บทที่ 2
วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการวิจัย โดยผู้วิจัยศึกษาเกี่ยวกับงานต่างๆ ด้านการใช้เทคโนโลยีเป็นฐานในการสร้างความเข้าใจและขยายข้อความรู้ที่เกี่ยวกับงานวิจัยให้มีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำเสนอตามประเด็นต่อไปนี้

1. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.2 แนวคิดที่เกี่ยวกับทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist) เกี่ยวกับการเรียนรู้และการสอน

1.3 กรอบทฤษฎีในการวิจัยเพื่อพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ (Frame work research on learning activities development)

1.4 แนวคิดเกี่ยวกับเทคโนโลยีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.5 แนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.6 กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

2. กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ความเข้าใจของนักเรียน

2.1 กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS)

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

ความหมายและหลักการการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ หมายถึง การกำหนดจุดหมาย สาระ กิจกรรม แหล่งการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดประเมินผล ที่มุ่งพัฒนาคนและชีวิตให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้เต็มความสามารถ สอดคล้องกับความถนัด ความสนใจ และความต้องการของผู้เรียน กิจกรรมการเรียนคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกสัมผัสและสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่เป็น เพื่อนมนุษย์ ธรรมชาติ และเทคโนโลยี ผู้เรียนได้ค้นคว้า

ทดลอง ปฏิบัติแลกเปลี่ยนเรียนรู้จนค้นพบสาระสำคัญของบทเรียน ได้ฝึกคิดวิเคราะห์ สร้างสรรค์จินตนาการ และสามารถแสดงออกให้ได้เหตุผลโดยครูมีบทบาทปลุกเร้า และเสริมแรง ในทุกกิจกรรมให้ค้นพบคำตอบ และความมีวินัยรับผิดชอบในการทำงาน คณะอนุกรรมการปฏิรูปการเรียนรู้ (2543) ได้ให้ความหมายของกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่าเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้คิดเอง ทำเอง ปฏิบัติเองและสร้างความรู้ด้วยตนเองในเรื่องที่สอดคล้องกับการดำรงชีวิตจากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย และผู้เรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดจุดมุ่งหมาย กิจกรรมและวิธีการเรียนรู้ นอกจากนี้ผู้เรียนต้องมีส่วนร่วมในการประเมินผลการพัฒนาการเรียนรู้ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าว ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญหรือผู้เรียนเป็นศูนย์กลางนั้นได้มีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

กิ่งฟ้า สินธุวงษ์ (2545) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ให้โอกาสผู้เรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมมากที่สุดด้วยความมุ่งหวังที่จะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีปฏิสัมพันธ์แบบมีส่วนร่วมกับผู้อื่นและผู้เรียนด้วยกัน เพื่อพัฒนากาย อารมณ์ สังคมและสติปัญญา ในบริบทที่มีอยู่และเกิดขึ้นตามสภาพจริงและพัฒนาศักยภาพในการเรียนรู้ที่จะคิดวิเคราะห์/วิพากษ์วิจารณ์ วางแผนและตัดสินใจแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เพื่อการเรียนรู้ตลอดชีวิตที่จะช่วยทำให้คุณภาพของชีวิตดีขึ้น

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งจัดกิจกรรมที่สอดคล้องกับความสามารถและความสนใจของผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและลงมือปฏิบัติจริงทุกขั้นตอน จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากความหมายข้างต้นทำให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง คือ แนวทางในการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม มีโอกาสคิดเอง ทำเอง สร้างความรู้ด้วยตนเอง สามารถที่จะเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นและนำความรู้ไปใช้ได้

1.2 แนวคิดที่เกี่ยวกับทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist) เกี่ยวกับการเรียนรู้และการสอน

Anthony (1996 อ้างถึงใน Heingraj, 2003) อธิบายเกี่ยวกับความรู้และการเรียนรู้ในลักษณะของการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นไว้ 2 ลักษณะ คือ ลักษณะที่หนึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้โดยที่นักเรียนมีอิสระในการพิจารณาและควบคุมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ลักษณะที่สองอธิบายในส่วนคุณภาพของนักเรียนโดยที่ Anthony อธิบายว่าความรู้จะถูกสร้างอย่างกระตือรือร้นโดยตัวนักเรียนโดยนักเรียนจะใช้ความรู้ที่มีอยู่ของพวกเขา ไม่ได้เป็นการรับรู้จากครูเพียงเท่านั้น

Anthony ได้ให้ข้อสันนิษฐานเกี่ยวกับการเรียนรู้ของทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (constructivist)ไว้ 3 ข้อดังนี้ 1)การเรียนรู้เป็นกระบวนการของการสร้างความรู้ไม่ใช่เรื่องการบันทึกความรู้หรือการรับรู้ 2)การเรียนรู้เป็นการอาศัยความรู้สึกคือการใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่ในการสร้างความรู้ใหม่ 3)นักเรียนตระหนักถึงกระบวนการเกี่ยวกับการรู้ การควบคุมและกำหนดกระบวนการนั้นๆซึ่งการตระหนักหรือการรู้ถึงการรู้ของตัวเองเป็นสิ่งที่มีความหมายต่อการเรียนรู้

