

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### 1. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นกรณีศึกษา (Case Study) ซึ่งเป็นการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ซึ่งเน้นการวิเคราะห์โปรแกรม โคออดิเนตและบรรยายเชิงวิเคราะห์ การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ ในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนจะวิเคราะห์โดยใช้กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ผู้ร่วมวิจัยประกอบด้วย ผู้วิจัย (ครูผู้วิจัย) จำนวน 1 คน ผู้ช่วยวิจัย 4 คน และกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร จังหวัดสกลนคร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนครเขต 1 ครูผู้วิจัยดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ 16 กิจกรรม สรุปผลการวิจัย ดังนี้

#### 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในกิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจโดยการจัดกระทำกับสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ เช่น นักเรียนสามารถคลิกเมาส์ไปที่จุด  $P$  แล้วลากจุด  $P$  ไปตามเส้นตรง  $x = a$  แล้วสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัด  $(x, y)$  ที่อยู่บนสมการเส้นตรง  $x = a$  และนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆค่า  $x$  ที่อยู่ทางด้านขวาของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  จะมีค่ามากกว่าค่า  $x$  บนเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  และทุกๆค่า  $x$  ที่อยู่ทางด้านซ้ายของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  จะมีค่าน้อยกว่าค่า  $x$  บนเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  ซึ่งข้อสรุปตรงนี้เป็นข้อสรุปที่จะเชื่อมโยงให้นักเรียนสามารถเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับอาณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดในกิจกรรมต่อไป

1.1.2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหลายๆครั้ง จนกระทั่งนักเรียน

สามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป กล่าวคือ นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆค่า  $x$  ที่อยู่บริเวณทางด้านซ้ายของกราฟเส้นตรง  $x = a$  จะมีค่าน้อยกว่า  $a$  เสมอ และนักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของสมการ  $y = a$  จากการคลิกที่จุด  $P$  แล้วลากจุด  $P$  ไปมาตามเส้นตรง  $y = a$  จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป คือ ทุกๆค่า  $x$  ที่อยู่บนเส้นตรง  $y = a$  จะมีการเปลี่ยนแปลง แต่ค่า  $y$  จะมีค่าเท่าเดิม และสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆค่า  $y$  ที่อยู่บริเวณเหนือเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  จะมีค่ามากกว่าค่าของพิกัด  $y$  ที่อยู่บนเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  แล้วนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆค่า  $y$  ที่อยู่ใต้เส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  จะมีค่าน้อยกว่าค่า  $y$  บนเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$

## 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.2.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถที่จะปฏิบัติตามคำสั่งหรือเงื่อนไขที่กำหนดขึ้น โดยสามารถเพิ่ม และลดค่า  $m$  โดยการกดแป้นพิมพ์ [+] หรือ [-] และนักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องการแก้สมการมาใช้ในการหาจุดตัดของสมการเส้นตรงกับแกนพิกัด

1.2.2 ความเข้าใจในระดับระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนนำความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำในกิจกรรมที่ผ่านมาแล้วนำความรู้เดิมเกี่ยวกับการหาจุดตัดมาวิเคราะห์เพื่อวาดกราฟ และสามารถคิดคำนวณตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบที่ต่อเนื่องกัน และแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้เสร็จสิ้นก่อนแล้วจึงปฏิบัติขั้นตอนถัดไป โดยนักเรียนกลุ่มเป้าหมายสามารถคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ  $y \geq -2$  และ  $x + y \leq 1$  ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

## 1.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในกิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

1.3.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถคิดคำนวณตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบที่ต่อเนื่องกัน และแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้เสร็จสิ้นก่อนแล้วจึงปฏิบัติขั้นตอนถัดไป โดยนักเรียนกลุ่มเป้าหมายสามารถคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ  $y \geq -2$  และ  $x + y \leq 1$  ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน แล้วสามารถกำหนดค่าของ  $m$  และ  $c$  ตามรูปแบบรูปมาตรฐานของสมการที่กำหนด โดยคลิกที่ค่าของ  $m$  แล้ว

