

บทที่ 4

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา (Case Study) โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ซึ่งเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์เรื่อง เวกเตอร์ (Vector) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ สำหรับ นักศึกษามหาวิทยาลัยสุภาณวงศ์ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว และวิเคราะห์ลักษณะ ความเข้าใจของนักศึกษาในการปฏิบัติการเรียนการสอน โดยนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และสรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. ข้อมูลทั่วไปของมหาวิทยาลัยสุภาณวงศ์
2. ข้อมูลเกี่ยวกับนักศึกษาที่เข้าร่วมวิจัย
3. การวิเคราะห์โปรโตคอลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เวกเตอร์ (Vector) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็น เครื่องมือประกอบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน และ 7 กิจกรรมตามกรอบทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาแผนการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอน และกรอบการวิเคราะห์ลักษณะความเข้าใจ กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ที่พัฒนาโดย ชาญณรงค์ เชียงราช (2552)

4. การอภิปรายผลการวิจัย

1. ข้อมูลทั่วไปของมหาวิทยาลัยสุภาณวงศ์

มหาวิทยาลัยสุภาณวงศ์ ตั้งอยู่ถนนเลขที่ 13 ตอนเหนือ ตำบลคอนใหม่ อำเภอหลวงพะบาง จังหวัดหลวงพะบาง ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ได้รับการสถาปนาขึ้นตามบัญชา ของฯพณฯ ท่านนายกรัฐมนตรี ฉบับเลขที่ 169/นย ลงวันที่ 4 พฤศจิกายน 2546 ได้ปฏิบัติการกิจใน ด้านการศึกษา และพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ เพื่อสนองต่อแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการร่วมแรงร่วมใจกันด้วยความมุ่งมั่น ในการแก้ไขความยากจนของประชาชน ในเขตพื้นที่ 8 จังหวัดภาคเหนือ ในปี พ.ศ 2548 รัฐบาลได้ตัดสินใจอนุมัติงบประมาณจำนวน มหาศาล เพื่อพัฒนามหาวิทยาลัยแห่งนี้รอบด้าน อาทิเช่น การก่อสร้างสาธาณูปโภคพื้นฐาน และวิชาการ ซึ่งรวมทั้งอาคารสถานที่ สิ่งอำนวยความสะดวก การพัฒนาหลักสูตรและสื่อการเรียน การสอน ตลอดจนให้มีการฝึกอบรมครูผู้สอนจำนวนหนึ่งในระยะสั้นและระยะยาว ทั้ง

ภายในประเทศและต่างประเทศ มีอาจารย์ทั้งหมดจำนวน 248 คน อาจารย์หญิง 62 คน มีนักศึกษาทั้งหมด 4,716 คน นักศึกษาหญิงมีจำนวน 1,903 คน และประกอบด้วย 6 คณะภาควิชาคือ

- 1) คณะศึกษาศาสตร์ (วิทยาเขตนาสร้างเหวย) ประกอบด้วย 3 ภาควิชา คือ ภาควิชาครุคณิตศาสตร์ ภาควิชาครุภาษาอังกฤษ ภาควิชาครุภาษาลาว
- 2) คณะเศรษฐศาสตร์และการท่องเที่ยว ประกอบด้วย 5 ภาควิชา คือ ภาควิชาเศรษฐศาสตร์ ภาควิชาบริหารธุรกิจ ภาควิชาบริหารการท่องเที่ยว ภาควิชาบริหารธุรกิจไอที ภาควิชาธุรกิจระหว่างประเทศ
- 3) คณะเกษตรศาสตร์และทรัพยากรป่าไม้ ประกอบด้วย 3 ภาควิชา คือ ภาควิชาวิทยาศาสตร์เลี้ยงสัตว์ ภาควิชาวิทยาศาสตร์ปลูกพืช ภาควิชาทรัพยากรป่าไม้
- 4) คณะวิศวกรรมศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ภาควิชา คือ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
- 5) คณะสถาปัตยกรรมศาสตร์ ประกอบด้วย 1 ภาควิชา คือ ภาควิชาสถาปัตยกรรมศาสตร์
- 6) คณะภาษาศาสตร์ ประกอบด้วย 2 ภาควิชา คือ ภาควิชาภาษาลาว ภาควิชาภาษาอังกฤษ



ภาพที่ 6 ภาพมหาวิทยาลัยสุกานวงศ์

2. ข้อมูลเกี่ยวกับนักศึกษาที่เข้าร่วมวิจัย

นักศึกษากลุ่มเป้าหมายในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 3 ภาคเรียน ที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ภาควิชาครุคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาเขตนาสร้างเหวย มหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ อำเภอหลวงพระบาง จังหวัดหลวงพระบางในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว โดยนักศึกษากลุ่มเป้าหมายคือ นักศึกษาห้อง 3M1 จำนวน 3 คน นักศึกษาหญิง จำนวน 2 คน และนักศึกษาห้อง 3M2 จำนวน 3 คน นักศึกษาหญิง จำนวน 2 คน รวมทั้งหมดจำนวน 6 คน ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายโดยการสัมภาษณ์ พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ทำให้ผู้วิจัยทราบข้อมูลพื้นฐานด้านอุปนิสัย ความสนใจ บุคลิกภาพ เจตคติที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา โดยคัดเลือกนักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มเก่ง จำนวน 3 คน นักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มอ่อนจำนวน 3 คน การจัดกลุ่มนักศึกษาดังกล่าวมาจากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 (เริ่มเรียนเดือนกันยายน ถึง เดือนธันวาคม)

2.1 นักศึกษากลุ่มเก่งจำนวน 3 คน คือ (แสงเทียน ดอกนอและเฮอร์จา) ซึ่งเป็นนักศึกษาที่มีคะแนนอยู่ใน 75 เปอร์เซนต์หลังของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552

แสงเทียน เป็นนักศึกษาชอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษา จนถึงปัจจุบัน เพราะ ครูนั่นสอนได้ละเอียดชัดเจน ทำให้นักศึกษาเข้าใจมากขึ้นและเข้าใจอย่างถ่องถ้วน เวล่านักศึกษาไม่เข้าใจครูก็อธิบายให้นักศึกษาเข้าใจได้ เป็นคนชอบคิด มีเหตุผล กล้าแสดงออก และเป็นตัวแทนของนักศึกษาในการเข้าร่วมแข่งขันทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษา จนได้รับรางวัลชนะเลิศ

ดอกนอ เป็นนักศึกษาที่มีความรับผิดชอบในหน้าที่อยู่เสมอ มีความตั้งใจในการทำงานสูง กล้าแสดงออกเป็นคนที่ค่อนข้างคึกซ่า แต่เป็นคนรอบคอบในการทำงาน ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะเรียนแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น นำไปใช้ในการค้าขาย

เฮอร์จา เป็นนักศึกษาที่มีความรับผิดชอบในหน้าที่อยู่เสมอ มีความตั้งใจในการทำงานสูง กล้าแสดงออกเป็นคนที่ค่อนข้างคึกซ่า แต่เป็นคนรอบคอบในการทำงาน ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาวิทยาศาสตร์ มากกว่าเรียนวิชาสังคม เพราะเรียนแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น นำไปใช้ในการค้าขาย

2.2 นักศึกษากลุ่มอ่อนจำนวน 3 คน คือ (บุญยง สุพาพรและสีจันทร์) ซึ่งเป็นนักศึกษาที่มีคะแนนอยู่ใน 25 เปอร์เซนต์แรก ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552

บุญยง เป็นนักศึกษาที่ทำงานเรียบร้อย เป็นระบบ ติดตามงาน เสมอต้นเสมอปลาย สนใจเรียน กล้าแสดงออก มีเหตุผล ชอบเรียนวิชาวิทยาศาสตร์

สุภาพร เป็นนักศึกษาที่ขยัน ตั้งใจเรียน มีน้ำใจ ยิ้มง่าย สนุกกว่าเรื่อง เป็นคนที่เข้ากับคนอื่นได้ง่าย ชอบเรียนทุกวิชา

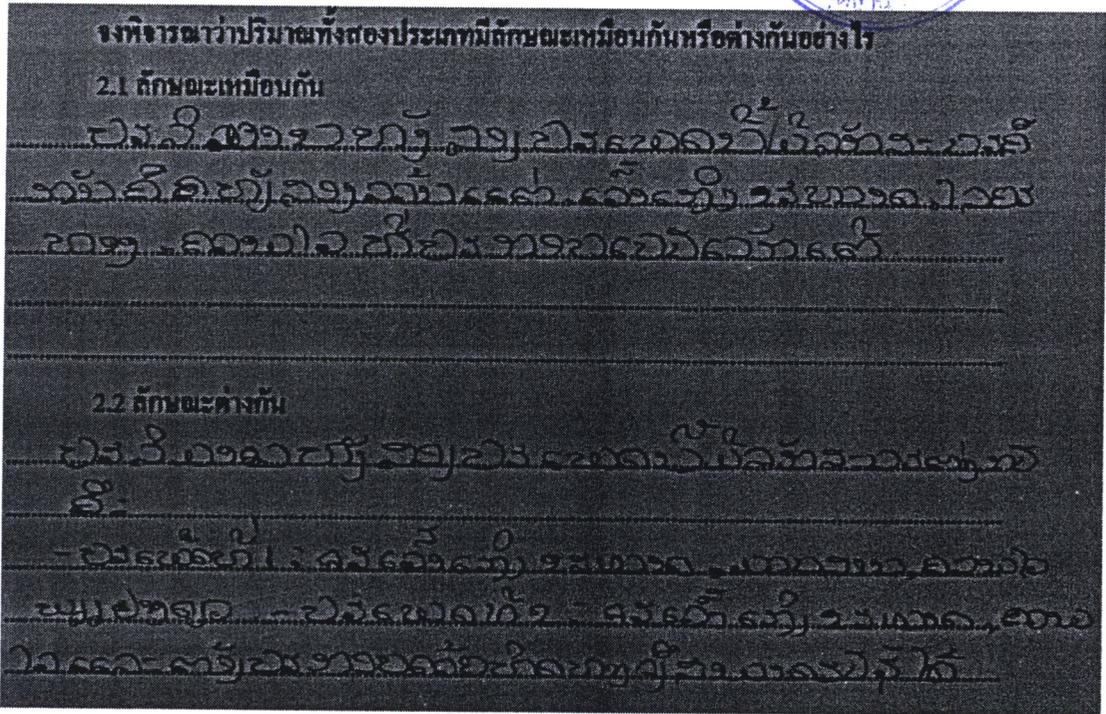
สีจันทร์ เป็นนักศึกษาที่ขยัน ตั้งใจเรียน มีน้ำใจ ยิ้มง่าย สนุกกว่าเรื่อง เป็นคนที่เข้ากับคนอื่นได้ง่าย ชอบเรียนทุกวิชา

3. การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนและโปรโตคอลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยครั้งที่ 3 เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยประกอบการเรียนรู้

3.1 ความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับนิยามของเวกเตอร์

3.1.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.1 นิยามเวกเตอร์ คำสั่งข้อที่ 2 ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อให้ นักศึกษาพิจารณาว่าปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน

3.1.1.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน(บุญยง สุภาพรและสีจันทร์) นักศึกษาได้อธิบายปริมาณทั้งสองประเภทดังนี้ ลักษณะเหมือนกันคือ ปริมาณทั้งสองประเภทนี้มีลักษณะเหมือนกันคือ ทั้งสองประเภทล้วนแต่บอกถึงขนาด ระยะทาง ความเร็ว และ ลักษณะต่างกันคือ ปริมาณประเภทที่ 1 จะบอกถึงขนาด มวล ความเร็วเพียงอย่างเดียว และปริมาณประเภทที่ 2 บอกถึงขนาด ความเร็ว ความเร็วและต้องประกอบด้วยทิศทางจึงสามารถรู้ได้ แสดงดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของบุญยง สุภาพรและสีจันทร์

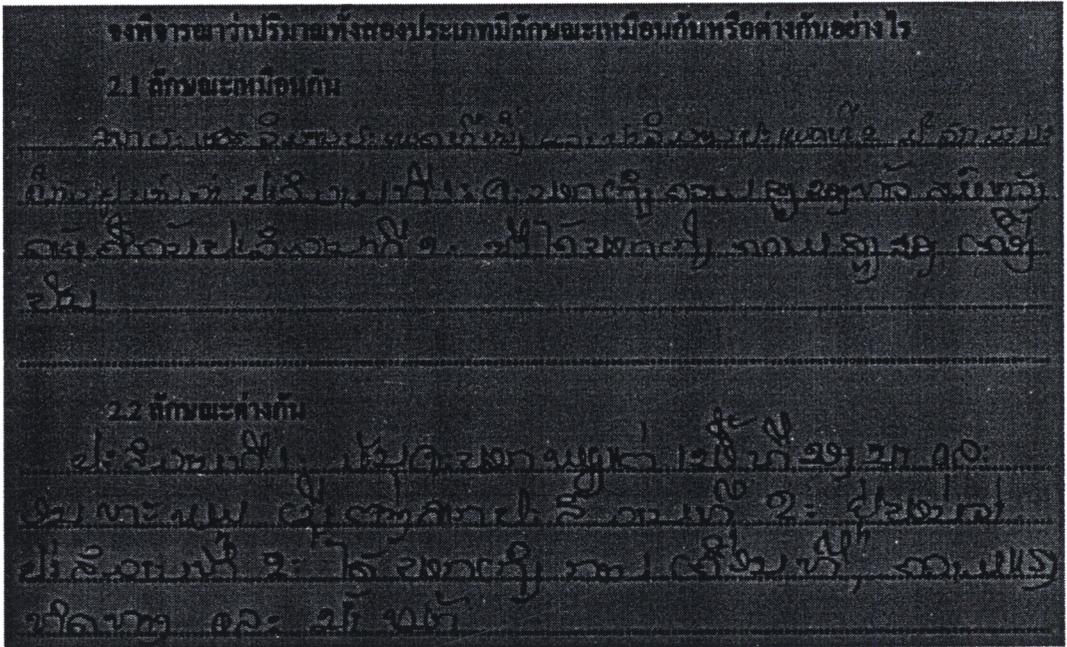
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “พิจารณาว่าปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน ได้ ดัง โปร โดคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรม ใน Item 3 – Item 6

- Item 3 สีจันทร์ : ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียว
- Item 4 บุญยง : ปริมาณเวกเตอร์ เป็นปริมาณที่มีขนาด และทิศทาง
- Item 5 สุภาพร : ลักษณะเหมือนกันคือ บอกลักษณะ
- Item 6 สีจันทร์ : สรุปว่าปริมาณประเภทที่ 1 และ ปริมาณประเภทที่ 2 ทั้งสองประเภทเหมือนกันคือ บอกลักษณะ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 และการอภิปรายโปโดคอลนักศึกษาได้เขียนปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน ได้ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.1.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา) นักศึกษาได้อธิบายปริมาณทั้งสองประเภทดังนี้ ลักษณะ

เหมือนกันคือ คือปริมาณประเภทที่ 1 จะบอกถึงความสูงของนายสมหวัง เหมือนกับปริมาณประเภทที่ 2 บอกถึงความสูงของเครื่องบิน ลักษณะที่ต่างกันคือ ปริมาณประเภทที่ 1 จะบอกถึงขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น พื้นที่และอุณหภูมิและต่างจากปริมาณประเภทที่ 2 บอกถึงการเคลื่อนที่ ความแรง ทิศทางและน้ำหนัก แสดงดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของแสงเทียน คอกนอและเฮอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “พิจารณาว่าปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกัน ดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน

Item 50 – Item 55

- Item 50 เฮอร์จา : ลักษณะเหมือนกันคือ นายสมหวัง มีความสูง 170 เซนติเมตร และปริมาณที่ 2 บอกถึงความสูงของเครื่องบินมีลักษณะเฉพาะของมัน
- Item 51 แสงเทียน : ปริมาณประเภทที่ 2 หมายถึง การเคลื่อนที่ ทิศทาง ความแรง และน้ำหนัก
- Item 52 คอกนอ : ปริมาณประเภทที่ 1 เป็นสเกลาร์เพราะว่ามีขนาดเพียงอย่างเดียว

- Item 53 เซอร์จา : ปริมาณประเภทที่ 2 เป็นปริมาณเวกเตอร์
- Item 54 แสงเทียน : ลักษณะเหมือนกันคือ ความสูง
- Item 55 เซอร์จา : บอกขนาดเพียงอย่างเดียว คือ ความสูง

3.1.1.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม จากข้อสรุปในใบกิจกรรม คำสั่งข้อที่ 2 และการอภิปรายโปรโตคอลนักศึกษาได้เขียนปริมาณทั้งสองประเภทมีลักษณะเหมือนกันหรือต่างกันได้คือ ลักษณะเหมือนกันคือบอกถึงขนาดและลักษณะต่างกันคือ บอกถึงขนาดและทิศทาง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.1 นิยามเวกเตอร์คำสั่งข้อที่ 3 มีจุดประสงค์เพื่อให้นักศึกษาบอกความหมายของปริมาณทั้งสองปริมาณตามความเข้าใจของนักศึกษา พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ไม่ซ้ำกับกำหนดในข้อที่ 1 มาอย่างน้อย 3 ตัวอย่าง

3.1.2.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพรและสีจันทร์) ได้อธิบายว่า 3.1 ปริมาณสเกลาร์คือ ปริมาณที่เป็นจำนวนจริงใดที่รู้เพียงขนาดก็สามารถเข้าใจได้ เช่น ระยะทาง ความดัน อุณหภูมิ พื้นที่และมวล ตัวอย่างแดง โหมหนึ่งผลมีน้ำหนักเท่ากับ 2 กิโลกรัม นายน้อยขับรถด้วยความเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมงและน้ำจืดในธรรมชาติมีอุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส 3.2 ปริมาณเวกเตอร์คือ ปริมาณที่มีขนาดและทิศทางจึงสามารถเข้าใจได้เช่น ความเร็ว แรง ความเร่ง ตัวอย่าง เรือวิ่งตามกระแสน้ำไหลจากทิศเหนือไปทิศใต้ด้วยความเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คนผู้หนึ่งวิ่งจากโรงเรียนไปพู่สีด้วยความเร็ว 2 กิโลเมตร มีรถเกิดอุบัติเหตุระยะห่างจากที่นี้ 3 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันตก แสดงดังภาพที่ 9

3. จากปริมาณในข้อที่ 2 เรียกปริมาณประเภทที่ 1 ว่า "ปริมาณสเกลาร์" (scalar quantity) และปริมาณประเภทที่ 2 เรียกว่า "ปริมาณเวกเตอร์" (vector quantity) จงให้ความหมายของปริมาณทั้งสองปริมาณตามความเข้าใจของนักศึกษา พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ไม่ซ้ำกับกำหนดในข้อที่ 1 มาอย่างน้อย 3 ตัวอย่าง

3.1 ปริมาณสเกลาร์ คือ ~~เป็นปริมาณที่แสดงด้วยตัวเลขเพียงอย่างเดียว~~
~~ของหน่วยและขนาดของปริมาณที่ได้ระบุไว้โดยสมบูรณ์~~
~~คือ ปริมาณขนาด, ปริมาณ, ปริมาณ, ปริมาณ~~
1. ~~มวลของวัตถุ~~ มวลของวัตถุ 1 กิโลกรัม ~~มวลของวัตถุ 1 กิโลกรัม~~
2. ~~มวลของวัตถุ~~ ปริมาณของน้ำดื่ม 40 ลิตร ~~มวลของวัตถุ 40 ลิตร~~
3. ~~อุณหภูมิของน้ำ~~ อุณหภูมิของน้ำ 4 องศาเซลเซียส ~~อุณหภูมิของน้ำ 4 องศาเซลเซียส~~

3.2 ปริมาณเวกเตอร์ คือ ~~เป็นปริมาณที่แสดงด้วยตัวเลขและทิศทาง~~
~~ของหน่วยและขนาดของปริมาณที่ได้ระบุไว้โดยสมบูรณ์~~
~~คือ ปริมาณขนาด, ปริมาณ, ปริมาณ, ปริมาณ~~
1. ~~อุณหภูมิของน้ำ~~ ปริมาณของน้ำดื่ม 40 ลิตร ~~อุณหภูมิของน้ำ 40 ลิตร~~
2. ~~มวลของวัตถุ~~ ปริมาณของน้ำดื่ม 40 ลิตร ~~มวลของวัตถุ 40 ลิตร~~
3. ~~อุณหภูมิของน้ำ~~ ปริมาณของน้ำดื่ม 40 ลิตร ~~อุณหภูมิของน้ำ 40 ลิตร~~

ภาพที่ 9 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.1 คำสั่งข้อที่ 3 ของบุญยง สุภาพรและสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของปริมาณทั้งสองปริมาณ ดัง โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 42 – Item 43

- Item42 สุภาพร : ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียวเช่นพื้นที่ มวล ความสูง ระยะห่าง
- Item43 บุญยง : ปริมาณเวกเตอร์ เป็นปริมาณที่มีขนาด และทิศทางเช่น การเคลื่อนที่ ความแรง ความเร็ว เช่น เรือวิ่งตามกระแสแม่น้ำไหลจากทิศเหนือหาทิศใต้ด้วยความเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเขียนความหมายของปริมาณทั้งสองได้ดัง โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 42 – Item 43

- | | | |
|--------|----------|--|
| Item42 | แสงเทียน | : ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียวเช่น พื้นที่ มวล ความสูง ระยะห่าง |
| Item43 | เซอร์จา | : ปริมาณเวกเตอร์ เป็นปริมาณที่มีขนาด และทิศทางเช่น การเคลื่อนที่ ความแรง ความเร็ว เช่น รถเมล์คันหนึ่งเดินทาง จากหลวงพระบาง ไปไชยบูลีด้วยระยะทาง 110 กิโลเมตร |

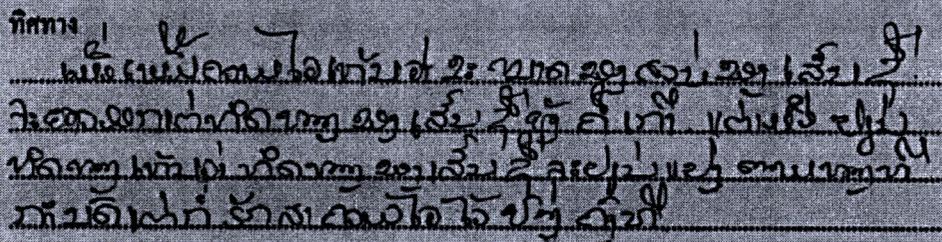
3.1.2.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มจากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือเขียนความหมายของปริมาณทั้งสองปริมาณได้เช่น ปริมาณสเกลาร์เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียวเช่น พื้นที่ มวล ความสูง ระยะห่างและ ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีขนาด และทิศทางเช่น การเคลื่อนที่ ความแรง ความเร็ว เช่น รถเมล์คันหนึ่งเดินทาง จากหลวงพระบาง ไปไชยบูลีด้วยระยะทาง 110 กิโลเมตร พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.3 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.2 การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ คำสั่งข้อที่ 1 มีจุดประสงค์เพื่อให้นักศึกษาพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง

3.1.3.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอนอ และ เซอร์จา) อธิบายเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทางว่า เมื่อเพิ่มความเร็วเห็นว่าขนาดของส่วนของเส้นตรงจะขยายออกแต่ทิศทางของเส้นตรงยังเหมือนเดิม ถ้าเปลี่ยนทิศทางเห็นว่าทิศทางของเส้นตรงจะเปลี่ยนแปลงตามที่กำหนด แต่ความเร็วไม่เปลี่ยนแปลง แสดงดังภาพที่ 11

1. เปิดไฟล์ชื่อ “นิยาม_กิจกรรมที่ 2.gsp” หน้าที่ 1 ให้นักศึกษากำหนดค่าความเร็วความต้องการ โดยคลิกเมาส์ที่ “กำหนดความเร็ว” แล้วกดปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อปรับความเร็ว ส่วนการกำหนดทิศทาง ให้คลิกที่จุดที่มีข้อความ “ลาก” ค้างไว้แล้วลากจุดเพื่อกำหนดทิศทาง

ให้นักศึกษาพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุ



ภาพที่ 11 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 1 ของแสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 1 นักเรียนได้ให้ข้อสรุป “ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง” จะเห็นว่านักเรียนได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทางได้ จะเห็นได้ดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 10 – Item 11 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

Item 10 เฮอร์จา : ถ้ากด + และ - เห็นว่า ความเร็ว และ ส่วนของเส้นตรงมีการเพิ่มขึ้นหรือลดลง ตามต้องการ

Item 11 แสงเทียน : เมื่อคลิกปุ่มการกำหนดความเร็วแล้วกด + และกด Shift ค้างไว้ สังเกตเห็นว่า เมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นขนาดของเส้นตรงก็จะเพิ่มขึ้นตามต้องการ เมื่อกดเครื่องหมายลบ ความเร็วจะลดลง และขนาดของเส้นตรงก็ลดลง แต่ทิศทางไม่เปลี่ยนแปลง

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อ 1 และ โปรโตคอลนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มที่มีความเข้าใจเหมือนกันคือ เมื่อเพิ่มความเร็วเห็นว่า ขนาดของส่วนของเส้นตรงก็เพิ่มขึ้น และเมื่อลดความเร็วขนาดของส่วนของเส้นตรงก็จะลดลง พฤติกรรมของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มที่ได้แสดงออกในลักษณะนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.3.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุพาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่า เมื่อคลิกที่ปุ่มการกำหนดความเร็วแล้วกด Shift ค้างไว้และกดเครื่องหมายบวก (+) จะเห็นว่าความเร็วเพิ่มขึ้นขนาดของส่วนของเส้นตรงก็เพิ่มขึ้น

3.1.4.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่า เมื่อใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากเปลี่ยนทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} ไปตามทิศของเข็มนาฬิกาเห็นว่ามี 8 ทิศหลักคือ ทิศเหนือ ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ ทิศตะวันออก ทิศตะวันออกเฉียงใต้ ทิศใต้ ทิศตะวันตกเฉียงใต้ ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ทิศตะวันตกเฉียงใต้ แสดงดังภาพที่ 13

1) ของอธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปทิศทางหลัก
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ภาพที่ 13 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 3.1 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

ดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 55 -

Item 59 แสดงให้เห็นตามพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักศึกษาที่แสดงออกในการทำกิจกรรม

Item55 สัจจันทร์ : เมื่อใช้เมาส์คลิกจุด B ลากไปตามทิศของเข็มนาฬิกาจะเห็นว่า มีทิศหลักอยู่ 8 ทิศ ตัวอย่าง เวกเตอร์ \vec{AB} มีทิศทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

Item 56 ครู : เวกเตอร์ \vec{AB} ไปตามทิศใด

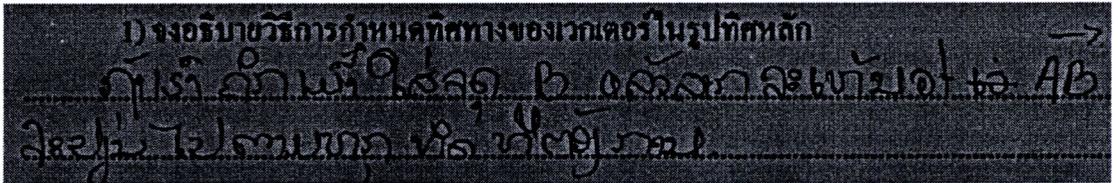
Item 57 สัจจันทร์ : เวกเตอร์ \vec{AB} ไปตามทิศทาง 8 ทิศหลัก

Item 58 สุภาพร : คลิกที่จุด B แล้วกำหนดมุมตามต้องการและสังเกตว่า \vec{AB} เป็นอย่างไร

Item 59 บุญยง : เวกเตอร์ \vec{AB} ทำเป็นมุม 27° วัดจากทิศเหนือในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

จากการอภิปรายโปรโตคอล ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มได้ใช้ GSP ปรับเปลี่ยนค่าของ การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} ตามที่กำหนดได้ถูกต้อง จะเห็นว่านักศึกษาได้แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.4.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) อธิบายว่าเมื่อใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากเปลี่ยนทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} จะเห็นว่า \vec{AB} ไปตามทิศที่ต้องการ แสดงดังภาพที่ 14



ภาพที่ 14 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 3.1 ของแสง ดอก และ เฮอร์

ดัง โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 50 – Item 51 แสดงให้เห็นตามพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักศึกษาที่แสดงออกในการทำกิจกรรม

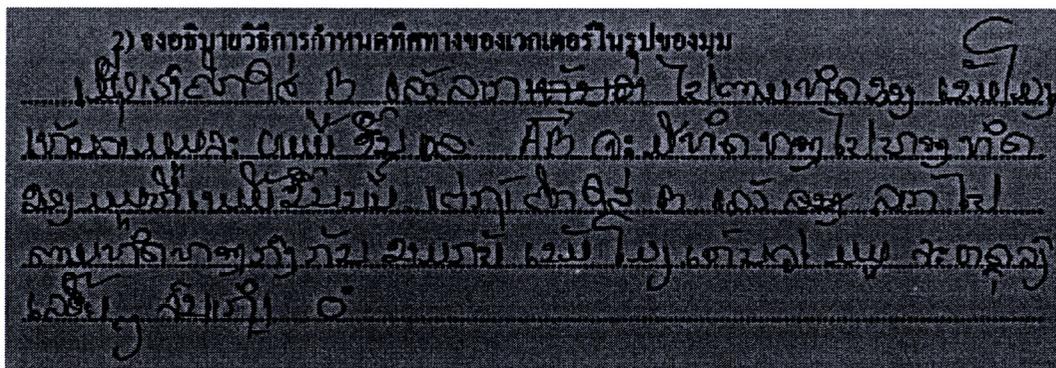
Item50 เฮอร์จา : เมื่อใช้เมาส์คลิกจุด B ลากเปลี่ยนทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} จะเห็นว่า \vec{AB} ไปตามทิศที่ต้องการ

Item 51 ดอกนอ : เวกเตอร์ \vec{AB} ไปตามทิศที่ต้องการ

3.1.4.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม จากข้อสรุปในใบกิจกรรม คำสั่งข้อที่ 1 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม มีความเข้าใจเหมือนกันคือจากการอธิบาย โปรโตคอล ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม ได้ใช้ GSP ปรับเปลี่ยนค่าของ การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} ตามที่กำหนดได้ถูกต้อง พฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.5 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.2 การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ คำสั่งข้อที่ 3.2 ให้นักศึกษาอธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุม

3.1.5.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) ได้ธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุมว่า เมื่อใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศของเข็มนาฬิกาเห็นว่า \vec{AB} จะมีทิศทางไปตามทิศทางของมุมที่เพิ่มขึ้นนั้น แต่ถ้าคลิกที่จุด \vec{AB} ลากไปตามทิศทวนเข็มนาฬิกาเห็นว่า มุมจะลดลงจนกระทั่งได้ มุม 0 องศา แสดงดังภาพที่ 15



ภาพที่ 15 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 3.2 ของแสงเทียน คอกนอ และเซอร์จา

จากใบกิจกรรมที่นักศึกษาได้ให้ข้อสรุป วิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุม จะเห็นได้ดังโปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 60 – Item 61

- Item 60 เซอร์จา : คลิกที่จุด B แล้วกำหนดมุมตามต้องการ สังเกตว่า เวกเตอร์ \vec{AB} ทำเป็นมุมอะไรบ้าง
- Item 61 แสงเทียน : ถ้าคลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศของเข็มนาฬิกา เห็นว่า มุมเพิ่มขึ้น และเวกเตอร์ \vec{AB} มีทิศทางไปตามทิศทางของมุมที่เพิ่มขึ้นนั้น แต่คลิกที่ B ลากไปตามทิศตรงกันข้ามเข็มนาฬิกา สังเกตเห็นว่า มุมจะลดลงเรื่อยๆ จนถึงมุม 0 องศา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 3.2 และ โปรโตคอลเห็นว่า นักศึกษาได้ใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศเข็มนาฬิกา และทิศตรงข้ามของเข็มนาฬิกา พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในขณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.5.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุมว่าเมื่อใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศของเข็มนาฬิกาเห็นว่า \vec{AB} ทำเป็นมุมต่างๆ วัดจากทิศเหนือในทิศทางของของเข็มนาฬิกาเช่น \vec{AB} วัดเป็นมุม 037 องศาแสดงดังภาพที่ 16

2) จงอธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุม
 เมื่อกดปุ่ม B แล้วลากไปทางทิศของเข็มทิศเหนือ: \vec{AB}
 เมือเข็มทิศชี้ไปทางทิศเหนือของเข็มทิศ 2 องศาเข็มทิศ
 1 องศา: \vec{AB} ลากแทนเข็มทิศ 037° ...

