

บทที่ 2

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าวรรณกรรม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องต่อไปนี

1. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
2. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงจำนวน
3. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงจำนวน
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน
6. กรอบแนวคิดในการดำเนินการวิจัย

1. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

1.1 ความสำคัญของคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2544) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

1.2 แนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544) ได้กำหนดแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอ ตามลำดับดังนี้

1) ธรรมชาติ / ลักษณะเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม บทนิยาม สัญพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผล ที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่างๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวามีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุป และนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆ

2) วัตถุประสงค์ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษเพื่อปวงชน ที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิต ตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ตลอดจนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ

3) คุณลักษณะที่พึงประสงค์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มุ่งให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ดังนี้

- 3.1) มีความรู้และทักษะพื้นฐานตามหลักสูตร
- 3.2) สามารถคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น และอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข
- 3.3) มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน
- 3.4) สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ
- 3.5) สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม
- 3.6) ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
- 3.7) มีทักษะในการคิดคำนวณ และนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา
- 3.8) มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบชัดเจนและรัดกุม

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและ การดำเนินการ การวัดเรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบมีวิจรรณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนช่วงชั้นที่ 3 ผู้เรียนควรจะสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรสามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนานทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาได้
4. มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน(translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้
6. มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูลรวมทั้งอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่างๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ
7. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้
8. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ในการจัดสาระการเรียนรู้สำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ ดังนี้

สาระที่ 1	จำนวนและการดำเนินการ
สาระที่ 2	การวัด
สาระที่ 3	เรขาคณิต
สาระที่ 4	พีชคณิต
สาระที่ 5	การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
สาระที่ 6	ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับผู้เรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถสูงทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาอาจจัดให้ผู้เรียนเรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น เข้มข้นขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น โดยพิจารณาจากสาระหลักที่กำหนดไว้นี้ หรือสถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่นๆ เพิ่มเติมก็ได้ เช่น แคลคูลัสเบื้องต้น หรือทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน มีดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล



มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ	
ห้องสมุดงานวิจัย	
วันที่.....	26 ส.ค. 2555.....
เลขทะเบียน.....	203385.....
เลขเรียกหนังสือ.....	

1.3 แนวคิดเกี่ยวกับมาตรฐานจำนวนและการดำเนินการ

NCTM (1989) ได้กำหนดมาตรฐานด้านจำนวนและการดำเนินการของนักเรียนเกรด 6-8 ไว้ดังนี้

1. เข้าใจเกี่ยวกับจำนวน วิธีการในการแสดงแทนจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและระบบจำนวน สำหรับนักเรียนเกรด 6-8 จะต้องสามารถ

- แก้ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละได้อย่างคล่องแคล่ว
- เปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละได้อย่างมีประสิทธิภาพ และหาตำแหน่งที่ใกล้เคียงของจำนวนต่างๆ บนเส้นจำนวนได้
- พัฒนาความหมายในเรื่องร้อยละที่มีค่ามากกว่า 100 และน้อยกว่า 1
- เข้าใจและใช้อัตราส่วนและสัดส่วนเพื่อแสดงแทนปริมาณสัมพันธ์
- พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนที่มีค่ามากๆ และจำแนกและใช้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง หลักความจริง และการบันทึกด้วยเครื่องหมายได้อย่างเหมาะสม
- ใช้ตัวประกอบ ตัวพหุคูณ ผลคูณของตัวประกอบเฉพาะ และใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนเฉพาะเพื่อแก้ปัญหา
- พัฒนาความเข้าใจในเรื่องจำนวนเต็มและการแสดงแทน และเปรียบเทียบปริมาณเกี่ยวกับจำนวนเหล่านั้น

2. เข้าใจความหมายของการดำเนินการและเข้าใจว่าจำนวนหนึ่งสัมพันธ์กับอีกจำนวนหนึ่งอย่างไร สำหรับนักเรียนเกรด 6-8 จะต้องสามารถ



- เข้าใจความหมายและผลของการดำเนินการเกี่ยวกับเลขคณิตด้วยเศษส่วน ทศนิยมและจำนวนเต็ม

- ใช้สมบัติการจัดหมู่และสมบัติการสลับที่สำหรับการบวกและการคูณ และสมบัติการแจกแจงในการหาผลบวกของการคูณเพื่อทำให้การคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยมง่ายขึ้น

- เข้าใจและใช้ความสัมพันธ์เชิงอินเวอร์สการบวกและการลบ การคูณ และการหาร และยกกำลังสอง และหารค่ารากที่สองเพื่อทำให้การคำนวณและการแก้ปัญหาง่ายขึ้น

3. คำนวณได้อย่างคล่องแคล่วและนำมาซึ่งการคาดคะเนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล สำหรับนักเรียนเกรด 6-8 จะต้องสามารถ

- เลือกวิธีการและเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับการคำนวณเกี่ยวกับเศษส่วน และทศนิยม จากในระหว่างการคิดเลขในใจ การประมาณค่า เครื่องคิดเลขหรือเครื่องคอมพิวเตอร์และกระดาษกึ่งคินสอ โดยอาศัยสถานการณ์ และการเลือกใช้วิธีการให้เป็นประโยชน์

- พัฒนาและวิเคราะห์ขั้นตอนวิธีสำหรับการคำนวณเกี่ยวกับเศษส่วน ทศนิยม และจำนวนเต็มและพัฒนาการใช้ขั้นตอนวิธีการคำนวณได้อย่างคล่องแคล่ว

- พัฒนาและใช้ยุทธวิธีเพื่อการคาดคะเนคำตอบและตัดสินใจผลการคำนวณได้อย่างสมเหตุสมผล

- พัฒนา วิเคราะห์ และอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหา รวมทั้งบัญญัติไตรยางค์ เช่น วัตต์ด้วยไม้บรรทัด และการหาอัตราส่วนซึ่งมีค่าเท่ากัน

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2544) ได้กำหนดมาตรฐานด้านจำนวนและการดำเนินการของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ไว้ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ และจำนวนตรรกยะ
2. รู้จักจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง
3. เข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
4. เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ($A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม) ได้
5. เข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

1. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง และนำไปใช้แก้ปัญหาได้
2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม โดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้แก้ปัญหาได้
3. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการหารากที่สองของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะพร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของการดำเนินการของจำนวนต่างๆได้
4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

1. เข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง โดยการประมาณ การเปิดตาราง หรือการใช้เครื่องคำนวณ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

1. เข้าใจสมบัติต่างๆ เกี่ยวกับระบบจำนวนเต็มและนำไปใช้แก้ปัญหาได้
2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนในระบบจำนวนจริง

2. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรูสึกเชิงจำนวน

2.1 ความหมายของความรูสึกเชิงจำนวน

ความรูสึกเชิงจำนวน (Number sense) มีผู้ให้ความหมายและคำจำกัดความไว้หลายทัศนะ และอาจใช้คำต่างๆ กัน เช่น สำนึกเกี่ยวกับจำนวน ความรูสึกเกี่ยวกับจำนวนซึ่งก็จะมี ความหมายในทำนองเดียวกัน ดังนี้

Howden (1989) กล่าวว่า ความรูสึกเชิงจำนวนสามารถอธิบายในแง่ของการมี สหัชชญาณ (insights) ที่ดีเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ซึ่งการพัฒนาเกี่ยวกับจำนวนจะเป็นไปอย่างช้าๆ อันเป็นผลมาจากการสำรวจจำนวนต่างๆ การได้เห็นจำนวนในบริบทต่างๆ และความสัมพันธ์ของจำนวนในวิธีทางที่มีได้จำกัด โดยขั้นตอนวิธีการคิดคำนวณแบบที่ ใช้ สืบต่อกันมา

Hope (1989) กล่าวว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนอาจหมายถึงความรูสึกเกี่ยวกับจำนวน การใช้และการตีความจำนวนอย่างหลากหลาย ความซาบซึ้งกับระดับต่างๆ ของความถูกต้อง

ในการคิดคำนวณ ตลอดจนการใช้ตัวเลขเพื่อสนับสนุนข้อโต้แย้ง สำนึกเกี่ยวกับจำนวน ยังหมายรวมถึงความสามารถที่จะประมาณค่าอย่างสมเหตุสมผล การขจัดความผิดพลาดทาง เลขคณิต ความสามารถเลือกกระบวนการในการคำนวณอย่างมีประสิทธิภาพและสังเกตเห็น แบบรูปของจำนวนต่างๆ ได้

Yang (2004) กล่าวว่าความรู้สึกระงับจำนวน หมายถึงความเข้าใจทุกๆ ไปของบุคคล เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการและความสามารถในการจัดการเกี่ยวกับสถานการณ์ ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับจำนวน ซึ่งความสามารถนี้ถูกนำไปใช้เพื่อพัฒนาทวิวิธีสำหรับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างยืดหยุ่นและมีประสิทธิภาพ เพื่อจัดการกับปัญหาในเรื่อง จำนวน ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความหมายของจำนวน คือ ความเข้าใจระบบเลขฐานสิบ ซึ่ง ประกอบไปด้วย ค่าประจำหลัก รูปแบบของจำนวน และการใช้วิธีการที่หลากหลายในการแสดง แทนเกี่ยวกับจำนวน

2. มีความเข้าใจขนาดของจำนวน คือ นักเรียนสามารถบอกได้ถึงขนาดสัมพัทธ์ของ จำนวน เช่น เมื่อนักเรียนเปรียบเทียบเศษส่วน เขาสามารถใช้วิธีการต่างๆ เช่น การทำให้เศษเท่ากัน การทำให้ส่วนเท่ากัน การคูณไขว้ และการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ เพื่อเปรียบเทียบเศษส่วนได้

3. การใช้ค่ามาตรฐานอย่างเหมาะสม คือ นักเรียนสามารถใช้ค่ามาตรฐาน เช่น $1, \frac{1}{2}, 100$ เพื่อที่จะแก้ปัญหอย่างยืดหยุ่นและเหมาะสมภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน เช่น นักเรียน สามารถหาผลคูณของ $\frac{21}{32} \times \frac{7}{16}$ โดยใช้การประมาณค่าบอกได้ว่า $\frac{21}{32}$ มีค่าน้อยกว่า 1 และ $\frac{7}{16}$ น้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ดังนั้นผลคูณของ $\frac{21}{32} \times \frac{7}{16}$ ก็จะมีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$

4. การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการต่างๆ ของจำนวน คือ นักเรียนสามารถอธิบาย ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ และการหารระหว่างจำนวนสองจำนวน และเข้าใจ ผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวน เช่น การประมาณค่าที่ใกล้เคียงสำหรับ $391 \times 0.95 = 371.45$ หรือ $128 \div \frac{7}{16} = 292.57$ ซึ่งนักเรียนจะทำความเข้าใจความหมายของการดำเนินการและเข้าใจว่า การคูณไม่จำเป็นจะต้องมีค่ามากขึ้นและการหารไม่จำเป็นจะต้องมีค่าน้อยลงเสมอไป

5. พัฒนาการวิธีในการประมาณค่าและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ คือ นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ หรือแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับจำนวนมาอธิบายหรือแสดงได้ว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เช่น $638.5 \times 0.254 = 16.2179$ แต่รู้ว่า 600×0.254 (ซึ่งมีค่า เท่ากับ $\frac{1}{4}$) จะได้คำตอบเท่ากับ 150 เพราะฉะนั้นคำตอบ 16.2179 เป็นคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล

