บทที่ 2
วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและGSP เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. แนวคิดเกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม
3. แนวคิดเกี่ยวกับการนำเสนอ
4. ทฤษฎีเกี่ยวกับความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์
5. โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)
6. กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ความเข้าใจ
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
8. กรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

1. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข(ศึกษาธิการ, 2545)

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้ เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึง

เป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ให้ ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาอารยประเทศ

1.1 คุณภาพของผู้เรียน

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นการที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1) มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิตการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ นำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

3) มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความ รับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมี เจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

1.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนช่วงชั้นที่ 2 ผู้เรียนควรจะมีความสามารถดังนี้

1) มีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการของจำนวน สามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และสร้างโจทย์ได้

2) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนพร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

3) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ สามารถวัดปริมาณดังกล่าว ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

4) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ

5) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้

6) สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแก้สมการนั้นได้

7) เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิต่าง ๆ สามารถ อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จาก แผ่นภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิ รูปวงกลม ตาราง และกราฟ รวมทั้งใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการ อภิปรายเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

8) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและ ใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

1.3 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนช่วงชั้นที่ 3 ผู้เรียนควรจะมีความสามารถดังนี้

1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2) สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

4) มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

5) สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหาได้

6) มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูลรวมทั้งอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่าง ๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำ เสนอข้อมูลทางสถิติ

7) มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

8) มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

9) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยี ที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

1.4 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐาน

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน มีดังนี้

1.4.1 สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

1.4.2 สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการให้เหตุผล

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย

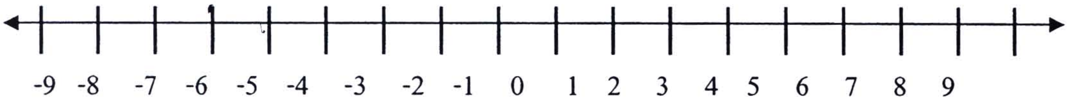
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

2. แนวคิดเกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม

2.1 จำนวนเต็ม ประกอบไปด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มศูนย์ และจำนวนเต็ม ซึ่งจะแสดงแทนจำนวนด้วยเส้นจำนวน ดังนี้



พิจารณาเส้นจำนวน จะได้ว่า

จำนวนเต็มบวก หรือเรียกว่า จำนวนนับ จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดคือ 1 จำนวนอื่นๆ ที่เกิดจาก 1 โดยการนับเพิ่มไปทางขวาทีละ 1 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, … เช่น

1 + 1 แทนด้วย 2

2 + 1 แทนด้วย 3

3 + 1 แทนด้วย 4

จำนวนเต็มศูนย์ เขียนแทนด้วย 0 เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่างจำนวนเต็มบวก และจำนวนเต็ม บนเส้นจำนวน

จำนวนเต็ม เกิดจากการนับลดลงจาก 0 ไปทางซ้ายทีละ 1 ได้แก่ -1,-2,-3,-4,-5,…

2.2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

ในการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่ไม่เท่ากัน เพื่อดูว่าจำนวนใดน้อยกว่าหรือจำนวนใดมากกว่าโดยใช้เส้นจำนวน จะเห็นว่า จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาของ 0 เป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นจำนวนเต็ม และจำนวนที่อยู่ทางขวาจะมากกว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

2.3 สมบัติที่เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม

สมบัติเกี่ยวกับการบวกและคูณจำนวนเต็ม มีดังนี้

1) สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก คือ ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว $a + b = b + a$

2) สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก คือ ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว $(a+b)+c = a+(b+c)$

3) สมบัติของศูนย์

การบวกจำนวนใดๆ ด้วยศูนย์ หรือการบวกศูนย์ด้วยจำนวนใดๆ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้นๆ เสมอ

4) ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ จะหาได้จากระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้น จำนวน เช่น

ค่าสัมบูรณ์ของ 8 เท่ากับ 8 เนื่องจาก 8 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 8 หน่วย

ค่าสัมบูรณ์ของ - 8 เท่ากับ 8 เนื่องจาก -8 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 8 หน่วย

5) จำนวนตรงข้าม เมื่อพิจารณาบนเส้นจำนวน จะพบว่า จำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะอยู่คนละข้างของ 0 เป็นระยะเท่ากัน เช่น -2 กับ 2

ดังนั้น เรากล่าวว่า -2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 2

และ 2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -2

และ $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$

ถ้า a เป็นจำนวนเต็มใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a เขียนแทนด้วย –a และ $a + (-a) = (-a) + a = 0$

ถ้า a เป็นจำนวนเต็มใดๆ จำนวนตรงข้ามของ – a คือ a ซึ่งเขียนแทนด้วย -(-a)

2.4 การบวกจำนวนเต็ม เป็นไปตามหลักเกณฑ์ ดังนี้

1) การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็ม

2) การบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็ม

3) การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มที่มีค่าสัมบูรณ์ที่ไม่เท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

4) การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน ผลบวกเท่ากับ 0

2.5 การลบจำนวนเต็ม ในการลบจำนวนเต็ม อาศัยการบวกตามข้อตกลง ดังนี้

ตัวตั้ง – ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

นั่นคือ เมื่อ a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

a – b = a + จำนวนตรงข้ามของ b หรือ a – b = a + (- b)