ภาพที่ 16 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 3.2 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากใบกิจกรรมที่นักเรียนได้ให้ข้อสรุป วิธีการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ในรูปของมุม จะเห็นได้ดังโปรแกรมโคดของนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 58 – Item 60

- Item 58 เซอร์จา : คลิกที่ จุด B แล้วกำหนดมุมตามต้องการและสังเกตว่า เวกเตอร์ \vec{AB} เป็นอย่างไร
- Item 59 คอกนอ : เวกเตอร์ \vec{AB} ทำเป็นมุม 037 องศา วัดจากทิศเหนือในทิศทางตามเข็มนาฬิกา
- Item 60 แสงเทียน : ถ้าคลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศของเข็มนาฬิกา เห็นว่า มุมเพิ่มขึ้น และเวกเตอร์ \vec{AB} มีทิศทางไปตามทิศทางของมุมที่เพิ่มขึ้นนั้น แต่คลิกที่ B ลากไปตามทิศวนเข็มนาฬิกา สังเกตเห็นว่า มุมจะลดลงเรื่อยๆ จนถึงมุม 0 องศา

3.1.5.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 3 และ โปรแกรมโคดเห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจเหมือนกันคือ ได้ใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้วลากไปตามทิศเข็มนาฬิกา และทิศตรงข้ามของเข็มนาฬิกาได้มุมต่างๆ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในขณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.6 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.2 การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์คำสั่งข้อที่ 4 ให้นักศึกษาเขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ต่อไปนี้

- 1) 120 เมตรไปทางทิศเหนือ
- 2) 30 เมตร ไปทางทิศ 060°
- 3) 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300°

4) 10 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

3.1.6.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เซอร์จา) ได้อธิบายการเขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ต่อไปนี้

- 1) 120 เมตรไปทางทิศเหนือ คือ อัตราส่วน 1 : 40 เมตร
- 2) 30 เมตร ไปทางทิศ 060° คือ 1 เซนติเมตร : 10 เมตร
- 3) 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300° คือ อัตราส่วน 1 เซนติเมตร : 20 กิโลเมตรและ

มุม 300 องศาได้จากการหมุนทิศทางของเวกเตอร์ \vec{AB} โดยเริ่มจากทิศเหนือหาทิศใต้ได้มุม 180 องศา หมุนไป 90 องศาได้ 270 องศา และสุดท้ายได้มุม 300 องศา

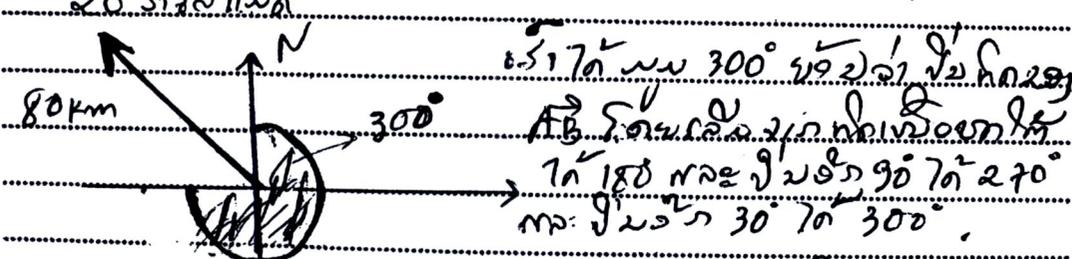
4) 10 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือคือ อัตราส่วน 1 : 2.5 กิโลเมตร

ดังภาพที่ 17

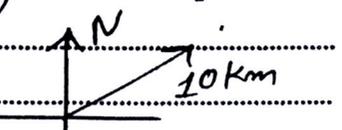
4. จงเขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ต่อไปนี้

- 1) 120 เมตรไปทางทิศเหนือ
- 2) 30 เมตร ไปทางทิศ 060°
- 3) 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300°
- 4) 10 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

1) 120 เมตรไปทางทิศเหนือ คือ : อัตราส่วน 1 : 40 เมตร
 2) 30 เมตรไปทางทิศ 060° คือ : 1 ซม. ต่อ 10 เมตร
 3) 80 กิโลเมตรไปทางทิศ 300° คือ : อัตราส่วน 1 ซม. ต่อ 20 กิโลเมตร



4) 10 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ คือ : อัตราส่วน 1 ซม. ต่อ 2.5 กม.



ภาพที่ 17 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 4 ของแสงเทียน ดอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 4 และ โปรโตคอลจะเห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจคือ เขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ได้ จะสังเกตเห็นดัง โปรโตคอล พฤติกรรมการพูดคุยของนักศึกษาที่แสดงให้เห็นใน Item 60 – Item 67

- Item 60 ดอกนอ : 120 เมตร ไปทางทิศเหนือทำอย่างไร
 Item 61 แสงเทียน : แบ่งเป็นส่วนละ 60
 Item 62 เซอร์จา : 30 เมตร ไปทางทิศ 060°
 Item 63 แสงเทียน : เราแบ่งเป็น 3 ส่วน ส่วนละ 10 เป็นมุม 60°
 Item 64 เซอร์จา : 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300°
 Item 65 แสงเทียน : มุม 90° มารวมกันเป็น 270° และ รวมกับ 30° เท่ากับ 300°
 Item 66 เซอร์จา : 10 กิโลเมตร ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ
 Item 67 ดอกนอ : เราสามารถแบ่งเป็นมาตราส่วน 10

จากการอภิปรายจะเห็นว่านักศึกษปฏิบัติตามคำสั่งได้ถูกต้อง ตามแต่ละขั้นตอน พฤติกรรมของนักศึกษาในขณะนี้แสดงให้นักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.6.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายการเขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ต่อไปนี้

1) 120 เมตร ไปทางทิศเหนือคือ แบ่งเป็นสองส่วนคือส่วนละ 60 หรือ \vec{AB} ไปตามอัตราส่วน 120 เมตร : 60

2) 30 เมตร ไปทางทิศ 060° คือ 1 เซนติเมตร : 10 เมตร

3) 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300° คือ 80 กิโลเมตร : 40 กิโลเมตร
 เวกเตอร์ \vec{AB} ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ โดยเริ่มจากทิศเหนือ

4) 10 กิโลเมตร ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือคือ มาตราส่วน 1 : 2.5
 กิโลเมตร ดังภาพที่ 18

4. จงเขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ต่อไปนี้

- 1) 120 เมตร ไปทางทิศเหนือ
- 2) 30 เมตร ไปทางทิศ 060°
- 3) 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300°
- 4) 10 กิโลเมตร ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ



ภาพที่ 18 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 4 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 4 และ โปรโตคอลจะเห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจคือ เขียนส่วนของเส้นตรงที่มีทิศทางแทนปริมาณเวกเตอร์ได้ จะสังเกตเห็นดังโปรโตคอล พฤติกรรมการพูดคุยของนักศึกษาที่แสดงให้เห็นใน Item 61 – Item 65

- Item 61 บุญยง : แบ่งเป็นส่วนละ 60
- Item 62 สุภาพร : 30 เมตร ไปทางทิศ 060°
- Item 63 สัจจันทร์ : เราแบ่งเป็น 3 ส่วน ส่วนละ 10 เป็นมุม 60°
- Item 64 สุภาพร : 80 กิโลเมตร ไปทางทิศ 300° เวกเตอร์ \vec{AB} ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือโดยเริ่มจากทิศเหนือ
- Item 65 บุญยง : 10 กิโลเมตรไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

จากการอภิปรายจะเห็นว่านักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มสามารถปฏิบัติตามคำสั่งได้ถูกต้องตามแต่ละขั้นตอน พฤติกรรมของนักศึกษาในขณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

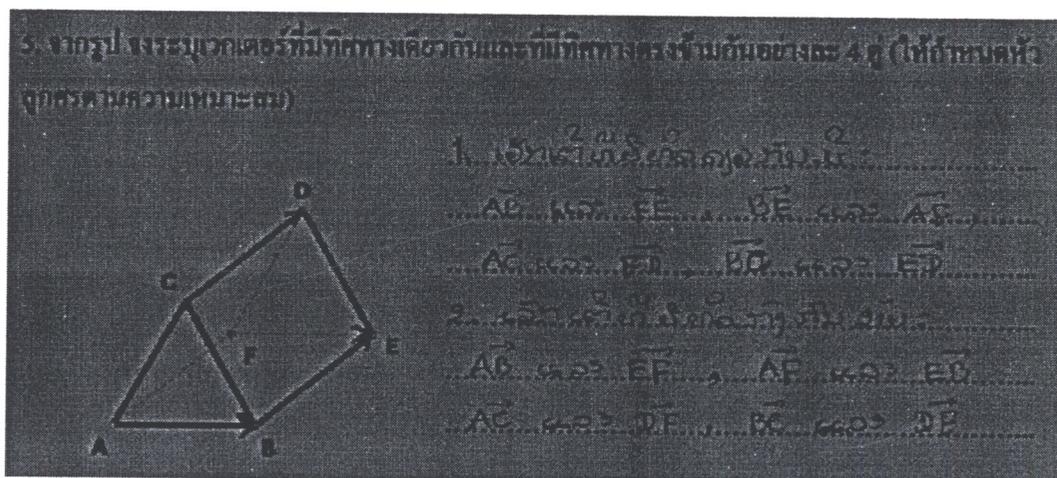
3.1.7 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.2 การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ คำสั่งข้อที่ 5 ให้นักศึกษาระบุเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันและมีทิศทางตรงข้ามกันอย่างละ 4 คู่

3.1.7.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้อธิบายการระบุเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันและทิศทางตรงข้ามกันอย่างละ 4 คู่คือ

1) เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันมี \vec{AB} กับ \vec{FE} \vec{BE} กับ \vec{AF} \vec{AC} กับ \vec{FD} และ \vec{BC} กับ \vec{ED}

2) เวกเตอร์ที่มีทิศตรงข้ามกันมี \vec{AB} กับ \vec{EF} \vec{AF} กับ \vec{EB} \vec{AC} กับ \vec{DF} และ \vec{BC} กับ \vec{DE}

แสดง ดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 5 ของแสงเทียน ดอกนอ และเฮอร์जा

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 5 นักศึกษาได้ให้ข้อสรุป “นักศึกษาสามารถกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และทิศทางตรงกันข้าม ตามแต่ละคู่ได้” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับทิศทางของเวกเตอร์ดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 81– Item 82

Item 81 ครู : เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันและทิศทางตรงข้ามกันมีอะไรบ้าง

Item 82 เฮอร์जा : 1). เขียนเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันคือ เวกเตอร์ \vec{AB} กับ \vec{FE} \vec{BE} กับ \vec{AF} \vec{AC} กับ \vec{FD} และ \vec{BC} กับ \vec{ED}

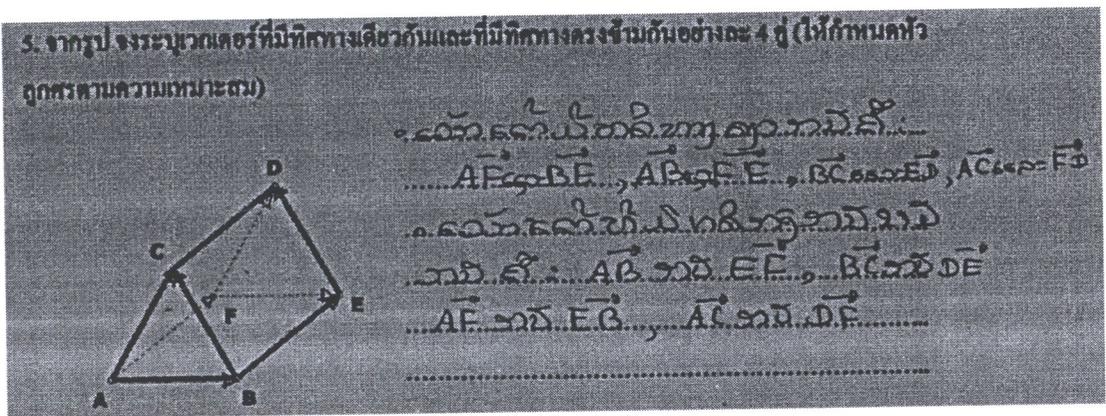
- 2). เขียนเวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้ามมีคือ \vec{AB} และ \vec{EF} \vec{AF}
และ \vec{EB} \vec{AC} และ \vec{DF} \vec{BC} และ \vec{DE}

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 5 และโปรโตคอลนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือเขียนเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และตรงข้ามกันได้ถูกต้อง ซึ่งพฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในลักษณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.7.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายการระบุเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันและทิศทางตรงข้ามกันอย่างละ 4 คู่คือ

- 1) เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันมี \vec{BE} กับ \vec{AF} \vec{AC} กับ \vec{FD} และ \vec{BC}
กับ \vec{ED}
- 2) เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันมี \vec{AB} กับ \vec{EF} \vec{AF} กับ \vec{EB} \vec{AC}
กับ \vec{DF} และ \vec{BC} กับ \vec{DE}

แสดงดังภาพที่ 20



ภาพที่ 20 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 5 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 5 นักศึกษาได้ให้ข้อสรุป “นักศึกษาสามารถกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และทิศทางตรงกันข้าม ตามแต่ละคู่ได้” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับทิศทางของเวกเตอร์ดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 80– Item 81

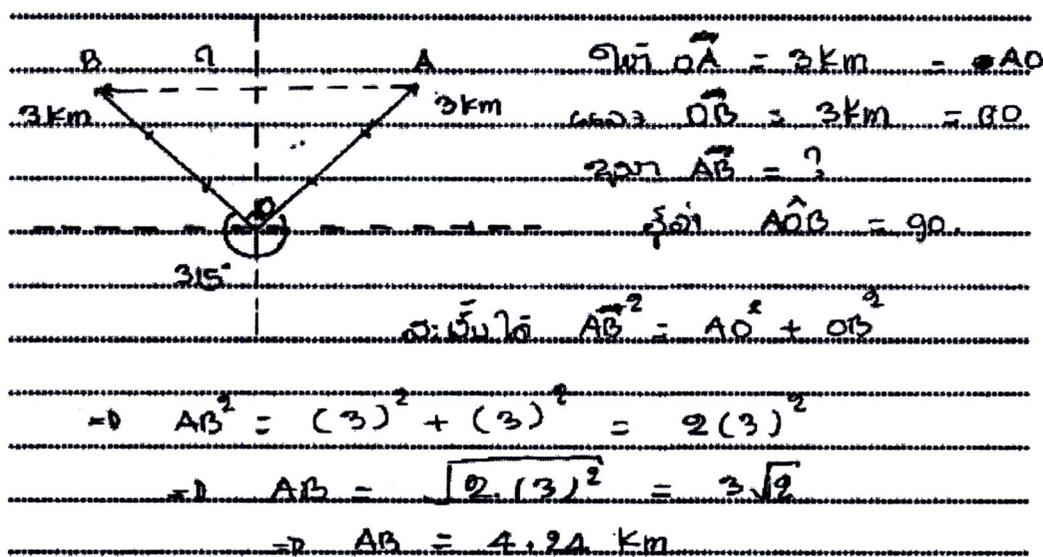
- Item 80 ครู : เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันและทิศทางตรงข้ามกันมีอะไรบ้าง
- Item 81 เฮอรัจ่า : 1). เขียนเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันคือ เวกเตอร์ \vec{AF} และ \vec{BF} ,
 \vec{AB} และ \vec{FE} \vec{AC} และ \vec{FD} \vec{BC} และ \vec{ED}
- 2). เขียนเวกเตอร์ที่มีทิศตรงข้ามมีคือ \vec{AB} และ \vec{EF} \vec{AF} และ
 \vec{EB} \vec{AC} และ \vec{DF} \vec{BC} และ \vec{DE}

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 5 และ โปรโตคอลนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือเขียนเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และตรงข้ามกันได้ถูกต้อง ซึ่งพฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในลักษณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.8 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.2 การกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ คำสั่งข้อที่ 6 ให้นักศึกษาทำโจทย์คือ ชายคนหนึ่งเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตรจากนั้นเดินทางต่อไปทางทิศ 315° เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร และอยู่ในทิศทางใดของจุดเริ่มต้น

3.1.8.1 ผลการวิเคราะห์กิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอรัจ่า) อธิบายวิธีการทำโจทย์ได้เช่น ให้ เวกเตอร์ $OA = 3$ กิโลเมตร และ $OB = 3$ กิโลเมตร จงหาค่าเวกเตอร์ $AB = ?$ รู้ว่า มุม $AOB = 90^\circ$ องศา ฉะนั้นเราได้ $\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$ มาเป็น $AB^2 = OA^2 + OB^2$ $AB^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$ $AB = 3\sqrt{2}$ หรือ $AB = 4,25$ เห็นว่า ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AB = 4,25$ กิโลเมตร และชายคนนี้อยู่ทางทิศตะวันตกของจุดเริ่มต้น แสดงดังภาพที่ 21

6. ชายคนหนึ่งเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตรจากนั้นเดินทางต่อไปทางทิศ 315° เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร และอยู่ในทิศทางใดของจุดเริ่มต้น



เห็นได้ว่า ชายคนนั้น อยู่ห่าง 4.24 กิโลเมตร

และ ชายคนนั้น อยู่ ทิศ ตะวันออกเฉียงเหนือ

ภาพที่ 21 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 6 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

แสดงผังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item

89– Item 92

Item89 เซอร์จา : ต้องสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม ใช้เมตส์คลิกปลายจุด B แล้วหมุนเพื่อให้ได้มุม 315°

Item90 ครู : ทำอย่างไรจะได้เป็นตัวเลข

Item91 แสงเทียน : ให้ เซอร์ เขียนลงในกระดาษเลย ค่ะ

Item92 เซอร์จา : ให้ เวกเตอร์ $OA = 3$ กิโลเมตร และ $OB = 3$ กิโลเมตร
 จงหา ค่า เวกเตอร์ $AB = ?$

รู้ว่า มุม $AOB=90$ องศา ดังนั้นเราได้ $\overline{AO} + \overline{OB} = \overline{AB}$ มันเป็น

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$AB^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$$

$$AB = 3\sqrt{2} \text{ หรือ } AB=4,25$$

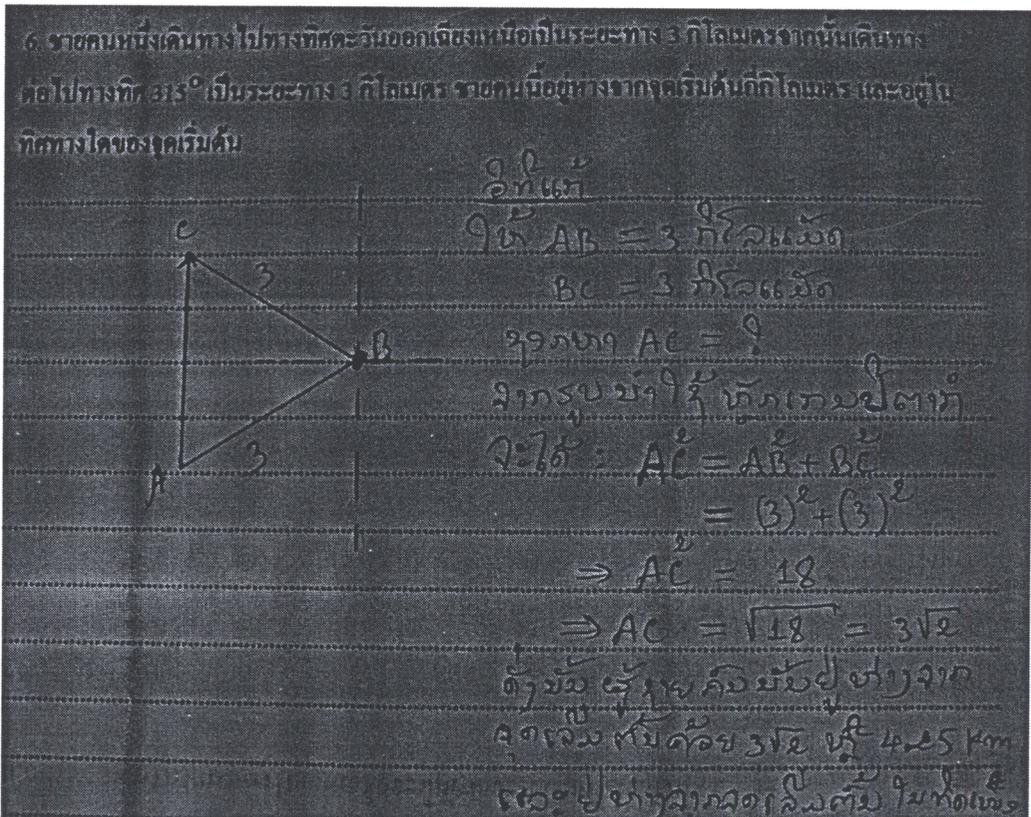
เห็นว่า ชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AB=4,25$

กิโลเมตรและชายคนนั้นอยู่ทางทิศตะวันตกของจุดเริ่มต้น

จะเห็นว่านักศึกษาปฏิบัติตามคำสั่งของใบกิจกรรมได้ถูกต้อง พฤติกรรมของนักศึกษาในขณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.1.8.2 ผลการวิเคราะห์กิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) เขียนคำตอบของโจทย์ได้เช่น ให้ เวกเตอร์ $AB = 3$ กิโลเมตร และ $BC=3$ กิโลเมตร จงหาค่าเวกเตอร์ $AC=?$ รู้ว่า มุม $ABC=90$ องศา เราได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$ $AC = 3\sqrt{2}$ หรือ $AC=4,25$ เห็นว่า ชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AC=4,25$ กิโลเมตรและชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ในทิศเหนือ แสดงดังภาพที่ 22

6. ชายคนหนึ่งเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตรจากนั้นเดินทางต่อไปทางทิศ 90° เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร และอยู่ในทิศทางใดของจุดเริ่มต้น



อีกแนว
 ให้ $AB = 3$ กิโลเมตร
 $BC = 3$ กิโลเมตร
 จงหา $AC = ?$
 จากรูปข้างนี้ใช้ ทฤษฎีพีทาโกรัส
 จะได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $= 3^2 + 3^2$
 $\Rightarrow AC^2 = 18$
 $\Rightarrow AC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 ดังนั้น ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นที่มีค่าคือ $3\sqrt{2}$ หรือ 4.25 km และอยู่ในทิศทางของทิศเหนือ

ภาพที่ 22 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.2 คำสั่งข้อที่ 6 ของบุญยงสุภาพร และสัจจันทร์

แสดงดังโปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item

80– Item 81

Item 80 สีจันทร์ : ต้องสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมฉาก ใช้เมาส์คลิกปลายจุด B แล้วหมุน เพื่อให้ได้มุมฉาก

Item 81 บุญยง : ให้ เวกเตอร์ $AB = 3$ กิโลเมตร และ $BC = 3$ กิโลเมตร
จงหา ค่า เวกเตอร์ $AC = ?$

รู้ว่า มุม $ABC = 90$ องศา เราได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$$

$$AC = 3\sqrt{2} \text{ หรือ } AC = 4,25$$

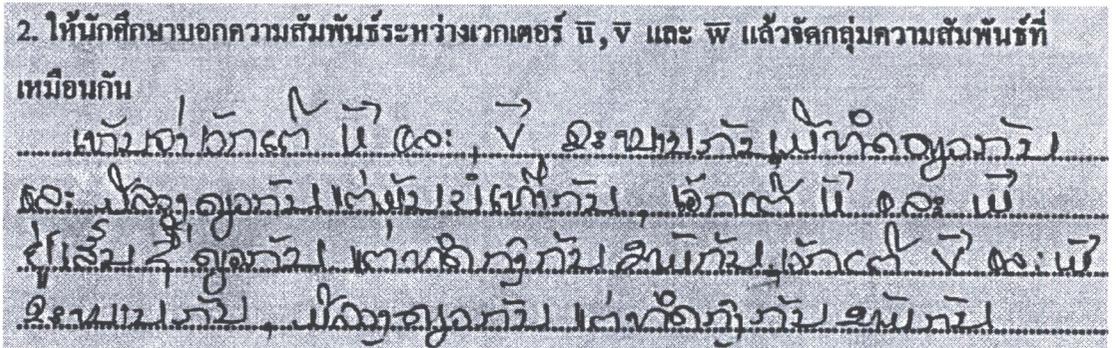
เห็นว่า ชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AC = 4,25$

กิโลเมตรและชายคนนั้นอยู่ทางทิศเหนือของจุดเริ่มต้น

3.1.8.2 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มจากข้อสรุปในใบกิจกรรม คำสั่งข้อ 6 และ โปรโตคอลเห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจเหมือนกันคือ จะเห็นว่านักศึกษามีปฏิบัติตามคำสั่งของใบกิจกรรมได้ถูกต้อง พฤติกรรมของนักศึกษาในขณะนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.1.9 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 2 ให้ นักศึกษาบอกความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} แล้วจัดกลุ่มความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน

3.1.9.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้อธิบายว่า \vec{u} และ \vec{v} ขนานกันมีทิศเดียวกันแต่ไม่เท่ากัน \vec{u} และ \vec{w} อยู่เส้นตรงเดียวกัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน ส่วน \vec{v} และ \vec{w} ขนานกัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน แสดงดังภาพที่ 23



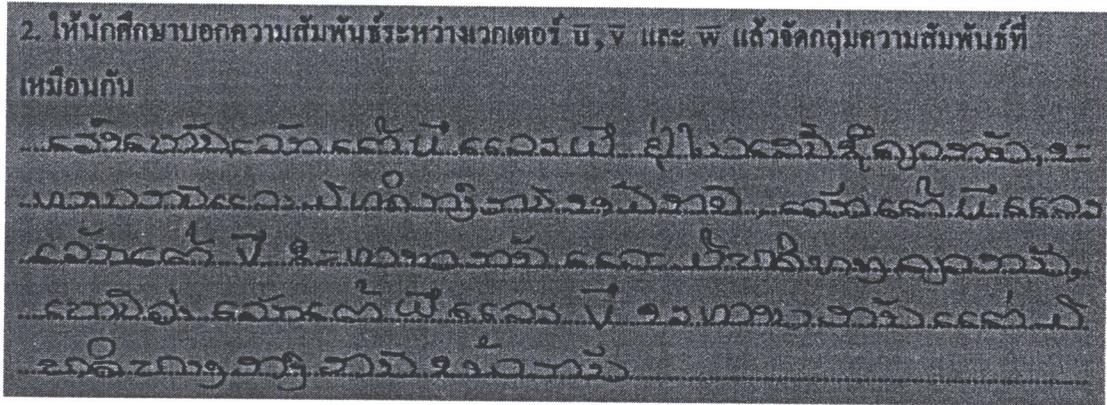
ภาพที่ 23 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 2 ของแสงเทียน คอกนอ และ เซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 เห็นว่า เวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} ขนานกันมีทิศเดียวกัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 2 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 1 – Item 11 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังนี้

- | | | | |
|---------|----------|---|---|
| Item 1 | ครู | : | ให้เปิดกิจกรรมที่ 3 หน้าที่ 1 เห็นใหม่ |
| Item 2 | แสงเทียน | : | เห็น ค่ะ |
| Item 3 | ครู | : | ให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนขนาดของเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w} โดยคลิกที่จุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุด ของเวกเตอร์แล้วลากให้มีขนาดตามต้องการ และคลิกที่ส่วนของเส้นตรง เพื่อปรับระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน |
| Item 4 | เซอร์จา | : | สามารถคลิกที่เส้นคู่ขนานเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w} |
| Item 5 | ครู | : | ให้นักศึกษาบอกความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w} แล้วจัดกลุ่มความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน |
| Item 6 | ครู | : | ใช้เมาส์คลิกที่จุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุดแล้วลาก |
| Item 7 | เซอร์จา | : | ใช้เมาส์คลิกเส้นตรง |
| Item 8 | ครู | : | คลิกที่ปลายลูกศรคูสิ |
| Item 9 | ครู | : | เวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{w} มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ |
| Item 10 | แสงเทียน | : | เวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{w} มีทิศตรงข้ามกัน แต่อยู่เส้นตรงเดียวกัน |
| Item 11 | เซอร์จา | : | ส่วนเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} มีทิศทางเดียวกัน และขนานกัน |

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือบอกว่าเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} มีทิศทางเดียวกัน และขนานกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.9.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายว่า \vec{u} และ \vec{v} ขนานกันมีทิศเดียวกันแต่ไม่เท่ากัน \vec{u} และ \vec{w} อยู่เส้นตรงเดียวกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน ส่วน \vec{v} และ \vec{w} ขนานกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน แสดงดังภาพที่ 24



ภาพที่ 24 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 2 ของบุญยง สุภาพรและ สัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 เห็นว่า เวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} ขนานกันมีทิศเดียวกัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 2 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 10 – Item 17 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังนี้

