศึกษาสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์หาค่าของ x จาก
 สมการ $7\vec{u} + (2x - 4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ ได้คือ $x > \frac{7}{3}$ 2) นักศึกษาสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับ
 เวกเตอร์หาค่าของ a และ b จากสมการ $\vec{w} = (a + 4b)\vec{u} + (2a + b + 1)\vec{v}$ และ
 $\vec{s} = (b - 2a + 2)\vec{u} + (2a - 3b - 1)\vec{v}$ แล้ว $3\vec{w} = 2\vec{s}$ ได้คือ $a = 2$ และ $b = -1$

3. ข้อเสนอแนะ

3.1 ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

3.1.1 ควรฝึกให้ผู้เรียนได้ใช้ GSP ในการแก้เวกเตอร์สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ อยู่
 เสมอ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นประโยชน์ และกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้

3.1.2 การนำ GSP เข้าไปในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ นั้น ครูต้องทราบถึงศักยภาพของ
 เทคโนโลยีนี้ และเลือกบูรณาการใช้กับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ให้มีความสอดคล้องและเหมาะสม
 เพื่อจะได้ยกระดับในการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างแท้จริง

3.1.3 ในกระบวนการสร้างความเข้าใจของผู้เรียนนั้นผู้เรียนได้แสดงออกมาด้วยภาษา
 ที่ผู้เรียนเข้าใจ ที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหาและนิยามทางคณิตศาสตร์ บทบาทของครูคือเชื่อมโยงสิ่งที่
 ผู้เรียนมีกับสิ่งที่มีอยู่ในตำราเรียนให้ได้ และส่งผลให้นักศึกษารู้ได้ด้วยความเข้าใจของตนเองอย่าง
 แท้จริง

3.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

3.2.1 ควรศึกษาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในเนื้อหาและ
ระดับอื่นๆ

3.2.2 ในการสัมภาษณ์นักศึกษา การใช้คำถามเพื่อให้นักศึกษาเข้าถึงวิธีคิดของตัวเอง
ผู้วิจัยควรมีการจัดเตรียมคำถามเพื่อให้นักศึกษาได้ทบทวนวิธีการและคำตอบของเขาโดยไม่เร่งรีบ
เพื่อเอาคำตอบจากศึกษา