3, แนวคิดเกี่ยวกับการนำเสนอ

3.1 ความหมายของการนำเสนอ

ความหมายของการนำเสนอมีความหมายตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Representation ซึ่งคำนี้ผู้ใช้บางคนอาจใช้ว่าการแสดงแทน Kaput (1987 อ้างถึงใน Goldin, 1998) อธิบายคำจำกัดความของทฤษฎีทั่วไปเกี่ยวกับสัญลักษณ์และเครื่องหมายในการนำเสนอ บางอย่างของมันเกี่ยวกับมาตรฐานของสิ่งอื่น ๆ และยังคงมีอยู่อย่างถาวร รวมทั้งบางอย่างเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสัญลักษณ์และสิ่งที่อ้างถึง อย่างไรก็ตามตัวมันเองแต่ละตัวอาจจะประกอบด้วยสิ่งที่มีอยู่จริงรายละเอียดที่ถูกต้องที่สุด เกี่ยวกับการนำเสนอความรวมถึงข้อสนับสนุนที่มีอยู่จริง โลกได้ถูกการนำเสนอที่มีอยู่แล้ว โลกเป็นตัวสร้างการนำเสนอ อะไรเป็นลักษณะของการนำเสนอของโลกที่เป็นอยู่ อะไรเป็นลักษณะของการที่โลกสร้างการนำเสนอ ความสอดคล้องกันระหว่าง 2 โลก

Lash, Post, and Behr (1987 อ้างถึงใน Goldin, 1998) ให้คำจำกัดความเกี่ยวกับคำแนะนำที่เชื่อมกัน ระหว่างการนำเสนอและผู้สร้างสิ่งนั้น “คำว่า การนำเสนอ ในที่นี้ อธิบายอย่างง่าย ๆ และถูกจำกัดความรู้สึกเช่นเดียวกับภายนอก การแสดงให้เห็นเป็นรูปธรรมเกี่ยวกับมโนมติภายในของนักเรียน ถึงแม้ว่า จะมีความแตกต่างในการสร้างภายนอก (External)และภายใน (Internal)

Pimm (1995 อ้างถึงใน เกศสุดา แนวกลาง,2550) แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำเสนอ ว่า “การนำเสนอซ้ำ ๆ เกี่ยวกับวิชาการใช้สิ่งอื่น ๆ ร่องรอยการทำงานในการทำงานในกระดาษที่อ้างถึงแนวทางที่นำไปสู่การนำไปสู่การนำเสนอปัญหาที่ไม่น้อยกว่าการทำเป็นรูปภาพการจัดการ ตาราง กราฟ และการนำเสนอ แต่ละอย่างเกี่ยวกับนามธรรม สิ่งที่มีอยู่จริงในโลกบางระดับ ตัวอย่างเช่น การใช้เครื่องหมาย 4 นำไปสู่การนำเสนอ แอปเปิ้ล 2 ผล รวมกับ แอปเปิ้ล 2 ผล สรุปการดำเนินการของสิ่งที่มีอยู่จริงในโลก การวาดภาพป้ายเครื่องหมาย 4 เครื่องหมาย การเขียน 2+2 = 4 เป็นสิ่งที่ทำให้สมดุลเพิ่มขึ้นจากการนำเสนอนามธรรม การนำเสนอบางอย่างอ้างถึงรูปภาพ ของสิ่งที่มีอยู่จริงบนโลก

Brinker (1996 อ้างถึงใน เกศสุดา แนวกลาง,2550) ได้เสนอความหมายในแง่ของนิยามเชิงวัตถุ ในเชิงที่เอาวัตถุ (Object) เป็นตัวตั้ง เชิงรูปธรรม โดยนิยามว่า การนำเสนอ หมายถึง

สัญลักษณ์ หรือรูปภาพที่นักเรียนได้วาดขึ้นแล้วตัวอย่างเช่น การทำวัตถุให้มีโครงสร้างเป็นชั้น ๆ ตัวอย่างเช่น การวาดตารางของเศษส่วนและการทำเศษส่วนเป็นท่อน ๆ ก็ถือว่าเป็นการนำเสนอที่นักเรียนทำมา คำว่าโครงสร้างในที่นี้หมายถึงการที่นักเรียนได้ออกแบบสำหรับคำสั่งที่เฉพาะมโนมติทางคณิตศาสตร์ จากนิยามจะเห็นเกี่ยวกับเรื่องการแยกแยะของการนำเสนอ การนำเสนอเป็นผลผลิตออกมา เป็นตัววัตถุออกมาเพื่อนำเสนอตัววัตถุที่มีอยู่แล้ว คือตัวสี่เหลี่ยม แผ่น แท่ง มีอยู่แล้ว แต่การที่เด็กนำมาจัดกลุ่ม ถือว่าเป็นการนำเสนอ อีกมุมมองหนึ่ง การนำเสนอจะถูกทำโดยแต่ละบุคคล นักเรียนที่เขียนรูปเขียนสัญลักษณ์ขึ้นมาเป็นการให้ความหมายของแต่ละคนเป็นการให้ความหมายของนักเรียนเองหรือกลุ่มย่อย ๆ เพื่อใช้สำหรับคำตอบ หรือปัญหาบางอย่างนิยามของ Brinker ได้ตัดความตั้งใจของผู้สร้างตัวแทนนี้ออกไปคือเกี่ยวกับการสื่อสารเชื่อมโยง (Idiosyncratic)