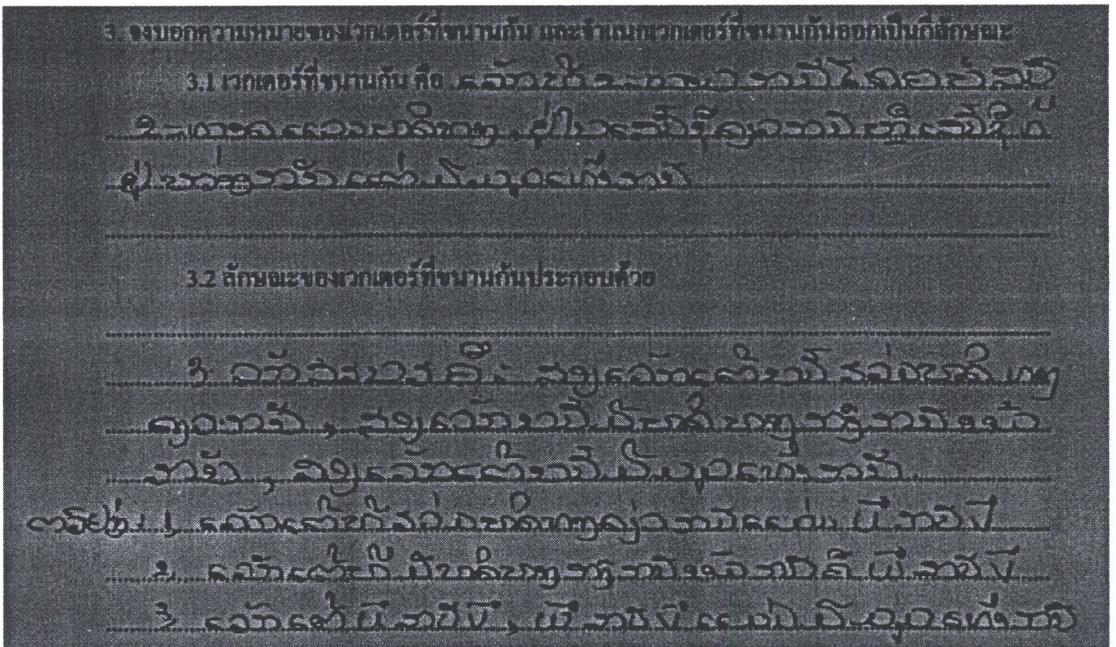
- Item 10 ครู : ให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนขนาดของเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w} โดยคลิกที่จุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุด ของเวกเตอร์แล้วลากให้มีขนาดตามต้องการ และคลิกที่ส่วนของเส้นตรง เพื่อปรับระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน
- Item 11 สัจจันทร์ : สามารถคลิกที่เส้นคู่ขนานเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w}
- Item 12 ครู : ให้นักศึกษาบอกความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w} แล้วจัดกลุ่มความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน
- Item 13 ครู : ใช้เมาส์คลิกที่จุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุดแล้วลาก
- Item 14 สุภาพร : ใช้เมาส์คลิกเส้นตรง

- Item 15 ครู : เวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} มีความสัมพันธ์กันหรือไม่
- Item 16 บุญยง : เวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} มีทิศตรงข้ามกัน แต่อยู่เส้นตรงเดียวกัน
- Item 17 สุภาพร : ส่วนเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} มีทิศทางเดียวกัน และขนานกัน

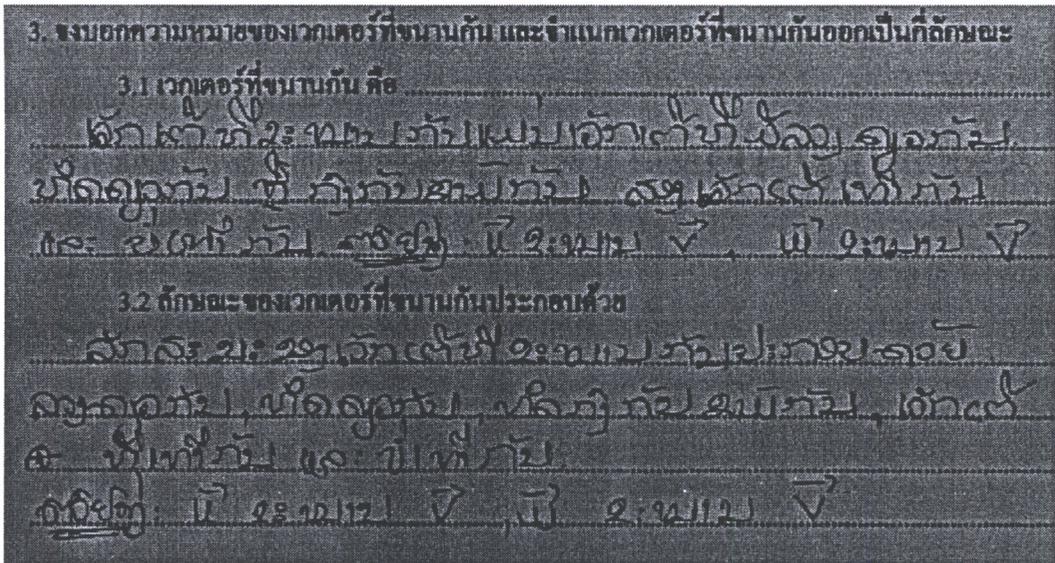
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และ โปไร โตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือบอกว่าเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} มีทิศทางเดียวกัน และขนานกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงถึงนักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.10 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกันคำสั่งข้อที่ 3 ให้นักศึกษาบอกความหมายของเวกเตอร์ที่ขนานกัน และจำแนกเวกเตอร์ที่ขนานกันออกเป็นที่ลักษณะ

3.1.10.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับต่ำ (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่า เวกเตอร์ที่ขนานกันหมายถึงเวกเตอร์ที่ไม่มีขนาดเท่ากันก็ได้และทิศทางเดียวกันหรือตรงกันข้าม อยู่เส้นตรงเดียวกันหรือเส้นตรงที่ห่างกัน ลักษณะของเวกเตอร์ที่ขนานกันมี 3 ลักษณะคือ สองเวกเตอร์มีทิศทางเดียวกัน ทิศทางตรงข้ามกัน และมีมุมเท่ากัน ตัวอย่าง 1. เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันเช่น \vec{u} และ \vec{v} 2. เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกัน เช่น \vec{w} กับ \vec{z} แสดงดังภาพที่ 25



ภาพที่ 25 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 3 ของบุญยง สุภาพร และสัจจันทร์



ภาพที่ 26 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 3 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 “เวกเตอร์ที่ขนานกันเป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันหรือทิศทางตรงข้ามกัน หรืออยู่เส้นตรงเดียวกัน” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของเวกเตอร์ที่ขนานกัน และการจำแนกลักษณะของเวกเตอร์ดัง โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 15 – Item 17

- Item 15 แสงเทียน : เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกัน โดยไม่ต้องมีขนาดเท่ากันก็ได้ มีทิศทางเดียวกัน หรือทิศทางตรงข้ามกัน อยู่เส้นตรงเดียวกัน หรือเส้นตรงที่อยู่ห่างกัน แต่มีมุมเท่ากัน
- Item 16 ดอกนอ : สองเวกเตอร์จะขนานกันหรือไม่เท่ากันก็ได้ เช่น เวกเตอร์ u และ v ขนานกัน และ w ขนานกับ v
- Item 17 เซอร์จา : ลักษณะของเวกเตอร์ที่ขนานกันประกอบด้วย 3 ลักษณะคือ สองเวกเตอร์นั้นอยู่เส้นตรงเดียวกัน หรือทิศทางเดียวกัน สองเวกเตอร์มี ทิศทางตรงกันข้ามกัน สองเวกเตอร์มีมุมเท่ากัน

ตัวอย่าง

1. เวกเตอร์ u และ v ขนาน มีทิศทางเดียวกัน
2. เวกเตอร์ w ขนานกับ v แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน
3. เวกเตอร์ u กับ v , เวกเตอร์ w กับ v เป็นเวกเตอร์ที่มีมุมเท่ากัน

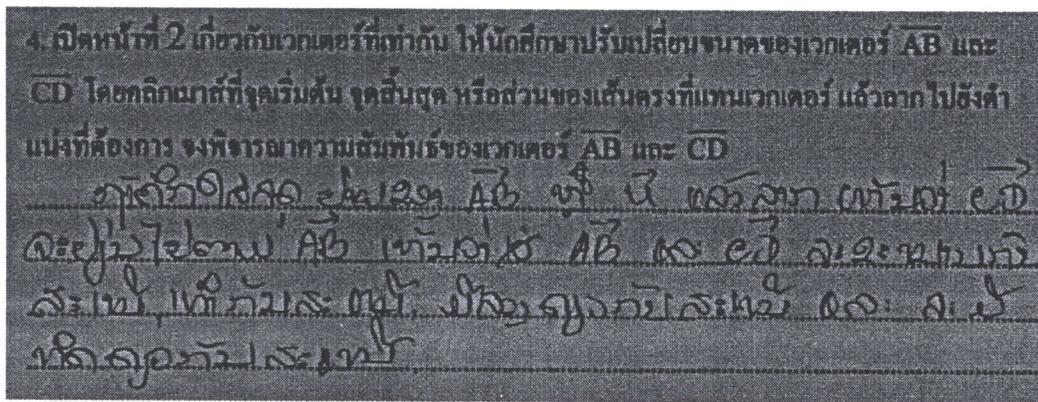


3.1.10.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม จากข้อสรุปใน

ใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 6 และ โปรโตคอลเห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจเหมือนกันคือ เวกเตอร์ที่ขนานกันคือ มีทิศทางเดียวกัน หรือทิศทางต่างกัน อยู่เส้นตรงเดียวกัน หรือเส้นตรงที่อยู่ห่างกัน แต่มีมุมเท่ากัน และ เขียนลักษณะของเวกเตอร์ที่ขนานกันประกอบด้วย 3 ลักษณะคือ สองเวกเตอร์นั้นอยู่เส้นตรงเดียวกัน หรือทิศทางเดียวกัน สองเวกเตอร์มี ทิศตรงกันข้ามกัน สองเวกเตอร์มีมุมเท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.11 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 4 ให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนขนาดของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} โดยคลิกเมาส์ที่จุดเริ่มต้น จุดสิ้นสุด หรือส่วนของเส้นตรงที่แทนเวกเตอร์ แล้วลากไปยังตำแหน่งที่ต้องการ จงพิจารณาความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD}

3.1.11.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) ได้อธิบายความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ว่า เมื่อใช้เมาส์คลิกจุดสิ้นสุดของ \overline{AB} หรือ \vec{n} ลากเห็นว่า \overline{CD} จะเคลื่อนย้ายไปตาม \overline{AB} , \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน เท่ากันและมีทิศทางเดียวกัน แสดงดังภาพที่ 27



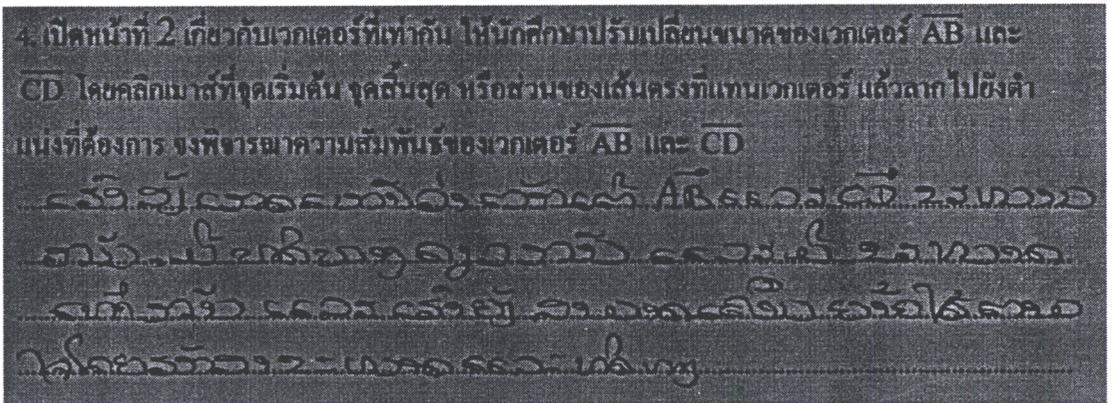
ภาพที่ 27 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 4 ของแสงเทียน ดอกนอ และเฮอร์Ok

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 “ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วคลิกที่จุดปลายของเวกเตอร์ \overline{AB} แล้วลาก สังเกตเห็นว่า \overline{CD} จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวกเตอร์ \overline{AB} เห็นว่า \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน เท่ากัน มีทิศเดียวกัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 3 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 19 – Item 20 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

- Item 19 เซอร์จา : ถ้าใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้ว ลากไป จะเห็นว่า สองเวกเตอร์ เท่ากัน เหมือนเดิม เช่น เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD}
- Item 20 แสงเทียน : เขียนว่า เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกันเสมอ ร่วมเส้นตรงเดียวกัน และมีทิศทางเดียวกัน

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} มีทิศทางเดียวกันและ ขนาดเท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.11.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สีจันทร์) ได้อธิบายความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ว่า เมื่อใช้เมาส์คลิกจุดสิ้นสุดของ \overline{AB} หรือ \vec{n} ลากเห็นว่า \overline{CD} จะเคลื่อนย้ายไปตาม \overline{AB} , \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน เท่ากันและมีทิศทางเดียวกัน แสดงดังภาพที่ 28



ภาพที่ 28 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 4 ของบุญยง สุภาพรและสีจันทร์

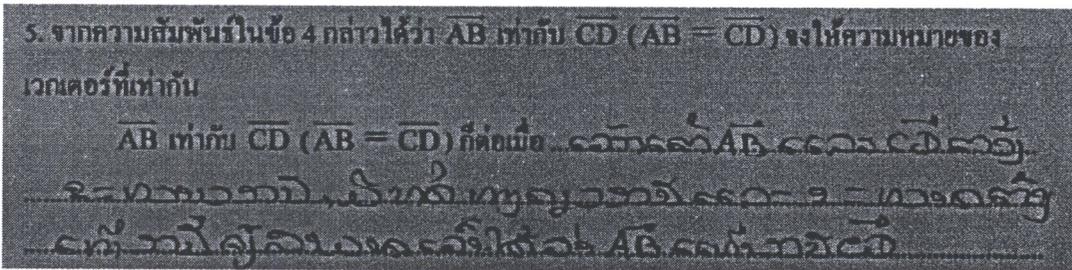
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 “ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ”นักเรียนพูดคุยกันแล้วคลิกใส่จุดปลายของเวกเตอร์ \overline{AB} แล้วลากก็สังเกตเห็นว่า \overline{CD} จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวกเตอร์ \overline{AB} เห็นว่า \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน เท่ากัน มีทิศเดียวกัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 3 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 21 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

Item 20	สุภาพร	:	ถ้าใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้ว ลากไป จะเห็นว่า สองเวกเตอร์ ก็ยังเท่ากัน เหมือนเดิม เช่น เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD}
Item 21	บุญยง	:	เขียนว่า เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกันเสมอ ร่วมเส้นตรงเดียวกัน และมีทิศทางเดียวกัน

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} มีทิศทางเดียวกันและ ขนาดเท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.12 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 5 ให้นักศึกษาพิจารณาจากความสัมพันธ์ในข้อ 4 กล่าวได้ว่า \overline{AB} เท่ากับ \overline{CD} ($\overline{AB} = \overline{CD}$) บอกความหมายของเวกเตอร์ที่เท่ากัน

3.1.12.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) บอกความหมายของเวกเตอร์ \overline{AB} เท่ากับ \overline{CD} ($\overline{AB} = \overline{CD}$) ก็ต่อเมื่อเวกเตอร์ \overline{AB} เท่ากับ \overline{CD} มีทิศทางเดียวกัน ขนานกันและ ขนาดเท่ากัน แสดงดังภาพที่ 29



ภาพที่ 29 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 5 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

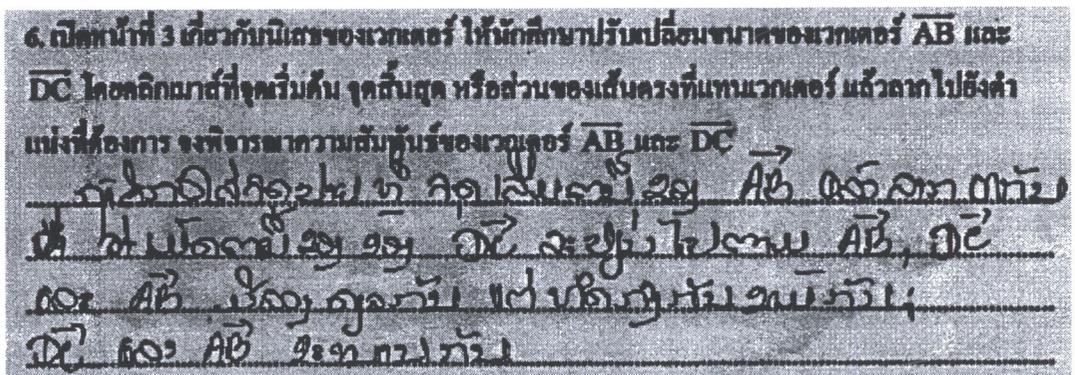
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 5 “ความหมายของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ที่เท่ากัน” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนความหมายของ \overline{AB} และ \overline{CD} ที่เท่ากันคือ มีทิศทางเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 4 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 22 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

- | | | | |
|---------|-----------|---|---|
| Item 20 | บุญยง | : | ถ้าใช้เมาส์คลิกที่จุด B แล้ว ลากไป จะเห็นว่า สองเวกเตอร์ เท่ากัน เหมือนเดิม เช่น เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} |
| Item 21 | สุภาพร | : | เขียนว่า เวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน และมีทิศทางเดียวกัน |
| Item 22 | สัจจันทร์ | : | เขียนความหมายของเวกเตอร์ที่เท่ากันดังนี้ เวกเตอร์ \overline{AB} เท่า \overline{CD} คือ มีทิศเดียวกันและ มีขนาดเท่ากัน |

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 5 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ เวกเตอร์ที่เท่ากันหมายถึง เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน ขนาดเท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.13 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 6 ให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนขนาดของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} โดยคลิกเมาส์ที่จุดเริ่มต้น จุดสิ้นสุด หรือส่วนของเส้นตรงที่แทนเวกเตอร์ แล้วลากไปยังตำแหน่งที่ต้องการ จงพิจารณาความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC}

3.1.13.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้อธิบาย ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ว่าใช้เมาส์คลิกจุดสิ้นสุดหรือจุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ \overline{AB} แล้วลากเห็นว่า จุดต้นของ \overline{DC} จะเปลี่ยนแปลงไปตาม \overline{AB} , \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน แสดงดังภาพที่ 30



ภาพที่ 30 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 6 ของ แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा

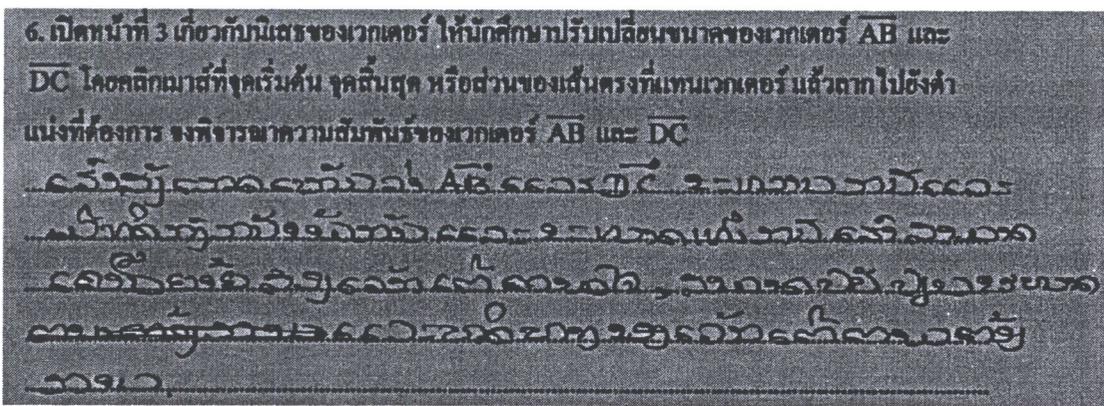
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 6 “ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ได้ ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 5 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน

Item 11 – Item 12

- | | | |
|---------|---------|--|
| Item 11 | ครู | : จงพิจารณาความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} |
| Item 12 | เฮอร์जा | : \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน ขนาดเท่ากัน เราสามารถปรับเปลี่ยนขนาด และทิศทางของเวกเตอร์ตามความต้องการ |

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 6 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกัน ขนาดเท่ากัน และขนานกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออก ในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.1.13.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สีจันทร์) ได้อธิบาย ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ว่า ใช้เมาส์คลิกจุดสิ้นสุดหรือจุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ \overline{AB} แล้วลากเห็นว่า จุดเริ่มต้นของ \overline{DC} จะเปลี่ยนแปลงไปตาม \overline{AB} , \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม แสดงดังภาพที่ 31



ภาพที่ 31 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 6 ของบุญยง สุภาพร และ สีจันทร์

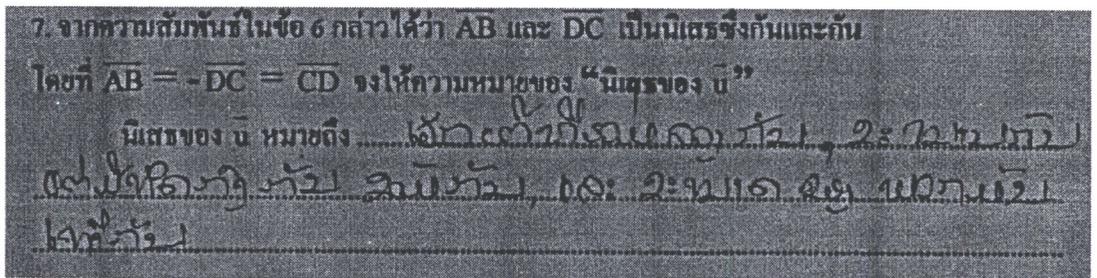
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 6 “ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} ได้ ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 1 – Item 2

- | | | | |
|---------|--------|---|---|
| Item 1. | ครู | : | จงพิจารณาความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ \overline{AB} และ \overline{DC} |
| Item 2. | สุภาพร | : | \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน มีขนาดเท่ากัน เราสามารถเลื่อนสองเวกเตอร์ตามต้องการและสามารถปรับเปลี่ยนขนาด และทิศทางของเวกเตอร์ตามความต้องการ |

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 6 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกัน ขนาดเท่ากัน และขนานกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.1.14 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 7 ให้นักศึกษาพิจารณาจากความสัมพันธ์ในข้อ 7 กล่าวได้ว่า \overline{AB} และ \overline{DC} เป็นนิเสธซึ่งกันและกันโดยที่ $\overline{AB} = -\overline{DC} = \overline{CD}$ จึงให้ความหมายของ “นิเสธของ \vec{n} ”

3.1.14.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้เขียนความหมายของ “นิเสธของ \vec{n} ” ว่าเป็นเวกเตอร์ที่อยู่เส้นตรงเดียวกัน ขนานกัน แต่มีทิศทางตรงกันข้ามและขนาดเท่ากัน แสดงดังภาพที่ 32



ภาพที่ 32 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 7 ของ แสง ดอก และเฮอร์जा

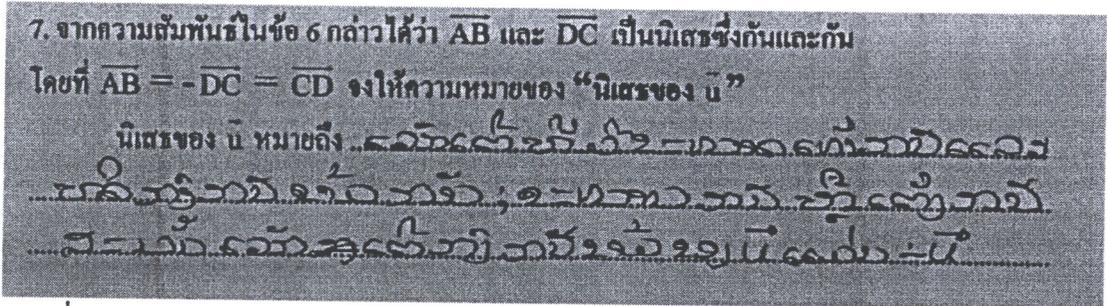
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 “ความหมายของ “นิเสธของ \vec{n} ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนความหมายของ “นิเสธของ \vec{n} ” คือ มีทิศทางเดียวกัน ขนานกัน มีขนาดเท่ากัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 7 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 3 – Item 5 ที่แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

- Item 1 ครู : ให้นักศึกษาอธิบายข้อที่ 7 นิเสธของเวกเตอร์ \vec{n}
- Item 2 เฮอร์जा : \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน และขนาดของมันเท่ากัน
- Item 3 ดอกนอ : นิเสธของเวกเตอร์ \vec{n} หมายถึงเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ \vec{n} และทิศทางตรงข้ามกับ \vec{n} นิเสธของเวกเตอร์ ของ \vec{n} แม่น $-\vec{n}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ “นิเสธของ \vec{n} ” หมายถึง เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้าม พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.14.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพรและ สัจจันทร์) ได้เขียนความหมายของ “นิเสธของ \vec{n} ” ว่าเป็น

เวกเตอร์ ที่มีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ขนานกันหรือทับกัน ฉะนั้นเวกเตอร์ตรงกันข้ามของ \vec{u} คือ $-\vec{u}$ แสดงดังภาพที่ 33



ภาพที่ 33 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 7 ของ บุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 “ความหมายของ“นิเสธของ \vec{u} ” นักศึกษา พุดคุยกันแล้วเขียนความหมายของ“นิเสธของ \vec{u} ” คือ มีทิศทางตรงกันข้ามกัน ขนานกัน มีขนาดเท่ากัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดัง โพรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 7 ของนักศึกษาระหว่าง การทำกิจกรรมใน Item 6 – Item 8 ที่แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

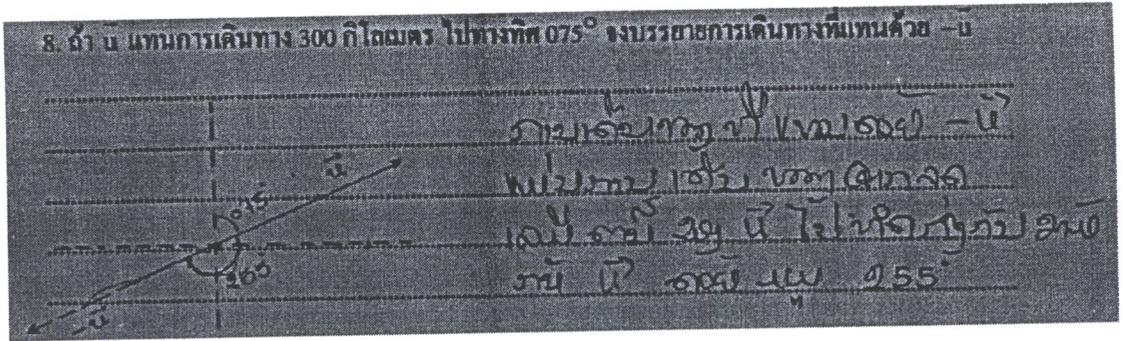
- Item 6 ครู : ให้ นักศึกษาอธิบายข้อที่ 7 นิเสธของเวกเตอร์ \vec{u}
- Item 7 สี : \overline{AB} และ \overline{DC} ขนานกัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน และขนาดของมันเท่ากัน
จันทร์
- Item 8 สุภาพร : นิเสธของเวกเตอร์ \vec{u} หมายถึงเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ \vec{u}
และทิศทางตรงข้ามกับ \vec{u} นิเสธของเวกเตอร์ ของ \vec{u} คือ $-\vec{u}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และ โพรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ “นิเสธของ \vec{u} ” หมายถึง เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้ามและขนาดเท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับ กระบวนการ

3.1.15 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 8 ให้ นักศึกษาบรรยายการเดินทางที่แทนด้วย $-\vec{u}$ ถ้า \vec{u} แทนการเดินทาง 300 กิโลเมตร ไปทางทิศ 075°

3.1.15.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้บรรยายการเดินทางที่แทนด้วย $-\vec{u}$ ถ้า \vec{u} แทนการ

เดินทาง 300 กิโลเมตร ไปทางทิศ 075° ว่าเป็นการเดินทางจากจุดเริ่มต้นของ \vec{n} ไปทิศตรงกันข้ามกับ \vec{n} ด้วยมุม 255 องศา แสดงดังภาพที่ 34



ภาพที่ 34 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 8 ของ แสงเทียน คอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 8 “การเดินทางที่แทนด้วย $-\vec{n}$ ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียน“การเดินทางที่แทนด้วย $-\vec{n}$ ” คือ เป็นการเดินทางจากจุดเริ่มต้นไปทิศตรงกันข้ามกับ \vec{n} ด้วยมุม 255 องศา ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 8 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 9– Item 12 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

- Item 9 ครู : อ่านโจทย์ ถ้าเวกเตอร์ \vec{n} แทนการเดินทาง 300 กิโลเมตรไปทางทิศ 075° องศา จงบรรยายการเดินทางที่แทนด้วย $-\vec{n}$
- Item 10 สีจันทร์ : เวกเตอร์ \vec{n} เดินทาง 075° องศา
- Item 11 สุภาพร : เพราะว่า จุดเริ่มต้นไปตรงนี้
- Item 12 บุญยง : การเดินทางที่แทนด้วย เวกเตอร์ \vec{n} เป็นการเดินทางจากจุดเริ่มต้นของ เวกเตอร์ \vec{n} ไปทิศตรงกันข้ามกับ \vec{n} ด้วยมุม 255 องศา

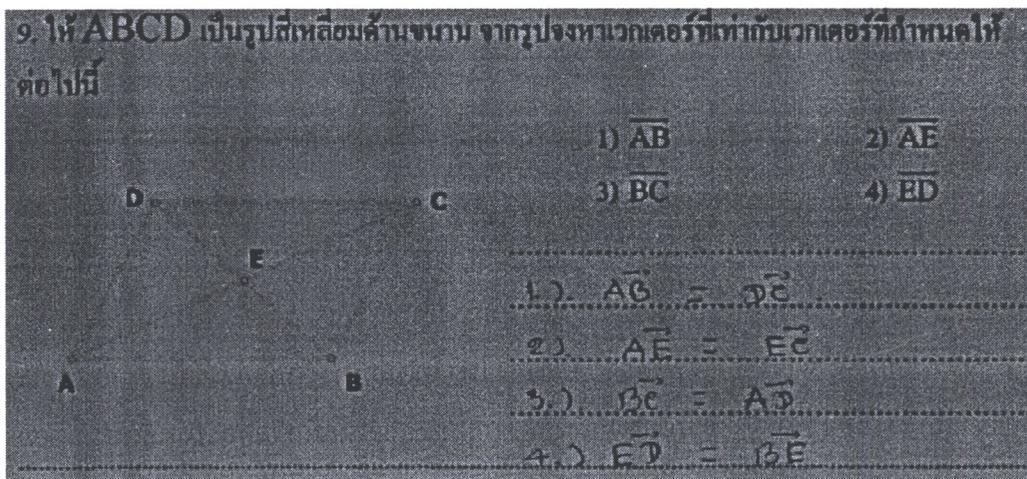
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และโปรโตคอลของนักศึกษา มีความเข้าใจคือเป็นการเดินทางจากจุดเริ่มต้นของ \vec{n} ไปทิศตรงข้ามกับ \vec{n} ด้วยมุม 255 องศา พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 8 และโปรโตคอลของนักศึกษา มีความเข้าใจคือ เป็นการเดินทางจากจุดเริ่มต้นของ \vec{n} ไปทิศตรงข้าม \vec{n} ด้วยมุม 075 องศา พฤติกรรมของนักศึกษา ที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.15.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 8 และโปรโตคอลเห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจเหมือนกันคือ สามารถอธิบายการเดินทางที่แทนด้วย \vec{n} ได้ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.1.16 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 9 ให้นักศึกษาหาเวกเตอร์ที่เท่ากับเวกเตอร์ที่กำหนดให้ \overline{AB} \overline{AE} \overline{BC} และ \overline{ED}