วรรณทิพา รอดแรงค้า (2540) กล่าวว่า ทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) เป็นความเชื่อ ปรัชญา หรือทฤษฎีที่มีความเกี่ยวกับการเรียนรู้

หลักการสำคัญของทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) เป็นแนวคิดที่มีพื้นฐานจากแนวคิดการพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget เชื่อว่าความรู้เป็นโครงสร้างที่บุคคลสร้างขึ้นเพื่อคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาและใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งผู้เรียนจะเป็นผู้สร้างความรู้ของตนเองด้วยวิธีการต่าง ๆโดยนำมาเชื่อมโยงกับความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ ดังนั้น การเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ความสามารถตามความเชื่อของตนด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่นเพื่อกระตุ้นกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างโครงสร้างความรู้ใหม่หรือขยายโครงสร้างทางปัญญาของตนให้กว้างขวางมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ สุรางค์ โคว้ตระกูล (2541) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) มีหลักที่สำคัญเกี่ยวกับการสอน การเรียนรู้ก็คือนักเรียนจะต้องสร้างความรู้ (Knowledge) ขึ้นในใจตนเอง ครูเป็นแค่เพียงผู้ช่วยเหลือหรือเข้าใจในกระบวนการนี้ โดยหาวิธีการจัดข้อมูลข่าวสารให้มีความหมายแก่นักเรียนหรือให้โอกาสนักเรียนได้มีโอกาสค้นพบด้วยตนเอง นอกจากนี้จะต้องสอนศิลปะการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน นักเรียนจะต้องเป็นผู้ลงมือกระทำเองไม่ว่าครูจะใช้วิธีสอนอย่างไร

การสอนแนวทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) มักจะเริ่มต้นด้วยการตั้งปัญหา ซึ่งครูอาจจะเป็นผู้ตั้งหรือมาจากนักเรียน โดยมีครูและนักเรียนช่วยกันคิดแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้แนะแนวหรือช่วยเหลือ ซึ่งเป็นวิธีที่รู้จักกันโดยทั่วไปว่าเป็นวิธี “Top - down” ดังนั้น การสอนแนวทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) จึงมักจะเป็นการสอนด้วยการค้นพบ การทดลอง ซึ่งใช้ได้ทุกวิชา ตั้งแต่วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และสังคมศาสตร์ เป็นต้น พื้นฐานความคิดของทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) ก็คือ “การเรียนรู้ เน้นการค้นพบ” แม้ว่าการสอนจะเป็นแบบ“การรับ” ก็จะเน้นการรับอย่างมีความหมาย โดยใช้การรู้ คิด รวบรวม หรือจัดข้อมูลด้วยความเข้าใจของตนเองและเก็บไว้ในความทรงจำ และสามารถค้นคิดขึ้นมาใช้ใหม่

วณานิภา บุญสวัสดิ์กุลชัย (2545) ได้สร้างรูปแบบการสอนโดยอาศัยแนวจากการศึกษาแนวคิด ทฤษฎี รูปแบบการสอนตามแนวทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) และได้กำหนดขั้นของการสอนเป็น 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวน เป็นการเตรียมความพร้อมของผู้เรียน ให้ผู้เรียนแต่ละคนอธิบายหรือบอกความรู้ ความเชื่อ หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ ซึ่งเป็นการทำให้ทราบว่านักเรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่ มากน้อยเพียงใด

ขั้นที่ 2 ขั้นเชิญชวน เป็นการนำเสนอสถานการณ์ที่เป็นปัญหา โดยที่ความรู้เดิมนั้นไม่สามารถที่จะอธิบายสถานการณ์ใหม่ได้ ซึ่งจะเป็นการท้าทายให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีในการแก้ปัญหาหรือค้นหาคำตอบ โดยการใช้คำถามเพื่อยั่วยุให้คิดหาวิธีการในการค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นสำรวจ เป็นการให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม โดยระดมพลังสมองเกี่ยวกับทางเลือกที่เป็นไปได้ เพื่อที่จะมองหาสารสนเทศจากการทดลอง แล้วออกแบบหรือสร้างโมเดลเพื่อรวบรวมจัดกระทำข้อมูล อภิปรายการแก้ปัญหาร่วมกับนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อนำมาประเมินทางเลือกที่หลากหลายโดยการให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นที่ไม่ตรงกัน เพื่อวิเคราะห์วิจารณ์ความคิดเห็นของกันและกัน บ่งชี้การเสี่ยงและผลที่จะตามมา บอกขอบเขตของการสืบเสาะหาความรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นเสนอคำอธิบายและคำตอบของปัญหา เป็นการให้นักเรียนสื่อความหมายข้อมูลและความคิดเห็นของตนเอง จากคำอธิบายเป็นโมเดลหรือสร้างคำอธิบายใหม่ เพื่อที่จะได้ทบทวนและวิเคราะห์คำตอบของปัญหา โดยการให้เพื่อนประเมินผลการนำเสนอคำตอบแล้วรวบรวมคำตอบที่หลากหลายมาเพื่อที่จะได้ชี้ให้เห็นถึงคำตอบที่เหมาะสม บูรณาการคำตอบที่ได้กับความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่