กดshift พร้อมกดแป้นพิมพ์ [+] เพื่อเพิ่มค่า  $m$  และกดแป้นพิมพ์ [-] เพื่อลดค่า  $m$  นอกจากนี้ นักเรียนสามารถเลือกบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ โดยคลิกที่จุด  $A$  หรือ  $B$  แล้วลากจุดดังกล่าวไปยังบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนด และสามารถคลิกเลือกเมนูคำสั่งเครื่องมือลงจุดและนำจุดไปวางบนจุดมุมแต่ละมุมที่นักเรียนคิดว่าเป็นบริเวณที่สอดคล้องกับระบบอสมการ คลิกเมนูคำสั่งสร้าง แล้วเลือกคำสั่ง “ บริเวณภายใน ” เพื่อแรเงาบริเวณที่เลือก และนักเรียนเกิดความเข้าใจเรื่องคำตอบของระบบอสมการจากการดำเนินกิจกรรมที่ 3.1 -3.4 แล้วนักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำนั้น จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป โดยสรุปได้ว่า คำตอบของระบบอสมการเป็นบริเวณที่กราฟของอสมการซ้อนทับ

1.3.2 ความเข้าใจในระดับระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถนำความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาสร้างความหมายเกี่ยวกับกราฟของระบบอสมการ และสังเกตเห็นนักเรียนเกิดความเข้าใจจนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้อง เช่น การเปลี่ยนอสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน การหาจุดตัดระหว่างอสมการและแกนพิกัด แล้วสรุปเป็นขั้นตอนการเขียนกราฟของระบบอสมการ

1.3.3 ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) ในกิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จุดตัดระหว่างเส้นตรงสองเส้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันกับการวาดกราฟของระบบอสมการ อาจกล่าวได้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในระดับนี้ โดยการนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงให้เกิดเป็นกระบวนการใหม่

1.4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในกิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ

1.4.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ในกิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด โดยสามารถเขียนตัวแปรที่เกี่ยวข้องจากการสังเกตสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แล้ววิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อนำข้อสังเกตนั้นมาเขียนในรูปของตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ได้นอกจากนี้ นักเรียนสามารถในการปฏิบัติตาม

**แสดง ตัวแปร**

เงื่อนไขที่กำหนดโดยสามารถคลิกที่ปุ่ม เพื่อตรวจสอบคำตอบ และนักเรียนสามารถอธิบายตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด

1.4.2 ความเข้าใจในระดับระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ในกิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถคิดคำนวณฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัดอย่างเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน โดยนักเรียนสามารถนำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ให้เกิดเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด นอกจากนี้ นักเรียนมีความเข้าใจที่เกิดจากการพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหลายๆครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปโดยสามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของพิกัด  $(x, y)$  บริเวณจุด  $A$  และค่า  $P$

1.4.3 ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) ในกิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การคำนวณหาจุดตัดระหว่างกราฟของเส้นตรงและแกนพิกัด ซึ่งเห็นได้ว่าเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการมาสร้างกระบวนการความเข้าใจใหม่เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุด/ต่ำสุดที่กำหนดขึ้น

## 2. การอภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดทำแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ 16 กิจกรรมโดยมีวัตถุประสงค์ในการวิจัยเพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ พร้อมกับวิเคราะห์ลักษณะความเข้าใจของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู การปฏิบัติการสอน คำสั่งในกิจกรรม เวลา และบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนรู้ จากผลการวิจัยสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