Goldin (2001) นิยามเกี่ยวกับการนำเสนอ ว่า การจัดกลุ่มสัญลักษณ์ คุณลักษณะ รูปสัญลักษณ์หรือตัววัตถุที่บางอย่างแสดงถึงหรือแทนสิ่งที่เราพูดถึงอยู่ ถ้าพูดถึงธรรมชาติ คำว่าการแสดงแทนตีความหมายได้หลายทางรวมถึงสิ่งต่อไปนี้ด้วยตัวอย่างเช่น คำว่า การนำเสนอ คือ สัมพันธ์ นำเสนอ ดึงออกมา กลั่นออกมาจากสิ่งนั้น รหัสเป็นสิ่งแสดงแทนกลั่นไว้ในสัญลักษณ์นั้น ทำให้แจ้ง การระบุ ความหมาย การผลิตออกมา อ้างถึง แนะนำ ทำให้เป็นเชิงสัญลักษณ์ (Stepen P. Smith, 2003)

กล่าวโดยสรุปการนำเสนอหมายถึงการแสดงให้เห็นถึงมโนมติเกี่ยวกับสิ่งต่างๆโดยแสดงออกมาในลักษณะของภาษาพูด การอธิบายรูปภาพ และการเขียนสัญลักษณ์เป็นต้น

3.2 การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations)

การนำเสนอมีความหมาย 2 ประการ โดยที่มีความหมายแรก หมายถึง กระบวนการนำเสนอ (Representations Process) และความหมายที่สอง หมายถึง สิ่งแสดงแทนที่ได้จากกระบวนการนำเสนอ(Representations Product) ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการในที่นี้เรียกว่า “รูปแบบการนำเสนอ” Hiebert (1990) ได้กล่าวถึง “ การนำเสนอภายนอก” ว่าเป็นการสื่อสารแนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพื่อให้คนอื่นได้รับรู้นั้นจะมีการสื่อสารผ่านรูปแบบการนำเสนอ 5 รูปแบบ คือ 1) การนำเสนอในรูปแบบของการพูดหรือข้อความ 2) การนำเสนอโดยใช้สื่อรูปธรรม 3) การนำเสนอในรูปของภาพหรือกราฟ 4) การนำเสนอในรูปสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real-Life Situations) และ 5) การนำเสนอในรูปสัญลักษณ์ (Written Symbols) Goldin and Kaput (1996)ได้ให้ความหมายของการนำเสนอแบบภายนอกว่า หมายถึง วัตถุเชิงการภาพ หรือสิ่งที่สามารถสังเกตเห็นได้ เช่น ข้อความ รูป กราฟ ตาราง ประโยคสัญลักษณ์ เป็นต้น นอกจากนี้ Goldin and Kaput ได้ใช้คำว่า “การนำเสนอภายใน (Internal Representations)” เพื่ออธิบายโครงสร้างทาง

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

ปัญญา (Network of Knowledge or Schema) ที่อยู่ในสมองนักเรียนหรือปัจเจกชนซึ่งโครงสร้างนี้ไม่สามารถที่จะวัดหรือสังเกตได้โดยตรง การสังเกตหรือการวัดนั้นจะใช้การอ้างอิงจากการวัดหรือการสังเกตของรูปแบบการนำเสนอแบบภายนอก หรือพฤติกรรมภายนอกที่สามารถวัดสังเกต หรือสัมผัสทั้ง ห้า (หู ตา จมูก ลิ้น และกายได้) เช่น คำพูด ท่าทางหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ Hiebert and Carpenter (1992) กล่าวว่าความรู้ความเข้าใจทางในคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวของนักเรียน แต่เนื่องจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม การที่จะสื่อความหมายแนวคิดนั้น จึงจำเป็นต้องนำเสนอโดยผ่านภายนอก ซึ่งนักเรียนสามารถที่จะสังเกตและจัดกระทำกับรูปแบบการนำเสนอนั้นได้กระบวนการสร้างความรู้นั้นนักเรียนจะใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนมาสร้างความหมายกับรูปแบบการนำเสนอภายนอกเพื่อสรุปเป็นข้อความรู้ใหม่ทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดใหม่เมื่อความความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอแบบภายในของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ถูกได้สร้างขึ้น นั่นก็หมายความว่าเครือข่ายหรือโครงสร้างทางปัญญา (Network of Knowledge or Schema) ได้ถูกสร้างขึ้นด้วย ในทางตรงกันข้ามการสื่อสารความรู้ความเข้าใจของนักเรียนให้ผู้อื่นได้รับรู้นั้นใช้การนำเสนอภายนอกเข้าช่วยนอกจากนี้แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดใดแนวคิดหนึ่งสามารถนำเสนอในรูปของสมการ กราฟ ตาราง หรือ ไดอะแกรม ซึ่งจะทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอรูปแบบภายนอกในแต่ละรูปแบบ จากคำกล่าวข้างต้นทฤษฎีการสร้างความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะถูกพัฒนาจากข้อกำหนดทางศาสตร์เชิงการรู้ (Cognitive Science) 2 ข้อ คือ 1) การมีอยู่ของความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการนำเสนอภายในและการนำเสนอภายนอก (Internal and External Representations) และ 2) แบบการนำเสนอภายในจะถูกเชื่อมโยงระหว่างกันและกันและการเชื่อมโยงนี้มาจากอิทธิพลของการนำเสนอภายนอก (Hiebert & Carpenter, 1992)