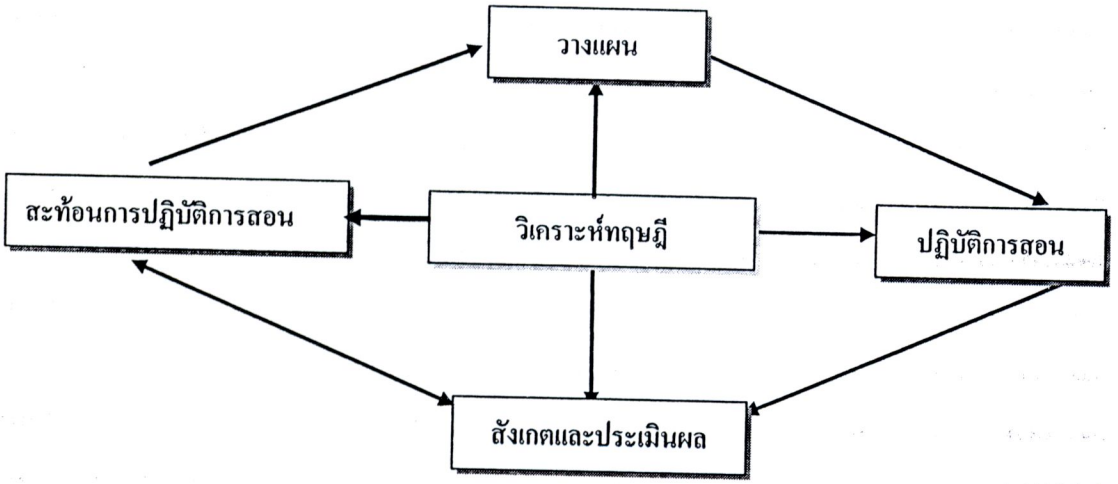
ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปปฏิบัติ เป็นการใช้สถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้ตัดสินใจโดยการนำความรู้และทักษะไปใช้เพื่อทำให้เกิดการถ่ายโยงการเรียนรู้แลกเปลี่ยนสารสนเทศ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นโดยการถามคำถามใหม่ เพื่อให้เกิดการพัฒนาผลที่ได้จากการเรียนรู้ปรับเปลี่ยนโมเดลของความคิดเห็นจากการอภิปรายและการยอมรับจากเพื่อนๆจากนั้นจึงจะเกิดการผสมกลมกลืนเข้าเป็นโครงสร้างของความรู้ขึ้น

1.3 กรอบทฤษฎีในการวิจัยเพื่อพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ (Frame work research on learning activities development)

กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัยเพื่อพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยมุ่งเน้นความรู้ความเข้าใจ โดยปรับจากกรอบทฤษฎีเกี่ยวกับการวิจัยเพื่อพัฒนาหลักสูตรของ Asiala และคณะ (Asiala et al., 1996) มีองค์ประกอบอยู่ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นการวิเคราะห์ทฤษฎี (Theory analysis)

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 12 มิ.ย. 2556
เลขทะเบียน 208861
เลขเรียกหนังสือ

ขั้นการวางแผน (Planning) ขั้นปฏิบัติการสอน(Implementation of instruction) ขั้นการสังเกตและประเมินผล (Observation and assessment) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติการสอน (Reflection) ซึ่งแสดงได้ดังนี้



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (ชาญณรงค์ เฮียงราช, 2550)

การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้จะเริ่มจากการวิเคราะห์ทฤษฎีเพื่อตอบคำถาม "ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์คืออะไร และความเข้าใจนั้นถูกสร้างได้อย่างไร" ผลการวิเคราะห์ในครั้งแรกนั้นจะเกิดจากความรู้ความเข้าใจของครูและนักวิจัยที่เกี่ยวกับมโนมติที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้บนพื้นฐานของประสบการณ์ของการที่เคยเป็นนักเรียนและเป็นครูที่สอนมโนมตินั้นมาก่อน การวิเคราะห์ทฤษฎีจะมีผลต่อการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู ซึ่งแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ถูกสร้างขึ้นจากผลของการวิเคราะห์ทฤษฎีซึ่งอธิบายเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยครูจะนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ถูกสร้างขึ้นนำไปปฏิบัติการสอน ในระหว่างการปฏิบัติการสอน ครูและผู้วิจัยจะเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการทำกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนของนักเรียน ตลอดจนกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ที่คาดหวังนั้น ผลของการวิเคราะห์จะถูกนำมาพิจารณาประกอบการวางแผนและปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนใหม่ ซึ่งเป็นการเข้าไปในวงจรการพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนอีกครั้งหนึ่ง และจะทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าครูและผู้วิจัยจะเห็นว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ใหม่นั้นมีความเหมาะสมเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความเข้าใจในมโนมติตามที่ครูและผู้วิจัยคาดหวัง ข้อสังเกต