## 2.1 บทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนรู้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีบทบาทสำคัญในการสร้างความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ตามคำสั่งในกิจกรรมการเรียนการสอน ความสามารถของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสิ่งที่สามารถขยายภาพของความคิดและทำให้เกิดความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากมุมมองที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนได้สังเกต และสืบเสาะความสัมพันธ์จากการเปลี่ยนแปลงเชิงเรขาคณิตและพีชคณิตด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นเรื่องที่สำคัญเพื่อหารูปแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม และสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจนั้นไปเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป จากผลการวิจัยพบว่า บทบาทที่สำคัญของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad คือ 1) เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) 2) เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) 3) เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ Heingraj (2006) ที่ได้ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนคติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนานของนักเรียนระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น ชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 คน เป็นกรณีศึกษา โดยใช้กรอบทฤษฎีความรู้ความเข้าใจในระดับกระทำ (Action Understanding) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Understanding) และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural Understanding) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในระดับโครงสร้าง โดยนักเรียนได้มองเห็นภาพที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นภาพที่สร้างโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และสามารถจัดกระทำกับวัตถุที่เคลื่อนไหวได้ ทำให้นักเรียนสามารถจดจำและเกิดภาพในใจต่อสถานการณ์ที่ได้เรียนรู้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของกฤษฎิ์ กาศีธา (2550) ซึ่งได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียนในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียน โดยใช้แบบบันทึกภาคสนาม พร้อมทั้งใช้การบันทึกวีดิทัศน์และบันทึกของนักเรียน แล้วปรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแล้วใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนห้องที่ 2 แล้วใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ คือ นักเรียนใช้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่ง 2) ความเข้าใจระดับกระบวนการ คือ สังเกตการเปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ครูเตรียมในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ใช้ประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลม 3) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง เช่น นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $h, k, r$  ในรูปสมการมาตรฐานของวงกลม สรุปผลการวิจัยคือ นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจในการเรียนรู้เรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของบุญทัน สุตพงศ์ (2550) ได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องแบร์รีเซ็นเตอร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ ประเทศลาว ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องแบร์รีเซ็นเตอร์มีระดับความเข้าใจ 3 ระดับ ได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับแบร์รีเซ็นเตอร์ระหว่างจุดสองจุดในระดับการจัดกระทำ โดยที่นักศึกษาสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่งได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับแบร์รีเซ็นเตอร์ระหว่างจุดสองจุดในระดับกระบวนการ โดยที่นักศึกษาสามารถเปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ผู้สอนเตรียมให้ นอกจากนี้นักศึกษายังค้นพบความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เป็นองค์ประกอบของแบร์รีเซ็นเตอร์ และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง โดยที่นักศึกษาสามารถสรุปข้อความรู้ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการเกี่ยวกับแบร์รีเซ็นเตอร์ได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Robert Jan Melczarek (1996) ที่ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และการเรียนรู้ด้วยตนเอง ในการศึกษาจากผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาโดยใช้ The Geometer's Sketchpad โดยจากผลการศึกษาบ่งชี้ว่ามีความสัมพันธ์ด้านบวกเกิดขึ้นระหว่างการใช้ The Geometer's Sketchpad และการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีบทบาทสำคัญในการเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อเน้นที่จะสร้างความรู้ความเข้าใจให้กับนักเรียน นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างหลากหลาย จากผลการวิจัยที่กล่าวมาพบว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือที่ใช้นำเสนอลักษณะความเข้าใจของนักเรียนโดยแยกออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual understanding) 2) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Conceptual understanding) และ 3) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual understanding) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Heingraj (2006) เกี่ยวกับบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนคติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ที่นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้เองบนเครื่องคอมพิวเตอร์ ผ่านโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

## 2.2 ด้านบทบาทครู

ในการปฏิบัติการเรียนการสอน ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทในการสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียน และคอยช่วยเหลือ แนะนำในบางโอกาสที่นักเรียนไม่เข้าใจ และครูมีหน้าที่จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความแตกต่างของผู้เรียน การจัดกิจกรรมควรเน้นที่นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองพร้อมกับเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวความคิดและร่วมจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## 2.3 ด้านการปฏิบัติการสอน