อุดมศักดิ์ ลูกเสือ (2546) กล่าวว่า ความรู้เชิงจำนวนเป็นสามัญสำนึกหรือแนวคิดหรือความเข้าใจเกี่ยวกับในเรื่องต่างๆ ดังนี้ การเข้าใจความหมายของจำนวน การใช้จำนวน การรับรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวน การเข้าใจเกี่ยวกับขนาดสัมพันธ์ของจำนวน การเข้าใจการดำเนินการ และผลจากการดำเนินการของจำนวน การพัฒนาความสามารถในการวัด และการอ้างอิง รวมทั้งมีความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากบริบทของปัญหานั้น

นพพร แหยมแสง (2544) ได้ให้ความหมายสำนึกเกี่ยวกับจำนวน (Number sense) ไว้ดังนี้ สำนึกเกี่ยวกับจำนวนหมายถึง การรับรู้เกี่ยวกับจำนวนในหลายๆ ด้าน คือ ความเข้าใจความหมายของการใช้จำนวน ทั้งด้านจำนวนเชิงการนับ(cardinal number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (ordinal number) ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพันธ์ของจำนวน ความเข้าใจความหมายของการดำเนินการต่างๆ การรู้ผลสัมพันธ์ของการดำเนินการต่างๆ ของจำนวน ความสามารถในการใช้ประสบการณ์และเกณฑ์ในการอ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด และความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน หมายถึง ความรู้สึกเกี่ยวกับจำนวน ความคิดหรือความเข้าใจที่มีต่อจำนวนและการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนที่ทำให้บุคคลสามารถนำความสัมพันธ์ด้านความหมาย ขนาดหรือมิติ การตีความ คุณค่า รูปแบบ รวมถึงการดำเนินการต่างๆ มาใช้เพื่อจัดการหรือแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้น จากสถานการณ์ในบริบทที่ต่างๆ กันได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสม

2.1 ความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวน

Howden (1989:6-7) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวนว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนจะส่งเสริมให้เด็กได้สำรวจและตรวจค้นถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ซึ่งทำให้พวกเขาพอใจและสนุกกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนั้นความรู้สึกเชิงจำนวนสร้างขึ้นจากการมองเห็นและสำนึกถึงจำนวนโดยธรรมชาติของนักเรียนว่าคณิตศาสตร์ทำให้เข้าใจได้ว่า คณิตศาสตร์ไม่ได้สะสมกฎไว้เพื่อเป็นการประยุกต์ นักเรียนสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และทำให้เป็นจริง สามารถใช้วิธีการมากกว่าหนึ่งวิธีเพื่อแก้โจทย์ที่ได้รับความมั่นใจในความสามารถของพวกเขาที่จะทำคณิตศาสตร์ Howden ยังได้กล่าวอีกว่าเมื่อจุดประสงค์หลักของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์คือการจดจำข้อเท็จจริงเบื้องต้นและการพัฒนาไปสู่ทักษะการคำนวณนักเรียนมักจะไม่ถูกท้าทายให้สำรวจและค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ด้วยเหตุนี้ นักเรียนจึงพลาดโอกาสที่จะเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างสนุกสนานและพึงพอใจ ตัวอย่างเช่น การ



ท่องสูตรคูณ จะไม่สามารถช่วยให้นักเรียนมองเห็นถึงความสัมพันธ์ของการคูณระหว่างจำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้เช่น 6×9 นักเรียนจะมองไม่เห็นว่ามีค่าเท่ากับ 6×10 หักออกด้วย 6 ซึ่งประสบการณ์เช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นคำตอบของผลคูณของจำนวน 2 จำนวนเช่น 3×24 เท่ากับ $(3 \times 20) + (3 \times 4)$ เป็นต้น

Dougherty และ Crites (1989, 22-25) ได้อธิบายว่าทักษะการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya อาจจะเป็นสาเหตุของปัญหาสำหรับนักเรียน ถึงแม้ว่านักเรียนจะสามารถจำขั้นตอนของการแก้ปัญหาได้แต่นักเรียนอาจจะไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาในขั้นของการวางแผน ซึ่งจะมีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกสับสนเป็นอย่างมาก อีกทั้งถึงแม้ว่านักเรียนอาจจะสามารถแก้ปัญหาจนกระทั่งได้คำตอบแต่ก็อาจจะไม่สามารถให้เหตุผลได้เมื่อถึงขั้นตรวจสอบคำตอบ ปัญหาเหล่านี้ถูกมองว่ามีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนซึ่งเกี่ยวข้องกับทักษะต่างๆ เช่น ความรู้สึกเกี่ยวกับการดำเนินการ การประมาณค่า และการคิดคำนวณในใจ ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่าความสามารถเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นมีส่วนสำคัญต่อประสิทธิภาพของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Reys et al. (1998) กล่าวว่า ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นสามารถที่จะเข้าใจจำนวนและใช้จำนวนในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และการมีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดีนั้นมีประโยชน์เป็นอย่างยิ่งเพราะจะช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีการคำนวณหรือแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ Burton (1994) ยังกล่าวเน้นว่า นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะเข้าใจ ความหมายของจำนวนและการดำเนินการของจำนวน สามารถอภิปรายหน่วยของขนาด มีความคล่องตัวที่จะนำมาใช้ในการวัด และมีความรับรู้เชิงสหัชญาณเมื่อคำตอบไม่อยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ เข้าใจได้อย่างถูกต้องถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และรู้ว่าจะหาข้อมูลในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นความสามารถด้านความนึกคิดที่เกิดขึ้นโดยสัญชาตญาณของบุคคล เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาความสามารถด้านจำนวนและตัวเลข คิดคำนวณและแก้ปัญหา เพื่อที่จะพัฒนาตนเองไปสู่การเรียนคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้นหรือสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2 องค์ประกอบของความรู้สึกเชิงจำนวน

จากข้อนิยามของความรู้สึกเชิงจำนวนที่กล่าวมาแล้วข้างต้น Thompson and Rathmell (1989) ได้กล่าวไว้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนควรจะเกี่ยวข้องกับความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเรื่องความหมายของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ความเข้าใจนี้จะถูกพัฒนาจากความ

เข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการมากกว่าที่ละหนึ่งซึ่งสัมพันธ์กับการนับ รวมไปถึงการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับค่าประจำตำแหน่งทั้งจำนวนเต็ม และทศนิยม ทั้งนี้มันยังรวมถึงความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วน ยิ่งไปกว่านั้น Thompson and Rathmell ยังกล่าวเน้นว่านักเรียนที่สามารถพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นอย่างดีแล้ว จะสามารถสร้างจำนวนหรือแยกจำนวนออกเป็นจำนวนย่อยๆ เพื่อใช้ในการคำนวณได้อย่างง่ายดาย นอกจากนี้ ยังมีหน่วยงานและนักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกองค์ประกอบของความรู้สึกเชิงจำนวนไว้หลายแบบ ดังที่จะกล่าวต่อไปนี้

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2544) ได้กำหนดสาระและมาตรฐานด้านจำนวนและการดำเนินการ ไว้เป็นสาระที่ 1 คือ จำนวนและการดำเนินการ ซึ่งพัฒนาการด้านความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) เป็นสามัญสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนในด้านต่างๆ เช่น

- 1) ความเข้าใจในความหมายของจำนวนที่ใช้บอกปริมาณ เช่น ส้ม 3 ผล และบอกอันดับที่ เดือนสอบได้ที่ 3
- 2) ความเข้าใจในความสัมพันธ์ที่หลากหลายของจำนวนใด ๆ กับจำนวนอื่น ๆ เช่น
 - 8 มากกว่า 7 อยู่ 1 แต่น้อยกว่า 10 อยู่ 2
 - 8 เป็นจำนวนที่มีค่าเป็นสองเท่าของ 4
 - 8 เป็นจำนวนที่เกิดจาก 5 รวมกับ 3
- 3) ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาด หรือค่าของจำนวนใดๆ เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนอื่น เช่น 8 มีค่าใกล้เคียงกับ 4 แต่มีค่าน้อยกว่า 100 อยู่มาก
- 4) ความเข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน เช่น คำตอบของ $65 + 42$ ควรมากกว่า 600 แต่ไม่เกิน 700 เพราะ 243 มากกว่า 200 และ 423 มากกว่า 100 เพราะ 65 มากกว่า 60 และ 42 มากกว่า 40 และ $60 + 40$ มีค่าเท่ากับ 100
- 5) ความสามารถในการใช้เกณฑ์จากประสบการณ์ในการเทียบเคียงตามความสมเหตุสมผลของจำนวน เช่น มีรายงานว่านักเรียนประถมศึกษาปีที่ 1 คนหนึ่งสูง 250 เซนติเมตร นั้นไม่น่าจะเป็นไปได้

ความรู้สึกเชิงจำนวนนี้ สามารถพัฒนาและส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้โดยจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เหมาะสมและเป็นไปอย่างต่อเนื่อง ซึ่งรวมไปถึงการคิดในใจ และการประมาณค่า ผู้เรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนดีนั้นจะเป็นผู้ที่สามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จากการคิดคำนวณและการแก้ปัญหาได้ดี

Howden (1989) ได้เสนอแนวคิดทางด้านความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ในวารสาร Arithmetic Teacher ว่านักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดีต้องมีสิ่งต่อไปนี้

1. เข้าใจในความหมายของจำนวนได้เป็นอย่างดี
2. พัฒนาเกี่ยวกับผลคูณสัมพันธ์ในระหว่างจำนวน

3. จำแนกเกี่ยวกับขนาดสัมพันธ์ของจำนวน
4. วัสดุสัมพันธ์ของการดำเนินการเกี่ยวกับจำนวน

McIntosh et al. (1992 อ้างถึงใน Rey et al., 1999) ได้พัฒนากรอบทฤษฎีที่มีพื้นฐานจากการศึกษาและการสะท้อนผลของการเข้าร่วมในงานเขียนเพื่อทบทวนและวิเคราะห์เกี่ยวกับส่วนประกอบของความรู้สึกเชิงจำนวนที่ได้ตั้งสมมติฐานขึ้นโดยผู้เขียนหลายคน ที่ได้ถูกพัฒนาไปสู่โครงการได้เป็นข้อๆ ซึ่งมีความชัดเจนมีระบบ และมีความเกี่ยวข้องกันระหว่างความคิดเห็นทั่วไปในเรื่องส่วนประกอบของความรู้สึกเชิงจำนวน แบ่งได้เป็น 6 ประเด็นดังนี้

1. การเข้าใจในความหมาย และขนาดของจำนวน (Understanding of the meaning and size of numbers) เช่น รู้ว่าขนาดของจำนวน $\frac{2}{5}$ ใกล้เคียงกับ $\frac{1}{2}$
2. การเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบและการแสดงแทนของจำนวนที่มีค่าเท่ากัน (Understanding and use of equivalent representations of numbers) เช่น สามารถแสดงแทนจำนวน $\frac{2}{5}$ ได้หลายวิธีที่แตกต่างกัน
3. การเข้าใจความหมาย และผลของการคำนวณ (Understanding the meaning and effect of operations) เช่น บอกได้ว่า $750 \div 0.98$ มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 750
4. การเข้าใจ และการใช้เกี่ยวกับการแสดงสูตรที่เท่ากัน (Understanding and use of equivalent expressions) เช่น บอกได้ว่า $70 \div 0.5$ มีค่าเท่ากับ 70×2 หรือไม่
5. ยุทธวิธีที่เกี่ยวกับการคำนวณ และการนับ (Computing and counting strategies) เช่น สามารถคำนวณ 6×98 ในใจโดยการใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการได้หรือไม่
6. ค่ามาตรฐานของการวัด (measurement benchmarks) เช่น หาวิธีการประมาณค่าความสูงของวัตถุที่มีขนาดใหญ่ๆ ได้ และสามารถใช้ “จุดมาตรฐาน” หรือ “จุดยึด” เพื่อที่จะช่วยหาคำตอบได้หรือไม่