จากแผนภาพที่ 1 จะเห็นว่าขั้นตอนการวางแผน ขั้นการปฏิบัติการสอน ขั้นสังเกตและประเมินผล และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติการสอน จะต้องคำนึงถึงทฤษฎีเกี่ยวกับความเข้าใจในมโนมติที่ได้รับการวิเคราะห์แล้วเสมอ

1.4 แนวคิดเกี่ยวกับเทคโนโลยีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา (The Nation Council of teacher of Mathematics [NCTM], 2000 อ้างถึงใน Heinaraj, 2003) กล่าวว่าการใช้เทคโนโลยีในกระบวนการเรียนการสอนมีส่วนทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในบริบทของชั้นเรียนโดยเปลี่ยนจากการที่ครูเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน (Teacher-centered approach) มาเป็นการเน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Student-centered approach) โดยครูจะเปลี่ยนบทบาทจากการเป็นผู้สอน ผู้ถ่ายทอด ผู้ชี้นำ มาเป็นผู้ให้คำแนะนำ ผู้อำนวยความสะดวก ผู้ให้ความช่วยเหลือและผู้ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวผู้เรียนเองและเต็มตามศักยภาพ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548) กล่าวถึงการใช้เทคโนโลยีในปัจจุบันว่าสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตระหนักในความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ เรียนรู้อย่างมีความหมายและเกิดการพัฒนาทักษะด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ และสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่งเป็นไปตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542

Lautra Jean Moss (2000 อ้างถึงใน สุนทรีย์ สาวงศ์นาม, 2550) กล่าวถึงการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มีสื่อการใช้หลายสื่อสำหรับการเรียนการสอนที่ใช้ในห้องเรียน การเรียนรู้สภาพแวดล้อมทางคอมพิวเตอร์ให้ตัวแทนสื่อกลางที่แตกต่างจากวัตถุดิบที่แน่นหนา แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่ใช้ในการเขียนลงบนกระดาษหรือตัวแทนทางด้านจิตใจก็สามารถพบเห็นได้โดยทั่วไปในห้องเรียน ถ้าใช้ร่วมกันกับการใช้แบบฝึกหัด ประสบการณ์ทางด้านกายภาพ (ยกตัวอย่างเช่น การใช้ไม้บรรทัด และโครงสร้างของเข็มทิศในกระดาษ) อุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคาดเดาสามารถที่จะเชื่อมโยงระหว่างประสบการณ์ทางด้านกายภาพและตัวแทนสื่อทางด้านจิตใจ

1.5 แนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548) ได้ศึกษาและพิจารณาการใช้โปรแกรม TheGeometer's Sketchpad ว่าเป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนักและเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โปรแกรมนี้สามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร และสามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเองตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อการสอน ซึ่งครูสร้างโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรมอีกด้วย

Heingraj (2006) ได้เสนอเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ว่าเป็นเครื่องมือทางการศึกษาที่มีคุณค่าสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ความสามารถของโปรแกรมจะสามารถเปลี่ยนสถานะของรูปทรงเรขาคณิตหรือกราฟมาเป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ และยังมีฟังก์ชันที่สร้างภาพเคลื่อนไหว (Animation) ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของกราฟและรูปทรงเรขาคณิต ทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อสรุปและมโนมติทางคณิตศาสตร์ในสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตและพีชคณิต เป็นสาระที่โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีส่วนช่วยครูเป็นอย่างมากเกี่ยวกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนจัดกระทำกับรูปทรงเรขาคณิตและกราฟทางพีชคณิต เพื่อจะได้สรุปคุณสมบัติและมโนมติทางคณิตศาสตร์

สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ (2547 อ้างถึงใน สุนทรีย์ สาวงศ์นาม, 2550) ได้กล่าวสนับสนุนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ว่าการสอนเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมนี้นักเรียนจะเกิดความสนุกสนานและมีความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น นักเรียนสนใจและสามารถทำแบบฝึกหัดด้วยตัวเองได้มากขึ้น ตอบคำถามได้ดีตลอดจนจดจำทฤษฎีบทได้แม่นยำและจำได้นานกว่าที่เรียนโดยไม่ใช้สื่อการสอน