3.1.16.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้เขียนเวกเตอร์ที่เท่ากับเวกเตอร์ที่กำหนดให้คือ $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\overline{AE} = \overline{EC}$ $\overline{BC} = \overline{AD}$ และ $\overline{ED} = \overline{BE}$ แสดงดังภาพที่ 36



ภาพที่ 36 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 9 ของ แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 9 “การเวกเตอร์ที่เท่ากับเวกเตอร์ที่กำหนดให้ \overline{AB} \overline{AE} \overline{BC} และ \overline{ED} ” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนคำตอบ ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 9 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 33 – Item 34 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

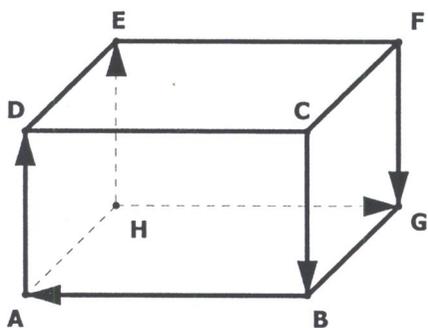
Item 33 ครู : จงหาเวกเตอร์ที่เท่ากับเวกเตอร์ที่กำหนดให้ \overline{AB} \overline{AE} \overline{BC} และ \overline{ED}

Item 34 แสงเทียน : เขียน $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{ED} = \overline{BE}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 9 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม มีความเข้าใจเหมือนกันคือ เป็นการหาเวกเตอร์ตามแต่ละคู่จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

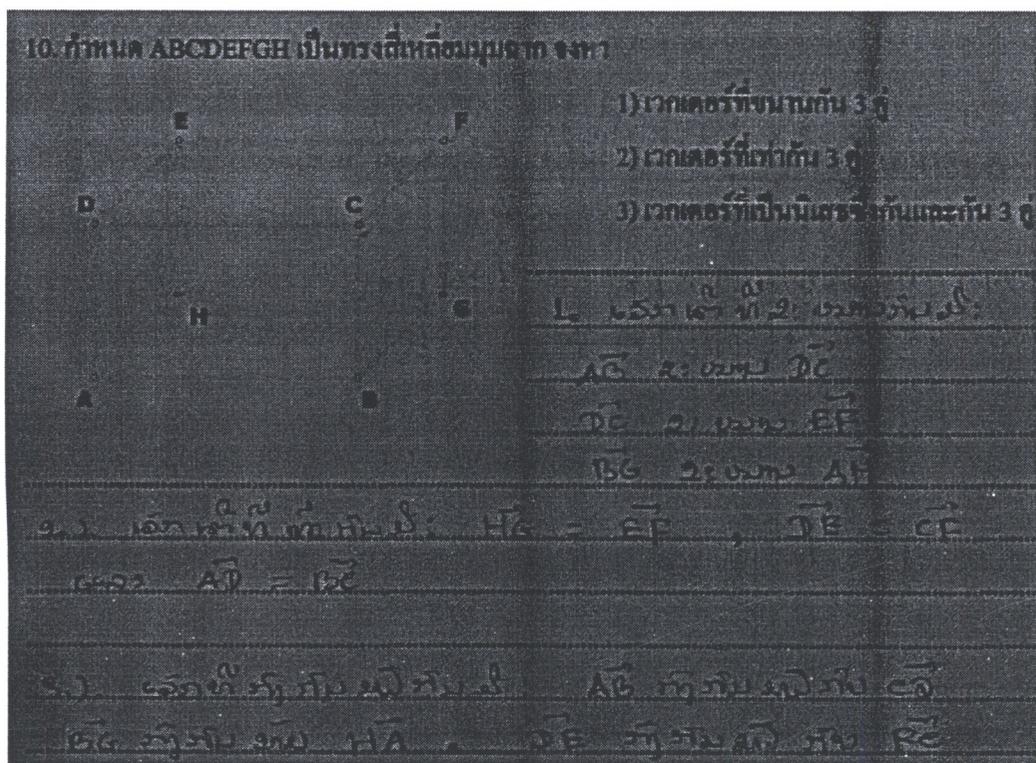
3.1.17 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 1.3 เวกเตอร์ที่ขนานกัน คำสั่งข้อที่ 10

กำหนด ABCDEFGH เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จงหา 1) เวกเตอร์ที่ขนานกัน 3 คู่ 2) เวกเตอร์ที่เท่ากัน 3 คู่ 3) เวกเตอร์ที่เป็นนิเสธซึ่งกันและกัน 3 คู่



3.1.17.1 ผลการวิเคราะห์ผลการทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้เขียนคำตอบเวกเตอร์ที่ขนานกันมี \overline{AB} ขนาน

\vec{DC} \vec{DC} ขนาน \vec{EF} และ \vec{BG} ขนาน \vec{AH} เวกเตอร์ที่เท่ากันมี $\vec{HG} = \vec{EF}$, $\vec{DE} = \vec{CF}$ และ $\vec{AD} = \vec{BC}$ และเวกเตอร์ที่เป็นนิเสธซึ่งกันและกันมี \vec{AB} ตรงข้ามกับ \vec{CD} \vec{BG} ตรงข้ามกับ \vec{HA} และ \vec{DE} ตรงข้ามกับ \vec{FC} แสดงดังภาพที่ 37



ภาพที่ 37 แสดงการทำกิจกรรมที่ 1.3 คำสั่งข้อที่ 10 ของ แสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 10 “การเขียนเวกเตอร์ที่ขนานกัน เวกเตอร์ที่เท่ากัน 3 คู่ และเวกเตอร์ที่เป็นนิเสธซึ่งกันและกัน 3 คู่” นักศึกษาพูดคุยกันแล้วเขียนคำตอบ ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังโปรโตคอลการทำกิจกรรมที่ 1.3 กิจกรรมข้อที่ 10 ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 21 ที่แสดงออกในพฤติกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

Item 20 แสงเทียน : พูดคุยกับนักศึกษากลุ่มเดียวกันเพื่อหาคำตอบ

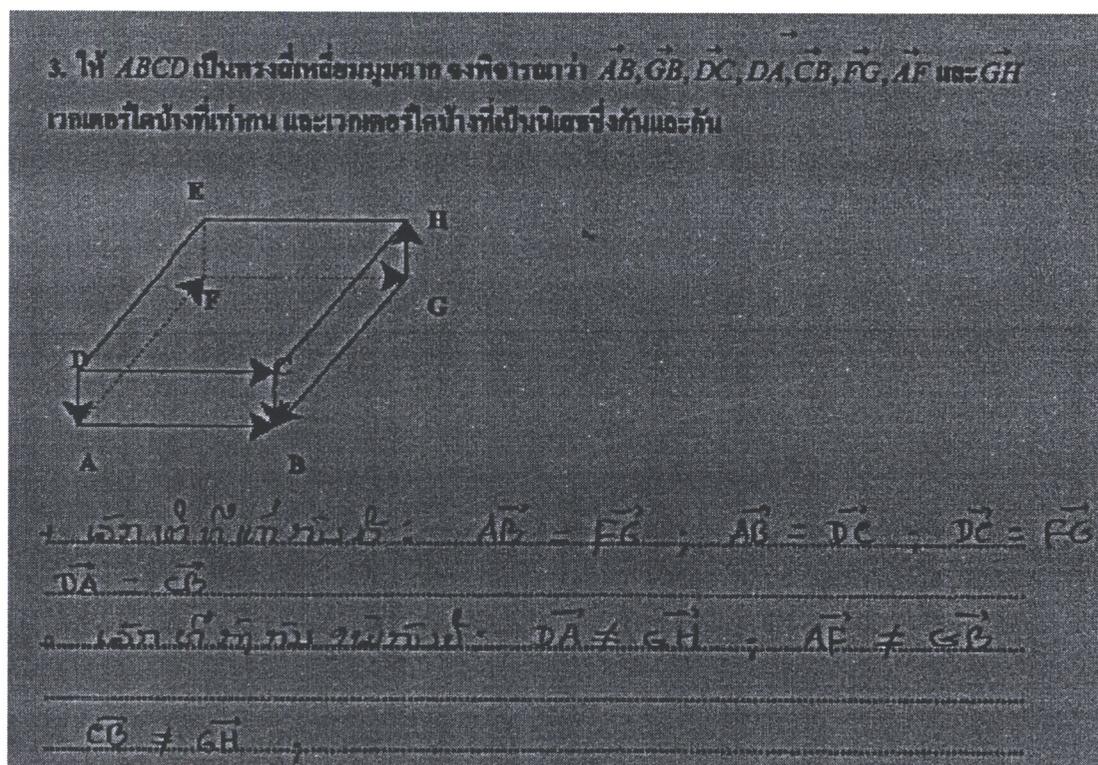
Item 21 เซอร์จา : เวกเตอร์ที่ขนานกันมีคือ เวกเตอร์ \vec{AB} ขนาน \vec{DC} , \vec{DC} ขนาน \vec{CF} , \vec{BG} ขนานกับ \vec{AH}

เวกเตอร์ที่เท่ากันมีคือ $\vec{HG} = \vec{EF}$, $\vec{DE} = \vec{CE}$, $\vec{AD} = \vec{BC}$

เวกเตอร์ที่ตรงกันข้ามมีคือ $\vec{AB} = \vec{CD}$, $\vec{BG} = \vec{HA}$, $\vec{DE} = \vec{FC}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 10 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม มีความเข้าใจเหมือนกันคือ เป็นการหาเวกเตอร์ตามแต่ละคู่จากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

เมื่อสรุปจากภาพรวมทั้งสองกลุ่ม นักศึกษาได้ลงมือทำแบบฝึกหัด และจากการสังเกตการณ์ทำแบบฝึกหัดของนักศึกษาพบว่า นักศึกษาสามารถที่จะทำแบบฝึกหัดได้ซึ่งผู้วิจัยจะเห็นการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษากลุ่มเรียนเก่ง (แสงเทียน ดอกนอและ เฮอร์जा) ได้เขียนเวกเตอร์ที่เท่ากันมี $\vec{AB} = \vec{FG}, \vec{AB} = \vec{DC}, \vec{DC} = \vec{FG}, \vec{DA} = \vec{CB}$ เวกเตอร์ตรงข้ามกันมีคือ $\vec{DA} \neq \vec{GH}, \vec{AF} \neq \vec{GB}, \vec{CB} \neq \vec{GH}$ แสดงดังภาพที่ 38

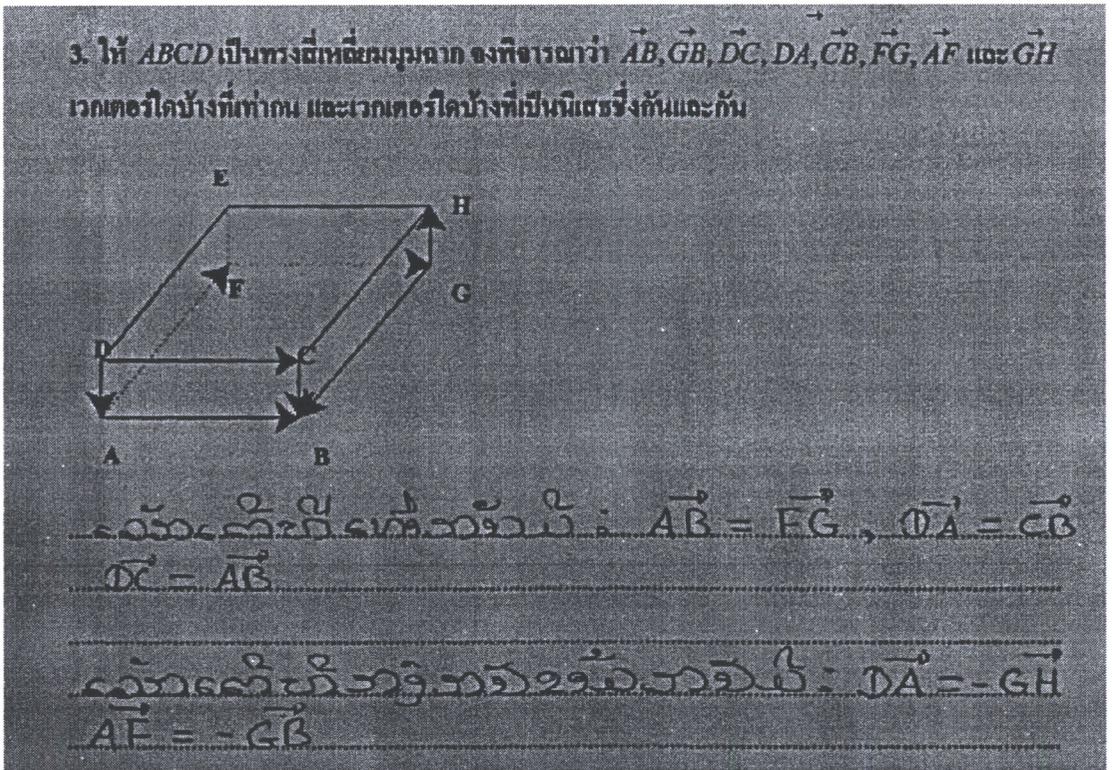


ภาพที่ 38 แสดงการทำแบบฝึกหัดกิจกรรมที่ 1.1 ของแสงเทียน ดอกนอ และเฮอร์जा

และจากการทำแบบฝึกหัด นักศึกษาสามารถตอบคำถามของแบบฝึกหัดได้ แต่ยังคงต้องใช้เวลาในการทำมาก การตอบคำถามของแบบฝึกหัด และมีเวลามากในการหาคำตอบของแบบฝึกหัดโดยใช้ GSP ได้ถูกต้อง

เมื่อสรุปจากภาพรวมทั้งสองกลุ่ม นักศึกษาได้ลงมือทำแบบฝึกหัด และจากการสังเกตการณ์ทำแบบฝึกหัดของนักศึกษาพบว่า นักศึกษาสามารถที่จะทำแบบฝึกหัดได้ ดังภาพการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษากลุ่มเรียนอ่อนเขียนคำตอบเวกเตอร์ที่เท่ากันมี

$\vec{AB} = \vec{FG}, \vec{DA} = \vec{CB}, \vec{DC} = \vec{AB}$ เวกเตอร์ตรงข้ามกันมี $\vec{AB} = -\vec{GH}, \vec{AF} = -\vec{GB}$ แสดงดัง
ภาพที่ 39



ภาพที่ 39 แสดงการทำแบบฝึกหัดกิจกรรมที่ 1.1 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

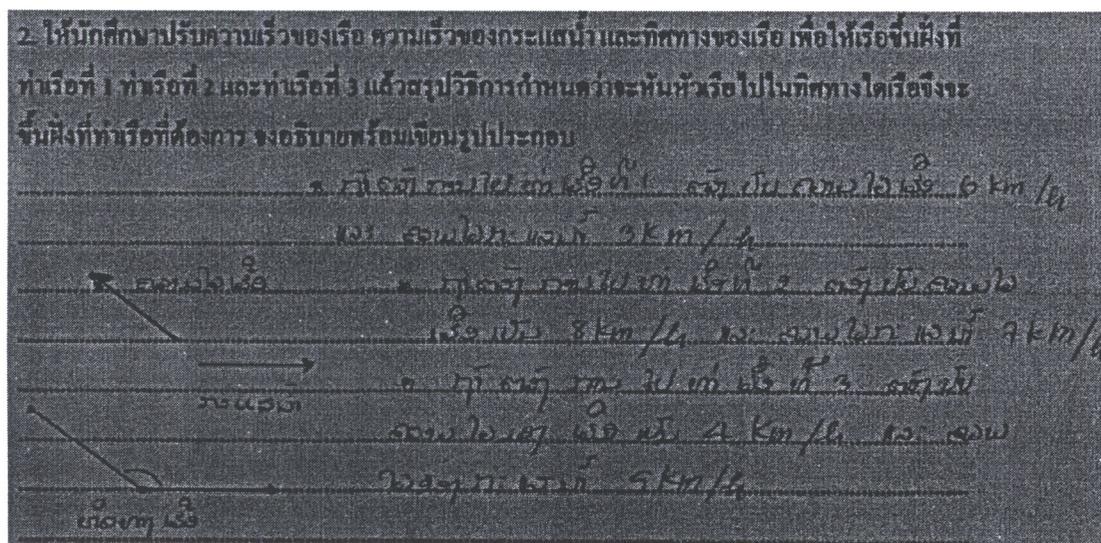
จากการทำแบบฝึกหัด นักศึกษาสามารถตอบคำถามของแบบฝึกหัดได้ แต่ยังคง
ต้องใช้เวลาในการทำมาก การตอบคำถามของแบบฝึกหัดและ มีเวลามากในการหาคำตอบของ
แบบฝึกหัดโดยใช้ GSP ได้ถูกต้อง

3.2 ความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับการบวกและลบเวกเตอร์

แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 2.1 และกิจกรรมที่ 2.2 ซึ่งมี
จุดประสงค์ให้นักศึกษาสามารถเขียนการบวกและลบเวกเตอร์ ผลจากการวิเคราะห์แสดงการพัฒนา
ความเข้าใจตามลำดับดังนี้

3.2.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 เดินทางข้ามแม่น้ำโขง คำสั่งข้อที่ 2
ให้นักศึกษาให้นักศึกษาปรับความเร็วของเรือ ความเร็วของกระแสน้ำ และทิศทางของเรือ เพื่อให้
เรือขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ 1 ทำเรือที่ 2 และทำเรือที่ 3 แล้วสรุปวิธีการกำหนดว่าจะหันหัวเรือไปในทิศทาง
ใดเรือจึงจะขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ต้องการ จงอธิบายพร้อมเขียนรูปประกอบ

3.2.1.1 ผลการวิเคราะห์ การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เสอร์จา) ได้อธิบายว่า ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 1 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 6 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 2 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 8 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 7 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 3 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 4 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 กิโลเมตร/ชั่วโมง แสดงดังภาพที่ 40



ภาพที่ 40 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของแสงเทียน ดอกนอ และเสอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “กลุ่มปรับความเร็วของเรือ ความเร็วของกระแสน้ำ และทิศทางของเรือ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการกำหนดว่าจะหันหัวเรือไปเพื่อไปถึงท่าเรือ 3 คือ ท่าเรือที่ 1 ท่าเรือที่ 2 และท่าเรือที่ 3 เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 1 – Item 20

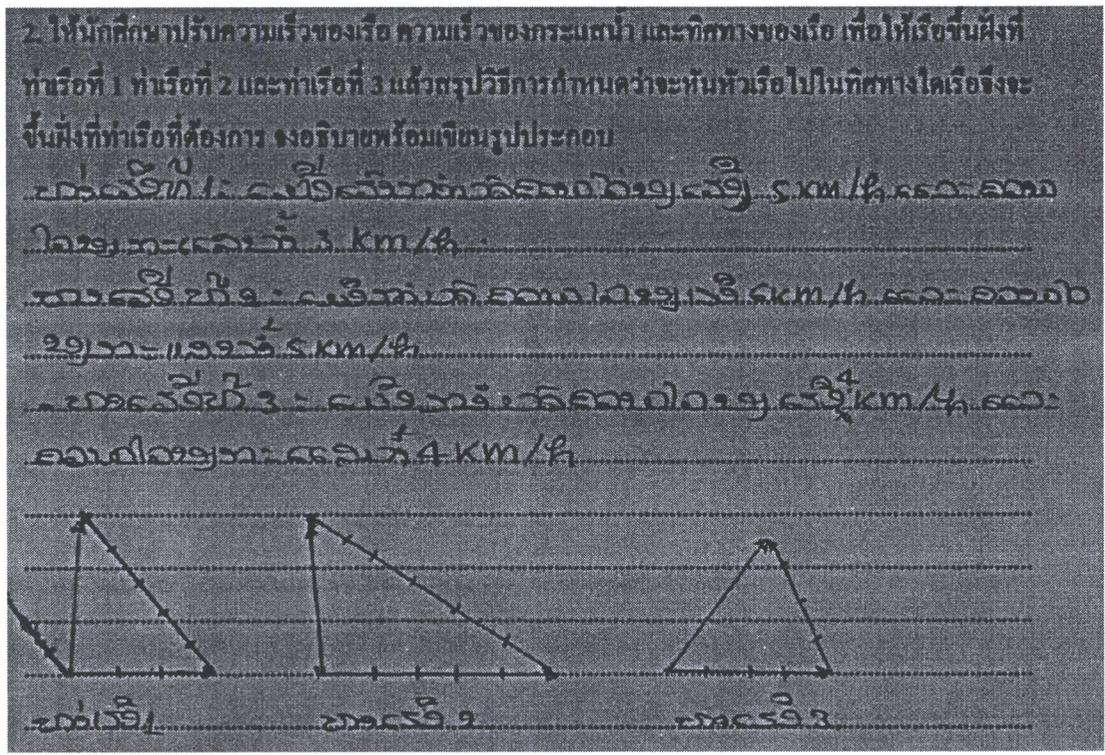
- Item 1 เสอร์จา : ให้เรือไปถึงท่าที่ 1 คือ กำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 6 km/h และความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 km/h และปรับทิศทางของเรือเห็นว่าเรือไปถึงท่าที่ 1 พอดี
- Item 2 ครู : สังเกตดูแล้วบันทึกไว้ นะครับ
- Item 3 แสงเทียน : ทำหลายๆ ครั้ง เพื่อให้เห็นความชัดเจน
- Item 4 เสอร์จา : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 5 km/h และความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 km/h เพื่อให้เรือไปถึงท่าที่ 1 แต่ไปไม่ถึง

- Item 5 แสง : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 4 km/h และความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 km/h เพื่อให้เรือไปถึงท่าที่ 2 แต่ไปไม่ถึง
- Item 6 เซอร์จ่า : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลง เท่ากับ 3 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 3 km/h จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 7 แสงเทียน : เห็นว่า เรือ เลยท่าที่ 2 ไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 8 ดอกนอ : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลง เท่ากับ 3 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 2 km/h จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 9 แสงเทียน : ปรับอีกครั้ง ค่ะ ยังไม่ถึง
- Item 10 แสงเทียน : บอกให้ แสง กำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 4 km/h และความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 2 km/h เห็นว่า เรือไปถึงท่าที่ 1 ได้เหมือนกัน
- Item 11 เซอร์จ่า : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลงเท่ากับ 5 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 4 km/h จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 12 เซอร์จ่า : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลง เท่ากับ 8 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 7 km/h และปรับทิศทางของเรือ จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 13 ครู : เสร็จแล้วหรือไม่ ถ้ายังไม่ได้ ก็เริ่มใหม่ นะครับ
- Item 14 ครู : ค่อยไปให้เรือไปถึงท่าที่ 3 ทำอย่างไร
- Item 15 ดอกนอ : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 5 km/h และ กำหนดความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 6 คลิกจุดเริ่มต้น คลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไม่ถึงท่าเรือที่ 3
- Item 16 เซอร์จ่า : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 4 km/h และ กำหนดความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 6 คลิกจุดเริ่มต้น คลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือถึงท่าเรือที่ 3
- Item 17 แสงเทียน : เขียนผลลัพธ์ที่หาได้
- Item 18 แสงเทียน : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 6 km/h และ กำหนดความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 ปรับทิศทางของเรือ คลิกจุดเริ่มต้น คลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปถึงท่าเรือที่ 1
- Item 19 เซอร์จ่า : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 8 km/h และ กำหนดความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 7 ปรับทิศทางของเรือ คลิกจุดเริ่มต้น คลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปถึงท่าเรือที่ 2

Item 20 คอกนอ : เมื่อกำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 3 km/h และ กำหนดความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 4 ปรับทิศทางของเรือ คลิกจุดเริ่มต้น คลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปถึงท่าเรือที่ 3

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และ โพรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มพบว่ามีความเข้าใจเหมือนกันคือ สามารถปรับเปลี่ยนค่ากำหนดความเร็ว กระแสน้ำ และปรับทิศทางของเรือ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.2.1.2 ผลการวิเคราะห์ การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สีจันทร์) ได้อธิบายว่า ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 1 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 5 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 2 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 6 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 5 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าต้องการให้เรือไปถึงท่าเรือที่ 3 ต้องปรับความเร็วของเรือเท่ากับ 4 กิโลเมตร/ชั่วโมงและความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 4 กิโลเมตร/ชั่วโมง แสดงดังภาพที่ 41



ภาพที่ 41 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

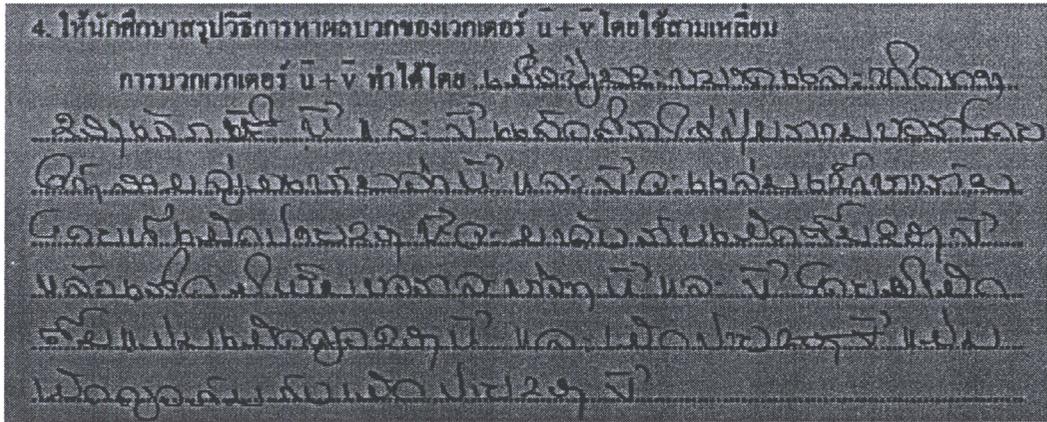
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “กดปุ่มปรับความเร็วของเรือ ความเร็วของกระแสน้ำ และทิศทางของเรือ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการกำหนดว่าจะหันหัวเรือไปเพื่อไปถึงท่าเรือ 3 คือ ท่าเรือที่ 1 ท่าเรือที่ 2 และท่าเรือที่ 3 เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 19 – Item 22

- Item 19 สุภาพร : ให้เรือไปถึงท่าที่ 1 คือ เรากำหนดความเร็วของเรือเท่ากับ 5 km/h และความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ 3 km/h และปรับทิศทางของเรือเห็นว่าเรือไปถึงท่าที่ 1 พอดี
- Item 20 บุญยง : ทำหลายๆ ครั้ง เพื่อให้เห็นความชัดเจน
- Item 21 สัจฉิณี : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลง เท่ากับ 6 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 5 km/h จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 2
- Item 22 บุญยง : ปรับความเร็วของกระแสน้ำลง เท่ากับ 4 km/h และความเร็วของเรือเท่ากับ 4 km/h จากนั้นคลิกจุดเดินทาง เห็นว่า เรือไปไม่ถึงท่าเรือที่ 3

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มพบว่ามีความเข้าใจเหมือนกันคือ สามารถปรับเปลี่ยนค่ากำหนดความเร็ว กระแสน้ำ และปรับทิศทางของเรือ ได้ตามความต้องการ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.2.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 เดินทางข้ามแม่น้ำโขง คำสั่งข้อที่ 4
ให้นักศึกษาสรุปวิธีการหาผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สามเหลี่ยม

3.2.2.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และเฮอร์จา) ได้อธิบายว่า เมื่อเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} จากนั้นคลิกที่ปุ่มการบวกโดยใช้สามเหลี่ยมเห็นว่า \vec{u} และ \vec{v} จะเคลื่อนย้ายเข้าหากัน โดยที่จุดปลายของ \vec{u} ต่อกับจุดต้นของ \vec{v} แล้วได้ผลบวกระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} แสดงดังภาพที่ 42



ภาพที่ 42 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 4 ของแสงเทียน คอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 “เมื่อเปลี่ยนขนาด และทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} แล้วคลิกที่ปุ่ม การบวกโดยใช้สามเหลี่ยมเห็นว่า \vec{u} และ \vec{v} เคลื่อนเข้าหากันโดยที่จุดปลายของ \vec{u} จะมาต่อที่จุดเริ่มต้น \vec{v} แล้วได้ผลบวก \vec{u} และ \vec{v} ” เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 38 – Item 40

Item38 เซอร์จา : อธิบายว่า จุดปลายของ \vec{u} ต่อใส่จุดต้น ของ \vec{v}

Item39 แสงเทียน : คลิกที่จุดเริ่มต้น

Item 40 เซอร์จา : สรุปวิธีการบวกโดยใช้สามเหลี่ยมคือเมื่อเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} แล้วคลิกที่ปุ่มการบวกเวกเตอร์โดยใช้สามเหลี่ยมเห็นว่าเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} จะเคลื่อนย้ายเข้าหากัน โดยที่จุดปลายของ \vec{u} มาต่อที่จุดต้นของ \vec{v} เราได้ผลบวกเวกเตอร์ระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} โดยมีจุดเริ่มต้นเป็นจุดเดียวของ \vec{u} และจุดปลายมีจุดเดียวกับจุดปลายของ \vec{v}

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือคลิกที่ปุ่มการบวกเวกเตอร์โดยใช้สามเหลี่ยมเห็นว่าเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} จะเคลื่อนย้ายเข้าหากัน โดยที่จุดปลายของ \vec{u} เชื่อมที่จุดต้นของ \vec{v} เราได้ผลบวกเวกเตอร์ระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 6 เมื่อเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} แล้วคลิกที่จุดการบวกโดยใช้สามเหลี่ยม จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ และคลิกที่การบวกโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานจะเห็นว่า \vec{v} มีการเลื่อนขนานโดยจุดเริ่มต้นของ \vec{v} เชื่อมกับจุดเริ่มต้นของ \vec{u} จุดปลายเชื่อมกับ ภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานของ \vec{u} จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ เมื่อวิเคราะห์โปรแกรมโคออดิเนตการพุดคยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 50 – Item 51