Yang et al. (2004) ได้กล่าวไว้ในวารสาร International Journal of Science and Mathematics Education ประเทศไต้หวัน ของรายงานการศึกษาวิจัยเพื่อกำหนดส่วนประกอบของความรู้สึกเชิงจำนวนซึ่งมี 5 ด้าน ดังนี้

1. การเข้าใจในความหมายของจำนวน (Understanding the meaning of numbers) หมายถึง เข้าใจระบบเลขฐานสิบ (จำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม) ประกอบด้วยค่าประจำตำแหน่ง รูปแบบของจำนวน และการใช้วิธีการที่หลากหลายเพื่อแสดงแทนจำนวน

2. การจำแนกขนาดของจำนวน (Recognizing the magnitude of numbers) หมายถึง นักเรียนสามารถจำแนกขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนได้ เช่น เมื่อนักเรียนเปรียบเทียบเศษส่วน นักเรียนก็ไม่จำเป็นต้องอาศัยวิธีการเขียนแบบมาตรฐาน (เช่น ห.ร.น. ที่ทำตามหลักสูตรคณิตศาสตร์) แต่ นักเรียนสามารถใช้วิธีการที่มีความหมาย เช่น ตัวเศษที่เหมือนกัน ตัวส่วนที่เหมือนกัน การคูณไขว้ และเศษส่วนอย่างต่ำ เพื่อใช้เปรียบเทียบเศษส่วน

3. ใช้จุดมาตรฐานอย่างเหมาะสม (Using benchmarks appropriately) หมายถึง บุคคลสามารถใช้จุดมาตรฐาน อย่างเช่น $1, \frac{1}{2}, 100$ เพื่อแก้ปัญหาได้โดยง่าย และอย่างเหมาะสม ภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น เมื่อนักเรียนถูกเรียกร้องให้ประมาณค่าผลลัพธ์ของ $\frac{21}{32} \times \frac{7}{16}$ นักเรียนก็จะรู้ว่า $\frac{21}{32}$ มีค่าน้อยกว่า 1 และ $\frac{7}{16}$ มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ดังนั้น ผลลัพธ์ก็ต้องมีค่าน้อยกว่า 1

4. การรู้ถึงผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน (Knowing the relative effect of operation on numbers) หมายถึง บุคคลจะรู้ว่าผลที่เกิดจากการดำเนินการสี่ชนิดจะให้ผลลัพธ์เป็นอย่างไร ตัวอย่างเช่น เมื่อเรียกร้องให้เด็ก ๆ หาค่าประมาณที่ดีที่สุดของ 391×0.95 (หรือ $128 \div \frac{7}{16}$) นักเรียนก็จะไม่จำเป็นต้องอาศัยวิธีการเขียนเพื่อหาคำตอบ แต่นักเรียนก็จะตระหนักถึงความหมายของการดำเนินการและเข้าใจว่า การคูณก็ไม่ได้ให้ผลลัพธ์ที่มีค่ามากขึ้นเสมอไป และการหารก็ไม่ได้ให้ผลลัพธ์ที่มีค่าน้อยลงเสมอไป

5. การพัฒนายุทธวิธีการประมาณค่าและการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ (Developing estimation strategies and judging the reasonableness of the results) หมายถึง บุคคลสามารถประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการประมาณค่าในใจเพื่อแก้ปัญหาโดยปราศจากการคำนวณโดยการเขียน ในขณะที่เด็กรุ่นนี้นักเรียนก็สามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้ด้วย ยกตัวอย่างเช่น เมื่อเรียกร้องให้เด็ก ๆ ใส่อุณหภูมิโดยการใส่การประมาณค่าของ $638.5 \times 0.254 = 162179$ นักเรียนก็ไม่จำเป็นต้องอาศัยกระดาษและดินสอ หรือ ความจำเกี่ยวกับกฎ เพื่อออกแบบคำตอบ แต่นักเรียนจะรู้ว่า 600 คูณด้วย 0.254 (ประมาณ $\frac{1}{4}$) ได้คำตอบประมาณ 150 และคำตอบที่เป็น 16.2179 นั้นเป็นคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล

2.3 การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

จากความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นได้ว่าความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นคุณลักษณะที่ควรได้รับการส่งเสริม นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายคนได้กล่าวถึงความสำคัญ และการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนไว้อย่างหลากหลาย พอสรุปได้ดังนี้

Hope (1989 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) กล่าวว่าในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน ครูจะต้องสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมในชั้นเรียน การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนอย่างมีความหมายจะมีกิจกรรมที่เกี่ยวข้องคือ 1) การคิดคำนวณ 2) การวัด 3) การประมาณ โดย Hope เห็นว่าการคิดคำนวณจะต้องเกี่ยวข้องกับการนำไปใช้ได้จริง ไม่ว่าจะเป็นการคิดคำนวณด้วยกระดาษและดินสอ หรือการคิดคำนวณในใจ นักเรียนควรคิดคำนวณเพื่อจุดประสงค์ของการแก้ปัญหาจากการนำไปใช้จริง

Howden (1989 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) กล่าวถึงการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนว่า การที่เด็กได้มีประสบการณ์จากสื่อรูปธรรมจะช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ เช่น 6×8 ว่าเหมือนกับ 5×8 รวมกับ 8 และเห็นได้ว่า 9 เท่าของ 7 คือ 10 เท่าของ 7 ลบด้วย 7 หรือมองเห็นว่า 4×23 คือ $(4 \times 20) + (4 \times 3)$ ซึ่งความสามารถที่จะเห็นความสัมพันธ์ของจำนวน ในรูปแบบต่างๆ เป็นทักษะที่เป็นประโยชน์มากในการศึกษาคณิตศาสตร์ในภายหลัง เช่น จากตัวอย่างข้างต้นเป็นตัวอย่างเฉพาะของการแจกแจง ซึ่งเป็นส่วนประกอบสำคัญของการประมาณค่า และการคิดคำนวณในใจ นอกจากนี้ Howden ยังกล่าวอีกว่า เด็กระดับประถมศึกษาจะมีธรรมชาติที่อยากรู้อยากเห็น เหมาะสมที่จะพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน การใช้สื่อรูปธรรม จะช่วยให้เด็กสามารถสำรวจความคิดเชิงตัวเลข เช่น มากกว่า น้อยกว่า การจัดกลุ่ม การรวมเข้าด้วยกัน การแยกออกจากกัน และวิธีทางต่างๆ ของการสร้างรูปแบบจากจำนวนเดียวกัน

เอกสาร Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics (NCTM, 1989) กล่าวถึง การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนว่า เด็กจำเป็นต้องเข้าใจจำนวน เพราะเด็กจำเป็นต้องใช้จำนวน เพื่อบอกปริมาณ บอกตำแหน่งของสิ่งต่างๆ ใช้สำหรับเรียกชื่อและการวัด การเข้าใจความหมายของจำนวนซึ่งรวมถึงการเข้าใจค่าประจำหลักนั้นเป็นสิ่งสำคัญในการใช้จำนวนและการคิดคำนวณ และเด็กจะต้องเข้าใจจำนวนอย่างมีความหมายไปตามลำดับ ในการส่งเสริมความเข้าใจเหล่านี้ครูจะต้องจัดประสบการณ์ในเบื้องต้น โดยให้เด็กได้ทำกิจกรรมที่ใช้วัตถุรูปธรรมต่างๆ และให้เด็กได้ใช้ภาษาของตัวเองในการอธิบายความคิดต่างๆ ส่งเสริมให้เด็กสร้างความหมายของจำนวนด้วยตัวเอง จัดกระทำเกี่ยวกับสัญลักษณ์แทนจำนวนที่มีความหมายเชื่อมโยงกับสื่อรูปธรรม มุ่งเน้นการสำรวจจำนวนที่สามารถสร้างและขยายความสัมพันธ์ของจำนวน และช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงโลกของเขาเข้ากับโลกคณิตศาสตร์

Reys et al. (1992) มีความเห็นเช่นเดียวกับเอกสาร Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics (NCTM, 1989) คือ เห็นว่าความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนนั้นเป็นสิ่งที่นักเรียนจำเป็นต้องพัฒนาอย่างมีความหมาย เพื่อให้เด็กสามารถใช้จำนวนอย่างมีประสิทธิภาพทั้งใจและนอกโรงเรียน การช่วยให้เด็กพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนจะต้องจัดรูปแบบที่เหมาะสม ใช้คำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเกี่ยวกับจำนวน และสร้างสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้อต่อการพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน เช่น การใช้คำถามว่า “จำนวน - 1 ในความหมายของนักเรียน หมายถึงอะไรบ้าง” ซึ่งคำตอบที่ได้ อาจหมายถึงหลายสิ่งหลายอย่าง เช่น หมายถึงการเป็นหนี้ การถูกหักคะแนน หรืออากาศที่หนาวเย็น เป็นต้น

Berton (1994) กล่าวว่า การพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนเริ่มต้นอย่างไม่เป็นทางการก่อนที่เด็กจะเข้าโรงเรียน เมื่อเด็กเข้าโรงเรียน เด็กจะมีความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนบางอย่างต่อไป ทั้งจากประสบการณ์ภายนอกโรงเรียนและประสบการณ์จากภายในโรงเรียน นักเรียนจะมีประสบการณ์จากการใช้จำนวนในวิถีทางต่างๆ ในชีวิตประจำวัน ครูจะต้องหาโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้สื่อชนิดต่างๆ และส่งเสริมการอภิปรายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดเหล่านั้น

Burn (1997) ได้เสนอวิธีสร้างความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนไว้ 7 ประการ ได้แก่

1) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริง โดยเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับประสบการณ์ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเรียนรู้ว่าจำนวนเป็นสิ่งที่มีความหมายสำหรับการแก้ปัญหา เนื่องจากความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนจะพัฒนาตลอดเวลา นักเรียนจำเป็นต้องมีโอกาสอย่างสม่ำเสมอที่จะให้เหตุผล และฟังผู้อื่นอธิบายความคิดของเขา

2) หาวิธีคิดคำนวณที่หลากหลาย เนื่องจากวิธีคิดเพียงวิธีเดียวในชั้นเรียนจะไม่ช่วยให้ นักเรียนเรียนรู้ที่จะคิดอย่างยืดหยุ่น และพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน

3) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในใจ เนื่องจากเราจำเป็นต้องคิดคำนวณในใจในสถานการณ์ต่างๆ อยู่เป็นประจำ เช่น ในร้านอาหาร หรือในการเลือกซื้อสินค้า เมื่อเรามีเงินอยู่จำกัด

4) ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงยุทธวิธีในการคิดคำนวณ การส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนขยายความคิด และเกิดการหยั่งเห็นว่าพวกเขาคิดอย่างไร

5) การประมาณ ในการพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนอาจจะอาศัยการประมาณจากสถานการณ์ปัญหา