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
วันที่ 4 ต.ค. 25..
เลขทะเบียน 246517
เลขเรียกหนังสือ

4. ทฤษฎีเกี่ยวกับความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์

4.1 กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Piaget

ทิศนา แขมมณี (2545) และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์ (2547 อ้างถึงในบุญทัน สุตพงศ์, 2550) กล่าวว่า ทฤษฎีการเรียนรู้ที่สำคัญทฤษฎีหนึ่งที่เป็นที่ยอมรับกันคือทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้นิยม (Constructivism) ทฤษฎีนี้ตั้งอยู่บนแนวคิดของ Piaget ที่อธิบายการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสำคัญ 2 กระบวนการคือกระบวนการดูดซึม (Assimilation) และกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accommodation) ซึ่งเป็นการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่ ซึ่งกระบวนการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อบุคคลนั้นมีการจัดกระทำ (ทางสมอง) ในการนำสิ่งเร้า (ข้อมูลใหม่) มาเชื่อมโยงกับข้อมูลเดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางปัญญา (Schema หรือ Schemata)

ของตนเองซึ่งบุคคลได้สั่งสมมาตั้งแต่เกิด กระบวนการที่โครงสร้างทางปัญญาเดิมซึมซับสิ่งเร้าใหม่เข้าไป หรือกระบวนการที่ความรู้ใหม่กับความรู้เดิมเชื่อมโยงกันอย่างลงตัว และมีความหมายกับบุคคลนั้นจะทำให้บุคคลนั้นอยู่ในสภาวะสมดุล มีความเข้าใจในประสบการณ์หรือข้อความรู้นั้น สามารถอธิบายและแสดงออกได้ตามความเข้าใจของตนเอง เนื่องจากตนเป็นผู้คิดและสร้างความหมายของสิ่งเหล่านั้นด้วยตนเอง

Piaget (อ้างถึงในชาญณรงค์ เฮียงราช, 2552) ได้กล่าวเกี่ยวกับทฤษฎีการพัฒนาทางสติปัญญา ซึ่งเป็นพื้นฐานของแนวคิดทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้นิยม(Constructivism)ว่าเป็นการสร้างองค์ความรู้หรือมีความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการเฉพาะของแต่ละบุคคล โดยบุคคลจะสร้างองค์ความรู้หรือมีความเข้าในมโนมติที่คาดหวังบนพื้นฐานความรู้เดิมที่มีอยู่ โดยการนำเอาความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิม มาสร้างความหมายหรือความเข้าใจกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่ ดังนั้นความหมายที่ถูกสร้างขึ้นในประสบการณ์เดียวกันของแต่ละบุคคลจะมีความแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้เดิมของแต่ละบุคคลที่นำมาสร้างความหมายนั้นมีความสอดคล้องและมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่หรือไม่ นั่นคือองค์ความรู้ใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นมานั้นมีความถูกต้องเหมาะสมเพียงพอหรือไม่เพียงไร จะขึ้นอยู่กับความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ได้อย่างเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ซึ่งแนวคิดพื้นฐานนี้เป็นแนวคิดสร้างสรรค์ความรู้นิยม (Constructivism) โดย Piaget ได้กล่าวถึงแนวโน้มพื้นฐานทางธรรมชาติ ของมนุษย์ที่ติดตัวมาแต่กำเนิดว่ามีอยู่ 2 ลักษณะ คือ การจัดระบบ (Organization) และการปรับตัว (Adaptation)โดยที่การจัดระบบเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวของแต่ละบุคคลโดยวิธีการรวมกระบวนการต่างๆที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันนำมาเชื่อมโยงกันอย่างมีระบบซึ่งทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญาขึ้น (Network of KnowledgeหรือSchema) ส่วนการปรับตัวเป็นการที่บุคคลปรับตัวเองให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม การปรับนี้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อคนเราปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยที่การปรับตัวนี้ประกอบด้วย 2 กระบวนการ คือ กระบวนการดูดซึม (Assimilation) และกระบวนการปรับเปลี่ยน (Accommodation) พัฒนาการทางสติปัญญาจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อบุคคลรับเอาประสบการณ์ใหม่จากสิ่งแวดล้อมที่มีความสอดคล้องกับสัมพันธ์กับความรู้หรือโครงสร้างทางสติปัญญาที่มีอยู่เดิม ซึ่งกระบวนการนี้เรียกว่ากระบวนการดูดซึม (Assimilation) แต่ในกรณีที่หากไม่มีความสอดคล้องหรือสัมพันธ์กันระหว่างความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ที่รับเข้ามา บุคคลนั้นจะเกิดภาวะไม่สมดุลทางปัญญาขึ้น (Disequilibration) ซึ่งทำให้บุคคลนั้นเกิดความขัดแย้งทางปัญญาขึ้น (Cognitive conflict) ดังนั้นบุคคลจึงพยายามปรับสภาวะทางปัญญานั้นให้อยู่ในสภาวะที่สมดุล (Equilibration) โดยการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาหรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

(Accommodation) ให้สอดคล้องและสัมพันธ์กับประสบการณ์ใหม่เพื่อที่จะเอาประสบการณ์นั้นเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญาต่อไป