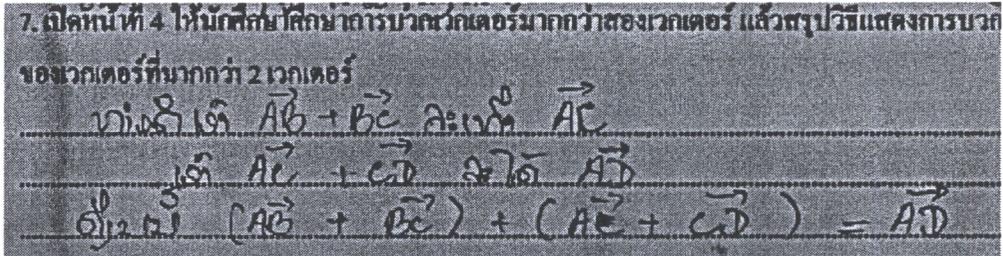
- Item 50 บัญยง : การบวกเวกเตอร์โดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- Item 51 สีจันท์ : สรุป วิธีการหาผลบวกเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สามเหลี่ยม คือเมื่อคลิก (การบวกโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนาน) เมื่อเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} และคลิกที่จุดการบวกโดยใช้สามเหลี่ยม จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ และคลิกที่การบวกโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานจะเห็นว่า \vec{v} มีการเลื่อนขนานโดยจุดเริ่มต้นของ \vec{v} เชื่อมกับจุดเริ่มต้นของ \vec{u} จุดปลายเชื่อมกับภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานของ \vec{u} จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 6 และโปรแกรมโคออดิเนตของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือเมื่อเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{u}, \vec{v} แล้วคลิกที่จุดการบวกโดยใช้สามเหลี่ยม จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ และคลิกที่การบวกโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานจะเห็นว่า \vec{v} มีการเลื่อนขนานโดยจุดเริ่มต้นของ \vec{v} เชื่อมกับจุดเริ่มต้นของ \vec{u} จุดปลายเชื่อมกับภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน ของ \vec{u} จะได้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{v}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออก

3.2.4 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 การเดินทางข้ามน้ำโขง คำสั่งข้อที่ 7
ให้นักศึกษาศึกษาการบวกเวกเตอร์มากกว่าสองเวกเตอร์ แล้วสรุปวิธีแสดงการบวกของเวกเตอร์ที่มากกว่า 2 เวกเตอร์

3.2.4.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) อธิบายว่าสามารถใช้หลักเกณฑ์ โดยนำเอาเวกเตอร์ทั้งหลายดังกล่าว เชื่อมกับผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหลายจะมีจุดเริ่มต้นอยู่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์แรก และมีจุดสิ้นสุดอยู่จุดสิ้นสุดของเวกเตอร์สุดท้าย เมื่อกำหนดเวกเตอร์ 3 เวกเตอร์เช่น \vec{AB}, \vec{BC}

และ \overline{CD} ได้ $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ และเอา $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$ หรือ $(\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{AC} + \vec{CD}) = \vec{AD}$
แสดงดังภาพที่ 46



ภาพที่ 46 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 7 ของแสงเทียน ดอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 การบวกของเวกเตอร์ที่มากกว่า 2 เวกเตอร์ เราสามารถใช้หลักเกณฑ์ดังกล่าวได้ โดยนำเอาเวกเตอร์ทั้งหลายดังกล่าวนั้น มาเชื่อมกับผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหลายจะมีจุดเริ่มต้นอยู่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์แรก และมีจุดสิ้นสุดอยู่จุดสิ้นสุดของเวกเตอร์สุดท้าย เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 56 – Item 58

Item 56 ดอกนอ : คลิกที่ปุ่ม การบวกเวกเตอร์ที่มากกว่า 2 เวกเตอร์

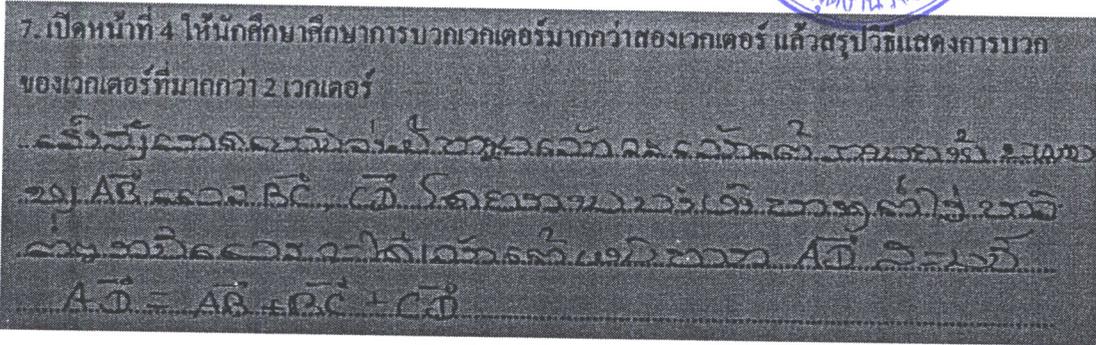
Item 57 ครู : อธิบายสิ

Item 58 แสงเทียน : ครั้งแรก เรา ได้ $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

$$\text{เอา } \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD} \text{ หรือ } (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{AC} + \vec{CD}) = \vec{AD}$$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ เราสามารถใช้หลักเกณฑ์ดังกล่าวได้ โดยนำเอาเวกเตอร์ทั้งหลายดังกล่าวนั้น มาเชื่อมกับผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหลายจะมีจุดเริ่มต้นอยู่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์แรก และมีจุดสิ้นสุดอยู่จุดสิ้นสุดของเวกเตอร์สุดท้าย พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.4.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่ามีหลายเวกเตอร์และเวกเตอร์การเลื่อนขนานของ \vec{AB} และ \vec{BC} \overline{CD} โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้เวกเตอร์ผลบวก $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$ \vec{AD} แสดงดังภาพที่ 47



ภาพที่ 47 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 7 ของบุญยง สุภาพรและสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 การบวกของเวกเตอร์ที่มากกว่า 2 มีหลายเวกเตอร์และเวกเตอร์การเลื่อนขนานของ \vec{AB} และ \vec{BC} \vec{CD} โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกัน จะได้เวกเตอร์ผลบวก $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$ \vec{AD} เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 52 – Item 53

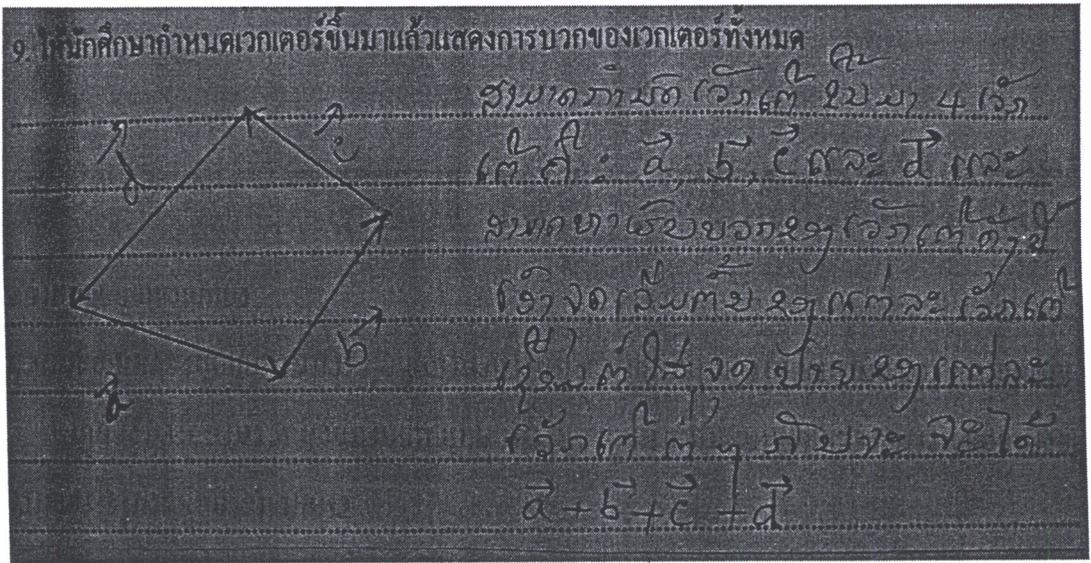
Item 52 สุภาพร : คลิกที่ปุ่ม การบวกเวกเตอร์ที่มากกว่า 2 เวกเตอร์

Item 53 สีจันทร์ : มีหลายเวกเตอร์และเวกเตอร์การเลื่อนขนานของ \vec{AB} และ \vec{BC} \vec{CD} โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์ $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ เราสามารถใช้หลักเกณฑ์ดังกล่าวได้ โดยนำเอาเวกเตอร์ทั้งหลายดังกล่าวนั้น มาเชื่อมกับผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหลายจะมีจุดเริ่มต้นอยู่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์แรก และมีจุดสิ้นสุดอยู่จุดสิ้นสุดของเวกเตอร์สุดท้าย พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.5 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 การเดินทางข้ามแม่น้ำของ คำสั่งข้อที่ 9 ให้นักศึกษากำหนดเวกเตอร์ขึ้นมาแล้วแสดงการบวกของเวกเตอร์ทั้งหมด และสรุปวิธีแสดงการบวกของเวกเตอร์ทั้งหมด

3.2.5.1 ผลการวิเคราะห์ในการทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสง ดอก และ เฮอร์) ได้อธิบายว่า กำหนดเวกเตอร์ขึ้นมาสี่เวกเตอร์เช่น เวกเตอร์ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} และ \vec{d} การบวกโดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์แสดงดังภาพที่ 48



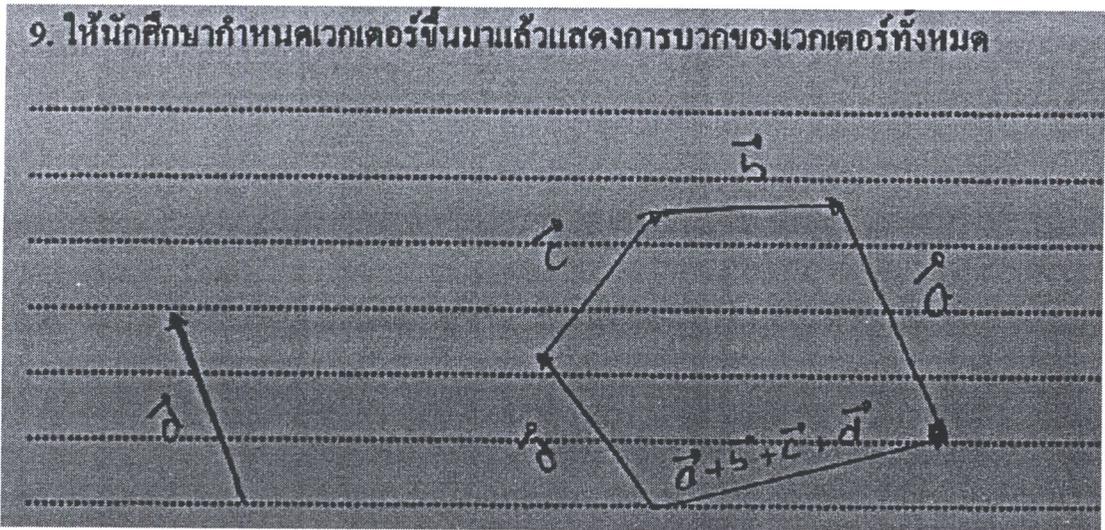
ภาพที่ 48 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 9 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 9 การบวกเวกเตอร์ที่กำหนดขึ้นมาเวกเตอร์ขึ้นมาสี่เวกเตอร์เช่น \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} และ \vec{d} การบวกโดยการนำเอาจุดต้น เชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 40 – Item 41

- Item 40 ครู : ให้นักศึกษากำหนดเวกเตอร์ขึ้นมาแล้วแสดงการบวกเวกเตอร์ทั้งหมด
- Item 41 ดอกนอ : การบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 9 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือการบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.5.2 ผลการวิเคราะห์ในการทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน(บุญยง สุภาพร และ สีจันทร์) ได้อธิบายว่า กำหนดเวกเตอร์ขึ้นมา 4 เวกเตอร์เช่นเวกเตอร์ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} และ \vec{d} การบวกโดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์ แสดงดังภาพที่ 49



ภาพที่ 49 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 9 ของบุญยง สุภาพรและสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 9 การบวกเวกเตอร์ที่กำหนดขึ้นมาเวกเตอร์ขึ้นมาสี่เวกเตอร์เช่น \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} และ \vec{d} การบวกโดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 42 – Item 43

Item 42 ครู : ให้นักศึกษากำหนดเวกเตอร์ขึ้นมาแล้วแสดงการบวกเวกเตอร์ทั้งหมด

Item 43 สุภาพร : การบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์

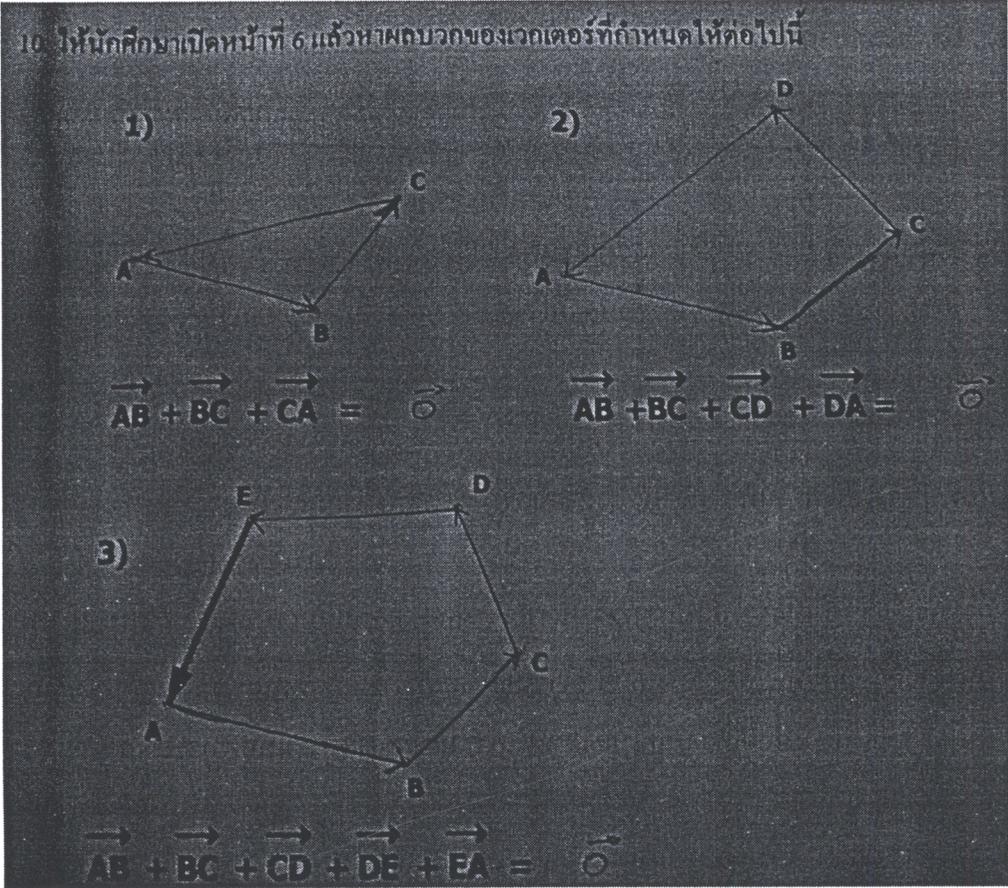
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 9 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือการบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.6 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 เดินทางข้ามแม่น้ำโขง คำสั่งข้อที่ 10 ให้นักศึกษาเปิดหน้าที่ 6 แล้วหาผลบวกของเวกเตอร์ที่กำหนดให้

3.2.6.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้อธิบายว่าสามารถหาผลบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์เป็นเวกเตอร์ศูนย์ได้เช่น

$$1. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \quad 2. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0} \quad 3. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = \vec{0}$$

แสดงดังภาพที่ 50



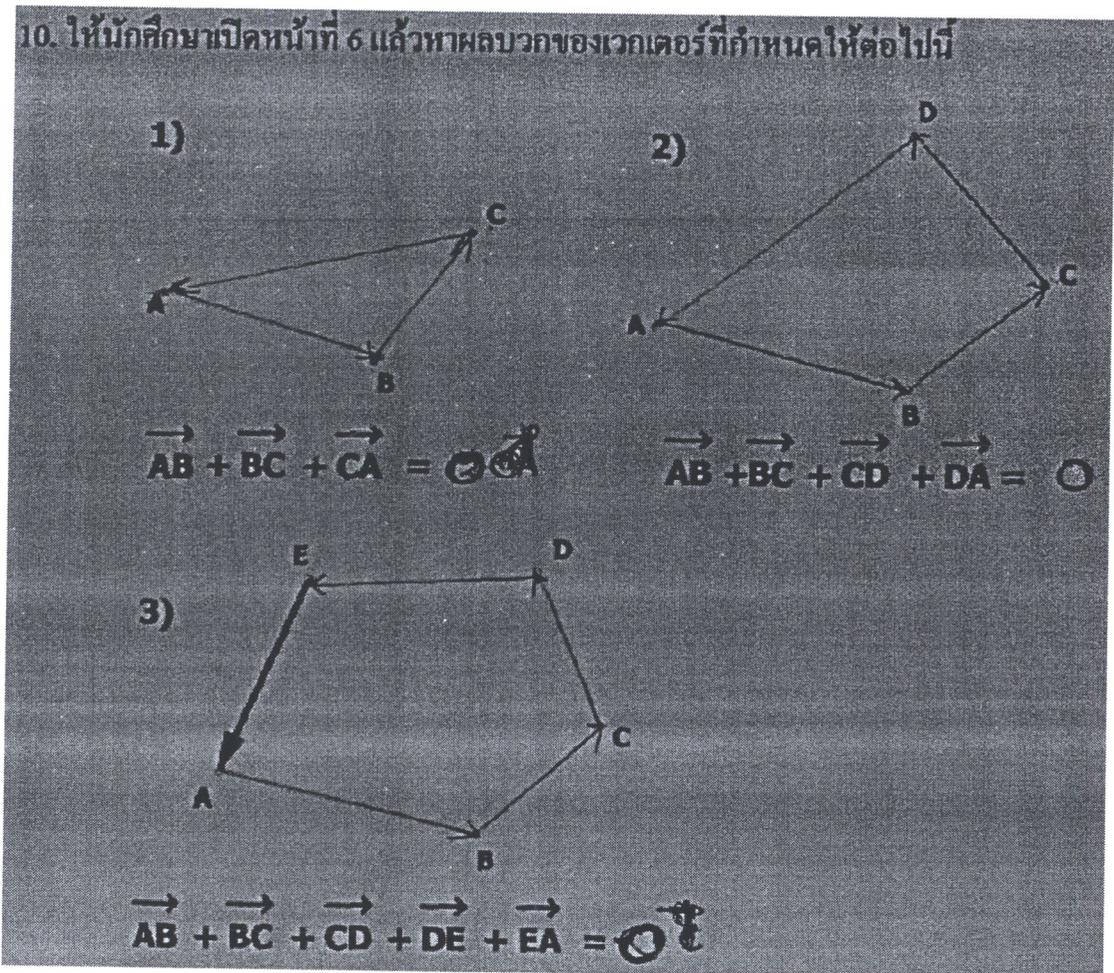
ภาพที่ 50 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 10 ของแสงเทียน คอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 10 นักศึกษาสามารถหาผลบวกเวกเตอร์ที่กำหนดให้ได้ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 27 – Item 29

- Item 27 เซอร์จา : สามารถเขียนผลบวกเวกเตอร์ได้เช่น
 1. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ 2. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$
 3. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = \vec{0}$
- Item 28 คอกนอ : ได้ผลบวกเวกเตอร์เท่าศูนย์
- Item 29 แสงเทียน : แสดงว่าผลบวกเวกเตอร์ทั้งหลายมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 10 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือสามารถหาผลบวกเวกเตอร์ได้โดยการนำเอาจุดต้นเชื่อมจุดปลายต่อกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.6.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายว่าสามารถหาผลบวกเวกเตอร์โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกันจะได้ผลบวกเวกเตอร์เป็นเวกเตอร์ศูนย์ ได้เช่น $1. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$ $2. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = 0$ $3. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = 0$ แสดงดังภาพที่ 51



ภาพที่ 51 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 10 ของบุญยง สุภาพรและสัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 10 นักศึกษาสามารถหาผลบวกเวกเตอร์ที่กำหนดให้ได้ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 25 – Item 27

- Item 25 บุญยง : สามารถเขียนผลบวกเวกเตอร์ได้เช่น

$$1. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0 \quad 2. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = 0$$

$$3. \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} = 0$$
- Item 26 สุภาพร : ได้ผลบวกเวกเตอร์เท่ากับเลขศูนย์ (0)
- Item 27 สัจจันทร์ : แสดงว่าผลบวกเวกเตอร์ทั้งหลายมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 10 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือหาผลบวกเวกเตอร์ได้โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.6.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มในการทำกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 10 เห็นว่าทั้งสองกลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ การหาผลบวกเวกเตอร์ได้โดยการนำเอาจุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดปลายต่อกัน แต่ว่ากลุ่มที่ 2 เขียนคำตอบเป็นเลขศูนย์ (0) พฤติกรรมของ

3.2.7 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 เดินทางข้ามแม่น้ำโขงคำสั่งข้อที่ 11 ผลบวกของเวกเตอร์ในข้อที่ 10 เรียกว่า "เวกเตอร์ศูนย์" เช่น $\vec{AA}, \vec{BB}, \dots$ หรือเขียนแทนด้วย $\vec{0}$ จึงให้ความหมายของเวกเตอร์ศูนย์

3.2.7.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) อธิบายว่าเวกเตอร์ศูนย์เป็นเวกเตอร์ที่ไม่มีขนาด และทิศทาง แสดงดังภาพที่ 52

11. ผลบวกของเวกเตอร์ในข้อที่ 10 เรียกว่า "เวกเตอร์ศูนย์" เช่น $\vec{AA}, \vec{BB}, \dots$ หรือเขียนแทนด้วย $\vec{0}$ จึงให้ความหมายของเวกเตอร์ศูนย์

เวกเตอร์ศูนย์ คือ คำว่า เวกเตอร์ศูนย์ จะหมายถึง คำว่า เวกเตอร์ศูนย์

ภาพที่ 52 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 11 ของแสงเทียน ดอกนอและเฮอร์जा

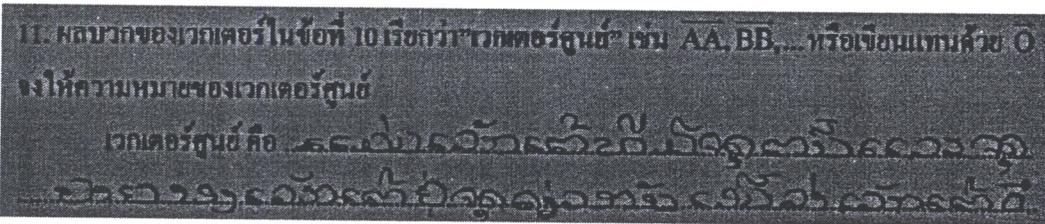
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 11 เวกเตอร์ศูนย์เป็นเวกเตอร์ที่ไม่มีขนาด และทิศทาง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 65 – Item 66

Item 65 ครู : ให้นักศึกษา บอกความหมายของเวกเตอร์ศูนย์

Item 66 ดอกร : เวกเตอร์ศูนย์ เป็นเวกเตอร์ที่ไม่มีขนาด และทิศทาง

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 11 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ เวกเตอร์ศูนย์ ไม่มีขนาด และทิศทาง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.7.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่ในระดับอ่อน มีผลการเรียน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่า เวกเตอร์ศูนย์เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้น และจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน เรียกว่าเวกเตอร์ศูนย์ แสดงดังภาพที่ 53



ภาพที่ 53 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 11 ของบุญยง สุภาพรและสัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 11 เวกเตอร์ศูนย์เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้น และจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 71 – Item 72

Item 71 ครู : ให้นักศึกษา บอกความหมายของเวกเตอร์ศูนย์

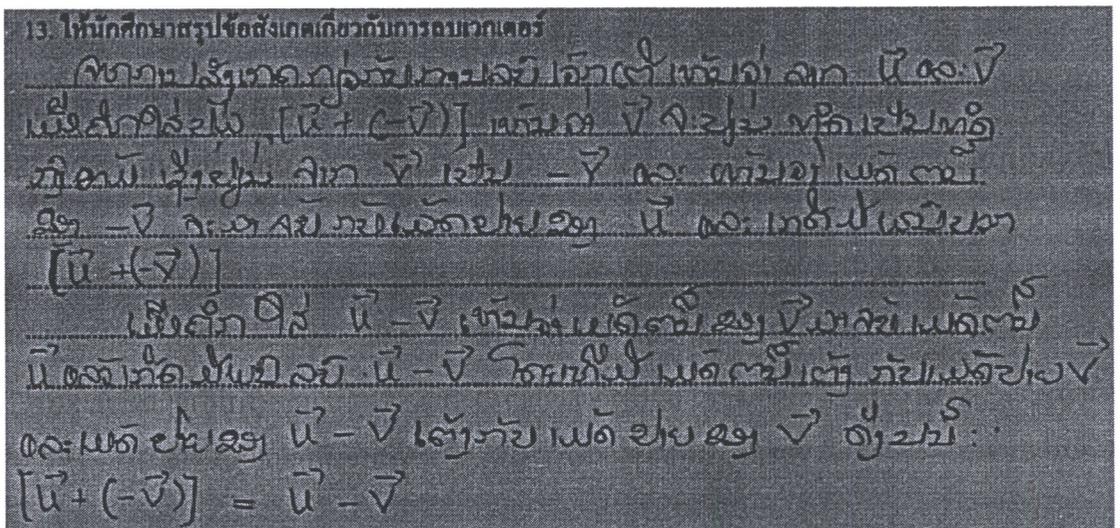
Item 72 สัจจันทร์ : เวกเตอร์ศูนย์ หมายถึงเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้น และจุดปลายของเวกเตอร์ อยู่จุดเดียวกัน เช่น \overline{AA} , \overline{BB} , ... หรือเขียนแทนด้วย \vec{O}

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 11 และ โปไรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ เวกเตอร์ศูนย์ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้น และจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.7.3 สรุปผลการเรียนรู้ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มในการทำกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 11 เห็นว่าทั้งสองกลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ เวกเตอร์ศูนย์เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.8 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.1 เดินทางข้ามแม่น้ำโขง คำสั่งข้อที่ 13 ให้นักศึกษาเปิดหน้าที่ 7 ให้นักศึกษาทำการศึกษานิยามของการลบเวกเตอร์ โดยคลิกปุ่ม [บทนิยาม] ปุ่ม $[\vec{u} + (-\vec{v})]$ และปุ่ม $[\vec{u} - \vec{v}]$ นักศึกษาสามารถปรับเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ โดยคลิกปุ่ม [เริ่มต้น] แล้วคลิกที่จุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์แล้วลากไปในตำแหน่งที่ต้องการ และให้นักศึกษาสรุปข้อสังเกตเกี่ยวกับการลบเวกเตอร์

3.2.8.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอและ เฮอร์जा)อธิบายว่า เมื่อคลิกที่ปุ่ม $[\vec{u} + (-\vec{v})]$ เห็นว่า \vec{v} จะเปลี่ยนทิศทางเป็นทิศตรงข้ามกันซึ่งเปลี่ยนเป็น $-\vec{v}$ และจุดเริ่มต้นของ \vec{v} เชื่อมกับจุดสิ้นสุดของ \vec{u} และได้ผลบวก $[\vec{u} + (-\vec{v})]$ ถ้าคลิกที่ปุ่ม $[\vec{u} - \vec{v}]$ เห็นว่าจุดเริ่มต้นของ \vec{v} เชื่อมกับจุดเริ่มต้นของ \vec{u} แล้วได้ผลบวก $[\vec{u} - \vec{v}]$ ดังนั้น $[\vec{u} + (-\vec{v})] = [\vec{u} - \vec{v}]$ แสดงดังภาพที่ 54



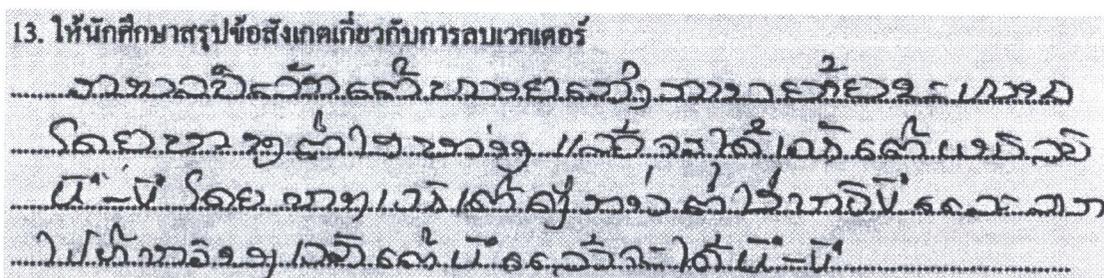
ภาพที่ 54 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 13 ของแสงเทียน ดอกนอ และเฮอร์जा

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 13 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับนิยามของการลบเวกเตอร์ได้ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมในระหว่าง Item 67 – Item 68

- Item 67 ครู : ให้นักศึกษาสรุปข้อสังเกตเกี่ยวกับการลบเวกเตอร์
- Item 68 เซอร์จา : จากการสังเกตเกี่ยวกับการลบเวกเตอร์ เห็นว่า จาก \vec{u} และ \vec{v} เมื่อคลิกใส่ปุ่ม $\vec{u} + (-\vec{v})$ เห็นว่า \vec{v} เปลี่ยนทิศทางตรงข้ามกัน ซึ่งเปลี่ยนจาก \vec{v} มาเป็น $-\vec{v}$ และจุดเริ่มต้นของ $-\vec{v}$ เชื่อมกับจุดปลายของ \vec{u} แล้วได้ผลเวกเตอร์คือ $\vec{u} + (-\vec{v})$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2.1 คำสั่งข้อที่ 13 และ โปรโตคอลของนักศึกษา เห็นว่ามีความเข้าใจคือ นักศึกษาได้ให้ข้อสังเกตว่าจาก \vec{u} และ \vec{v} เมื่อคลิกที่ปุ่ม $\vec{u} + (-\vec{v})$ เห็นว่า \vec{v} เปลี่ยนทิศทางตรงข้ามกัน ซึ่งเปลี่ยนจาก \vec{v} มาเป็น $-\vec{v}$ และจุดต้นของ $-\vec{v}$ เชื่อมกับจุดปลายของ \vec{u} แล้วผลบวกเวกเตอร์คือ $\vec{u} + (-\vec{v})$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.8.2 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) อธิบายว่า การลบเวกเตอร์เป็นการเลื่อนขนานโดยที่จุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ จะได้เวกเตอร์ผลลบ $[\vec{u} - \vec{v}]$ โดยจุดเริ่มต้นเวกเตอร์ดังกล่าวเชื่อมกับจุดปลายของ \vec{v} และลากไปที่จุดปลายของ \vec{u} จะได้ผลบวก $[\vec{u} - \vec{v}]$ แสดงดังภาพที่ 55