6) ถ้ามคำถามเพื่อให้ นักเรียนแสดงเหตุผล สิ่งสำคัญของการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน คือ ถ้ามคำถามเพื่อให้ นักเรียนแสดงความคิดอย่างสม่ำเสมอ ไม่ใช่ถามเฉพาะตอนที่นักเรียนทำผิด ลักษณะของคำถามที่ควรใช้ เช่น “ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” “บอกเหตุผลอื่นๆ อีกได้ไหม” เป็นต้น

7) ใช้กิจกรรมการวัดที่หลากหลาย ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดจะช่วยสร้างความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียน เพราะนักเรียนจะสามารถตรวจสอบการประมาณและการคำนวณจากการวัดจริง หาวิธีที่จะตรวจสอบความคิดของเขา กับสื่อกายภาพมากกว่าที่จะฟังคำตอบจากครู หรือคำตอบจากหนังสือ ส่งเสริมให้เด็กกล้าเสี่ยง และพยายามหาหนทางใหม่ ตัวอย่างกิจกรรม เช่น ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนเพื่อร่วมกันสำรวจความยาวของวัตถุต่างๆ โดยใช้แท่งลูกบาศก์เป็นหน่วยการวัด ให้เด็กใช้การประมาณก่อน แล้วจึงใช้การวัดจริง

Sowder (1992) ได้เสนอความสามารถ 9 ประการ ของผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวน ได้แก่

1) ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เช่น นักเรียนอาจจะคิดว่า 12×15 สามารถคำนวณได้จาก 6×30

2) ความสามารถที่จะจดจำขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนได้ เช่น การรู้ว่า $\frac{1}{3}$ มากกว่า $\frac{1}{4}$

3) ความสามารถที่เกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น นักเรียนตระหนักได้ว่า เขาไม่สามารถหยิบดินสอ 300 แท่ง ได้ในครั้งเดียว หรือจะต้องใช้กล่องจำนวนมากเพื่อบรรจุแตงโมจำนวน 800,000 ผล

4) ความสามารถในการที่จะใช้ตัวอ้างอิง เช่น ใช้ 1 เป็นตัวอ้างอิง ทำให้รู้ว่าผลบวกของ $\frac{9}{10}$ กับ $\frac{5}{6}$ ควรมีค่าน้อยกว่า 2 เพราะเศษส่วนแต่ละจำนวนมีค่าน้อยกว่า 1

5) ความสามารถในการเชื่อมโยงจำนวน การดำเนินการ และความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย เช่น รู้ว่า $92 \div 0.74$ จะมีค่ามากกว่า 92 หรือถ้าต้องการหาผลต่างระหว่างเงิน 5 บาท กับ 3.25 บาท อาจจะคิดได้จาก นำเงิน 3 บาท ออกจากเงิน 5 บาท เหลือเงิน 2 บาท เมื่อนำออกไปอีก 25 สตางค์ จึงเหลือเงิน 1 บาท กับ 75 สตางค์

6) ความสามารถในการเข้าใจผลของการดำเนินการของจำนวน เช่น เมื่อรู้ว่าผลต่างระหว่าง 327 กับ 513 คือ 186 ก็จะบอกได้ว่าผลต่างระหว่าง 327 กับ 523 คือ 196

7) ความสามารถในการสร้างยุทธวิธีในการคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลบวกของ 47 กับ 96 โดยคิดจาก 50 กับ 93

8) ความสามารถในการใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่น เพื่อประมาณคำตอบในการคิดคำนวณ และจดจำได้เมื่อใช้การประมาณได้อย่างเหมาะสม เช่น บอกได้ว่าผลบวกของเลขสองหลักสองจำนวนนั้นมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 100 และสามารถอธิบายเหตุผลได้ด้วย

9) ความสามารถในการพัฒนาความเข้าใจอย่างแจ่มชัดเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนที่มีความรู้สึกรู้ชื่อจำนวนจะเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และนักเรียนจะสามารถพัฒนาความหมายนั้นได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับตัวเลข

จากข้อเสนอของนักคณิตศาสตร์ศึกษาดังที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า ในการพัฒนาความรู้สึกรู้ชื่อจำนวน จะต้องสร้างสภาพแวดล้อมของชั้นเรียนให้เหมาะสม ใช้คำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเกี่ยวกับจำนวน ใช้สื่อรูปธรรมเพื่อช่วยให้นักเรียนได้สำรวจจำนวน และให้เด็กได้ใช้ภาษาของตัวเองในการอธิบายความคิดต่างๆ ส่งเสริมให้เด็กได้สร้างความหมายของจำนวน และพัฒนาให้เด็กเข้าใจความหมายของจำนวนไปตามลำดับ

2.4 แนวทางการพัฒนาความรู้สึกรู้ชื่อจำนวน

2.4.1 ความหมาย ความสัมพันธ์ และขนาดสัมพันธ์ของจำนวน

1) ความหมายของจำนวน

ในการสอนความหมายของจำนวน จำเป็นต้องพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจความหมายของจำนวน ทั้งเชิงการนับ และเชิงอันดับที่ เอกสาร Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics (NCTM, 1989) ก็ได้ระบุถึงการพัฒนาความหมายของจำนวน ทั้งจำนวนเชิงการนับ (cardinal number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (ordinal number) ซึ่ง Reys et al. (1992) กล่าวว่า ในการพัฒนาจำนวน การให้เด็กบอกจำนวนสิ่งของจากเซตที่กำหนดจำนวนในลักษณะนี้คือ จำนวนเชิงการนับ ซึ่งใช้ตอบคำถาม “มากเท่าใด” จำนวนอีกชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับจัดสิ่งของตามลำดับ คือ จำนวนเชิงอันดับที่ ซึ่งใช้ตอบคำถาม “อันไหน” การกล่าวถึงจำนวนเชิงอันดับที่ อาจขึ้นอยู่กับเกณฑ์ต่างๆ เช่น ขนาด เวลา อายุ หรือตำแหน่งในการแข่งขัน งานวิจัย บ่งชี้ว่าเด็กจำนวนมากรู้จักจำนวนเชิงอันดับที่ เช่น ที่หนึ่ง ที่สอง และที่สาม ก่อนที่จะเข้าโรงเรียน Reys et al. (1992) กล่าวว่าในการพัฒนามโนคติเกี่ยวกับจำนวนขั้นต้น จะต้องจัดให้นักเรียนได้เรียนทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่ โดยไม่ต้องให้นักเรียนบอกความแตกต่างระหว่างจำนวนทั้งสอง แต่จะเป็นการใช้จำนวนอย่างไม่เป็นทางการ เช่น โดยการตั้งคำถามว่า

“มีบัตรแสดงจุดกี่แผ่นบนกระดาน?”

“บัตรแสดงจุดแผ่นไหน คือ แผ่นที่สาม?”

คำถามที่สองจะช่วยให้เด็กคิดว่าจะเริ่มต้นจากตรงไหน ซึ่งมักจะเกิดความสับสนว่าจะนับจากขวาไปซ้าย หรือจากซ้ายไปขวา คำถามเช่นนี้จะทำให้เกิดความนึกคิดในเรื่องของลำดับ

ในการฝึกหัดการนับ ควรจัดกิจกรรมให้เด็กคุ้นเคยกับการนับเพิ่ม นับลด และนับข้าม เช่น นับเพิ่มด้วยสถานการณ์ กิจกรรม และสื่อที่หลากหลาย โดย อาจทำกิจกรรมจากตารางร้อย หรือ กิจกรรมปฏิทิน การฝึกหัดการนับเพิ่ม นับลด หรือนับข้าม จะนำไปสู่การค้นพบรูปแบบต่างๆ ซึ่ง การจัดรูปแบบในขั้นต้นจะช่วยให้เด็กมีพัฒนาการด้านสำนึกเกี่ยวกับจำนวน และในภายหลังจะเป็นประโยชน์ในการพัฒนาทฤษฎีการคิด

นพพร แหยมแสง (2544) กล่าวว่า นักคณิตศาสตร์ศึกษาต่างให้ความสำคัญกับความเข้าใจค่าประจำหลัก ซึ่งมีความเห็นสอดคล้องกัน คือในการพัฒนาความเข้าใจค่าประจำหลักในเบื้องต้น ต้องพัฒนาความเชื่อมโยงจากสื่อรูปธรรม ไปสู่การเรียกชื่อและสัญลักษณ์ แล้วขยายไปสู่จำนวนที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้เด็กมีสำนึกเกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนเหล่านั้น ตัวอย่างการจัดเป็นกลุ่มของสิบ และกลุ่มของหน่วย และการเขียนสัญลักษณ์เพื่อแสดงความสัมพันธ์กับข้อมูลการจัดกลุ่ม เช่น ให้นักเรียนจัดแอปเปิล 74 ผล ใต้วง 10 ผล นักเรียนจะจัดได้ 7 กลุ่มของสิบ และเหลือแอปเปิล 4 ผล แล้วเขียนสัญลักษณ์แสดงจำนวน กิจกรรมเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความหมายของการเขียนสัญลักษณ์ ซึ่งกิจกรรมการจัดกลุ่มเช่นนี้จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ต่างๆ เช่น 136 หน่วย สามารถจัดได้เป็น 13 สิบ 6 หน่วย หรือ 1 ร้อย 36 หน่วย หรือ 1 ร้อย 3 สิบ 6 หน่วย หรือเขียน 136 ในรูปของการกระจายได้เป็น $100+30+6$ นั่นคือ 136 สามารถเขียนได้ในหลายรูปแบบ ซึ่ง Heddens and Speer (1995 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) กล่าวว่า การเขียนในรูปการกระจาย เป็นเครื่องมือที่ดีช่วยให้ครูอธิบายความหมายของค่าประจำหลัก และช่วยให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจน

2) ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน

Thompson et al. (1989) กล่าวว่า การเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน พัฒนามาจากการนับ ขยายสู่ความเข้าใจค่าประจำหลักของจำนวนนับที่มีค่ามาก ทศนิยม รวมทั้งเศษส่วน โดยที่นักเรียนที่มีความรู้สึกรู้จักจำนวนที่ดี จะสามารถรวมจำนวนเข้าด้วยกัน หรือสามารถแยกจำนวนออกจากกันได้อย่างง่ายดาย เช่น นักเรียนรู้ว่า 5 สามารถรวมได้จาก 4 กับ 1 หรือ 2 กับ 3 และ 75 สามารถรวมได้จาก 25 กับ 50 หรือ 735 สามารถแยกเป็น 7 ร้อย 3 สิบ และ 5 หน่วย หรือ 73 สิบ และ 5 หน่วย ซึ่งนักเรียนสามารถพัฒนาไปสู่ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนที่เท่ากันและทศนิยมที่เท่ากัน สอดคล้องกับ Howden (1989) กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนมีประสบการณ์จากวัตถุรูปธรรม จะช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ เช่น 7×8 ว่าเหมือน 6×8 รวมกับ 8

และเห็นได้ว่า 9 เท่า ของ 6 คือ 10 เท่า ของ 6 ลบด้วย 6 หรือมองเห็นได้ว่า 3×24 คือ $(3 \times 20) + (3 \times 4)$ ซึ่งความสามารถที่เห็นความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบต่างๆ เป็นทักษะที่เป็นประโยชน์มากกับการศึกษาคณิตศาสตร์ในภายหลัง

3) ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน

Thompson et al. (1989) กล่าวว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน จะเข้าใจได้ดีว่า 29 มีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับ 5 แต่มีค่าน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับ 90 หรือ 486 มีค่าใกล้เคียงกับ 500 มากกว่า 562 เมื่อนักเรียนเห็นทศนิยม 0.493750 บนเครื่องคำนวณ นักเรียนจะรู้ว่าจำนวนนี้มีค่าใกล้เคียงกับ $\frac{1}{2}$ และรู้ว่า 9.8364483 มีค่าใกล้เคียง 10 สิ่งสำคัญสำหรับผู้ประมาณที่ดี คือ รู้ว่าจะใช้จำนวนที่ใกล้เคียงจำนวนใดสำหรับนำมาใช้ในการคิดคำนวณ

ในการเข้าใจพัฒนาความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนจะต้องเริ่มจากการพัฒนาความสามารถการเปรียบเทียบปริมาณซึ่ง Reys et al. (1992) กล่าวว่า การเปรียบเทียบเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาการรับรู้จำนวน การเปรียบเทียบทำได้มากมายในชั้นเรียน โดยใช้สื่อชนิดต่างๆ ค้นหาโอกาสในการเปรียบเทียบโดยใช้คำถาม เช่น “ทุกคนมีกระดาษหรือยัง” หรือ “ในห้องนี้มีจำนวนปากกามากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนดินสอ” คำถามเช่นนี้ จะนำไปสู่ความหมายทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง เกี่ยวกับความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน จำเป็นต้องให้นักเรียนคุ้นเคยกับจำนวนที่มีค่าต่าง ๆ เช่น ให้นักเรียนนำเมล็ดถั่วดิบบนแถบกระดาษ แถบละ 10 เมล็ด เป็นชุดของจำนวนเต็มสิบ แล้วให้นักเรียนแสดงจำนวนเมล็ดถั่ว จำนวนต่างๆ เช่น 26, 40, 68, ... แล้วพิจารณาว่าจำนวนใดมาก และมากเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนใด จำนวนใดน้อย และน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนใดให้นักเรียนเรียงจำนวนจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย และให้นักเรียนใช้สัญลักษณ์ของมากกว่า น้อยกว่า เท่ากับ เพื่อแสดงการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน รวมทั้งการใช้สื่อที่เป็นของจริง หรือรูปภาพ เพื่อพิจารณาว่าจำนวนแต่ละจำนวน เช่น 47, 347, 598 มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มสิบ หรือจำนวนเต็มร้อยใด ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการคิดคำนวณในใจ หรือการหาค่าประมาณในโอกาสต่อไป ในการจัดกิจกรรมการสอนเหล่านี้ ครูจะต้องใช้เวลานาน โดยใช้กิจกรรมที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับ Kennedy and Tipps (1994) ที่กล่าวว่า ในบทเรียนหนึ่งๆ มักมีจุดประสงค์หลายข้อ ซึ่งส่วนใหญ่ต้องการให้นักเรียนมีทักษะและมโนคติที่หลากหลายด้วยสื่อวัสดุต่างๆ กัน ซึ่งจะต้องจัดกิจกรรมเป็นประจำและเป็นเวลานาน หลายวัน หลายเดือน หรือหลายปี ด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย สำหรับจุดประสงค์เดียวกัน

2.4.2 การใช้ค่ามาตรฐาน

ความสามารถในการใช้ค่ามาตรฐาน เป็นลักษณะของการมีความรู้ลึกเชิงจำนวน การพัฒนาความสามารถในการใช้ค่ามาตรฐาน ทำให้นักเรียนมีทักษะในการประมาณค่า การคิดคำนวณในใจ และทำให้นักเรียนพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวน ในชีวิตประจำวันตั้งแต่สมัยโบราณ มนุษย์ใช้ค่ามาตรฐาน ซึ่งหมายถึงตัวชี้วัด ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบและมีประโยชน์ ในการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวน หรือการอ้างอิงเชิงปริมาณ เช่น เป็นไปไม่ได้ที่เด็กจะมีส่วนสูงถึง 10 เมตร หรือสุนัขตัวหนึ่งจะมีน้ำหนัก 600 ปอนด์ สิ่งเหล่านี้เป็นประสบการณ์ตรงของแต่ละบุคคล ซึ่งจะช่วยพัฒนาการอ้างอิงที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับปริมาณและการวัดในชีวิตประจำวัน

Greeno (1991 อ้างถึงใน เอมอร์ สิทธิรักษ์, 2546) กล่าวถึงการนำค่ามาตรฐานไปใช้ในการประมาณค่า เช่น จากการศึกษาของ Moore (1987) ที่ให้นักเรียนคำนวณว่า “ในฤดูใบไม้ร่วงของแต่ละปีในทวีปอเมริกาเหนือ มีจำนวนใบไม้ร่วงเท่าไร” เด็กหญิงคนหนึ่งสามารถใช้ค่ามาตรฐานจากขนาดของรัฐมิชิแกนที่เธอคุ้นเคยเปรียบเทียบกับสิ่งต่างๆ ไปเรื่อยๆ จนสุดท้ายเธอสามารถประมาณจำนวนใบไม้ที่ร่วงในทวีปอเมริกาเหนือตามต้องการได้ หรือในการประมาณค่าคำตอบของ $2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} = \square$ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคำตอบควรมากกว่า 6 เพราะว่า $\frac{2}{3}$ มากกว่า $\frac{1}{2}$ เป็นต้น

การใช้ค่ามาตรฐานในการเปรียบเทียบจำนวน เช่น บอกได้ว่า $\frac{5}{8}$ มากกว่า $\frac{1}{2}$ เล็กน้อย แต่น้อยกว่า $\frac{3}{4}$ หรือเด็กคนหนึ่งมีน้ำหนัก 50 กิโลกรัมสามารถนำไปเปรียบเทียบได้ว่า ผู้อื่นมีน้ำหนักมากหรือน้อยกว่าตน McInosh, Reys and Reys (1992 อ้างถึงใน เอมอร์ สิทธิรักษ์, 2546) นักเรียนควรมีความสามารถในการใช้ค่ามาตรฐานที่ง่าย เช่น $\frac{1}{2}$ หรือ 1 ในการเปรียบเทียบจำนวนได้อย่างรวดเร็ว

การใช้ค่ามาตรฐานในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ เช่น การที่นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคำตอบที่ได้รับมีโอกาสดูกหรือผิด ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการทำคณิตศาสตร์ เช่น $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$ เป็นคำตอบที่ผิด เพราะว่า $\frac{2}{3}$ มีค่ามากกว่า $\frac{1}{2}$ ดังนั้นคำตอบต้องมีค่ามากกว่า 1 แต่ $\frac{3}{5}$ มีค่าไม่ถึง 1 หรือ $0.3 + 0.7 + 0.5 = 0.15$ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าคำตอบต้องมากกว่า 1 เพราะว่า 0.7 มีค่ามากกว่า 0.5 ในที่นี้ใช้ 0.5 เป็นค่ามาตรฐาน Glatzer and Glatzer (1989 อ้างถึงใน เอมอร์ สิทธิรักษ์, 2546) หรือการใช้ 0.5 เป็นค่ามาตรฐานในการหารดังนี้ $426.5 + 0.469$ คำตอบคือ มีค่ามากกว่า 426.5 เพราะว่าถ้าหารด้วย 0.5 ได้คำตอบเป็น 2 เท่าของ 426.5 คือ 853 ดังนั้นคำตอบที่แท้จริงต้องมากกว่า 853 เพราะว่า 0.469 มีค่าน้อยกว่า 0.5 คำตอบที่ได้จะมีค่ามากขึ้น



การพัฒนาการใช้ค่ามาตรฐาน ควรพัฒนามาตั้งแต่ระดับต้น เช่น เด็กบอกได้ว่า 4 หมายถึงน้อยกว่า 5 อยู่ 1 และ 8 หมายถึง มากกว่า 5 อยู่ 3 แต่น้อยกว่า 10 อยู่ 2 นอกจากนี้การทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับการให้นักเรียนบอกจำนวนที่กล่าวถึงมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนที่กำหนดเป็นการพัฒนาการใช้ค่ามาตรฐาน Reys and others (1998) ในระดับสูงขึ้นในการเรียนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ถ้านักเรียนตระหนักได้ว่า $\frac{1}{2}$ มีค่าเท่ากับ 0.5 แล้ว นักเรียนสามารถนำความรู้นี้ไปใช้ในการเปรียบเทียบได้ว่า 0.4 และ 0.45 มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ หรือ 0.6 และ 0.57 มีค่ามากกว่า $\frac{1}{2}$ นักเรียนควรมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในธรรมชาติของระบบจำนวน ดังเช่น จำนวน 786 หมายถึง 7×100 บวกด้วย 8×10 บวกด้วย 6×1 และควรจะรู้ตำแหน่งของจำนวนนี้ในระบบฐานสิบ รวมทั้งความสัมพันธ์ของจำนวนนี้เมื่อเทียบกับค่ามาตรฐานต่างๆ เช่น 500, 750, 800, 1000 เป็นต้น

ดังนั้น จากการศึกษาถึงความสามารถในการใช้ค่ามาตรฐานที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ หมายถึง นักเรียนสามารถใช้ค่ามาตรฐานในการเปรียบเทียบจำนวน สามารถใช้ค่ามาตรฐานในการประมาณค่าและสามารถใช้ค่ามาตรฐานในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2.4.3 การประมาณค่า

การประมาณค่า เป็นส่วนหนึ่งของความรู้สีกเชิงจำนวน Wagner (1993) ได้แยกลักษณะการประมาณไว้ 3 แบบ คือ หนึ่ง การประมาณจำนวน เป็นการตอบคำถามที่ว่า มีประมาณเท่าไร เช่น การประมาณจำนวน เป็นการตอบคำถามที่ว่า มีประมาณเท่าไร เช่น การประมาณจำนวน เมล็ดถั่วในขวด หรือจำนวนคนในสนาม สอง การประมาณค่าการวัด เป็นการประมาณความกว้าง ความยาว พื้นที่ น้ำหนักหรือปริมาตร เป็นต้น สาม การประมาณค่าการคำนวณ เป็นการหาค่าโดยประมาณของคำตอบ ใน การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้มีผู้ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้ว่า การประมาณค่า หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบซึ่งใกล้เคียงกับผลลัพธ์ โดยที่ความใกล้เคียงนั้นมีความเหมาะสมพอที่จะยอมรับได้

Reys and others (1998) กล่าวถึงกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่า ได้แก่ การประมาณ โดยใช้เฉพาะตัวหน้า การปิด การเปลี่ยนเป็นจำนวนที่รวมกันได้เป็น 10, 100 หรือจำนวนที่ง่ายต่อการคำนวณ เช่น ในการหาผลบวกของ $38+67+49+56$ จะใช้คิดจาก $35+65+50+50$ เป็นต้น และการประมาณค่าโดยใช้ค่าเฉลี่ย เช่น $3.42+2.12+3.78+2.98+2.50$ ประมาณค่าโดยใช้ 3 เป็นค่าเฉลี่ยแล้วคูณด้วย 6 ได้คำตอบประมาณ 18 เป็นต้น

Sowder and Wheeler (1989) ได้สรุปองค์ประกอบเกี่ยวกับทักษะการประมาณค่าจากการศึกษากับนักเรียนใช้กลวิธีการปรับใหม่ซึ่งได้แก่ การปิด การใช้เฉพาะตัวหน้า การใช้ค่าเฉลี่ยและการเปลี่ยนรูปให้ง่ายต่อการคำนวณ นอกจากนี้ นักเรียนยังใช้การแปลงค่าและการชดเชย