Chazn & Yeryshalmy (1998 อ้างถึงใน สุนทรีย์ สาวงศ์นาม, 2550) เสนอว่าประสบการณ์ที่น่าตื่นเต้นที่สุดของการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad คือ การสร้างความเป็นไปได้ในการเปลี่ยนแปลงบทบาทหน้าที่ของอาจารย์ผู้สอนและนักเรียนในห้องเรียน การเปลี่ยนแปลงมุมมองทัศนคติของนักเรียนในแง่ที่ว่าความหมายในการที่จะทำวิชาคณิตศาสตร์คืออะไรและความสามารถในการที่จะทำในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างไรเป็นการคาดหวังโปรแกรมนี้จะทำให้นักเรียนมีผลตอบรับกลับมาเกี่ยวกับอะไรคือสิ่งที่ถูกต้อง และอะไรคือสิ่งที่ไม่ถูกต้องในแต่ละกรณีซึ่งจะช่วยให้เกิดความสามารถในการที่จะทำให้หลักการประโยคทั่วๆไปหรือเกิดหลักการทางด้านโครงสร้าง

1.6 กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

กำหนดการเชิงเส้นเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ โดยผู้บุกเบิกด้านนี้ คือ George Dantzig เมื่อปลายปี ค.ศ. 1940 จากนั้นการศึกษาเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้นได้แพร่หลายอย่าง

รวดเร็ว กำหนดการเชิงเส้นได้มีการประยุกต์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาการจัดการในโรงงานอุตสาหกรรม และงานทางด้านวิทยาศาสตร์ ในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะใช้วิธีเชิงกราฟ (Graphical method) มาแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นอย่างง่าย ซึ่งมีตัวแปรเพียง 2 ตัวโดยการเขียนกราฟ ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เช่น เจ้าของโรงงานต้องการวิธีใช้วัตถุดิบที่มีอย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์สูงสุด ผู้จัดการฝ่ายบุคคลต้องการวิธีจัดสรรงานให้ลูกจ้างแต่ละคนทำให้เสร็จในระยะเวลาสั้นที่สุด

ในแต่ละสภาพการณ์เป้าหมายต่างต้องการ ปริมาณสูงสุด (หรือปริมาณต่ำสุด) โดยไม่ละเมิดข้อจำกัดที่มีอยู่ ทำได้โดยการสร้างฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective function) จากปริมาณที่ต้องการหาค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) แล้วสร้างกลุ่มอสมการข้อจำกัด (Constraints) ขึ้นในรูปฟังก์ชันของตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้น คำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible solution) ของตัวแปรอาจมีได้หลายค่า แต่คำตอบที่ต้องการต้องให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (Optimal solution) ซึ่งทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุด (หรือค่าต่ำสุด) ตามต้องการ

วิธีการทำได้โดยการนำปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming Problem) มาเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อันประกอบด้วยกลุ่มอสมการข้อจำกัด และสมการจุดประสงค์ ซึ่งตัวแปรต้องมีความสัมพันธ์เชิงเส้น แล้วหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดด้วยวิธีเรขาคณิตโดยการเขียนกราฟ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นอย่างง่ายที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัว วิธีกราฟเป็นวิธีที่สะดวกและง่ายที่สุด แต่ถ้ามีตัวแปรมากกว่านี้ต้องใช้วิธีซิมเพลกซ์ (Simplex method)

เมื่อเขียนกราฟตามกลุ่มอสมการข้อจำกัดแล้ว ให้แรเงาอาณาบริเวณที่เป็นไปได้ (Feasible region) คือ อาณาบริเวณที่ผลลัพธ์ของตัวแปรทั้ง 2 ตัวเป็นคำตอบได้ การหาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ดีที่สุดจากคำตอบที่อยู่ในอาณาบริเวณที่แรเงา โดยการแทนค่าจุดยอดมุม (Extreme point) ของรูปเหลี่ยมที่ปิดล้อมบริเวณที่แรเงาไว้ คำตอบคือค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการจุดประสงค์มีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) ตามต้องการ ดังทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีของปัญหากำหนดการเชิงเส้น

ในอาณาบริเวณที่เป็นไปได้ (Feasible region) ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming Problem) ซึ่งเป็นรูปเหลี่ยมที่ไม่ว่าง (nonempty) และมีขอบเขตปิดล้อม (Bounded) สมการจุดประสงค์จะหาได้ทั้งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจากจุดยอดมุม (Extreme point) ถ้าอาณาบริเวณไม่มีขอบเขตมาปิดล้อม (Unbounded) เป็นรูปปลายเปิด แล้วสมการจุดประสงค์อาจมีหรือไม่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด แต่ถ้ามีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดจะหาได้จากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยม

2. กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ความเข้าใจของนักเรียน

2.1 กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS)

ชาญณรงค์ เฮียงราช (2551) ได้จำแนกความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ ซึ่งประกอบไปด้วย

2.1.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอกได้จากการสังเกต นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการวัด สร้างรูปเรขาคณิต หรือคลิกปุ่มที่ผู้สร้างกิจกรรมสร้างขึ้นแล้วสังเกตผลที่เกิดขึ้นที่หน้าจอคอมพิวเตอร์