4.2 ทฤษฎีความรู้ความเข้าใจของ Hiebert และ Carpenter

Hiebert & Carpenter (1992) กล่าวว่าความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมองของแต่ละบุคคล แต่ละบุคคลจะเข้าใจในแนวคิดหรือ มโนมติทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อแนวคิดนั้นเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Network/Schema of Mathematical Knowledge) โดยการเชื่อมกระบวนการที่เกี่ยวข้อง และมีความสัมพันธ์กัน แต่อย่างไรก็ตาม Crowley ได้ให้ข้อสังเกตว่าความมากหรือน้อยของกระบวนการที่เชื่อมโยงอยู่ในโครงสร้างของความรู้นั้นไม่ได้เป็นตัวบ่งบอกถึงการที่บุคคลนั้นจะมีความเข้าใจในมโนมติหรือ ประสบความสำเร็จในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่เผชิญ แต่ความเข้าใจในมโนมติหรือความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพและคุณภาพของการเชื่อมโยงมากกว่า ดังที่ Hiebert & Carpenter (1992) ได้กล่าวไว้ว่าความล้มเหลวในการสร้างความเชื่อมโยงในมโนมติหรือกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและมีความหมาย อาจเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความยุ่งยาก ในการพัฒนาความเข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ Hiebert & Carpenter(1992) ได้จำแนกความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะคือ Conceptual Understandingและ Procedural Understanding โดยที่ Conceptual Understanding เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการเชื่อมโยงความรู้หรือข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ส่วน Procedural Understanding เป็นความเข้าใจในกระบวนการแต่ละกระบวนการ ซึ่งเป็นขั้นตอนของการจัดกระทำหรือขั้นตอนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยที่นักเรียนยังไม่สามารถพิจารณาความสอดคล้องหรือความสัมพันธ์ของกระบวนการต่างๆเพื่อสร้างความเชื่อมโยงกระบวนการเหล่านั้น

5. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2548) ได้ตระหนักในความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้อย่างมีความหมายและเกิดการพัฒนาทักษะด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ และสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่งเป็นไปตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 สสวท. จึงได้ศึกษาและพิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่า GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และยังช่วยเสริมสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส เป็นการเรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Leaner-Centered Learning)ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะเอื้อต่อการสร้างข้อคาดการณ์ โดยให้ผู้เรียนฝึกทำเองบนเครื่องคอมพิวเตอร์ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่สามารถอธิบายเนื้อหาทางเรขาคณิตที่เป็นนามธรรมให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็ว เกิดจินตนาการและทำความเข้าใจกับเนื้อหาได้อย่างเข้าใจ ทำให้คณิตศาสตร์ไม่กลายเป็นเรื่องน่าเบื่อสำหรับผู้เรียน ตั้งแต่เริ่มเปิดตำรา โดยใช้ภาพเคลื่อนไหว (Animation) อธิบายสร้างความเข้าใจที่กระจ่าง นักเรียนสามารถมองเห็นได้อย่างเป็นรูปธรรม ฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง เพราะเรียนรู้ง่าย ครูสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องช่วยกระตุ้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทันสมัยแหวกแนวไปจากเดิม เพราะแทนที่จะสอนให้เด็ก จำสูตรโดยปราศจากความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ทว่าด้วยศักยภาพของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นคว้าพิสูจน์เพื่อค้นหา คำตอบด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติจริง (สสวท., 2548)

6. กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ความเข้าใจ

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แนวคิดทฤษฎี APS(Action-Process-Structure) ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ซึ่งได้จำแนกความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ คือ

1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding)

เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกโดยตัวผู้รับเอง นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำ มีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน (Step-by-Step Sequence of Manipulation) แต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น การวัดมุม การวัดระยะทาง การวัดขนาดของรูปเรขาคณิต เป็นต้น ความเข้าใจในระดับนี้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายนอก

2) ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding)

เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้งจนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายสิ่งที่ได้จากการวัด การคิดคำนวณหรือการจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Mental Image) โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำหรือการคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้นักเรียนยัง

สามารถอธิบาย สะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา ในสภาวะของความเข้าใจในระดับกระบวนการ นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจระดับกระบวนการขึ้นมาใหม่โดยการปฏิบัติการย้อนกลับ (Reversal) การขยาย (Generalization) การสร้างความสัมพันธ์ (Coordination) หรือการจัดกระทำระหว่างมโนมติทางคณิตศาสตร์ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป

3) ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual Understanding)

ความเข้าใจในระดับโครงสร้างเป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ซึ่งสามารถนำไปใช้สร้างความคิดรวบยอดใหม่ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการนำเสนอ

เกศสุดา แนวกลาง (2550) ได้ศึกษาการนำเสนอจำนวนเต็มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีการเรื่องราวและแผนภาพ โรงเรียนโนนค่าวิทยา จำนวน 27 คน ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับระบบของคำพูดและการสร้างประโยคมีการนำเสนอลักษณะของจำนวนเต็ม และระบบในเชิงการจินตนาการ โดยพิจารณาการนำเสนอใน 4 ลักษณะ คือ ความเป็นสองพวก ความเป็นจำนวนเต็มศูนย์ ความเป็นหนึ่งต่อหนึ่ง และผลของการนำเสนอที่เกิดจากการนำเสนอแทนของจำนวนเต็ม ผลการวิจัยพบว่า การนำเสนอจำนวนเต็มในระบบของคำพูดและการสร้างประโยคชัดเจนกว่าการนำเสนอในระบบเชิงจินตนาการ ซึ่งลักษณะของจำนวนเต็มที่ไม่พบ คือ ลักษณะของจำนวนเต็มศูนย์ และความเป็นหนึ่งต่อหนึ่ง เช่นเดียวกันทั้ง 2 ระบบ