Reys et al (1998) กล่าวว่า การสอนควรให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเรื่องค่าประจำหลัก การบวก ลบ คูณ หาร เช่นการคูณด้วย 10 , 100 หรือการบวกที่ผลบวกเป็น 10 , 100 เป็นต้น เพื่อนำมาใช้ในกลวิธีการประมาณค่า นอกจากนี้ Reys กล่าวว่าควรมีการฝึกและการทดสอบ โดยเฉพาะควรมีการอภิปรายถึงกลวิธีที่นักเรียนคิด

2.4.4 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านกล่าวว่า ผู้ที่มีความรู้ลึกเชิงจำนวนจะมีความมั่นใจในการพิจารณาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล (Kastner. 1989; Howden. 1989; Hope. 1989 อ้างถึงใน เอมอร์ สิทธิรักษ์, 2546) ในขณะที่ Sowder (1992) กล่าวว่า ความเข้าใจในความสมเหตุสมผลของคำตอบเป็นความสามารถที่แสดงถึงการมีความรู้ลึกเชิงจำนวน เช่น บอกได้ว่าผลบวกของจำนวนที่มีสองหลัก 2 จำนวน มีค่ามากกว่า หรือน้อยกว่า 100 เพราะอะไร

ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบอาจใช้ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง ความสามารถในการประมาณค่า และความเข้าใจในความหมายของจำนวนมาเป็นตัวช่วยได้ เช่น ใช้ 1 เป็นตัวอ้างอิงในการหาผลบวกระหว่าง $\frac{7}{8}$ และ $\frac{9}{10}$ ซึ่งควรจะมีค่าน้อยกว่า 2 เล็กน้อย แต่มากกว่า 1 เพราะแต่ละตัวมีค่าน้อยกว่า 1 เล็กน้อย หรือรู้ว่าผลคูณของ 2.946 และ 3.1 มีค่าประมาณ 3 เท่าของ 3 หรือ $\frac{2}{5} \times 118$ มีค่าประมาณ 50 เพราะว่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของ 118

Lobato (1993 อ้างถึงใน เอมอร์ สิทธิรักษ์, 2546) ได้ยกโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนพิจารณาคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การประมาณค่าดังนี้ “นักเรียนไปซื้อของ จำนวน 6 ชนิด ด้วยราคาดังต่อไปนี้ 2.53, 4.59, 2.83, 3.59, 0.56, 1.67 ดอลลาร์ ตามลำดับ เจ้าหน้าที่เก็บเงินบอกนักเรียนว่า ราคาทั้งหมด 18.37 ดอลลาร์ นักเรียนคิดว่าสมเหตุสมผลหรือไม่” ถ้านักเรียนใช้การปิดขึ้นจะได้คำตอบเพียง 18 ดอลลาร์ นักเรียนก็สามารถบอกได้ว่า เจ้าหน้าที่คิดเงินไม่ถูกต้อง

NCTM (1989) เสนอว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพิจารณาหรือตัดสินใจคำตอบของตัวเองได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลจะพัฒนาจากการจัดกิจกรรมหรือประสบการณ์ต่างๆ ของนักเรียน จะมีประโยชน์ต่อการสร้างความมั่นใจกับนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์

ดังนั้นจากการศึกษาถึงความสามารถในการประมาณค่า และการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ หมายถึง นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยการประมาณอย่างรวดเร็วและยืดหยุ่น โดยไม่จำเป็นต้องได้คำตอบที่ถูกต้อง และนักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ หรือแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับจำนวนมาอธิบายหรือแสดงได้ว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผล

2.5 เข้าใจความหมายและผลลัพธ์ของการดำเนินการ

1) ความหมายของการบวกและการลบ

Reys et al. (1992) กล่าวว่า มีตัวแบบหลายตัวแบบสามารถใช้แสดงการบวก แต่ในทุกแบบความคิดของการบวกหมายถึง การนำปริมาณมารวมกัน นอกจากนี้ ตัวแบบการบวก แต่ละตัวแบบสามารถประยุกต์กับสถานการณ์ที่นำไปสู่การลบ คือ

(1) การเอาออก หาส่วนที่เหลือ เมื่อเอาออกไปบางส่วน งานวิจัยบ่งชี้ว่า สถานการณ์การลบแบบนี้เป็นแบบที่ง่ายที่สุดสำหรับเด็ก

(2) การเปรียบเทียบหรือหาความแตกต่างของสองปริมาณ

(3) จำเป็นต้องใช้อีกเท่าไร เกี่ยวข้องกับการมีปริมาณทั้งหมดแล้วรู้ส่วนหนึ่ง หาอีกส่วนหนึ่ง

Kennedy and Tipps (1994 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) กล่าวว่า สถานการณ์ในชีวิตประจำวันมากมายเกี่ยวข้องกับการบวกและการลบ สำหรับสถานการณ์การบวก กล่าวทำนองเดียวกับ Reys และคณะว่าการบวกเป็นเรื่องของการรวมสิ่งต่างๆ ตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไป เช่น ส้มมีสี่สีขาว 4 ตัว และสี่สีดำ 5 ตัว ส้มจะมีสี่ทั้งหมดกี่ตัว สำหรับการลบมีหลายสถานการณ์ แต่ส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์ของการเอาออกไป ซึ่งนักเรียนควรมีประสบการณ์จากทุกแบบ โดย Kennedy and Tipps ได้กล่าวถึงสถานการณ์การลบไว้ 4 แบบ ได้แก่

1. การเอาออก คือ เมื่อเอาออกไปบางส่วน ให้หาส่วนที่เหลือ เช่น น้ำมีขนมอยู่ 34 ถูง เมื่อให้น้องไป 15 ถูง เขาจะเหลือขนมอยู่ที่ถูง ซึ่งสถานการณ์แบบนี้เป็นสถานการณ์ที่เด็กจะพบเห็นอยู่บ่อยๆ

2. การเปรียบเทียบ คือ การลบโดยใช้การเปรียบเทียบขนาดของปริมาณสองกลุ่ม เช่น มีรถโดยสารอยู่ 2 คัน รถคันแรกมีผู้โดยสาร 97 คน คันที่สองมีผู้โดยสาร 136 คน รถคันที่สองมีผู้โดยสารมากกว่ารถคันแรกกี่คน

3. การทำให้บริบูรณ์ คือ การลบที่ใช้หาจำนวนสิ่งของชุดหนึ่ง ที่จะนำมารวมกับจำนวนสิ่งของอีกชุดหนึ่ง แล้วทำให้ได้จำนวนสิ่งของทั้งหมด เช่น โจมิดูหนังสือที่ใส่หนังสือได้ทั้งหมด 300 เล่ม ถ้าเขามีหนังสืออยู่แล้ว 158 เล่ม เขาจะต้องใส่หนังสืออีกกี่เล่มจึงจะเต็มตู้

4. ส่วนรวม/ส่วนย่อย/ส่วนย่อย คือ การลบที่ใช้หาขนาดของกลุ่มย่อยในกลุ่มใหญ่ เช่น ก๊กมีดินสอทั้งหมด 42 แท่ง เป็นสีขา 16 แท่ง จะเป็นสีอื่นๆ อีกกี่แท่ง

Kennedy and Tipps (1994 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) แนะนำขั้นตอนในการลบ 2 วิธี คือ การลบโดยการกระจายและการลบโดยการบวกจำนวนที่เท่ากัน

1. การลบโดยการกระจาย เป็นวิธีที่นิยมใช้โดยทั่วไปเพราะเป็นโมเดลที่ใช้สื่อรูปธรรมอธิบายได้โดยง่าย แต่ควรเสนอขั้นตอนการลบวิธีนี้หลังจากนักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องค่าประจำหลักและการจัดกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนควรจะรู้ว่า 43 คือ 4 สิบ และ 3 หน่วย หรือ $40+3$ หรือ $30+13$ เพื่อให้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงขั้นตอนวิธีกับโมเดล ค่าประจำหลักได้ สำหรับการลบวิธีนี้จะพบได้ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

2. การลบโดยการบวกจำนวนที่เท่ากัน อยู่บนพื้นฐานความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ว่า มีประโยชน์การลบมากมายไม่ถ่วนที่ผลลัพธ์เท่ากัน เช่น $59-38$ และ $36-15$ ต่างก็มีผลลัพธ์เท่ากับ 21 นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดในสิ่งนี้จะสามารถเรียนรู้ที่จะใช้การลบโดยการบวกจำนวนที่เท่ากันได้ ซึ่งถ้าจะใช้วิธีนี้ จะต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดในกระบวนการเหล่านี้แล้ว โดยอาจจะจัดกิจกรรมเสริมอื่นๆ ก่อน เช่น ให้นักเรียนเติมคำตอบและพิจารณาความสัมพันธ์เหล่านี้

$$ก) \quad 16 - 8 = \square, \quad 26 - 18 = \square, \quad 36 - 18 = \square$$

$$ข) \quad 49 - 14 = 35, \quad 59 - \square = 35$$

$$ค) \quad 77 - 34 = 43, \quad \square - 44 = 43$$

อย่างไรก็ตามในการนำวิธีนี้ไปใช้กับนักเรียนต้องใช้อย่างระมัดระวัง เพราะจากงานวิจัยของ Gladys B. Rheins and Joel J. Rheins (1955 อ้างถึงใน Kennedy & Tipps, 1994 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) รายงานว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการลบโดยการกระจาย มีผลการเรียนดีกว่าเด็กที่ได้รับการสอนการลบโดยการบวกจำนวนที่เท่ากัน

2) ความหมายของการคูณและการหาร

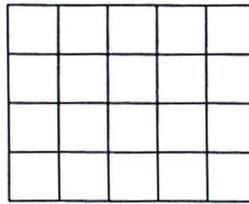
สำหรับโมเดลที่นำเสนอการคูณมีอยู่หลายโมเดล แต่โมเดลที่นิยมนำเสนอมีอยู่ 3 โมเดล (Reys et al. 1992 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) คือ

(1) การคูณในรูปของการบวกจำนวนที่เท่ากันซ้ำๆ เช่น

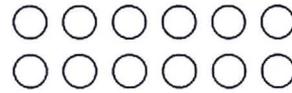


$$3 \times 5$$

(2) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เช่น

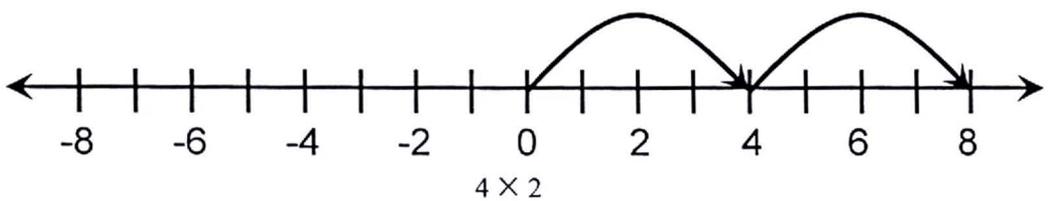


$$4 \times 5$$



$$2 \times 6$$

(3) เส้นจำนวน เช่น



$$4 \times 2$$

สำหรับการหาร มีสถานการณ์การหารอยู่ 2 สถานการณ์ (Kennedy & Tipps, 1994 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) คือ

1) สถานการณ์การวัด เป็นสถานการณ์ที่รู้จำนวนของกลุ่มดั้งเดิม และรู้ขนาดของกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่ม ปัญหาคือ ต้องหาจำนวนกลุ่มย่อย