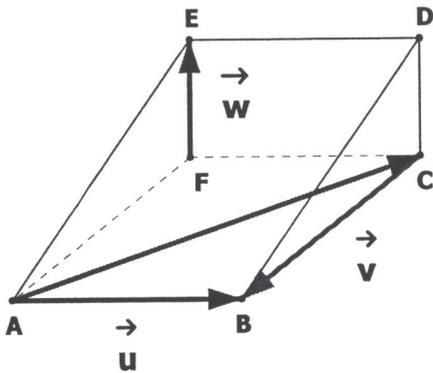
ภาพที่ 55 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.1 คำสั่งข้อที่ 13 ของบุญยง สุภาพร และสัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 13 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับนิยามของการลบเวกเตอร์ได้ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมในระหว่าง Item 68 – Item 69

- Item 68 ครู : ให้นักศึกษาสรุปข้อสังเกตเกี่ยวกับการลบเวกเตอร์
- Item 69 สัจจันทร์ : การลบเวกเตอร์เป็นการเลื่อนขนานโดยที่จุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ จะได้เวกเตอร์ผลลบ $[\vec{u} - \vec{v}]$ โดยจุดเริ่มต้นเวกเตอร์ดังกล่าวเชื่อมกับจุดปลายของ \vec{v} และลากไปที่จุดปลายของ \vec{u} จะได้ผลบวก $[\vec{u} - \vec{v}]$

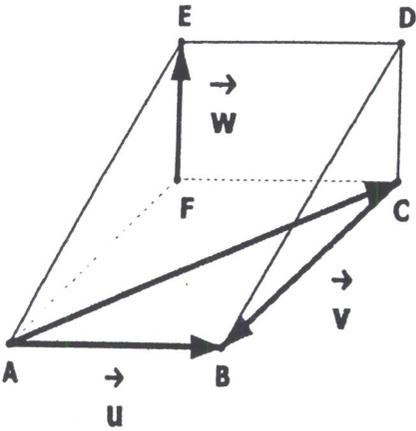
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2.1 คำสั่งข้อที่ 13 และโปรโตคอลของนักศึกษาเห็นว่ามีความเข้าใจคือ การลบเวกเตอร์เป็นการเลื่อนขนานโดยที่จุดเริ่มต้นเชื่อมกับจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ จะได้เวกเตอร์ผลลบ $[\vec{u} - \vec{v}]$ โดยจุดเริ่มต้นเวกเตอร์ดังกล่าวเชื่อมกับจุดปลายของ \vec{v} และลากไปที่จุดปลายของ \vec{u} จะได้ผลบวก $[\vec{u} - \vec{v}]$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.9 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 2 ให้นักศึกษา เปิดแฟ้ม “บวกและลบเวกเตอร์_กิจกรรมที่ 2.gsp” จากรูปงหา $\overline{AC}, \overline{AD}$ และ \overline{BE} ในรูปของ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w}



3.2.9.1 ผลการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) ได้เขียนเวกเตอร์คือ $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{u} + (-\vec{v})$, $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ $\vec{BE} = \vec{BF} + \vec{FE} = \vec{BA} + \vec{AF} = -\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ $\vec{BE} = -\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ แสดงดังภาพที่ 56

2. จากรูป จงหา \vec{AC}, \vec{AD} และ \vec{BE} ในรูปของ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w}



$$1) \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$$

๑) จงหา $\vec{AD} = ?$

จ.ก $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD}$; \parallel มอ $\vec{CD} = \vec{FE}$

ส.ย $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{FE}$

$\Rightarrow \vec{AD} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$

๒) จงหา $\vec{BE} = ?$

จ.ก $\vec{BE} = \vec{BF} + \vec{FE}$ (1)

๓) จงหา $\vec{BF} = ?$

จ.ก $\vec{BF} = \vec{BA} + \vec{AF}$; \parallel มอ $\vec{AF} = \vec{BC} = \vec{v}$; $\vec{BA} = -\vec{u}$

$\Rightarrow \vec{BF} = -\vec{u} + \vec{v}$. \parallel มอ \vec{FE} (1) $\therefore \vec{BE} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

ส.ย $\vec{BE} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

ภาพที่ 56 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 2 ของแสงเทียน คอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 จะเห็นว่านักศึกษาข้อสรุปเกี่ยวกับการ

หาค่าของเวกเตอร์ \vec{AC}, \vec{AD} และ \vec{BE} เช่น $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$,

$\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{FE}$ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน

Item 2 – Item 9

Item 2 ครู : ให้นักศึกษา ทำข้อที่ 2 จงหาเวกเตอร์ $\vec{AC}, \vec{AD}, \vec{BE}$ ในรูปของ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$

Item 3 ครู : ให้ดูตัวอย่าง ในข้อ 1.

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 จะเห็นว่านักศึกษาข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของเวกเตอร์ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ และ \overrightarrow{BE} เช่น $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} = -\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 4 – Item 9

Item 4 ครู : ให้นักศึกษาทำข้อที่ 2 จงหาเวกเตอร์ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BE}$ ในรูปของ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$

Item 5 ครู : ให้คุณตัวอย่าง ในข้อ 1.

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$$

Item 6 บุญยง : อธิบายว่า $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ แต่ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{FE}$

Item 7 สุ พ ๑ : ฉะนั้นได้ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FE}$

พร

Item 8 สัจจันทร์ : ได้ $\overrightarrow{AD} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$

Item 9 บุญยง : จงหาค่า \overrightarrow{BE} เป็นเท่าไร

Item 10 สัจจันทร์ : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE}$ (1)

Item 11 สุพาพร : เขียน $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BA} = -\vec{u}$

เราได้ $\overrightarrow{BF} = -\vec{u} + \vec{v}$ แทนให้ (1) ดังนั้น $\overrightarrow{BE} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

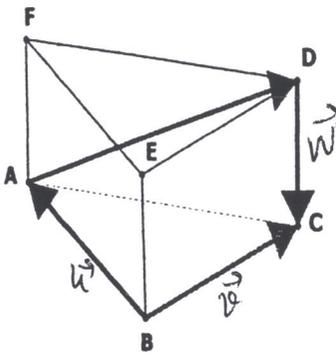
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ นักศึกษาได้ให้ข้อสังเกตว่า การหาค่าของเวกเตอร์ทั้ง 3 เวกเตอร์คือ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ และ \overrightarrow{BE} ได้ จากการสังเกตใช้หลักการการบวกและลบเวกเตอร์ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.10 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 3 ให้นักศึกษาสังเกตรูปทรงสามเหลี่ยม ABCDEF จงเขียน $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{FD}, \overrightarrow{BD}$ และ \overrightarrow{FC} ในรูปของ \vec{u}, \vec{v}

3.2.10.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียน

ในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เซอร์จา) อธิบาย การหาค่าของเวกเตอร์ $\vec{AD} = -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$
 $\vec{FD} = -\vec{u} + \vec{v}$ $\vec{BD} = \vec{v} - \vec{w}$ และ $\vec{FC} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ แสดงดังภาพที่ 58

3. กำหนด ABCDEF เป็นทรงสามเหลี่ยม จงเขียน $\vec{AD}, \vec{FD}, \vec{BD}$ และ \vec{FC} ในรูปของ \vec{u}, \vec{v} และ \vec{w}



$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = -\vec{u} + \vec{v} + (-\vec{w}) = -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$

① จงหา \vec{FD} = ?
 จงหา $\vec{FD} = \vec{FE} + \vec{ED}$; 1. $\vec{FE} = \vec{AB} = -\vec{u}$
 2. $\vec{ED} = \vec{BC} = \vec{v}$
 3. $\vec{FD} = -\vec{u} + \vec{v}$

② จงหา \vec{BD} = ?
 จงหา $\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD}$; 1. $\vec{CD} = -\vec{w}$

$\Rightarrow \vec{BD} = \vec{v} - \vec{w}$

③ จงหา \vec{FC} = ?
 จงหา $\vec{FC} = \vec{FD} + \vec{DC}$; 1. $\vec{FD} = -\vec{u} + \vec{v}$
 2. $\vec{DC} = \vec{w}$
 3. $\vec{FC} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

ภาพที่ 58 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 3 ของแสงเทียน ดอกนอและเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของ $\vec{AD}, \vec{FD}, \vec{BD}$ และ \vec{FC} ได้จากการใช้หลักการบวกและลบเวกเตอร์ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 15 – Item 21

- Item 15 เซอร์จา : หาค่าของ $\vec{FD} = ?$
- Item 16 แสงเทียน : ต้องสังเกตให้ชัดเจน ค่ะ
- Item 17 แสงเทียน : เขียนว่า $\vec{FD} = \vec{FE} + \vec{ED}, \vec{FE} = \vec{AB} = -\vec{u}, \vec{ED} = \vec{BC} = \vec{v}$
ได้ $\vec{FD} = -\vec{u} + \vec{v}$
- Item 18 ดอกนอ : หาค่าของ $\vec{BD} = ?$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของ \overline{AD} , \overline{FD} , \overline{BD} และ \overline{FC} ได้จากการใช้หลักเกณฑ์บวกและลบเวกเตอร์ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 18 – Item 22

Item 18 บัญยง : เขียนว่า $\vec{FD} = \vec{FE} + \vec{ED} = -\vec{u} + \vec{v}$
เราได้ $\vec{FD} = \vec{v} - \vec{u}$

Item 19 สุภาพร : หาค่าของ $\vec{BD} = ?$

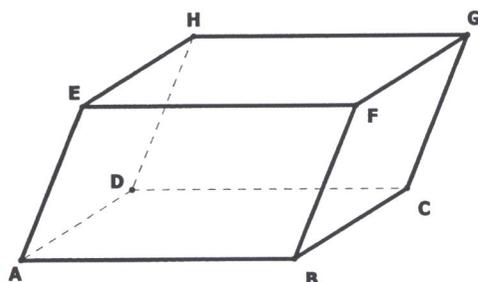
Item 20 สัจจันทร์ : เขียน $\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD}$, $\vec{CD} = -\vec{w}$
ดังนั้น $\vec{BD} = \vec{v} - \vec{w}$

Item 21 สุภาพร : หาค่าของ \vec{FC}

Item 22 สุภาพร : $\vec{FC} = \vec{FD} + \vec{DC}$ แต่ $\vec{FD} = -\vec{u} + \vec{v}$
ดังนั้น $\vec{FC} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 3 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของเวกเตอร์ \overline{AD} , \overline{FD} , \overline{BD} และ \overline{FC} ได้จากการใช้หลักเกณฑ์การบวกและลบเวกเตอร์ จากรูปทรงสามเหลี่ยม ABCDEF พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.11 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 4 ให้นักศึกษาสังเกตรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABDEFHG จงหาค่าของเวกเตอร์ดังนี้



1. $\vec{AC} - \vec{AH}$
2. $(\vec{AB} + \vec{BD}) - \vec{AF}$
3. $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG}$
4. $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG}$

3.2.11.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้เขียนคำตอบของเวกเตอร์คือ

$$1. \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{AB} + \vec{BC} - (\vec{AD} + \vec{DH}) = \vec{DC} + \vec{DH} = \vec{HC}$$

ดังนั้น $\vec{AC} - \vec{AH} = \vec{HC}$

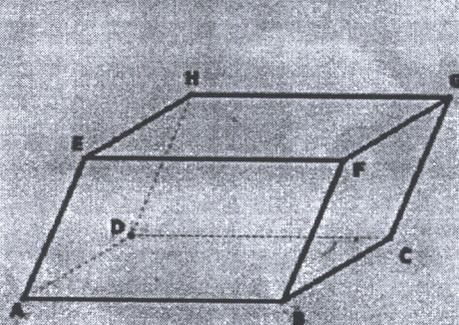
$$2. (\vec{AB} + \vec{BD}) - \vec{AF} = \vec{AD} - \vec{AF} = \vec{FD}$$

$$3. (\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{AC} - \vec{AG} = \vec{GC}$$

$$4. (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} \text{ จาก } \vec{DE} - \vec{DC} = \vec{DE} + \vec{CD} = \vec{CE} \text{ เราได้ } (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{FG} \text{ แต่ } \vec{FG} = \vec{EH} \text{ ฉะนั้น } (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{EH} = \vec{CH}$$

แสดงว่า $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CH}$ แสดงคิงภาพที่ 60

4. จากทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงหา



1. $\vec{AC} - \vec{AH}$
2. $(\vec{AB} + \vec{BD}) - \vec{AF}$
3. $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG}$
4. $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG}$

$$1. \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{AB} + \vec{BC} - (\vec{AD} + \vec{DH})$$

$$= \vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AD} - \vec{DH} \quad / \quad \vec{BC} = \vec{AD}$$

$$= \vec{AB} - \vec{DH} \quad / \quad \vec{DC} = \vec{AB}$$

$$= \vec{DC} - \vec{DH} = \vec{HC}$$

$$\therefore \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{HC}$$

$$2. (\vec{AB} + \vec{BD}) - \vec{AF} = \vec{AD} - \vec{AE} = \vec{ED}$$

$$3. (\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{AC} - \vec{AG} = \vec{GC}$$

$$4. (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{FG} \quad / \quad \vec{FG} = \vec{BC}$$

$$= \vec{CE} + \vec{BC}$$

$$= \vec{EC} - \vec{CB}$$

$$(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{BE}$$

ภาพที่ 60 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 4 ของ บุญยง สุภาพรและสีจันทร์

Item 32 สัจจน์ทร์ : อธิบายว่า การหาค่าของเวกเตอร์ ได้ถูกต้อง โดยใช้หลักการ การบวกและลบเวกเตอร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของเวกเตอร์ ได้จากการใช้หลักเกณฑ์การบวกและลบเวกเตอร์ จากรูปทรงสามเหลี่ยม ABCDEFGH พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.2.11.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (บุญยง สุภาพร และ สัจจน์ทร์) ได้เขียนคำตอบของเวกเตอร์คือ

$$1. \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{AB} + \vec{BC} - (\vec{AD} + \vec{DH}) = \vec{DC} + \vec{DH} = \vec{HC}$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{HC}$$

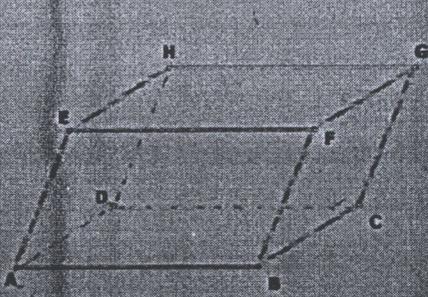
$$2. (\vec{AB} + \vec{BD}) - \vec{AF} = \vec{AD} - \vec{AF} = \vec{FD}$$

$$3. (\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{AC} - \vec{AG} = \vec{GC}$$

$$4. (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} \text{ จาก } \vec{DE} - \vec{DC} = \vec{DE} + \vec{CD} = \vec{CE} \text{ เราได้ } (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{FG} \text{ แต่ } \vec{FG} = \vec{EH} \text{ ฉะนั้น } (\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{EH} = \vec{CH}$$

แสดงว่า $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CH}$ แสดงดังภาพที่ 61

4. จากทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงหา



1. $\vec{AC} - \vec{AH}$
2. $(\vec{AD} + \vec{BD}) - \vec{AF}$
3. $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG}$
4. $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG}$

1) จงหา $\vec{AC} - \vec{AH}$

วิธี 1 $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$ วิธี 2 $\vec{AH} = \vec{AE} + \vec{EH}$

ให้ $\vec{AC} - \vec{AH} = (\vec{AB} + \vec{BC}) - (\vec{AE} + \vec{EH})$ วิธี 3 $\vec{EH} = \vec{ED} + \vec{DH}$

วิธี 4 $\vec{AC} - \vec{AH} = \vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AE} - \vec{ED} - \vec{DH} = \vec{AB} - \vec{AE} - \vec{DH}$

วิธี 5 $\vec{AB} - \vec{AE} = \vec{EB}$ วิธี 6 $\vec{AC} - \vec{AH} = \vec{EB} - \vec{DH}$

2) $(\vec{AD} + \vec{BD}) - \vec{AF}$

วิธี 1 $\vec{AD} + \vec{BD} = \vec{AD}$

ให้ $(\vec{AD} + \vec{BD}) - \vec{AF} = \vec{AD} - \vec{AF} = \vec{AD} + \vec{FA}$

วิธี 2 $\vec{FA} + \vec{AD} = \vec{FD}$

วิธี 3 $(\vec{AD} + \vec{BD}) - \vec{AF} = \vec{FD}$

3) $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG}$

วิธี 1 $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AC}$

ให้ $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{AC} - \vec{AG} = \vec{AC} + \vec{GA}$

วิธี 2 $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{AC} + \vec{GA} = \vec{GC}$

วิธี 3 $(\vec{BC} - \vec{BA}) - \vec{AG} = \vec{GC}$

4) $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG}$

วิธี 1 $\vec{DE} - \vec{DC} = \vec{DE} + \vec{CD} = \vec{CE}$

ให้ $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{FG}$ วิธี 2 $\vec{FG} = \vec{EH}$

วิธี 3 $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{EH} = \vec{CH}$

วิธี 4 $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CH}$

ภาพที่ 61 แสดงการทำกิจกรรมที่ 2.2 คำสั่งข้อที่ 4 ของแสงเทียน ดอกนอและเซอร์จ่า

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของ เวกเตอร์ได้จากการใช้หลักเกณฑ์บวกและลบเวกเตอร์ เมื่อวิเคราะห์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 22 – Item 32

Item 22 สัจจน์ : ค่าของ $\vec{AC} - \vec{AH}$ เป็นเท่าไร

Item 23 สุภาพร : สังกะรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABDEFHG

Item 24 สัจจน์ : เรามี $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}, \vec{AH} = \vec{AD} + \vec{DH}$

$$\text{ได้ } \vec{AC} - \vec{AH} = \left(\vec{AB} + \vec{BC} \right) - \left(\vec{AD} + \vec{DH} \right), \vec{BC} = \vec{AD}$$

$$\text{เราได้ } \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{AB} - \vec{DH}$$

$$\text{แต่ว่า } \vec{DC} - \vec{DH} = \vec{HC} \text{ ดังนั้น } \vec{AC} - \vec{AH} = \vec{HC}$$

Item 25 ครู : จงหาค่าของ $\left(\vec{AB} + \vec{BD} \right) - \vec{AF}$ เป็นเท่าไร

Item 26 สัจจน์ : รู้ว่า $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$, เราได้

$$\left(\vec{AB} + \vec{BD} \right) - \vec{AF} = \vec{AD} - \vec{AF} = \vec{AD} + \vec{FA}$$

$$\text{จาก } \vec{FA} + \vec{AD} = \vec{FD}$$

$$\text{ดังนั้น } \left(\vec{AB} + \vec{BD} \right) - \vec{AF} = \vec{FD}$$

Item 27 บุญยง : ค่าของ $\left(\vec{BC} - \vec{BA} \right) - \vec{AG}$ เป็นเท่าไร

Item 28 สุภาพร : เขียน $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AC}$

Item 29 สัจจน์ : เขียน $\left(\vec{BC} - \vec{BA} \right) - \vec{AG} = \vec{AC} - \vec{AG} = \vec{AC} + \vec{GA}$

$$\text{เราได้ } \left(\vec{BC} - \vec{BA} \right) - \vec{AG} = \vec{AC} + \vec{GA} = \vec{GC}$$

$$\text{ดังนั้น } \left(\vec{BC} - \vec{BA} \right) - \vec{AG} = \vec{GC}$$

Item 30 สุภาพร : ค่าของ $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG}$ เป็นเท่าไร

Item 31 บุญยง : เขียนว่า $\vec{DE} - \vec{DC} = \vec{DE} + \vec{CD} = \vec{CE}$
 $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{CE} + \vec{FG}, \vec{FG} = \vec{BC}$
 $= \vec{CE} + \vec{BC}$ หรือ $\vec{EC} - \vec{CB}$

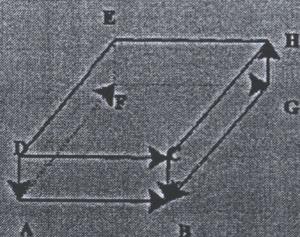
ดังนั้น $(\vec{DE} - \vec{DC}) + \vec{FG} = \vec{BE}$

Item 32 สัจจันทร์ : อธิบายว่า การหาค่าของเวกเตอร์ ได้ถูกต้อง โดยใช้หลักการ การบวก และลบเวกเตอร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของเวกเตอร์ ได้จากการใช้หลักเกณฑ์การบวกและลบเวกเตอร์ จากรูปทรงสามเหลี่ยม ABCDEFGH ได้ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

เมื่อสรุปจากภาพรวมทั้งสองกลุ่ม นักศึกษาได้ลงมือทำแบบฝึกหัด และจากการสังเกตการณ์ทำแบบฝึกหัดของนักศึกษาพบว่า นักศึกษาสามารถที่จะทำแบบฝึกหัดได้ ดังภาพการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษากลุ่มเรียนเก่ง แสดงดังภาพที่ 62

3. ให้ $ABCD$ เป็นทรงสี่เหลี่ยมจาก จงพิจารณาว่า $\vec{AB}, \vec{GB}, \vec{DC}, \vec{DA}, \vec{CB}, \vec{FG}, \vec{AF}$ และ \vec{GH} เวกเตอร์ใดบ้างที่เท่ากัน และเวกเตอร์ใดบ้างที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน



✓ เวกเตอร์ที่เท่ากันมีดังนี้: $\vec{AB} = \vec{FC}$; $\vec{AB} = \vec{DC}$; $\vec{DC} = \vec{FG}$
 $\vec{DA} = \vec{CB}$

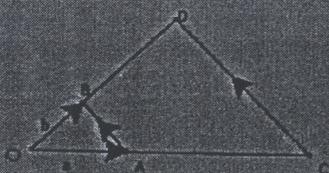
✓ เวกเตอร์ที่ต่างกัน 2 เวกเตอร์มีดังนี้: $\vec{DA} \neq \vec{CH}$; $\vec{AF} \neq \vec{GB}$

$\vec{CB} \neq \vec{CH}$

4. ระบุให้ $\vec{OA} = \vec{a}$ และ $\vec{OB} = \vec{b}$

1) จงหา \vec{AB} ในรูปของ \vec{a} และ \vec{b}

2) ให้ $\vec{AC} = 2\vec{a}$ และ $\vec{BD} = 2\vec{b}$ จงหา \vec{CD} ในรูปของ \vec{a} และ \vec{b}



1. จงหา $\vec{AB} = ?$

$$\text{จัด } \vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -\vec{OA} + \vec{OB}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = -\vec{a} + \vec{b}$$

2. $\vec{AC} = 2\vec{a}$ และ $\vec{BD} = 2\vec{b}$

จงหา $\vec{CD} = ?$

$$\text{สมมติ } \vec{CD} = \vec{cD} + \vec{D} \quad \text{cm}$$

$$\text{จัด } \vec{cD} = \vec{CA} + \vec{AD} = -\vec{AC} - \vec{cA} = -2\vec{a} - \vec{cA}$$

$$\Rightarrow \vec{cD} = -2\vec{a}$$

$$\text{จัด } \vec{D} = \vec{cB} + \vec{bD} = \vec{b} + 2\vec{b} = 3\vec{b}$$

$$\vec{D} = 3\vec{b}$$

แทน \vec{cD} และ \vec{D} ลงใน cm ได้

$$\Rightarrow \vec{cD} = \vec{cD} + \vec{D} = -2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(-\vec{a} + \vec{b})$$

ภาพที่ 62 แสดงการทำแบบฝึกหัดกิจกรรมที่ 2 ของแสงเทียน ดอกกนอ และเซอร์จา

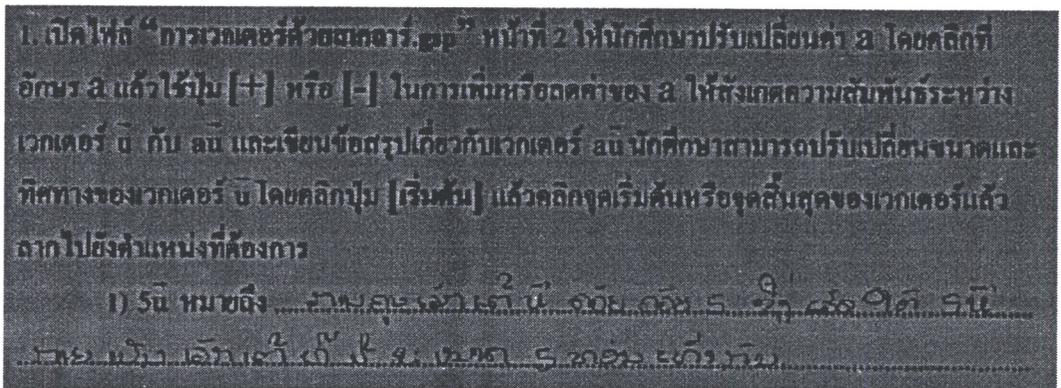
จากการทำแบบฝึกหัด นักศึกษาสามารถตอบคำถามของแบบฝึกหัดได้ แต่ยังคงต้องใช้เวลาในการทำมาก การตอบคำถามของแบบฝึกหัดและมีเวลามากในการทำแบบฝึกหัด โดยใช้ GSP ได้ถูกต้อง

3.3 ความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 มีจุดประสงค์ให้นักศึกษาเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ดังนี้

3.3.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.1 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ คำสั่งข้อที่ 1.1 ให้นักศึกษา เปิดไฟล์ “การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์.gsp” หน้าที่ 2 ให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนค่า a โดยคลิกที่อักษร a แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] ในการเพิ่มหรือลดค่าของ a ให้สังเกตความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ \vec{a} กับ $a\vec{a}$ และเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับเวกเตอร์ $a\vec{a}$ นักศึกษาสามารถปรับเปลี่ยนขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ \vec{a} โดยคลิกปุ่ม [เริ่มต้น] แล้วคลิกจุดเริ่มต้นหรือจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์แล้วลากไปยังตำแหน่งที่ต้องการ และบอกความหมายของ $5\vec{a}$

3.3.1.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เซอร์จา) ได้อธิบายว่า $5\vec{a}$ หมายถึง การคูณเวกเตอร์ \vec{a} ด้วย 5 ซึ่งทำให้เวกเตอร์ $5\vec{a}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 5 หน่วยเท่ากับ \vec{a} ได้ถูกต้อง แสดงดังภาพที่ 63



ภาพที่ 63 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 1.1 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

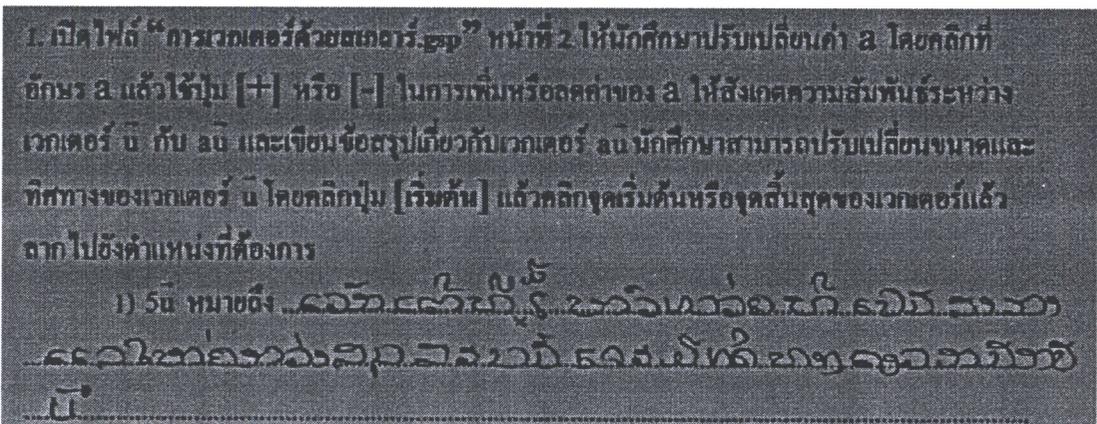
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 1.1 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{a}$ หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของเวกเตอร์ \vec{a} หรือมีขนาดเป็น 5 หน่วยและมีทิศทางเดียวกัน ($5 > 0$) ได้ถูกต้อง นักศึกษาได้แสดงให้เห็นว่าถ้าปรับเปลี่ยนค่าของ $a = 5$ แล้วไปคลิกที่ปุ่ม เวกเตอร์ $m\vec{a}$ จะเห็นว่า มีขนาดเท่ากับ $5\vec{a}$ เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 6 – Item 9



- Item 6 แสงเทียน : ถ้าปรับเปลี่ยนค่า ของ $a=5$ แล้วไปคลิกที่ปุ่ม เวกเตอร์ $m\vec{n}$ จะเห็นว่า มีขนาดเท่ากับ $5\vec{n}$ และมีทิศทางเดียวกัน
- Item 7 ดอกนอ : พุดคุยกันเกี่ยวกับการปรับเปลี่ยนค่าของ a และสังเกตค่าของ a กับ ส่วนของเส้นตรงว่า มันมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- Item 8 แสงเทียน : ถ้าเป็นค่าลบ a จะมีค่าลบอยู่ด้านหน้า และมีทิศทางตรงข้ามกับ เวกเตอร์ \vec{n}
- Item 9 เฮอร์จา : เขียนว่า $5\vec{n}$ หมายถึงเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ \vec{n} หรือมีขนาดเท่า 5 หน่วย และมีทิศทางเดียวกัน ($5>0$)

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 1.1 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ นักศึกษาสามารถให้ความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{n}$ ได้ถูกต้องจะเห็นว่า $5\vec{n}$ หมายถึงเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ \vec{n} หรือมีขนาดเท่า 5 หน่วย และมีทิศทางเดียวกัน ($5>0$) พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.3.1.2 ผลจากการวิเคราะห์ การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้อธิบายว่า $5\vec{n}$ หมายถึง เวกเตอร์ที่มี 5 หน่วยที่เป็นสเกลาร์และมีค่ามากกว่าศูนย์ ฉะนั้น 5 จะมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{n} แสดงดังภาพที่ 64



ภาพที่ 64 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 1.1 ของบุญยง สุภาพร และสัจจันทร์