อัจฉริยา พงศ์พิษณุ (2551)ได้ศึกษาการวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการนำเสนอจำนวนเต็มในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 กลุ่ม 6 คน โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ กิ่งอำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น ปีการศึกษา 2550 ดำเนินการเก็บข้อมูลโดยใช้บริบทนอกชั้นเรียน ใช้ปัญหาปลายเปิดเกี่ยวกับจำนวนเต็มจำนวน 4 ปัญหา การวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการนำเสนอจำนวนเต็มในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดโดยปรับจากกรอบการวิเคราะห์ของ Vergnaud (1988) แบ่งการวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 1) กลุ่มของสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด (A Set of Open-Ended Problem-Solving Situations) 2) กลุ่มของความคงที่ (A Set of Invariants) 3) กลุ่มของการแสดงแทนในเชิงสัญลักษณ์ (A Set of Symbolic Representations) ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวคิด

เกี่ยวกับจำนวนเต็มเกิดขึ้นจากความคงที่ของแนวคิดที่มีต่อการนำเสนอเชิงสัญลักษณ์ในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดชนิดกระบวนการเปิด 2) จำนวนสถานการณ์การแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาขณะเผชิญหน้ากับสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเกี่ยวกับจำนวนเต็มของนักเรียนแต่ละคน 3) ในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็มที่ตรงกับเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ คือ (1) การลบจำนวนเต็มถ้าตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบคำตอบที่ได้เป็นจำนวนเต็ม (2) การบวกจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มคำตอบที่ได้เป็นจำนวนเต็ม (3) การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันคำตอบที่ได้เป็นศูนย์ (4) ในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็มที่ขัดแย้งกับเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ คือ (1) การคูณจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มคำตอบที่ได้เป็นจำนวนเต็ม (2) การหารจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มคำตอบที่ได้เป็นจำนวน เต็มลบ

Own & Clements (1998) ได้สังเกตนักเรียนประถมแก้ปัญหามิติสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ได้ข้อมูลการแบ่งกลุ่มและการแปลผลของกระบวนการคิดของนักเรียนสร้างโมเดลที่มีความสัมพันธ์ในการคิดของนักเรียนและการสะท้อนของนักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหา บทบาทของการสะท้อน (Responsiveness) คือ การคิดเชิงจินตนาการ การเลือกเฉพาะเจาะจง การคิดจินตนาการเชิงรูปธรรม การคิดเป็นพลวัตร การคิดเชิง แบบรูปการปฏิบัติถูกใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียน อีกตัวหนึ่งคือใช้ในด้านสายตา ส่วนต่าง ๆ ที่ถูกแยกแยะจะช่วยในการวิเคราะห์ ประสบการณ์ก่อน กระบวนการเหล่านี้ทำให้เกิดความสนใจเฉพาะเจาะจงการรวมการใช้สายตา นอกจากนี้มุมมองที่มีอิทธิพลต่อความสนใจคือ ความคาดหวัง และประสบการณ์เดิม การมีปฏิสัมพันธ์กับคนอื่น ๆ การทำให้เห็นภาพพจน์จะง่ายต่อการที่เด็กจะสร้างความหมายด้วยตัวของเด็กเอง

Goldin (1998) ได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับโมเดลทางจิตวิทยาสำหรับการเรียน และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ บนพื้นฐานของระบบเกี่ยวกับการนำเสนอมีมากมายหลากหลาย และได้ผ่านการพัฒนาเป็นขั้น ๆ ซึ่งมีเป้าหมายเพื่อที่จะเข้าถึงทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ที่เหมาะสม บางความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำเสนอได้ถูกอภิปรายและอธิบายถึงองค์ประกอบของโมเดล ในความสัมพันธ์ของความคิด รวมทั้งการคิดแบบจินตนาการเป็นขั้นตอนวิธี(Heuristics) และ ยุทธวิธี (strategies) และบทบาทพื้นฐานเกี่ยวกับความไม่ชัดเจน

Cifarelli (1998 อ้างถึงใน เกศสุดา แนวกลาง,2550) ผู้เขียนได้นำเสนอผลการวิจัยทางด้าน กระบวนการของการนำเสนอที่เกี่ยวโยงกับการแก้ปัญหาโดยตรง โดยนำเสนอมุมมองใหม่ของการวิเคราะห์กระบวนการคิดเกี่ยวกับการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ผ่านการพัฒนากรอบการวิเคราะห์ตามแนวคิดของกลุ่ม Constructivist เป้าหมายของการศึกษานี้คือเพื่อที่จะทราบถึงความ