2) สถานการณ์การแบ่ง เป็นสถานการณ์ที่รู้จำนวนของกลุ่มดั้งเดิม และรู้จำนวนของกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่ม ปัญหาคือ ต้องหาขนาดของกลุ่มย่อย

2.6 ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน

ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนประกอบด้วยการรู้ผลของการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนว่าเมื่อใดผลลัพธ์จะมีค่ามากหรือน้อยอย่างไร เช่น รู้ได้ว่า ถ้าหาผลคูณของจำนวนสองจำนวนที่แต่ละจำนวนมีค่ามากกว่า 1 ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่ามากกว่าจำนวนแต่ละจำนวนนั้น และรู้ว่าถ้าจำนวนใดจำนวนหนึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และอีกจำนวนหนึ่งเป็นบวก ผลคูณที่ได้จะมีค่าน้อยกว่าจำนวนที่มีค่าบวกนั้น หรือรู้ได้ว่าในการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ หรือผลหาร ของจำนวนสองจำนวน การดำเนินการใดจะทำให้ผลลัพธ์มีค่าน้อยหรือมาก เมื่อเปรียบเทียบกับ การดำเนินการแบบอื่นๆ ในเรื่องผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนนี้ Thompson and Rathmell (1989) กล่าวว่า เมื่อนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ในเรื่องขนาดผลสัมพัทธ์ของจำนวน และความรู้ในเรื่องผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ นักเรียนจะเข้าใจได้ว่า ผลคูณของ 3.952 กับ 41 มีค่าประมาณ 4 เท่าของ 40 หรือนักเรียนจะเข้าใจได้ว่า $\frac{2}{5}$ ของ 118 มีค่าประมาณ 50 เพราะ $\frac{2}{5}$ ของ 118 มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ของ 118 อยู่เล็กน้อย และจากตัวอย่างของ Sowder (1992 อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2544) ที่กล่าวว่านักเรียนที่มีความรู้ลึกซึ้งเชิงจำนวน เมื่อทราบว่ามีผลต่างระหว่าง 327 กับ 513 คือ 186 ก็จะบอกได้ว่าผลต่างระหว่าง 327 กับ 523 คือ 196

ในการพัฒนาความเข้าใจในเรื่องผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการต่างๆ ของเศษส่วน สำหรับนักเรียนจะต้องเลือกเศษส่วน และการดำเนินการให้สอดคล้องกับเนื้อหาและระดับชั้นของนักเรียนด้วย

3. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

3.1 แนวคิดเกี่ยวกับเศษส่วน

คู่มือ สสวท (2534) เขียนเกี่ยวกับเศษส่วนไว้ว่า เศษส่วน คือสัญลักษณ์ประกอบด้วย ตัวเศษ ซึ่งแสดงส่วนแบ่งที่กล่าวถึง ตัวส่วน ซึ่งแสดงจำนวนส่วนแบ่งทั้งหมดที่เท่าๆ กัน และมีเส้น คั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วน เช่น $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ เป็นต้น

Downes and paling (1957) ได้ให้ความหมายของเศษส่วนไว้ว่าเศษส่วนมาจากคำว่า Frangere ซึ่งเป็นคำละติน แปลว่า แยกออก หมายถึง การนำเอาของชิ้นหนึ่งหรือจำนวนหนึ่งมาแยก ออกเป็นส่วนย่อยที่เท่ากัน ส่วนย่อยที่เท่ากันนี้เป็นตัวส่วนของเศษส่วน

Lay (1968) ได้ให้ความหมายของเศษส่วนไว้ว่าเป็นจำนวนที่เขียนไว้ในรูปของ $\frac{a}{b}$ ซึ่งทั้ง a และ b แทนจำนวนเต็ม และ b ต้องไม่เท่ากับ 0 เรียก a ว่า ตัวเศษ (Numerator) และ b ว่า ตัวส่วน (Denominator)

3.1.1 เศษส่วน ประกอบไปด้วย

เศษส่วนแท้ คือ เศษส่วนที่มีค่าสัมบูรณ์ของเศษน้อยกว่าส่วน เช่น $\frac{1}{3}, \frac{8}{9}$

เศษเกิน คือ เศษส่วนที่มีค่าสัมบูรณ์ของเศษมากกว่าส่วน เช่น $\frac{8}{5}, \frac{13}{5}$

จำนวนคละ (เศษส่วนคละ) คือ เศษส่วนที่เป็นผลบวกของจำนวนเต็มกับเศษส่วนแท้ ซึ่งได้มาจากเศษเกิน เช่น $2\frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5}$

เศษซ้อน คือ เศษส่วนที่เศษหรือส่วนเป็นเศษส่วน หรือทั้งเศษส่วนเป็นเศษส่วน

เช่น $\frac{1}{\frac{1}{3}}, \frac{2}{\frac{2}{5}}$ เป็นต้น

3.1.2 การเปรียบเทียบเศษส่วน

1) การเปรียบเทียบเศษส่วนชนิดเดียวกัน (มีส่วนเท่ากัน) ให้พิจารณาดูเศษ เศษส่วนที่มีเศษมากกว่าย่อมมีค่ามากกว่าเศษส่วนที่มีเศษน้อย $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}, \frac{5}{9} > \frac{4}{9}$

2) การเปรียบเทียบเศษส่วนต่างชนิดกัน (มีส่วนไม่เท่ากัน)

(ก) เศษส่วนที่มีเศษเท่ากันแต่ส่วนไม่เท่ากัน ให้พิจารณาที่ส่วนคือ เศษส่วนที่มีส่วนน้อยย่อมมีค่ามากกว่าเศษส่วนที่มีส่วนมาก เช่น $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}, \frac{2}{5} > \frac{2}{7}$

(ข) เศษส่วนที่มีเศษและส่วนไม่เท่ากัน ให้ทำให้เศษส่วนเหล่านั้นเป็นเศษส่วนชนิดเดียวกันเสียก่อนแล้วจึงพิจารณาเปรียบเทียบ เช่น $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow \frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

4. งานวิจัยเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน

อุษา คงทอง (2538) ได้ทำการศึกษาผลของสำนึกเชิงจำนวน และตัวแปรคัดสรร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็นสองระยะ ซึ่งผลการวิจัยในระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสำนึกทางด้านจำนวน เท่ากับ 27.22 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน เมื่อทำการวิเคราะห์รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของสำนึกทางด้านจำนวน พบว่า ตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อ



ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ด้านความรู้สึกละและทักษะ) คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ ความรู้พื้นฐานเดิม และสำนักทางด้านจำนวน ตามลำดับ ส่วนตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อสำนักทางด้านจำนวน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือความรู้พื้นฐานเดิม ผลการวิจัยในระยะที่ 2 เมื่อทำการทดลองใช้โปรแกรมสำนักทางด้านจำนวน โดยกำหนดให้ตัวแปรความสามารถในการแก้ปัญหาและ/หรือความรู้พื้นฐานเดิม เป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนและฝึกจาก โปรแกรมสำนักทางด้านจำนวน มีคะแนนเฉลี่ยของสำนักทางด้านจำนวนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนักทางด้านจำนวน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ธมนวรรณ ทาแก้ว (2547) ได้ทำการศึกษา การนำเสนอ โปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกละเชิงจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านสวนหลวง (รัตนวิจิตรพิทยาคาร) จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 30 คน โดยพัฒนาความรู้สึกละเชิงจำนวนใน 7 ด้าน คือ ความเข้าใจจำนวนทั้งจำนวนเชิงการนับและจำนวนเชิงอันดับที่ ความเข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของและสถานการณ์ต่างๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น และความสามารถในการประมาณค่า ด้วยการ ใช้โปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกละเชิงจำนวน ผลการวิจัยพบว่า 1) ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความรู้สึกละเชิงจำนวนของนักเรียนก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) โดยเฉลี่ยนักเรียนมีความเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ใน โปรแกรมและประโยชน์ของ โปรแกรม มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก แต่เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ของ โปรแกรมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

นพพร แหยมแสง (2544) ได้ทำการวิจัยเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โดยอาศัย การศึกษาสภาพและปัญหาสำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2542 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร และกำหนดการศึกษาสำนักเกี่ยวกับจำนวน 7 ด้าน คือ ความเข้าใจความหมายการใช้จำนวน การรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน ความเข้าใจความหมายของการ บวก การลบ และการคูณ การรู้ผลสัมพัทธ์ของการบวก การลบ และการคูณ ความสามารถในการใช้ ประสิทธิภาพมาเป็นเกณฑ์ในการอ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด และความสามารถในการคิด คำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น ผลการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพและ ปัญหาสำนักเกี่ยวกับจำนวน พบว่า สำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

อยู่ในระดับต้องปรับปรุง(ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 38.73) และของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อยู่ในระดับต้องปรับปรุง(ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 44.27) ระยะที่ 2 ผลการทดลองพบว่า สำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และหลังการทดลองกลุ่มทดลองก็มีสำนักเกี่ยวกับจำนวนสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในขณะที่คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

เอมอร์ สิทธิรักษ์ (2546) ได้ศึกษาการพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนวัดพรหมโลก จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการของสำนักเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มขึ้น และยังมีความคงทนอยู่เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือน ผลการพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนและทศนิยมและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับดี จากการสังเกตพฤติกรรมและเพิ่มสะสมงาน พบว่านักเรียนตระหนักถึงคุณค่าของสำนักเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนชอบการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น การใช้ตัวอ้างอิง การประมาณค่า เพราะสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบได้รวดเร็วและสามารถนำไปพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดียิ่งขึ้น

Reys and Yang (1998) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงออกทางด้านของการคำนวณกับความรูสึกเชิงจำนวนในระหว่างนักเรียนเกรดหกและเกรดแปดในประเทศไต้หวัน โดยใช้นักเรียนหกห้องเรียน (นักเรียน 234 คน) จำนวนสี่โรงเรียนของเมืองหนึ่งในไต้หวัน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า หลักฐานที่เห็นชัดเจนซึ่งนักเรียนแสดงออกมาในระดับที่แตกต่างกันระหว่างการคำนวณ โดยการเขียนที่เปรียบเทียบกับความรูสึกเชิงจำนวน นักเรียนชาวไต้หวันมีความทักษะในการคำนวณโดยใช้การใช้กระดาษและดินสอ สูงมาก แต่ไม่มีความชำนาญในการคำนวณโดยอาศัยความรูสึกเชิงจำนวนในการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน นั่นคือ ความชำนาญสูงในกระบวนการคำนวณโดยการเขียนเป็นสิ่งที่ไม่ได้จำเป็นต้องถูกประกอบขึ้นด้วยความรูสึกเชิงจำนวน การค้นพบนี้ยืนยันสิ่งนั้นว่าจะอะไรที่ถูกระบุในคณิตศาสตร์ว่าจะอะไรคือการเรียนรู้ และอะไรที่คงทน กับรายละเอียดเหล่านั้นว่า "คำตอบที่ถูกต้องไม่ใช่ตัวชี้วัดที่เชื่อถือได้ของการคิดที่ดี" และ"ครูต้องตรวจดูให้มากกว่าคำตอบ และต้องเรียกร่องจากนักเรียนให้มากกว่าคำตอบ" ผลจากการสัมภาษณ์ 17 คน ทำให้ทราบว่าต้องมีการฝึกฝนอีกครั้งในการทำให้เป็นลักษณะทั่วไปก้าวสู่การศึกษาครั้งนี้ เพราะว่า "นักเรียนส่วนมากไม่มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน และทศนิยม การสัมภาษณ์เหล่านี้ที่แสดงว่าทั้งนักเรียนระดับสูง และกึ่งกลางที่เชื่อใจ ในเทคนิคกระบวนการคำนวณที่ถูกสอน