ในการดำเนินการเรียนการสอน ครูมีบทบาทในการสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียน คอยแนะนำและช่วยเหลือ เช่น เมื่อนักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการใช้งานในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือนักเรียนอ่านคำสั่งในใบกิจกรรมไม่เข้าใจ ครูผู้สอนต้องคอยอธิบาย เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น นอกจากนี้เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ครูผู้สอนต้องทำการจดบันทึกแนวความคิด ประเด็นต่างๆเกี่ยวกับการแก้ปัญหา อุปสรรคหรือปัญหาในทุกด้านที่น่าสนใจ

## 2.4 ด้านคำสั่งในกิจกรรม

คำสั่งในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ต้องเป็นคำสั่งที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ตรงตามจุดประสงค์ของการปฏิบัติกิจกรรม และคำถามหรือคำสั่งควรเป็นไปตามลำดับของเนื้อหา สอดคล้องกับสถานการณ์ที่จัดเตรียมไว้ และควรเป็นคำสั่งที่นักเรียนสามารถจัดกระทำกับวัตถุเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจได้ด้วยตนเอง

## 2.5 ด้านเวลา

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ จะใช้เวลาในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ค่อนข้างนานเมื่อเทียบกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ดังนั้นในแต่ละกิจกรรมควรมีเวลาในการให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมอย่างน้อย 2 ชั่วโมงติดต่อกัน และอีก 1 ชั่วโมงเป็นการนำเสนองานที่เกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาในแต่ละกิจกรรม

## 3. ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกรณีศึกษาโดยใช้ระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพ ซึ่งเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอลและบรรยายเชิงวิเคราะห์การวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) โดยพิจารณาจากพฤติกรรม การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่บันทึกไว้ใน

แถบบันทึกวิดิทัศน์ และพิจารณางานเขียนของนักเรียนระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ในระหว่างการสัมมนาประกอบภาควิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

3.1 ในการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ผู้สอนต้องรู้ศักยภาพและการใช้งานเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผู้สอนต้องจัดเตรียมการสอนและกิจกรรมที่เหมาะสมไปใช้สอนกับเนื้อหา และผู้สอนควรมีการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำไปจัดแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะ มีความรู้ความเข้าใจ มีเจตคติที่ดี ตลอดจนสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ได้

3.2 ครูควรคำนึงว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเทคโนโลยีที่มีศักยภาพในการสำรวจ ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจโดยการปฏิบัติด้วยตนเอง แต่โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไม่สามารถเข้ามาแทนผู้สอนได้ และไม่สามารถนำมาใช้เพื่อแทนที่ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ แต่ครูจะเป็นผู้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมที่นำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะทำให้นักเรียนสามารถใช้ประโยชน์จากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้อย่างมีประสิทธิภาพจึงควรใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

3.3 การนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูต้องเลือกบูรณาการใช้กับเนื้อหาที่มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องคำนึงถึงระยะเวลาในการให้นักเรียนทำกิจกรรมที่เหมาะสม ไม่มากเกินไป หรือน้อยเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาด้วยตนเองในการทำกิจกรรม

3.4 บทบาทของครู คือ เชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจเดิมของผู้เรียนให้สอดคล้องกับความรู้ความเข้าใจใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจที่คงทน

3.5 ควรมีการสอนความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพื่อนักเรียนจะได้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

3.6 ในการศึกษาครั้งนี้ จะเห็นได้ว่าบทบาทของสมาชิกในกลุ่ม บทบาทของครูที่เป็นผู้ชี้แนะให้เวลานักเรียนเกิดอุปสรรคในการทำงาน มีอิทธิพลในการทำกิจกรรม ในการตัดสินใจการแก้ปัญหาที่นักเรียนกำลังเผชิญอยู่ ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรมุ่งเน้นการสร้างปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมเพื่อสร้างความรู้ความเข้าใจ