เข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการที่ผู้เรียนใช้ในการสร้างหรือปรับการนำเสนอภายใน ในสถานการณ์การแก้ปัญหา โดยมุ่งไปที่กิจกรรมการสร้าง โดยการสังเกตผู้แก้ปัญหาในขณะที่เขากำลังประสบ และปัญหากลุ่มของสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงของการกระทำกิจกรรมของเขานั้น และเพื่อจัดลักษณะของการสร้างความรู้ในเชิงมโนมติที่ตามมา

Jinfa Cai (2005 อ้างถึงใน เกศสุดา แนวกลาง,2550) ได้สำรวจความสัมพันธ์ระหว่างชนิดของการใช้การนำเสนอของการหาคำตอบของเด็กชาวจีนและชาวสหรัฐอเมริกา และชนิดของการนำเสนอในเชิงวิธีการสอนที่ครูชาวจีนและสหรัฐอเมริกาใช้ในระหว่างการสอน ผลของการค้นหาเสนอไว้ว่าการนำเสนอที่ครูใช้มีอิทธิพลต่อการนำเสนอที่นักเรียนใช้ และพบว่าครูชาวจีนของการศึกษาในครั้งนี้ใช้การนำเสนอด้วยสัญลักษณ์มากกว่ากันอย่างเห็นได้ชัดในงานสอนเกี่ยวกับการหาคำตอบ แต่ท่าว่าครูชาวสหรัฐอเมริกาอาศัยการนำเสนอที่อาศัยการอธิบายด้วยวาจาและรูปภาพ ซึ่งก็ชี้ให้เห็นแล้วว่าการปฏิบัติในเชิงวิธีการสอนนั้นถูกบังคับโดยปัจจัยทางสังคมและวัฒนธรรม

7.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

Heingraj (2006) ได้ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนมติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนานของนักเรียนระดับปริญญาตรีสาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ชั้นปีที่1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน1 คน เป็นกรณีศึกษาโดยใช้กรอบทฤษฎีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Understanding) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Understanding) และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural Understanding) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

Khairiree (2006) เสนอว่า The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมทางด้านคณิตศาสตร์ที่สามารถเคลื่อนไหวได้ ให้โอกาสครูและนักเรียนได้สร้างสรรค์ความรู้โดยการลากและสร้างกราฟ The Geometer's Sketchpad สามารถเปลี่ยนแปลงรูปแบบการเรียนทางด้านคณิตศาสตร์ โดยการ The Geometer's Sketchpad ในการเรียน ผ่านการสำรวจ การตรวจสอบและการค้นหา สามารถทำให้นักเรียนเกิดมโนภาพและส่งเสริมการคาดคะเนก่อนลงมือพิสูจน์ The Geometer's Sketchpad สนับสนุนความเข้าใจของนักเรียนและทำให้ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

Knuth and Hartmann (2005) กล่าวว่าเทคโนโลยีจะสามารถให้วิธีการที่มีประสิทธิภาพในการที่จะสร้างความเข้าใจและรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน สามารถให้มโนมติเป็นประเด็นหลักในเรื่องการสนทนาที่เป็นลักษณะของมโนมติ ซึ่งหมายถึงความสัมพันธ์ของภาพและการอธิบายเพื่อที่จะแสดงให้เห็นในวิธีการต่างๆ เทคโนโลยีอาจจะถูกนำไปใช้ปลูกฝังการสนทนาที่

เป็นมโนมติของผู้เรียน อย่างไรก็ตามพวกเขาก็เชื่อว่าการสนทนาที่มีลักษณะเป็นมโนมติสามารถแสดงถึงแง่มุมที่เป็นประเด็นในการใช้เทคโนโลยี สรุปได้ว่าการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะพัฒนาบทบาทความสัมพันธ์ของภาพและการอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจของนักเรียนและทำให้ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

กฎุมพี กาสีชา (2550) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และทำการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้กรอบทฤษฎี APS (Action-Process-Structure) ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียนที่แสดงออกจากการปฏิบัติการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่องวงกลม สามารถแบ่งระดับความเข้าใจออกเป็น 3 ระดับ ซึ่งประกอบด้วย 1) ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action) นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่งเช่น เลือกจุดหรือพิกัด วาดรูปวงกลม 2) ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) นักเรียนสามารถสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ 3) ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural) นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์รูปสมการทั่วไปของวงกลม

กาญดา ฉลาดล้น (2550) ได้ศึกษากระบวนการสร้างมโนมติเชิงมโนภาพของนักเรียนเรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ และทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบทฤษฎี APS (Action-Process-Structure) ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับการจัดกระทำ (Action) นักเรียนสามารถแปลความหมายจากข้อมูลโดยการสังเกตและนำความรู้เดิมมาใช้ 2) ระดับกระบวนการ (Process) นักเรียนสามารถอธิบายเปรียบเทียบสะท้อนสิ่งที่สังเกตได้จากภาพเคลื่อนไหวบนหน้าจอ 3) ระดับโครงสร้าง (Structural) นักเรียนมีการสร้างมโนมติเชิงมโนภาพในระดับที่สูงขึ้น และในการศึกษาความคิดเห็นต่อการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนมีความคิดเห็นว่าการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้เรียนคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้นและเข้าใจโดยการเปรียบเทียบและสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น เกิดความสนุกสนานเพราะเป็นภาพที่เคลื่อนไหวได้และมองเห็นภาพได้ชัดเจนมากขึ้น