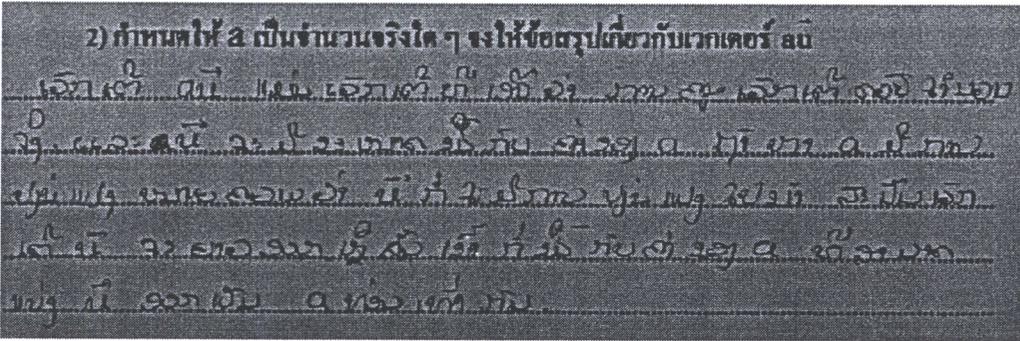
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 1.1 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{u}$ หมายถึงการคูณเวกเตอร์ \vec{u} ด้วย 5 หน่วย และทำให้เวกเตอร์ $5\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 5 หน่วยและมีทิศทางเดียวกัน ($5 > 0$) ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 10 – Item 12

- Item 10 บุญยง : ถ้าปรับเปลี่ยนค่าของ $a = 4$ แล้วไปคลิกที่ปุ่ม เวกเตอร์ $m\vec{u}$ จะเห็นว่า มีขนาดเท่ากับ $4\vec{u}$ และมีทิศทางเดียวกัน
- Item 11 สุภาพร : ถ้าเป็นค่าลบ a จะมีค่าลบอยู่ด้านหน้า และมีทิศทางตรงกันข้าม กับเวกเตอร์ \vec{u}
- Item 12 สัจจันทร์ : เขียนว่า $5\vec{u}$ หมายถึงการคูณเวกเตอร์ \vec{u} ด้วย 5 หน่วย และทำให้เวกเตอร์ $5\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 5 หน่วยและมีทิศทางเดียวกัน ($5 > 0$)

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 1.1 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจเหมือนกันคือสามารถให้ความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{u}$ ได้ถูกต้องจะเห็นว่า $5\vec{u}$ หมายถึงการคูณเวกเตอร์ \vec{u} ด้วย 5 หน่วย และทำให้เวกเตอร์ $5\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 5 หน่วยและมีทิศทางเดียวกัน ($5 > 0$) พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.3.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.1 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ คำสั่งข้อที่ 1.2 ให้นักศึกษา กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงให้ข้อสรุปเกี่ยวกับเวกเตอร์ $a\vec{u}$

3.3.2.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) ได้ให้ข้อสรุปว่าเวกเตอร์ $a\vec{u}$ หมายถึง การคูณเวกเตอร์ด้วยจำนวนจริง และ \vec{u} จะมีขนาดขึ้นกับค่าของ a ถ้าว่า a มีการเปลี่ยนแปลง หมายถึง \vec{u} ก็มีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกัน ดังนั้นเวกเตอร์ \vec{u} จะมีค่าเพิ่มหรือลด ขึ้นอยู่กับค่าของ a ที่สามารถแบ่ง \vec{u} ออกเป็นส่วนๆ เท่ากัน แสดงดังภาพที่ 65



ภาพที่ 65 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 1.2 ของแสงเทียน คอกนอและเซอร์จา

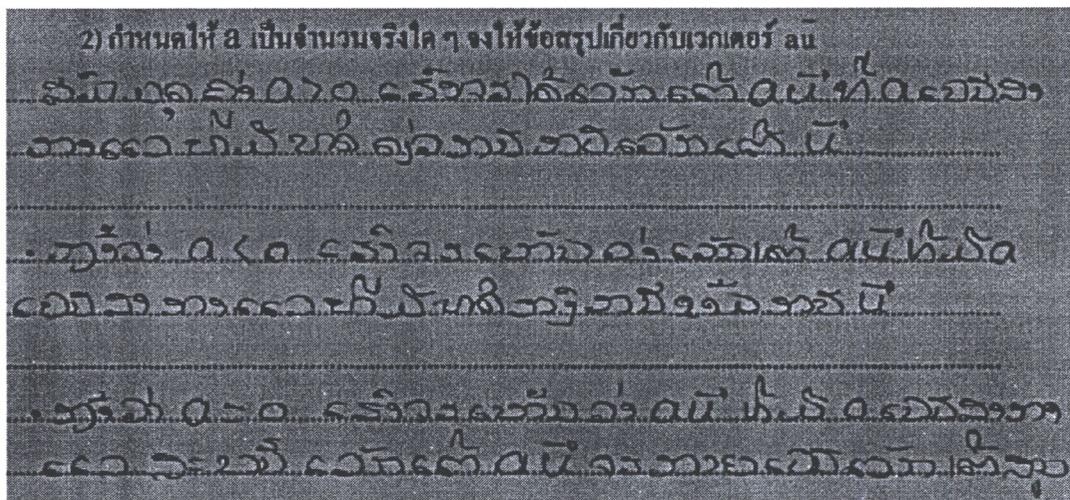
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 1.2 “เวกเตอร์ $a\vec{n}$ หมายถึง การคูณเวกเตอร์ด้วยจำนวนจริง และ \vec{n} จะมีขนาดขึ้นกับค่าของ a ถ้าว่า a มีการเปลี่ยนแปลง หมายถึง \vec{n} ก็มีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกัน ดัง เวกเตอร์ \vec{n} จะมีค่าเพิ่มหรือลด ขึ้นอยู่กับค่าของ a ส่วนๆ เท่ากัน” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของ $a\vec{n}$ ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 13 – Item 14

Item 13 แสงเทียน : a เป็นจำนวนจริง

Item 14 เซอร์จา : เขียน เวกเตอร์ $a\vec{n}$ หมายถึง การคูณเวกเตอร์ด้วยจำนวนจริง และ \vec{n} จะมีขนาดขึ้นกับค่าของ a ถ้าว่า a มีการเปลี่ยนแปลง หมายถึง \vec{n} ก็มีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกัน ฉะนั้น เวกเตอร์ \vec{n} จะมีค่าเพิ่มหรือลด ขึ้นอยู่กับค่าของ a ที่สามารถแบ่ง \vec{n} ออกเป็นส่วนๆ เท่ากัน

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 1.2 และ โปรโตคอลของนักศึกษา กลุ่มมีความเข้าใจคือ คำตอบของ $a\vec{n}$ หมายถึง การคูณเวกเตอร์ด้วยจำนวนจริง และ \vec{n} จะมีขนาดขึ้นกับค่าของ a ถ้าว่า a มีการเปลี่ยนแปลง หมายถึง \vec{n} ก็มีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกัน ฉะนั้น เวกเตอร์ \vec{n} จะมีค่าเพิ่มหรือลด ก็ขึ้นกับค่าของ a ที่สามารถแบ่ง \vec{n} ออกเป็นส่วนๆ เท่ากัน พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงถึงนักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.3.2.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้ให้ข้อสรุปว่าเวกเตอร์ $a\vec{u}$ หมายถึง ถ้าค่า $a > 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} ถ้า $a < 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกันกับ \vec{u} และถ้า $a = 0$ แล้ว $a\vec{u} = 0$ แสดงดังภาพที่ 66



ภาพที่ 66 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 1.2 ของบุญยง สุภาพรและสัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 1.2 “ถ้าค่า $a > 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} ถ้า $a < 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกันกับ \vec{u} และถ้า $a = 0$ แล้ว $a\vec{u} = 0$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของ $a\vec{u}$ ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 18 – Item 19

Item 18 สุภาพร : a เป็นจำนวนจริง

Item 19 บุญยง : เขียนว่า เวกเตอร์ \vec{u} มันขึ้นกับค่าของ a

ถ้าค่า $a > 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u}

ถ้าค่า $a < 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกันกับ \vec{u}

ถ้า $a = 0$ แล้ว $a\vec{u} = 0$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 1.2 และโปรโตคอลของนักศึกษา กลุ่มมีความเข้าใจคือ คำตอบของ $a\vec{u}$ คือ ถ้าค่า $a > 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} ถ้า $a < 0$ มีขนาดเท่ากับ $|a|\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกันกับ \vec{u} และถ้า $a = 0$ แล้ว $a\vec{u} = 0$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับกระบวนการ

3.3.3 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.1 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ คำสั่งข้อที่ 2 ให้นักศึกษาคิดที่ ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า แล้วเติมตารางที่กำหนดให้ ให้สมบูรณ์

3.3.3.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) ได้ให้ข้อสรุปคือ ถ้า $|\overline{AB}|=8$ $|\overline{AC}|=4$ และ $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|} = \frac{4}{8}$ จะได้ $|\overrightarrow{AC}| = \frac{4}{8}|\overrightarrow{AB}|$ หรือค่าของ $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{8}\overrightarrow{AB}$ แสดงดังภาพที่ 67

2. เปิดหน้าที่ 3 ถ้าจุด C แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ออกเป็นส่วนที่เท่ากันตามจำนวนที่ต้องการ โดยการคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า แล้วเติมตารางที่กำหนดให้ ให้สมบูรณ์

$ \overline{AB} $	$ \overline{AC} $	$\frac{ \overline{AC} }{ \overline{AB} }$	$ \overline{AC} = \frac{4}{8} \overline{AB} $	$\overline{AC} = \frac{4}{8}\overline{AB}$
8	4	$\frac{4}{8}$	$ \overline{AC} = \frac{4}{8} \overline{AB} $	$\overline{AC} = \frac{4}{8}\overline{AB}$
9	3	$\frac{3}{9}$	$ \overline{AC} = \frac{3}{9} \overline{AB} $	$\overline{AC} = \frac{3}{9}\overline{AB}$

ภาพที่ 67 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของแสงเทียน ดอกนอและเฮอร์जा

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “คำตอบคือถ้า $|\overline{AB}|=8$ $|\overline{AC}|=4$ และ $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|} = \frac{4}{8}$ จะได้ $|\overrightarrow{AC}| = \frac{4}{8}|\overrightarrow{AB}|$ หรือค่าของ $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{8}\overrightarrow{AB}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของจุด C แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 15 – Item 18

- Item 15 แสงเทียน : คลิกที่ ปุ่มส่วนแบ่ง ของ AB แล้วกดปุ่ม[+] สังเกตเห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าเพิ่มขึ้นตามต้องการ และถ้าคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB แล้วกดปุ่ม [-] สังเกตเห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าลดลงตามต้องการ
- Item 16 เซอร์จา : ถ้าส่วนแบ่งของ $AB = 8$ แสดงว่า แบ่ง AB ออกเป็น 8 ส่วนที่เท่ากัน และส่วนแบ่งของ $AC = 4$ จะได้ $\vec{AC} = \frac{4}{8} \vec{AB}$
- Item 17 ดอกนอ : เมื่อคลิกที่ส่วนแบ่งของ AC แล้วกดปุ่ม [+] หรือ [-] จะได้อัตราส่วนตามต้องการ เช่น ถ้า $AC=2$ และ $AB = 8$ จะได้ $\vec{AC} = \frac{2}{8} \vec{AB}$
- Item 18 เซอร์จา : สามารถเติมค่าลงในตารางได้หลายค่าตามความต้องการ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ คำตอบคือถ้า $|\vec{AB}|=8$ $|\vec{AC}|=4$ และ $\frac{|\vec{AC}|}{|\vec{AB}|} = \frac{4}{8}$ จะได้ $|\vec{AC}| = \frac{4}{8} |\vec{AB}|$ หรือค่าของ $\vec{AC} = \frac{4}{8} \vec{AB}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.3.3.2 ผลจากการวิเคราะห์การ ทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้ให้ข้อสรุปว่าถ้า $|\vec{AB}|=8$ $|\vec{AC}|=4$ และ $\frac{|\vec{AC}|}{|\vec{AB}|} = \frac{5}{8}$ จะได้ $|\vec{AC}| = \frac{5}{8} |\vec{AB}|$ หรือค่าของ $\vec{AC} = \frac{5}{8} \vec{AB}$ แสดงดังภาพที่ 68

2. เปิดหน้าต่าง 3 ถ้าจุด C แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ออกเป็นส่วนที่เท่ากับตามจำนวนที่ต้องการ โดยการคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า แล้วเติมตารางที่กำหนดให้ ให้สมบูรณ์

$ \vec{AB} $	$ \vec{AC} $	$\frac{ \vec{AC} }{ \vec{AB} }$	$ \vec{AC} = ? \vec{AB} $	$\vec{AC} = ? \vec{AB}$
8	5	$\frac{5}{8}$	$ \vec{AC} = \frac{5}{8} \vec{AB} $	$\vec{AC} = \frac{5}{8} \vec{AB}$

ภาพที่ 68 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 2 ของบุญยง สุภาพรและสัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 2 “คำตอบคือถ้า $|\overline{AB}|=8$ $|\overline{AC}|=5$ และ $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|}=\frac{5}{8}$ จะได้ $|\overrightarrow{AC}|=\frac{4}{8}|\overrightarrow{AB}|$ หรือค่าของ $\overrightarrow{AC}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของจุด C แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 17 – Item 19

- Item 17 สุภาพร : คลิกที่ ปุ่มส่วนแบ่ง ของ AB แล้วกดปุ่ม[+] สังเกตเห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าเพิ่มขึ้นตามต้องการ และถ้าคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB แล้วกดปุ่ม [-] สังเกตเห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าลดลงตามต้องการ
- Item 18 สีจันทร์ : ถ้าส่วนแบ่งของ AB =8 แสดงว่า แบ่ง AB ออกเป็น 8 ส่วนที่เท่ากันและส่วนแบ่งของ AC =5 จะได้ $\overrightarrow{AC}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$
- Item 19 บุญยง : นักศึกษาสามารถปรับเปลี่ยนค่าของส่วนแบ่ง AB และค่าของส่วนแบ่ง AC ได้หลายๆ ครั้งตามความต้องการ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 2 และ โปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ คำตอบคือถ้า $|\overline{AB}|=8$ $|\overline{AC}|=5$ และ $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|}=\frac{5}{8}$ จะได้ $|\overrightarrow{AC}|=\frac{5}{8}|\overrightarrow{AB}|$ หรือค่าของ $\overrightarrow{AC}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$

พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงถึงนักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.3.4 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 3 ให้นักศึกษาคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า แล้วเติมตารางที่กำหนดให้ ให้สมบูรณ์

3.3.4.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा)จะสังเกตเห็นว่านักศึกษได้ให้ข้อสรุปคือ ถ้าให้

$$|\overline{AC}|=4 \text{ และ } \left| \overrightarrow{BC} \right| = 2 \quad \frac{\left| \overrightarrow{AC} \right|}{\left| \overrightarrow{BC} \right|} = \frac{4}{2} \quad \text{จะได้ } \left| \overrightarrow{AC} \right| = -\frac{4}{2} \left| \overrightarrow{BC} \right| \text{ หรือค่าของ } \overrightarrow{AC} = -\frac{4}{2} \overrightarrow{BC} \text{ แสดงดัง}$$

4. เปิดหน้าที 4 ถ้าจุด C แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ออกเป็นส่วนที่เท่ากันตามจำนวนที่ต้องการ โดยการคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า แล้วเติมตารางที่กำหนดให้ ให้สมบูรณ์

$ \overline{AC} $	$ \overline{BC} $	$\frac{ \overline{AC} }{ \overline{BC} }$	$ \overline{AC} = ? \overline{BC} $	$\overline{AC} = ? \overline{BC}$
4	4 2	$\frac{4}{2}$	$ \overline{AC} = \frac{4}{2} \overline{BC} $	$\overline{AC} = \frac{4}{2} \overline{BC}$
6	6 5	$\frac{6}{5}$	$ \overline{AC} = \frac{6}{5} \overline{BC} $	$\overline{AC} = \frac{6}{5} \overline{BC}$
14	8	$\frac{14}{8}$	$ \overline{AC} = \frac{14}{8} \overline{BC} $	$\overline{AC} = \frac{14}{8} \overline{BC}$
11	9	$\frac{11}{9}$	$ \overline{AC} = \frac{11}{9} \overline{BC} $	$\overline{AC} = \frac{11}{9} \overline{BC}$
9	3	$\frac{9}{3}$	$ \overline{AC} = \frac{9}{3} \overline{BC} $	$\overline{AC} = \frac{9}{3} \overline{BC}$

ภาพที่ 69 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 3 ของแสงเทียน ดอกกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 “ค่าของส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC หาได้หลายค่า” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับค่าของ $\vec{AC} = -\frac{4}{2} \vec{BC}$ ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 22

Item 20 เซอร์จา : คลิกที่ ปุ่มส่วนแบ่ง ของ AB แล้วกดปุ่ม[+] สังเกตเห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าเพิ่มขึ้นตามต้องการ และถ้าคลิกที่ ส่วนแบ่งของ AB แล้วกดปุ่ม [-] เห็นว่า ส่วนแบ่งของ AB มีค่าลดลงตามต้องการ

Item 21 แสงเทียน :
 ถ้าส่วนแบ่งของ $|\overline{AC}|=4$ $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{BC}|} = \frac{4}{2} = 2$ จะได้
 $\vec{AC} = -\frac{4}{2} \vec{BC}$

Item 22 ดอกกนอ : นักศึกษาสามารถปรับเปลี่ยนค่าของส่วนแบ่ง AB และค่าของส่วนแบ่ง AC ได้หลายๆ ครั้งตามความต้องการ

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 4 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจคือ ค่าของ $\vec{AC} = -\frac{4}{2}\vec{BC}$ และสามารถปรับเปลี่ยนค่าของส่วนแบ่ง AB และค่าของส่วนแบ่ง AC ได้หลายๆ ครั้งตามความต้องการ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

3.3.5 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 3 ให้นักศึกษาหาค่าของ x กำหนดให้ \vec{u} ขนานกับ \vec{v} และมีทิศทางตรงข้ามกัน ถ้า $7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ แล้วค่าของ x มีเท่าใด

3.3.5.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) หาคำตอบได้ $x > \frac{7}{3}$ แสดงดังภาพที่ 70

3. กำหนดให้ \vec{u} ขนานกับ \vec{v} และมีทิศทางตรงข้ามกัน ถ้า $7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ แล้วค่าของ x มีเท่าใด

$$\text{จ.ก. } 7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$$

$$\Rightarrow \left(7 + \frac{500}{7}\right)\vec{u} = \left(\frac{2}{3} - 2x + 4\right)\vec{v}$$

$$\frac{549}{7}\vec{u} = \left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}$$

$$\vec{u} = \frac{\left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}}{\frac{549}{7}}$$

$$= \frac{14 - 2x}{549} \vec{v} < 0, \quad (\text{เพื่อหาทิศทางตรงข้าม})$$

$$2x > \frac{14}{3} \Rightarrow \boxed{x > \frac{7}{3}}$$

ภาพที่ 70 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 3 ของแสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 “ค่าของ $x > \frac{7}{3}$ และ ทำให้ เป็นจริง” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับค่าของ x ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 10 – Item 16 ที่ได้แสดงให้เห็นว่าค่าของ x เป็นจริง

- Item 10 ครู : ให้นักศึกษา ศึกษาสมบัติของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ และ ศึกษาทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- Item 11 แสงเทียน : อ่านทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- Item 12 ครู : ต้องศึกษาความเข้าใจกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ก่อน นะครับ
- Item 13 เซอร์จา : พุดคุยกัน เพื่อหาค่าของ x
- Item 14 แสง : อ่านทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ อีกครั้ง เพื่อให้มีความเข้าใจ
- Item 15 แสงเทียน : เราต้องใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- Item 16 เซอร์จา : จาก $7\vec{u} + (2x - 4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ โดยใช้ทฤษฎีบทที่ 1
เราสามารถเขียนว่า $\frac{549}{7}\vec{u} = \left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}$ หรือเขียนเป็น
$$\vec{u} = \frac{\left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}}{\frac{549}{7}}$$

ดังนั้น ค่าของ x เป็น $x > \frac{7}{3}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 3 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของ x เป็นจริง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.5.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) สามารถคำตอบได้ คือ $x > \frac{7}{3}$ แสดงดังภาพที่ 71

3. กำหนดให้ \vec{u} ขนานกับ \vec{v} และมีทิศทางตรงข้ามกัน ถ้า $7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ แล้วค่าของ x มีค่าเท่าใด

$$7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$$

$$\frac{500}{7}\vec{u} - 7\vec{u} = (2x-4)\vec{v} - \frac{2}{3}\vec{v}$$

$$\left(\frac{500}{7} - 7\right)\vec{u} = \left(2x - 4 - \frac{2}{3}\right)\vec{v}$$

$$\frac{451}{7}\vec{u} = \left(2x - \frac{14}{3}\right)\vec{v}$$

$$\vec{u} = \frac{7(2x - \frac{14}{3})}{451}\vec{v}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{451}(2x - \frac{14}{3}) > 0 \\ \frac{7}{451}(2x - \frac{14}{3}) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{14}{3} \\ 2x < \frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{7}{3} \\ x < \frac{7}{3} \end{cases}$$

ดังนั้น $x \in]-\infty; \frac{7}{3}[$

ภาพที่ 71 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 3 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 3 “ค่าของ $x > \frac{7}{3}$ และ ทำให้ เป็นจริง” จะ

เห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับค่าของ x ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 11 – Item 16 ที่ได้แสดงให้เห็นว่าค่าของ x เป็นจริง

- Item 11 บุญยง : อ่านทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- Item 12 ครู : ต้องศึกษาความเข้าใจกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ นะครับ
- Item 14 สีจันทร์ : อ่านทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ อีกครั้ง เพื่อให้มีความเข้าใจ
- Item 15 สุภาพร : ต้องใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- Item 16 บุญยง : จาก $7\vec{u} + (2x-4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ โดยใช้ทฤษฎีบทที่ 1 เราสามารถเขียนว่า $\frac{549}{7}\vec{u} = \left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}$ หรือเขียนเป็น
- $$\vec{u} = \frac{\left(\frac{14}{3} - 2x\right)\vec{v}}{\frac{549}{7}}$$
- ดังนั้น ค่าของ x เป็น $x > \frac{7}{3}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 3 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของ x เป็นจริง พหุคูณของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.6 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 4 ให้นักศึกษาหาค่าของ a และ b และ ถ้า \vec{u} และ \vec{v} ไม่ขนานกันกำหนดให้ $\vec{w} = (a+4b)\vec{u} + (2a+b+1)\vec{v}$ และ $\vec{s} = (b-2a+2)\vec{u} + (2a-3b-1)\vec{v}$ แล้ว $3\vec{w} = 2\vec{s}$ แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด

3.3.6.1 ผลจากการวิเคราะห์การกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา) สามารถหาคำตอบจากสมการได้คือ $a = 2$ และ $b = -1$ แสดงดังภาพที่ 72

4. ถ้า \vec{u} และ \vec{v} ไม่ขนานกัน กำหนดให้ $\vec{w} = (a+4b)\vec{u} + (2a+b+1)\vec{v}$ และ $\vec{s} = (b-2a+2)\vec{u} + (2a-3b-1)\vec{v}$ แล้ว $3\vec{w} = 2\vec{s}$ แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด

วิธี 1. $3\vec{w} = 2\vec{s}$

$$3[(a+4b)\vec{u} + (2a+b+1)\vec{v}] = 2[(b-2a+2)\vec{u} + (2a-3b-1)\vec{v}]$$

$$= (3a+12b)\vec{u} + (6a+3b+3)\vec{v} = (2b-4a+4)\vec{u} + (4a-6b-2)\vec{v}$$

$$(3a+12b-2b+4a-4)\vec{u} + (6a+3b+3-4a+6b+2)\vec{v} = \vec{0}$$

$$(7a+10b-4)\vec{u} + (2a+9b+5)\vec{v} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} 7a+10b-4=0 & (1) \\ 2a+9b+5=0 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+\frac{10}{7}b=\frac{4}{7} & (1) \\ a+\frac{9}{2}b=-\frac{5}{2} & (2) \end{cases}$$

ลบ (-) (1) และ (2) ของ (1) และ (2) ได้ $(-\frac{10}{7} + \frac{9}{2})b = -\frac{4}{7} - \frac{5}{2}$

$$\Rightarrow \frac{143}{14}b = -\frac{43}{14} \Rightarrow \boxed{b = -1} \text{ แทนใน (1) ได้ } \boxed{a = 2}$$

ภาพที่ 72 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 4 ของแสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 “ค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ ทำให้เป็นจริง” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ และได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 22 – Item 23 ที่ได้แสดงให้เห็นว่าค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ ทำให้เป็นจริง

Item 22 แสงเทียน : ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ทฤษฎีบทที่ 1

Item 23 คอกนอ : การหาค่าของ a และ b ต้องทฤษฎีบทใช้เกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 4 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของ a และ ค่าของ b ทำให้ เป็นจริง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.6.2 ผลจากการวิเคราะห์การกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) สามารถหาคำตอบจากสมการได้คือ $a = 2$ และ $b = -1$ แสดงดังภาพที่ 73

4. ข้อ 1 และ 2 มีคำตอบเหมือนกันคือ $a = (a+4b) \cdot 2 + (2a+b+1) \cdot 3$
 $1 = (a+4b) \cdot 2 + (2a+b+1) \cdot 3$ และ $2 = (a+4b) \cdot 3 + (2a+b+1) \cdot 2$

จาก ข้อ 1 $2a + 3b = 25$ และ ข้อ 2 $(3a + 2b) \cdot 2 + (2a + b + 1) \cdot 3 = 2 \cdot (3a + 2b) + 3 \cdot (2a + b + 1)$

$\Rightarrow (3a + 2b) \cdot 2 + (2a + b + 1) \cdot 3 = (6a + 4b + 6) + (4a + 3b + 3)$

$3a + 2b = 25 - 4a - 4$

$6a + 3b + 3 = 4a - 2b - 3$

$2a + 5b = -6$

ข. $2a + 5b = -6$ (1) $a + \frac{5}{2}b = -3$ (2)

ข. $2a + 5b = -6$ (1) $a + \frac{5}{2}b = -3$ (2)

ข. $(-1) \cdot 2 \cdot (2)$ \Rightarrow ขก. $(1) \cdot 2$

$\Rightarrow (-\frac{10}{2} + \frac{5}{2})b = -\frac{4}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{10}{2}$

$\Rightarrow \frac{-5}{2}b = -\frac{10}{2} \Rightarrow b = 2$

ภาพที่ 73 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.1 คำสั่งข้อที่ 4 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

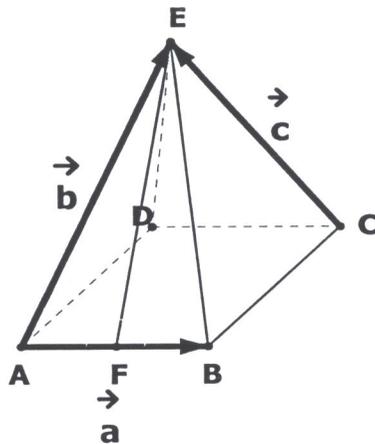
จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 4 “ค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ ทำให้เป็นจริง” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ และได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 21 ที่ได้แสดงให้เห็นว่าค่าของ $a=2$ และ ค่าของ $b=-1$ ทำให้ เป็นจริง

Item 20 บุญ ยง : ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ทฤษฎีบทที่ 1

Item 21 สัจจันทร์ : การหาค่าของ a และ b ต้องใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อ 4 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ ค่าของ a และ ค่าของ b ทำให้ เป็นจริง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.7 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 5 ให้นักศึกษาเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของ \vec{a}, \vec{b} และ \vec{c} ค่าของ \overrightarrow{BC} และ \overrightarrow{EF} จากรูป ABCDEF เป็นพีระมิดตรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้ากำหนด $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AE} = \vec{b}$ และ $\overrightarrow{CE} = \vec{c}$



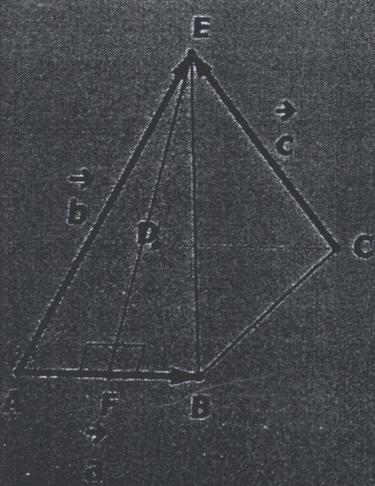
3.3.7.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียน

ในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และ เฮอร์जा) สามารถเขียนคำตอบได้คือ $\overrightarrow{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

และ $\overrightarrow{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ แสดงดังภาพที่ 74

5. จากรูป ABCDEF เป็นพีระมิดตรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้ากำหนด $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ และ $\overrightarrow{CE} = \vec{c}$
 แล้วจงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของ \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c}

1) \overrightarrow{BC} 2) \overrightarrow{EF}



1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC}$; $\overrightarrow{EC} = -\vec{c}$
 หรือ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE}$
 หรือ $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{FE} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{BE} = -\frac{\vec{a}}{2} - \frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} = -\vec{a} + \vec{b}$
 ดังนั้น $\overrightarrow{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

2) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$
 $= -\vec{b} - \frac{\vec{a}}{2}$

ภาพที่ 74 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 5 ของแสงเทียน ดอกกนอ และ เซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 5 “คำตอบ $\overrightarrow{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ และ $\overrightarrow{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปโรโดคอลการพูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 23

Item 20 ดอกกนอ : ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ทฤษฎีบทที่ 1

Item 21 เซอร์จา : เขียน $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC}$ แต่ $\overrightarrow{EC} = -\vec{c}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FC}$

Item 22 แสงเทียน : แต่ $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}$ ดังนั้น เราได้ $\overrightarrow{FE} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b}$ ดังนั้นได้

$$\overrightarrow{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

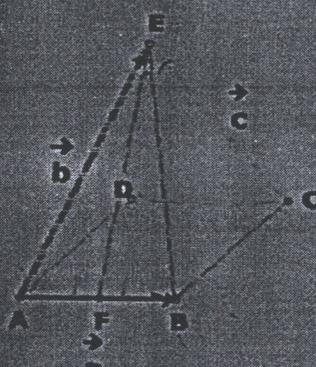
Item 23 แสงเทียน : เขียนว่า $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$ เมื่อแทนค่าใส่ จะได้ $\overrightarrow{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 5 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $\vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ และ $\vec{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ เป็นจริง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.7.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) สามารถเขียนคำตอบได้คือ $\vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ และ $\vec{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ แสดงดังภาพที่ 75

5. จากรูป ABCDEF เป็นทิวระมิตทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส กำหนด $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AE} = \vec{b}$ และ $\vec{CE} = \vec{c}$ แล้วจงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของ \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c}

1) \vec{BC}



2) \vec{EF}

Handwritten solution for \vec{BC} :

$$\begin{aligned} 1. \vec{BC} &= \vec{BE} + \vec{EC} \\ \vec{BE} &= \vec{AE} - \vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} \\ \vec{EC} &= \vec{BE} - \vec{BC} \\ \vec{BC} &= \vec{b} - \vec{a} - \vec{c} \end{aligned}$$