2.1.2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปโดยการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือเปรียบเทียบผลที่ได้จากการสังเกต การวัดหรือการคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Concept images) โดยไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำหรือคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถอธิบายสะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่น นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปจากผลการสังเกตการจัดกระทำกับรูปหรือสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์

2.1.3 ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่หรือความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น หรือนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการมาใช้ในการแก้ปัญหา ผลจากการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ขึ้น อาจกล่าวได้ว่าความเข้าใจในระดับนี้เป็นการเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา

กระบวนการสร้างความเข้าใจ (Understanding Construction)

เป็นกระบวนการที่เกิดจากที่เกิดจากการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาซึ่งเป็นผลจากกระบวนการ Reflective abstraction ซึ่งเป็นแนวคิดของ Piaget เริ่มต้นจากการจัดกระทำกับวัตถุเชิงกายภาพหรือเชิงมโนภาพที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างทางปัญญาเพื่อที่จะสร้างความเข้าใจหรือความหมายกับประสบการณ์ใหม่เพื่อสร้างความเข้าใจในระดับต่างๆ Dubinsky และคณะ (Dubinsky et al., 1996 อ้างถึงใน ชาญณรงค์ เฮียงราช, 2548) ได้จำแนกกระบวนการสร้างความเข้าใจได้ดังนี้

1. กระบวนการหาข้อสรุปกรณีทั่วไป (Interiorezation) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) ถูกกระบวนการหาข้อสรุป (Interiorezation) เพื่อพัฒนาเป็นกระบวนการเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) โดยการพิจารณาหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป

2. กระบวนการสร้างความสัมพันธ์ (Coordination) เป็นกระบวนการที่นักเรียนสามารสร้างความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) ใหม่จากความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) เดิมหลายๆกระบวนการ โดยการสร้างการเชื่อมโยงกระบวนการเหล่านั้นเพื่อสร้างข้อสรุปของกระบวนการใหม่

3. การปฏิบัติการย้อนกลับ (Reversal) เป็นกระบวนการที่นักเรียนได้ปฏิบัติการย้อนกลับกระบวนการที่กำหนดให้

4. การทำเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นกระบวนการที่นักเรียนสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการเพื่อสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่

5. กระบวนการสร้างความเข้าใจในระดับวัตถุของความคิดรวบยอบใหม่ในระดับสูงขึ้น (Encapsulation) เป็นกระบวนการที่ใช้ความเข้าใจในระดับกระบวนการเพื่อสร้างความเข้าใจ ความคิดรวบยอดในระดับที่สูงขึ้น

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถเปลี่ยนสถานะของรูปเรขาคณิตหรือกราฟมาเป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ และยังมีฟังก์ชันที่สร้างภาพเคลื่อนไหว (Animation) ทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของกราฟหรือรูปทรงเรขาคณิต ทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือมโนมติทางคณิตศาสตร์ Heingraj (2006), กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550) และทองขาว แสงสุริจันทร์ (2550) จึงศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนมติทางเรขาคณิต และกระบวนการคิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

Heingraj (2006) ได้ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนมติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนานของนักเรียนระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น ชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 คน เป็นกรณีศึกษา โดยใช้กรอบทฤษฎีความรู้ความเข้าใจในระดับกระทำ (Action Understanding) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Understanding) และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural Understanding) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในระดับโครงสร้าง

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550) ศึกษากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านเรขาคณิต โดยใช้แผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 และ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ จังหวัดขอนแก่น จำนวน 1 กลุ่ม 2 คน จาก 1 ห้องเรียน โดยให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ครูจัดขึ้นเป็นจำนวน 6 หน่วยการเรียนรู้ ในบริบทห้องเรียน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการสำรวจซึ่งได้สะท้อนให้เห็นถึงลักษณะของกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ในด้านการสำรวจ การให้เหตุผล การตรวจสอบ การแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

ทองขาว แสงสุริจันทร์ (2550) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของประเทศลาวโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือซึ่งได้ศึกษากับนักเรียนมัธยมสมบูรณ์ปากแจ้ง บ้านปากแจ้ง อำเภอเวียงคำ จังหวัดเวียงจันทน์ ประเทศลาว จำนวน 6 คน จาก 20 คนที่เข้าทำการทดสอบวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบของ Van Hiele นักเรียนทั้ง 6 คน มีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 การวิเคราะห์แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมนักเรียนได้แสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบระดับการคิดของ Van Hiele ในระดับที่ 3 โดยที่ระดับ 1 คือ นักเรียนให้ข้อสังเกตผลที่เกิดจากการจัดกระทำกับรูปเรขาคณิตบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะอยู่ในลักษณะของรูปร่าง ระยะทาง และทิศทางการเคลื่อนที่ ระดับที่ 2 คือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์เวกเตอร์ กำหนดการเลื่อนเส้นขนาน เส้นสะท้อน หรือมุมหมุน ในฐานะที่เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต และระดับ 3 คือ นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสมบัติของภาพที่ได้จากการแปลงและพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถนำใช้ผลลัพธ์จากการเชื่อมโยงนั้นในการหาตำแหน่งของรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตและตำแหน่งของพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต ตามเงื่อนไขที่กำหนดเบื้องต้น