สมหวัง สุขทวี (2552) ศึกษาความเข้าใจเชิงมโนมติเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้โปรแกรมThe Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว และทำการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้กรอบทฤษฎี APS (Action-Process-Structure) ที่พัฒนาโดย Heingraj (2552) ผลการวิจัย1) ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action) นักเรียนสามารถเขียนสมการแทนสถานการณ์แก้ปัญหาได้ สามารถนำใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่ง เช่น

ปรับเปลี่ยนค่าของ A, B และ C ได้สมการตามต้องการ ลงจุดข้อมูลในตาราง 2) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ นักเรียนสามารถ บอกลักษณะของกราฟเส้นตรงคือ สมการ y = c จะมีกราฟเส้นตรงขนานแกน X สมการ x = c จะมีกราฟเส้นตรงขนานแกน Y ซึ่งเป็นการพัฒนาความเข้าใจระดับการจัดกระทำ ไปเป็นความเข้าใจระดับกระบวนการ โดยนักเรียนมีความเข้าใจระดับนี้สามารถบอกผลกระทบของค่าพารามิเตอร์มีมีต่อกราฟของสมการ y = c, x = c และ y = mx+c 3) ความเข้าในระดับโครงสร้าง ไม่แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้

8. กรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

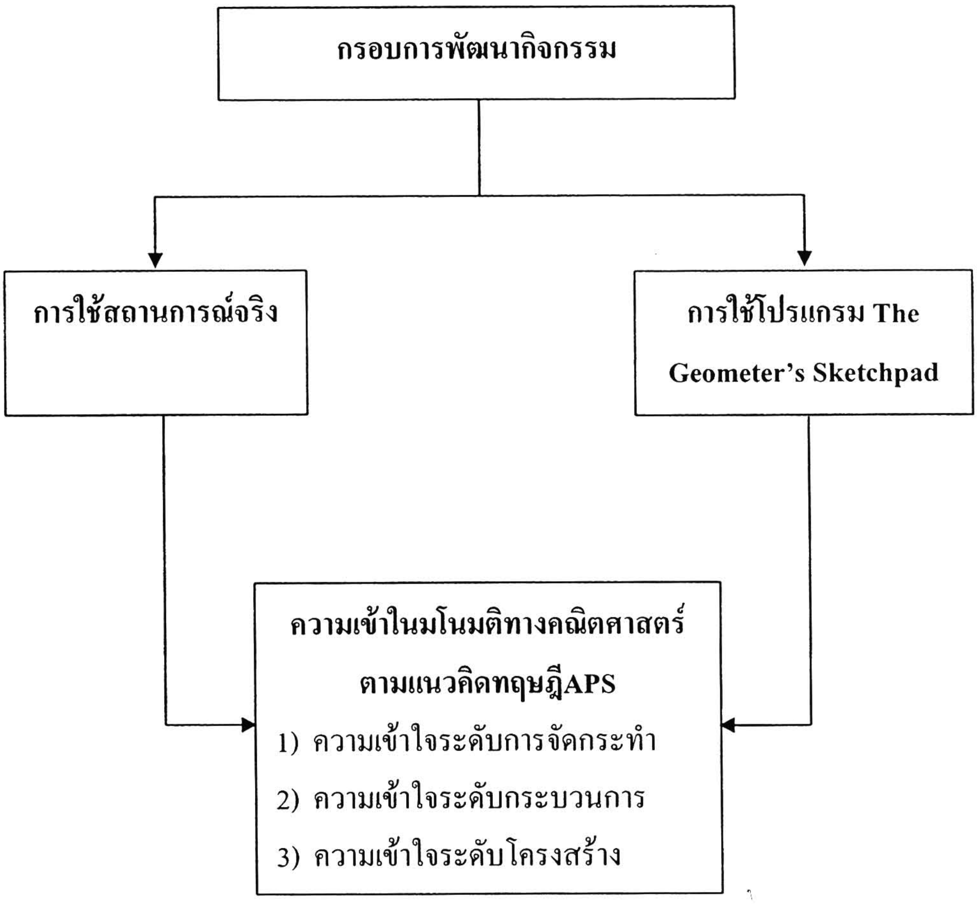
การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็ม ที่ใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ โดยการนำกรอบทฤษฎี APS (Action-Process-Structure) มาประยุกต์ใช้ในการศึกษาความเข้าใจในมโนมติ โดยจำแนกมโนมติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ คือ

1) **ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding)**เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกโดยตัวผู้เรียน นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำ มีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน แต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น การคลิกเมาส์ การนับจำนวน การเปรียบเทียบ การเขียน การอธิบาย การต่อขบวนรถไฟ

2) **ความเข้าใจในในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding)** เป็นการพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆครั้งจนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายสิ่งที่ได้จากการวัด การคิดคำนวณหรือการจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Mental Image) โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำหรือการคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถอธิบาย สะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่น นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปจากผลการสังเกตการจัดกระทำกับโบกี้รถไฟในสถานการณ์จริงหรือรูปวงกลมในโปรแกรมGSP

3) **ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual Understanding)** เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ซึ่งสามารถนำไปใช้

สร้างมโนมติใหม่ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นเช่น นักเรียนเชื่อมโยงมโนมติเกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็มในทุกกรณี เพื่อหาคำตอบของการบวกและการลบจำนวนเต็มได้ถูกต้อง



ภาพที่ 1 แสดงกรอบงานวิจัย