Handwritten solution for \vec{EF} :

$$\begin{aligned} 2. \vec{EF} &= \frac{1}{2}(\vec{EA} + \vec{EB}) \\ &= \frac{1}{2}(-\vec{AE} - \vec{BE}) = -\frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{BE}) \\ &= -\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{b} - \vec{a}) = -\frac{1}{2}(2\vec{b} - \vec{a}) \\ \vec{EF} &= -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2} \end{aligned}$$

ภาพที่ 75 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 5 ของบุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 5 “คำตอบ $\vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ และ $\vec{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการ

พูดคุยกันของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 20 – Item 25

Item 22 สิวภาพร : ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ทฤษฎีบทที่ 1

Item 23 สัจจันทร์ : เขียนว่า $\vec{BC} = \vec{BE} + \vec{EC}$ แต่ $\vec{EC} = -\vec{C}$ และ $\vec{BE} = \vec{BF} + \vec{FC}$

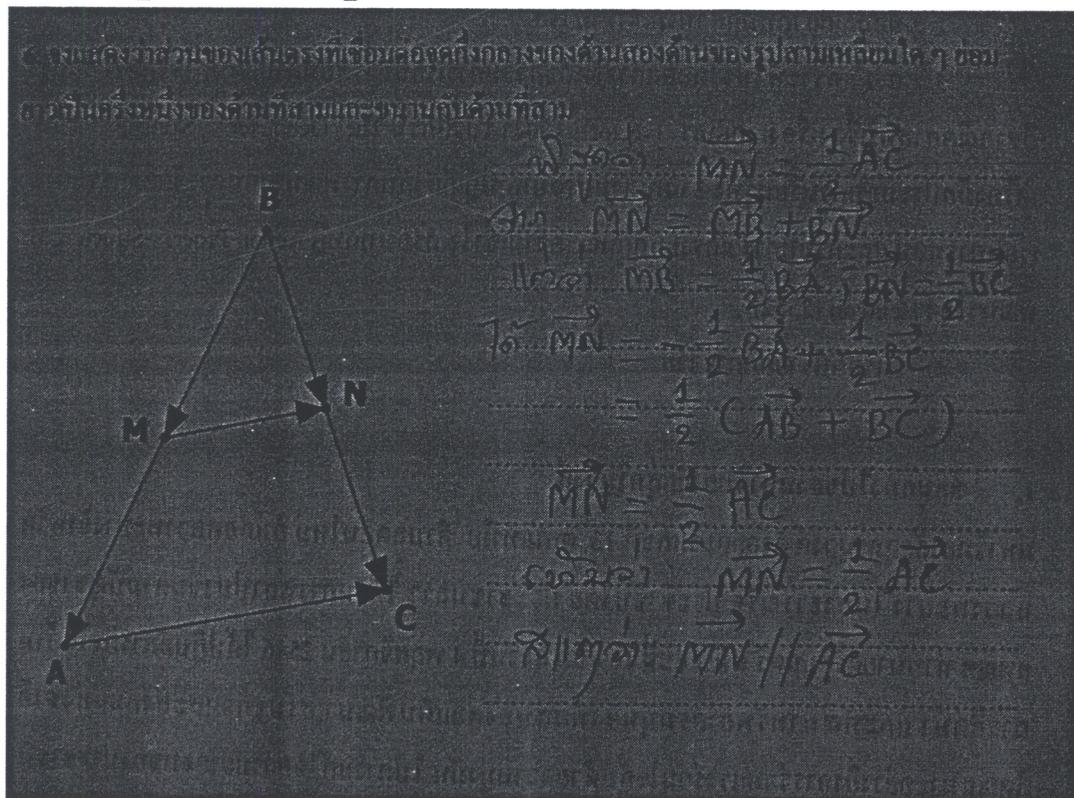
Item 24 บุญยง : แต่ $\vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AE}$ ดังนั้น เราได้ $\vec{FE} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b}$ เราได้
 $\vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

Item 25 บุญยง : เขียนว่า $\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF}$ เมื่อแทนค่าใส่ จะได้ $\vec{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 5 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $\vec{BC} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ และ $\vec{EF} = -\vec{b} + \frac{\vec{a}}{2}$ เป็นจริง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.8 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 6 ให้นักศึกษาแสดงว่าส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมต่อกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ย่อมยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สามและขนานกับด้านที่สาม

3.3.8.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา) ได้พิสูจน์ว่า $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$ ซึ่งนักศึกษา หากตอบได้ $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$ จะสังเกตเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปคือ $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$ เป็นจริง เราสังเกตเห็นว่า $\vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{BA}$ และ $\vec{BN} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ จะได้ \vec{MN} ขนานกับ \vec{AC} แสดง ดังภาพที่ 76



ภาพที่ 76 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 6 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 6 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุป $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ สังเกตเห็นว่า $\vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{BA}$ และ $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ จะได้ \vec{MN} ขนานกับ \vec{AC} ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรแกรมการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 35 – Item 39

Item 35 แสงเทียน : พิสูจน์ว่า $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ หรือไม่

Item 36 ดอกนอ : M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และ BC

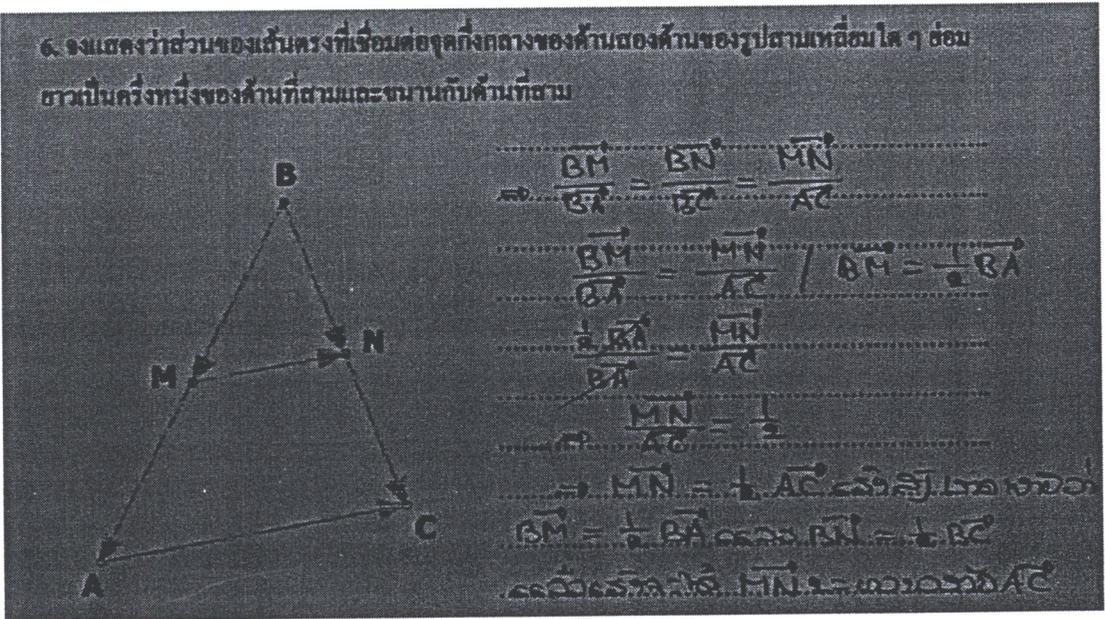
Item 37 เซอร์จา : จาก $\vec{MN} = \vec{MB} + \vec{BN}$ (1) รู้ว่า $\vec{MB} = -\frac{1}{2}\vec{BA}$
และ $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

Item 38 แสงเทียน : แทนค่าของ $\vec{MB} = -\frac{1}{2}\vec{BA}$ และ $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ ลงใน (1) จะได้ $\vec{MN} = -\frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BC}$ หรือเท่ากับ $\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$

Item 39 ดอกนอ : เราได้ $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ แสดงว่า \vec{MN} ขนานกับ \vec{AC}

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 6 และโปรแกรมการอภิปรายของนักศึกษามีความเข้าใจคือสามารถหาค่าของเวกเตอร์ $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ ได้ถูกต้อง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.8.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และสีจันทร์) การพิสูจน์ว่า $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ ซึ่งนักศึกษาคำตอบได้คือ $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ จะสังเกตเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปคือ $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ เป็นจริง สังเกตเห็นว่า $\vec{MB} = -\frac{1}{2}\vec{BA}$ และ $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ จะได้ \vec{MN} ขนานกับ \vec{AC} แสดงดังภาพที่ 77



ภาพที่ 77 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 6 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 6 จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปคือ $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$ แสดงว่า MN ขนานกับ AC ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรดคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 30– Item 34

Item 30 บุญยง : สังเกตจากรูปเขียนเป็น $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{BN}}{\vec{BC}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ หรือ $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ ก็ได้

Item 31 สีจันทร์ : แต่ว่า $\vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{BA}$ แทนค่าใส่ $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ จะได้ $\frac{\frac{1}{2} \vec{BA}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$

Item 32 สุภาพร : หรือ $\frac{\vec{MN}}{\vec{AC}} = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$

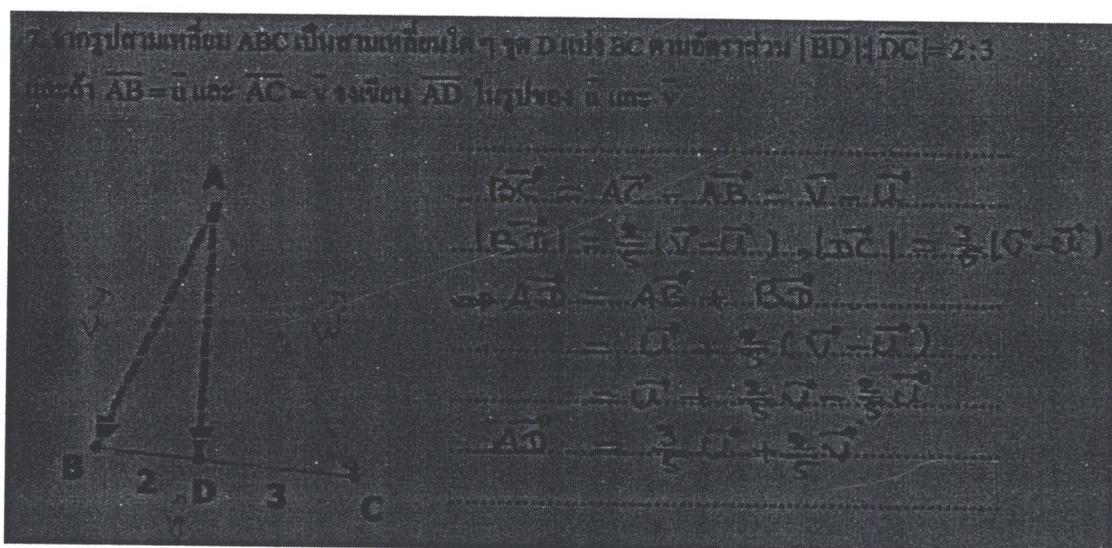
Item 33 สีจันทร์ : สังเกตจากรูปเขียนเป็น $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{BN}}{\vec{BC}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ หรือเขียนเป็น $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ ก็ได้

Item 34 สีจันทร์ : แต่ว่า $\vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{BA}$ แทนค่าใส่ $\frac{\vec{BM}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$ จะได้ $\frac{\frac{1}{2} \vec{BA}}{\vec{BA}} = \frac{\vec{MN}}{\vec{AC}}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 6 และโปรโตคอลของนักศึกษามีความเข้าใจคือ สามารถหาค่าของเวกเตอร์ $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ ได้ถูกต้อง พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้ แสดงถึงนักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.9 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 7 ให้นักศึกษาสังเกตรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมใด ๆ จุด D แบ่ง BC ตามอัตราส่วน $|\overline{BD}|:|\overline{DC}|=2:3$ และถ้า $\overline{AB} = \vec{u}$ และ $\overline{AC} = \vec{v}$ จงเขียน \overline{AD} ในรูปของ \vec{u} และ \vec{v}

3.3.9.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา) สามารถหาค่าของ \overline{AD} ได้ $\overline{AD} = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$ และเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปคือ สามารถหาค่าของเวกเตอร์ \overline{AD} ได้ถูกต้องแสดงดังภาพที่ 78



ภาพที่ 78 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 7 ของแสงเทียน ดอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 “คำตอบของ $\overline{AD} = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของเวกเตอร์ \overline{AD} ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 40 – Item 42

Item 40 แสงเทียน : เขียน $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD}$ หรือ $\overline{AD} = \overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{BC}$ (1)

Item 41 เซอร์จา : แต่ $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$ แทนค่า \overline{BC} ลงใน (1) ได้ $\overline{AD} = \vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v} - \frac{2}{5}\vec{u}$

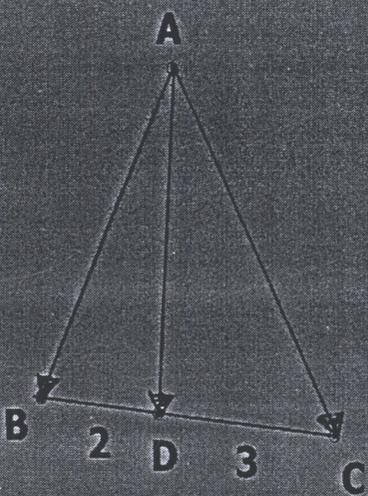
Item 42 แสงเทียน

$$\text{ดังนั้น } \vec{AD} = \frac{3\vec{u}}{5} + \frac{2\vec{v}}{5}$$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $\vec{AD} = \frac{3\vec{u}}{5} + \frac{2\vec{v}}{5}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.9.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และสีจันทร์) สามารถหาค่าของ \vec{AD} ได้ $\vec{AD} = \frac{3\vec{u}}{5} + \frac{2\vec{v}}{5}$ และจะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปคือ สามารถหาค่าของเวกเตอร์ \vec{AD} ได้ถูกต้อง แสดงดังภาพที่ 79

7. จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมใด ๆ จุด D แบ่ง BC ตามอัตราส่วน $|\overline{BD}| : |\overline{DC}| = 2 : 3$ และถ้า $\vec{AB} = \vec{u}$ และ $\vec{AC} = \vec{v}$ จงเขียน \vec{AD} ในรูปของ \vec{u} และ \vec{v}



วิธีทำ $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$
 $= \vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{BC}$
 $= \vec{AB} + \frac{2}{5}(\vec{AC} - \vec{AB})$
 $= \vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v} - \frac{2}{5}\vec{u}$
 $= \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$
 ดังนั้น $\vec{AD} = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$

ภาพที่ 79 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 7 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 7 “คำตอบของ $\vec{AD} = \frac{3\vec{u}}{5} + \frac{2\vec{v}}{5}$ ” จะเห็นว่านักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของเวกเตอร์ \vec{AD} ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 40 – Item 43

- Item 40 สุภาพพร : เขียน $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$
- Item 41 สีจันทร์ : $\vec{AD} = \vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{BC}$
- Item 42 บุญยง : แต่ว่า $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$ หรือว่า $\vec{AD} = \vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v} - \frac{2}{5}\vec{u}$
- Item 43 แสงเทียน ดังนั้น $\vec{AD} = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 7 และ โปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $\vec{AD} = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{2}{5}\vec{v}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.10 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 8 ให้นักศึกษาศึกษารูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD และให้ $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{AO} = a\vec{AE}$ และ $\vec{OB} = b\vec{DB}$ แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด

3.3.10.1 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียน

ในระดับเก่ง (แสงเทียน ดอกนอและ เฮอร์जा)เขียนค่าของ $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$ $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB}$

(1) หรือ $\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB}$ แต่ว่า $\vec{AD} = \vec{BC}$ $\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{DB}$ $\vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{DB}$ (2)

$\vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB}$ แทนลงใน (2)

$$\vec{AB} = 3(\vec{AE} - \vec{AB}) + \vec{DB} = 3\vec{AE} - 3\vec{AB} + \vec{DB}$$

$$4\vec{AB} = 3\vec{AE} + \vec{DB}$$

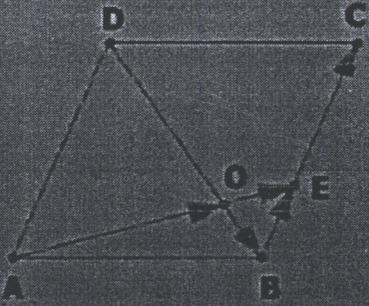
$$\Rightarrow \vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB} \quad (2)$$

เอาสมการ (1) = (2)

$$a\vec{AE} + b\vec{DB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{ดังนั้น} \quad a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}$$

จากรูปเห็นว่า \vec{AB} ไม่ขนาน \vec{BC} แสดงดังภาพที่ 80

8. ให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานดังรูป และให้ $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{AO} = a\vec{AE}$ และ $\vec{OB} = b\vec{DB}$
แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด



ดังนั้น $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$
 $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{OB}$ --- (1)
 ดังนั้น $\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB}$ / $\vec{AD} = \vec{BC}$
 $= \vec{BE} + \vec{EB}$
 $\vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{EB}$ --- (2)
 $\vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB}$ --- (3)
 $\vec{AB} = 3(\vec{AE} - \vec{AB}) + \vec{EB}$
 $= 3\vec{AE} - 3\vec{AB} + \vec{DB}$
 $4\vec{AB} = 3\vec{AE} + \vec{DB}$
 $\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$ --- (4)
 ดังนั้น เปรียบเทียบ (1) = (4)
 $a\vec{AE} + b\vec{OB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$
 $\begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$

ภาพที่ 80 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 8 ของแสงเทียน คอกนอ และเซอร์จา

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 8 “คำตอบของ $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}$ ” จะเห็นว่า

นักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของ a และ b ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 40 – Item 44

Item 40 แสงเทียน : จาก $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$ หรือ $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB}$ (1)

Item 41 คอกนอ : เขียนว่า $\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB}$ ซึ่งว่า $\vec{AD} = \vec{BC}$

$$\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{DB}$$

Item 42 เซอร์จา : เราได้ $\vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{DB}$ (2)

Item 43 แสงเทียน : $\vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB}$ แทนลงใน (2) จะได้ $\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$

Item 44 เซอร์จา : เราเอา $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB}$ มาเท่ากับ $\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$

$$\text{หรือเขียนว่า } a\vec{AE} + b\vec{DB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$$

$$\text{ดังนั้น เราได้ } a = \frac{3}{4} \text{ และ } b = \frac{1}{4}$$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 8 และโปรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $a = \frac{3}{4}$ และ $b = \frac{1}{4}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงถึงนักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

3.3.10.2 ผลจากการวิเคราะห์การทำกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มที่มีผลการเรียนในระดับอ่อน (บุญยง สุภาพร และ สัจจันทร์) ได้เขียนค่าของ

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} \quad \vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB} \quad (1) \quad \text{หรือ} \quad \vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB} \quad \text{แต่ที่ว่า} \quad \vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{DB} \quad \vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{DB} \quad (2) \quad \vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB} \quad \text{แทนลงใน (2)}$$

$$\vec{AB} = 3(\vec{AE} - \vec{AB}) + \vec{DB} \quad = 3\vec{AE} - 3\vec{AB} + \vec{DB}$$

$$4\vec{AB} = 3\vec{AE} + \vec{DB}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB} \quad (2)$$

เอาสมการ (1) = (2)

$$a\vec{AE} + b\vec{DB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{ดังนั้น} \quad a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}$$

จากรูปเห็นว่า \vec{AB} ไม่ขนาน \vec{BC} แสดงดังภาพที่ 81

8. ให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูขนานคังรูป และให้ $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{AO} = a\vec{AE}$ และ $\vec{OB} = b\vec{DB}$ แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$$

$$\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB} \quad (1)$$

$$\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB} \quad ; \quad \vec{AD} = \vec{BC}$$

$$= \vec{BC} + \vec{DB}$$

$$\vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{DB} \quad (2)$$

$$\vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB} \quad \text{แทนใส่ (2)}$$

$$\vec{AB} = 3(\vec{AE} - \vec{AB}) + \vec{DB}$$

$$= 3\vec{AE} - 3\vec{AB} + \vec{DB}$$

$$4\vec{AB} = 3\vec{AE} + \vec{DB}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB} \quad (3)$$

จากสมการ (1) = (3)

$$a\vec{AE} + b\vec{DB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$a = \frac{3}{4} \quad \text{หรือ} \quad b = \frac{1}{4}$

ภาพที่ 81 แสดงการทำกิจกรรมที่ 3.2 คำสั่งข้อที่ 8 ของบุญยง สุภาพร และสีจันทร์

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมคำสั่งข้อที่ 8 “คำตอบของ $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}$ ” จะเห็นว่า

นักศึกษาได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาค่าของ a และ b ได้ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการอภิปรายของนักศึกษาระหว่างการทำกิจกรรมใน Item 43 – Item 47

Item 43 บุญยง : จาก $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$ หรือ $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB}$ (1)

Item 44 สุภาพร : เขียนว่า $\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB}$ ซึ่งว่า $\vec{AD} = \vec{BC}$

$$\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{DB}$$

Item 45 สุภาพร : ได้ $\vec{AB} = 3\vec{BE} + \vec{DB}$ (2)

Item 46 สีจันทร์ : $\vec{BE} = \vec{AE} - \vec{AB}$ แทนใส่ (2) จะได้ $\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$

Item 47 บุญยง : เอา $\vec{AB} = a\vec{AE} + b\vec{DB}$ มาเท่ากับ $\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$

$$\text{หรือเขียนว่า } a\vec{AE} + b\vec{DB} = \frac{3}{4}\vec{AE} + \frac{1}{4}\vec{DB}$$

$$\text{ดังนั้น เราได้ } a = \frac{3}{4} \text{ และ } b = \frac{1}{4}$$

จากข้อสรุปในใบกิจกรรมข้อ 8 และ โพรโตคอลของนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความเข้าใจเหมือนกันคือ $a = \frac{3}{4}$ และ $b = \frac{1}{4}$ พฤติกรรมของนักศึกษาที่แสดงออกในช่วงนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

เมื่อสรุปจากภาพรวมทั้งสองกลุ่ม นักศึกษาได้ลงมือทำแบบฝึกหัด และจากการสังเกตการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษาพบว่า นักศึกษาสามารถที่จะทำแบบฝึกหัดได้ ดังภาพการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษากลุ่มเรียนเก่ง แสดงดังภาพที่ 82

2. ให้ $u \neq 0$ และ $v \neq 0$ และ $5u - 3v = 2u + v$ จงแสดงว่า u ขนานกับ v

ผล $5u - 3v = 2u + v$

ลบ $5u - 2u = 3v + v$

$\Rightarrow 3u = 4v$

$\Rightarrow u = \frac{4}{3}v$ หรือ $v = \frac{3}{4}u$

$u \perp v$

แสดงว่า $u \perp v$ หรือ $v = \frac{3}{4}u$

ภาพที่ 82 แสดงการทำแบบฝึกหัดกิจกรรมที่ 3 ของแสงเทียน คอกนอและเซอร์จา

และจากการทำแบบฝึกหัด นักศึกษาสามารถตอบคำถามของแบบฝึกหัดได้ แต่ยังคงต้องใช้เวลาในการทำมาก การตอบคำถามของแบบฝึกหัดทำให้ทราบได้ว่านักศึกษาสามารถหาคำตอบโดยไม่ใช่ GSP

จากการสังเกตการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษาพบว่า นักศึกษาสามารถที่จะทำแบบฝึกหัดได้ ดังภาพการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษากลุ่มเรียนอ่อน แสดงดังภาพที่ 83

2. ให้ $u \neq 0$ และ $v \neq 0$ และ $5u - 3v = 2u + v$ จงแสดงว่า u ขนานกับ v

สม. $5u - 3v = 2u + v$

$\Rightarrow 5u - 2u = 3v + v$ $u = \frac{4}{3}v$ / $a \neq 0$

$\Rightarrow 3u = 4v$

$u = \frac{4}{3}v$

ดังนั้น $u \parallel v$

ภาพที่ 83 แสดงการทำแบบฝึกหัดกิจกรรมที่ 3 ของบุญยง สุพาพรและสีจันทร์

จากการทำแบบฝึกหัด นักศึกษาสามารถตอบคำถามของแบบฝึกหัดได้ แต่ยังคงต้องใช้เวลาในการทำมาก การตอบคำถามของแบบฝึกหัดและมีเวลามากโดยใช้ GSP ให้ถูกต้อง

4. การอภิปรายผลการวิจัย

4.1 อภิปรายผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับนิยามของเวกเตอร์

4.1.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ นักศึกษามีความเข้าใจคือ สามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ สามารถนำไปใช้โปรแกรม GSP ตามคำสั่งเช่นกดปุ่ม + และ - และเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับขนาดของส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง

4.1.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระดับกระบวนการ คือ นักศึกษาสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ที่ขนานกันเป็น เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันหรือทิศตรงข้ามกัน สามารถบอกขนาดของส่วนของเส้นตรงที่แทนเวกเตอร์จะมีขนาดเท่ากับตัวเลขบอกความเร็วและสามารถกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ สามารถกำหนดได้ในรูปทิศทางหลักทั้งแปดทิศ และสามารถเขียนเวกเตอร์ในทิศต่างๆได้ สามารถบอกความสัมพันธ์ของ \overline{AB} และ \overline{CD} ว่าเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากันและมีทิศทางไปทางเดียวกัน สามารถบอกนิยามเวกเตอร์ที่เท่ากันเป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และมีขนาดเท่ากัน สามารถบอกนิยามของนิเสธของ \vec{u}

4.1.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระดับโครงสร้าง นักศึกษาสามารถเขียนเวกเตอร์แทนการเดินทาง และสามารถคำนวณหาระยะห่างจากจุดเริ่มต้นและบอกทิศทางได้ เช่น

กำหนดเวกเตอร์ $AB = 3$ กิโลเมตรและ $BC = 3$ กิโลเมตรรู้ว่ามุม $ABC = 90$ องศา เราได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 3^2 + 3^2 = 2(3)^2$ ดังนั้น $AC = 3\sqrt{2}$ หรือ $AC = 4.25$ เห็นว่าชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ด้วยระยะทาง $AC = 4.25$ กิโลเมตร และชายคนนั้นอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นในทิศเหนือ

4.2 อภิปรายผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและการลบเวกเตอร์

4.2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและลบเวกเตอร์ในระดับการจัดกระทำ คือ นักศึกษาสามารถ สามารถนำใช้โปรแกรม GSP ตามคำสั่งเช่น ปรับความเร็วของเรือ ความเร็วของกระแส น้ำ และทิศทางของเรือ และเมื่อคลิกปุ่ม [เดินทาง] ทำให้เรือขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ 1, 2 และ 3 ได้แต่ไม่สามารถอธิบายวิธีการกำหนดทิศทางของเรือเพื่อให้ขึ้นฝั่งที่ทำเรือที่ต้องการ และไม่สามารถสรุปวิธีการหาผลบวกของ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สามเหลี่ยมได้

4.2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและการลบเวกเตอร์ในระดับกระบวนการ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจคือ สามารถปฏิบัติตามคำชี้แจงในหน้าที่ 3 ได้ และสามารถสรุปวิธีการหาผลบวกของ $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้สี่เหลี่ยมได้ นักศึกษาปฏิบัติตามคำชี้แจงในหน้าที่ 4 ได้ และสามารถสรุปวิธีการหาผลบวกเวกเตอร์มากกว่าสองเวกเตอร์ได้ เช่น เขียนเวกเตอร์ทั้งสองให้มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกันแล้วสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนาน เวกเตอร์ผลบวก คือ เวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยมีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ที่กำหนด สามารถหาผลบวกของเวกเตอร์ที่กำหนดให้ได้ สามารถบอกความหมายของเวกเตอร์เวกเตอร์ศูนย์ สามารถอธิบายวิธีการลบเวกเตอร์และเขียนคำตอบของเวกเตอร์ได้

4.3 อภิปรายผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

4.3.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับการจัดกระทำ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจคือ สามารถ ปรับค่า a ให้เท่ากับ 5 และให้ความหมายของ $5\vec{u}$ คือเวกเตอร์ที่เกิดจากการเขียนเวกเตอร์ \vec{u} นักศึกษาคlickที่ปุ่ม ส่วนแบ่งของ AB และ ส่วนแบ่งของ AC แล้วใช้ปุ่ม [+] หรือ [-] เพื่อเพิ่มหรือลดค่า และสามารถเติมข้อความลงในตารางที่กำหนดให้ได้ตามความต้องการ

4.3.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับกระบวนการ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจคือ สามารถใช้ GSP ตามคำสั่งเช่น กดปุ่ม [+] หรือปุ่ม [-] ทำซ้ำไปซ้ำมาหลายครั้งปรับเปลี่ยนค่า a และเขียนความหมายของเวกเตอร์ $5\vec{u}$ หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 5 เท่าของขนาดของเวกเตอร์ \vec{u} และ

มีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} นักศึกษาเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับเวกเตอร์ $a\vec{u}$ คือเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ $|a|$ เท่าขนาดของเวกเตอร์ \vec{u} โดยที่ ถ้าค่า $a > 0$ แล้ว $a\vec{u}$ มีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} ถ้า $a < 0$ แล้ว $a\vec{u}$ มีทิศทางตรงกันข้ามกับ \vec{u} และ ถ้า $a = 0$ แล้ว $a\vec{u} = \vec{0}$

4.3.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการหาค่าตอบของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ในระดับโครงสร้าง จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักศึกษามีความเข้าใจในระดับนี้โดยที่นักศึกษสามารถอธิบายว่า นักศึกษสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์หาค่าของ x จากสมการ $7\vec{u} + (2x - 4)\vec{v} = \frac{500}{7}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ ได้คือ $x > \frac{7}{3}$ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์หาค่าของ a และ b จากสมการ $\vec{w} = (a + 4b)\vec{u} + (2a + b + 1)\vec{v}$ และ $\vec{s} = (b - 2a + 2)\vec{u} + (2a - 3b - 1)\vec{v}$ แล้ว $3\vec{w} = 2\vec{s}$ ได้คือ $a = 2$ และ $b = -1$

4.4 โปรแกรม GSP มีบทบาทสำคัญในการเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเน้นที่จะสร้างความรู้ความเข้าใจให้กับนักศึกษา นักศึกษสามารถสร้างข้อคาดการณ์ต่างๆได้อย่างหลากหลาย จากผลการวิจัยพบว่าโปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่ใช้นำเสนอลักษณะความเข้าใจของนักศึกษาโดยแยกออกเป็น 3 ลักษณะดังนี้ 1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ 2) ความเข้าใจในระดับกระบวนการและ 3) ความเข้าใจในระดับโครงสร้างซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Heingraj (2006) เกี่ยวกับบทบาทของโปรแกรม GSP ในกระบวนการสร้างความรู้ความเข้าใจในมโนคติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ที่นักศึกษสามารถสร้างข้อคาดการณ์ต่างๆได้เองบนเครื่องคอมพิวเตอร์ผ่านโปรแกรม GSP