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมทางการเรียนรู้แบบหนึ่งที่ทั่วโลกนิยมนำมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จึงมีนักวิจัย กฎุมพี กาสีชา (2550), บุญทัน สุตพงศ์ (2550), สุนทรีย์ สาวงศ์นาม (2550) ได้วิจัยเพื่อพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยมีรายละเอียด ดังนี้

กฎุมพี กาสีชา (2550) ได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 จำนวน 12 คน คัดเลือกมาโดยวิธีการสุ่มแบบเฉพาะเจาะจงและความสมัครใจเข้าร่วม โดยแบ่งนักเรียนเป็นห้องละ 4 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนห้องที่ 1 โดยใช้แบบบันทึกภาคสนาม พร้อมทั้งใช้การบันทึกวีดิทัศน์และบันทึกของนักเรียน แล้วปรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนห้องที่ 2 แล้วใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ คือ นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่ง 2) ความเข้าใจระดับกระบวนการ คือ สังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ครูเตรียมในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ใช้ประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลม 3) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง เช่น นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างค่า h,k,r ในรูปสมการมาตรฐานของวงกลม

บุญทัน สุตพงศ์ (2550) ได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องแบร์เซ็นเตอร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ ประเทศลาว โดยใช้กลุ่มเป้าหมายคือนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ชั้นปีที่ 4 ที่ลงทะเบียนเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง 4M1 จำนวน 42 คน และห้อง 4m2 จำนวน 43 คน โดยแบ่งนักศึกษาเป็นห้องละ 14 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องแบร์เซ็นเตอร์มีระดับความเข้าใจ 3 ระดับ ได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับแบร์เซ็นเตอร์ระหว่างจุดสองจุดในระดับการจัดกระทำโดยที่นักศึกษาสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามคำสั่งได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับแบร์เซ็นเตอร์ระหว่างจุดสองจุดในระดับกระบวนการโดยสามารถเปลี่ยนจากสถานการณ์ที่ผู้สอนเตรียมให้ นอกจากนี้นักศึกษายังค้นพบความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เป็นองค์ประกอบของแบร์เซ็นเตอร์ และความเข้าใจในระดับโครงสร้างโดยที่นักศึกษาสามารถสรุปข้อความรู้ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการเกี่ยวกับแบร์เซ็นเตอร์ได้

สุนทรีย์ สาวงศ์นาม (2550) ได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นตรง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือ

ประกอบการเรียนรู้ กลุ่มเป้าหมายของการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนหนองหานวิทยา จังหวัดอุดรธานี จำนวน 2 ห้องเรียน คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 จำนวน 42 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 จำนวน 43 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบบันทึกต่างๆ และแบบทดสอบ ดำเนินการสอนตามรูปแบบการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนที่เน้นความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) กับกลุ่มเป้าหมายที่ 1 นำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติที่ได้มาใช้ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้แล้วนำไปปฏิบัติการสอนกับกลุ่มเป้าหมายที่ 2 นำผลสะท้อนผลการปฏิบัติมาปรับปรุงและดำเนินการเช่นนี้ต่อไปจนครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเป็นกิจกรรมที่สามารถทำให้ผู้เรียนสามารถจัดกระทำและค้นพบองค์ความรู้จากกิจกรรมได้อย่างหลากหลายด้วยตัวของผู้เรียนเอง

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อที่มีบทบาทสำหรับการเรียนการสอน ในแวดวงทางการศึกษาไม่ว่าจะเป็น นักวิชาการศึกษา ครู อาจารย์ ต่างก็ให้ความสนใจในการพัฒนาการสอนโดยใช้วิธีบูรณาการเทคโนโลยีต่างๆ มาช่วยพัฒนาทางด้านการศึกษากันมากขึ้น ดังนั้นนักวิจัย พเยียกร แก้วดวงตา (2549), วัชราภรณ์ ปราณีธรรม (2549) จึงได้ทำการศึกษากระบวนการการสร้างความเข้าใจของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกเป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

พเยียกร แก้วดวงตา (2549) ศึกษากระบวนการการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกเป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจ และวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนหนองบัวแดงวิทยา อำเภอหนองบัวแดง จังหวัดชัยภูมิ จำนวน 3 คน เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ วีดีทัศน์ เทปบันทึกเสียง แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น แบบบันทึกการทำกิจกรรมการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนสร้างความเข้าใจระดับการจัดกระทำโดยสามารถแปลความหมายข้อมูลจากตาราง แล้วพัฒนาความเข้าใจจากการปรับเปลี่ยน (Interiorization) เป็นความเข้าใจระดับกระบวนการ โดยเกิดจากการสร้างความสัมพันธ์และการทำเป็นกรณีทั่วไป 2) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแสดงให้เห็นความเข้าใจระดับการจัดกระทำและระดับกระบวนการเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น 3) นักเรียนมีความคิดเห็นว่าการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกในการเรียนการสอนช่วยให้เรียนคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น คำนวณได้แม่นยำ สามารถเห็นรูปแบบนำเสนอ (Representation)

วัชราภรณ์ ปราณีธรรม (2549) ศึกษาระดับความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาบทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกที่เป็นเครื่องมือในการนำเสนอความเข้าใจในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) ชั้นปีที่ 1แผนกวิชาช่างยนต์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 วิทยาลัยเทคนิคขอนแก่น อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 3 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบประเมินผล แบบบันทึกกิจกรรม ผลการวิจัยพบว่า 1) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการกระทำ และระดับกระบวนการเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง มีกรณีที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการ และสมบัติที่เกี่ยวข้องในการแก้สถานการณ์ปัญหา แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า แม้ว่านักเรียนจะมีการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่การเชื่อมโยงนั้นไม่เหมาะสม ซึ่งเป็นสาเหตุให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้ 2) การใช้เครื่องคิดเลขในการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน พบว่า เครื่องคิดเลขกราฟิกใช้เป็นเครื่องมือช่วยส่งเสริมการใช้ความเข้าใจในทั้ง 2 ระดับ คือ บทบาทการเป็นเครื่องมือแสดงความเข้าใจมโนมติในระดับการกระทำ และระดับกระบวนการ ในการใช้เครื่องคิดเลขในกระบวนการแก้ปัญหาจะใช้ความสามารถและบทบาทของเครื่องคิดเลขในการเขียนกราฟและการหาค่าต่างๆ เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

เนื่องจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมทางการเรียนรู้แบบหนึ่งที่ทั่วโลกนิยมนำมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจึงมีนักวิจัยต่างประเทศที่ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

Lester (1996) ศึกษาความเข้าใจของนักเรียนจากพฤติกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อในการเรียนการสอนเกี่ยวกับเลขคณิต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมที่สอนตามปกติ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จึงเป็นโปรแกรมที่เพิ่มศักยภาพให้ผู้เรียนด้านความคิด และสร้างแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนได้อย่างหลากหลาย ดังนั้นโปรแกรม The Geometer's Sketchpad จึงเป็นเทคโนโลยีใหม่ที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการเรียนการสอน

Melczarek (1996) ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และการเรียนรู้ด้วยตนเอง ในการศึกษาดูจากผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาโดยใช้ The Geometer's

Sketchpad โดยจากผลการศึกษาบ่งชี้ว่ามีความสัมพันธ์ด้านบวกเกิดขึ้นระหว่างการใช้ The Geometer's Sketchpad และการเรียนรู้ด้วยตนเอง

White & Norwich (1997) ศึกษาความคิดรวบยอดของนักเรียนเกี่ยวกับรายวิชาแคลคูลัส จำนวน 9 แบบฝึกหัด การวิจัยใช้เครื่องมือที่เกี่ยวกับเทคโนโลยีที่แตกต่างกัน และโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการวิจัย ผลการวิจัย พบว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องช่วยในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับแคลคูลัส 4 แบบ คือ มุมยอดของรูปสามเหลี่ยม จุดกึ่งกลางระหว่างเส้นตรง สมการเส้นตรง และเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

Yousef (1997) ศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบจากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่องเรขาคณิต ของนักเรียนในโรงเรียนมัธยม ผลการวิจัย พบว่า คะแนนสอบหลังเรียนเรื่องเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนสอบก่อนเรียน นอกจากนี้พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่มีการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้มีคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

Knuth & Hartmann (2005) กล่าวว่า เทคโนโลยีช่วยนักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยในการสร้างความรู้ ความเข้าใจและสร้างรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังสามารถให้ความคิดเกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์ (concept) กล่าวคือ การสร้างความสัมพันธ์ภาพและการอธิบายเพื่อที่จะแสดงให้เห็นในวิธีการต่างๆ ซึ่งเทคโนโลยีอาจจะถูกนำไปใช้เป็นสื่อกลางประกอบการอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมทางเรขาคณิตที่ทำให้รูปทางเรขาคณิตเคลื่อนไหวได้ ดังนั้นนักเรียนสามารถค้นพบรูปแบบ สร้างโมเดล รูปร่างเรขาคณิต 2 มิติ ได้อย่างหลากหลายและมีปฏิสัมพันธ์เชิงประสบการณ์เกี่ยวกับความหลากหลายของรูป 2 มิติ ดังนั้นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะพัฒนาบทบาทของความสัมพันธ์ของภาพ และการอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดความเข้าใจความคิดในมโนมติทางคณิตศาสตร์ลึกซึ้งมากขึ้น