ในโรงเรียนมาก เราหวังว่าผลลัพธ์เหล่านี้จะช่วยสนับสนุนผู้ที่บรรลุจุดประสงค์ของการแสดงการคำนวณ ได้ดีเพื่อที่จะมองย้อนกลับจำนวนที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพื่อพยายามที่จะยึดภาพที่สมบูรณ์มากขึ้นของพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนที่พวกเขากำลังคำนวณอยู่

Yang (2002) ได้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้เกี่ยวกับสำนึกเชิงจำนวนกรณีกิจกรรมที่ปรับให้สอดคล้องกับกระบวนการกิจกรรมหนึ่งที่ประสบผลสำเร็จของนักเรียนเกรด 6 ในประเทศไต้หวัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) อธิบายว่าครูได้ช่วยให้ นักเรียนของเขาพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับเศษส่วน โดยผ่านกิจกรรมที่ปรับให้สอดคล้องกับกระบวนการอย่างไร และ 2) แสดงให้เห็นว่า ครูใส่ความคุ้มค่า ความน่าสนใจ และความท้าทายไว้ในคำถามคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนของเขาเพื่อสร้างสภาพแวดล้อมแห่งการเรียนรู้ที่ดีสำหรับเด็กได้อย่างไร ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การสร้างกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบไปด้วยความน่าสนใจ มีความหมาย และมีความท้าทาย จะช่วยพัฒนาสำนึกเชิงจำนวนของนักเรียนจากการแสดงแทนด้วยภาพไปสู่การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ โดยผ่านกระบวนการสื่อสารและการถกเถียง ซึ่งความยุ่งยากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนถูกทำให้ลดลงโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งนอกจากนักเรียนจะมีความเข้าใจที่ดีขึ้นแล้ว ครูยังได้พัฒนาวิธีการสอนของตัวเองอีกด้วย

Yang, Hsu and Huang (2004) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้เกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวนสำหรับนักเรียนเกรด 6 ในภาคใต้ของประเทศไต้หวัน โดยใช้นักเรียน โรงเรียนประถม 2 โรงเรียน จาก 2 เมือง ซึ่งแต่ละโรงเรียนมีนักเรียนที่เข้าร่วมในการศึกษาคั้งนี้ 2 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม รวมทั้งสิ้นเป็นจำนวน 4 ห้องเรียน โดยใช้เวลาทำการวิจัย 1 ภาคเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผลการสอบข้อเขียน นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนสอบหลังเรียนและคะแนนสอบระหว่างเรียนมากกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ทำให้เห็นความเปลี่ยนแปลงและความก้าวหน้าที่ถูกสร้างขึ้น โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้อย่างชัดเจน เช่น หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนในกลุ่มทดลองจำนวนมากขึ้นสามารถประยุกต์ใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ได้ และจากที่แสดงให้เห็นการเข้าใจลึกและวิถีทางของการคิดของนักเรียนได้หลายแบบ คือการแสดงของครูในการสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ที่ดีซึ่งสนับสนุนการสำรวจตรวจสอบ การสื่อสาร และการให้เหตุผล

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงจำนวน

อุษา คงทอง (2538) ได้ทำการศึกษาผลของสำนึกเชิงจำนวน และตัวแปรคัดสรร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็นสองระยะ ซึ่งผลการวิจัยในระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสำนึกทางด้านจำนวน เท่ากับ 27.22 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน เมื่อทำการวิเคราะห์รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของสำนึกทางด้านจำนวน พบว่า ตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ด้านความรู้สึกและทักษะ) คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ ความรู้พื้นฐานเดิม และสำนึกทางด้านจำนวน ตามลำดับ ส่วนตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อสำนึกทางด้านจำนวน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือความรู้พื้นฐานเดิม ผลการวิจัยในระยะที่ 2 เมื่อทำการทดลองใช้โปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน โดยกำหนดให้ตัวแปรความสามารถในการแก้ปัญหาและ/หรือความรู้พื้นฐานเดิม เป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน มีคะแนนเฉลี่ยของสำนึกทางด้านจำนวนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

นพพร แหยมแสง (2544) ได้ทำการวิจัยเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โดยอาศัยการศึกษาสภาพและปัญหาด้านสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2542 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร และกำหนดการศึกษาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน 7 ด้าน คือ ความเข้าใจความหมายการใช้จำนวน การรู้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพันธ์ของจำนวน ความเข้าใจความหมายของการบวก การลบ และการคูณ การรู้ผลสัมพัทธ์ของการบวก การลบ และการคูณ ความสามารถในการใช้ประสบการณ์มาเป็นเกณฑ์ในการอ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด และความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น ผลการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพและปัญหาด้านสำนึกเกี่ยวกับจำนวน พบว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับต้องปรับปรุง(ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 38.73) และของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อยู่ในระดับต้องปรับปรุง(ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 44.27) ระยะที่ 2 ผลการทดลอง พบว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และหลังการทดลองกลุ่มทดลองก็มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ใน ขณะที่คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

เอมอร สิทธิรักษ์ (2546) ได้ศึกษาการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนวัดพรหมโลก จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการของสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มขึ้น และยังมีความคงทนอยู่เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือน ผลการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนและทศนิยมและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับดี จากการสังเกตพฤติกรรมและเพิ่มสะสมงาน พบว่านักเรียนตระหนักถึงคุณค่าของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนชอบการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น การใช้ตัวอ้างอิง การประมาณค่า เพราะว่าสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบได้รวดเร็วและสามารถนำไปพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดียิ่งขึ้น

ธมนวรรณ ทาแก้ว (2547) ได้ทำการศึกษา การนำเสนอโปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านสวนหลวง (รัตนวิจิตรพิทยาคาร) จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 30 คน โดยพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนใน 7 ด้าน คือ ความเข้าใจจำนวน ทั้งจำนวนเชิงการนับและจำนวนเชิงอันดับที่ ความเข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของและสถานการณ์ต่างๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น และความสามารถในการประมาณค่า ด้วยการ ใช้โปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน ผลการวิจัยพบว่า 1) ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) โดยเฉลี่ยนักเรียนมีความเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ในโปรแกรมและประโยชน์ของโปรแกรม มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก แต่เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ของโปรแกรมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

หทัยกาญจน์ อินบุญมา (2547) ได้ศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีแบบแผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริม

ความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

Reys and Yang (1998) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงออกทางด้านการคำนวณกับความรู้สึกเชิงจำนวนในระหว่างนักเรียนเกรดหกและเกรดแปดในประเทศไต้หวัน โดยใช้นักเรียนหกห้องเรียน (นักเรียน 234 คน) จำนวนสี่โรงเรียนของเมืองหนึ่งในไต้หวัน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า หลักฐานที่เห็นชัดเจนซึ่งนักเรียนแสดงออกมาในระดับที่แตกต่างมากระหว่างการคำนวณโดยการเขียนที่เปรียบเทียบกับความรู้สึกเชิงจำนวน นักเรียนชาวไต้หวันมีความทักษะในการคำนวณโดยใช้การใช้กระดาษและดินสอ สูงมาก แต่ไม่มีความชำนาญในการคำนวณโดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวนในการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน นั่นคือ ความชำนาญสูงในกระบวนการคำนวณโดยการเขียนเป็นสิ่งที่ไม่ได้จำเป็นต้องถูกประกอบขึ้นด้วยความรู้สึกเชิงจำนวน การค้นพบนี้ยืนยันสิ่งนั้นว่าอะไรที่ถูกเน้นในคณิตศาสตร์ว่าอะไรคือการเรียนรู้ และอะไรที่คงทน กับรายละเอียดเหล่านั้นว่า "คำตอบที่ถูกต้องไม่ใช่ตัวชี้วัดที่เชื่อถือได้ของการคิดที่ดี" และ "ครูต้องตรวจดูให้มากกว่าคำตอบ และต้องเรียกร่องจากนักเรียนให้มากกว่าคำตอบ" ผลจากการสัมภาษณ์ 17 คน ทำให้ทราบว่าต้องมีการฝึกฝนอีกครั้งในการทำให้เป็นลักษณะทั่วไปก้าวสู่การศึกษาครั้งนี้ เพราะว่า "นักเรียนส่วนมากไม่มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน และทศนิยม การสัมภาษณ์เหล่านี้ที่แสดงว่าทั้งนักเรียนระดับสูง และกึ่งกลางที่เชื่อใจ ในเทคนิคกระบวนการคำนวณที่ถูกสอนในโรงเรียนมาก เราหวังว่าผลลัพธ์เหล่านี้จะช่วยสนับสนุนผู้ที่บรรลุจุดประสงค์ของการแสดงการคำนวณได้ดีเพื่อที่จะมองย้อนกลับจำนวนที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพื่อพยายามที่จะยึดภาพที่สมบูรณ์มากขึ้นของพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนที่พวกเขากำลังคำนวณอยู่

Yang (2002) ได้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้เกี่ยวกับสำนึกเชิงจำนวนกรณีกิจกรรมที่ปรับให้สอดคล้องกับกระบวนการกิจกรรมหนึ่งที่ประสบผลสำเร็จของนักเรียนเกรด 6 ในประเทศไต้หวัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) อธิบายว่าครูได้ช่วยให้ นักเรียนของเขาพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับเศษส่วน โดยผ่านกิจกรรมที่ปรับให้สอดคล้องกับกระบวนการอย่างไร และ 2) แสดงให้เห็นว่า ครูใส่ความคุ้มค่า ความน่าสนใจ และความท้าทายไว้ในคำถามคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนของเขาเพื่อสร้างสภาพแวดล้อมแห่งการเรียนรู้ที่ดีสำหรับเด็กอย่างไร ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การสร้างกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบไปด้วยความน่าสนใจ มีความหมาย และมีความท้าทาย จะช่วยพัฒนาสำนึกเชิงจำนวนของนักเรียนจากการแสดงแทนด้วยภาพไปสู่การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ โดยผ่านกระบวนการสื่อสารและการถกเถียง ซึ่งความยุ่งยากในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนถูกทำให้ลดลงโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งนอกจากนักเรียนจะมีความเข้าใจที่ดีขึ้นแล้ว ครูยังได้พัฒนาวิธีการสอนของตัวเองอีกด้วย

Yang, Hsu and Huang (2004) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้เกี่ยวกับความรู้ลึกเชิงจำนวนสำหรับนักเรียนเกรด 6 ในภาคใต้ของประเทศไต้หวัน โดยใช้นักเรียนโรงเรียนประถม 2 โรงเรียน จาก 2 เมือง ซึ่งแต่ละโรงเรียนมีนักเรียนที่เข้าร่วมในการศึกษาครั้งนี้ 2 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม รวมทั้งสิ้นเป็นจำนวน 4 ห้องเรียน โดยใช้เวลาทำการวิจัย 1 ภาคเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผลการสอบข้อเขียน นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนสอบหลังเรียนและคะแนนสอบระหว่างเรียนมากกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ทำให้เห็นความเปลี่ยนแปลงและความก้าวหน้าที่ถูกสร้างขึ้น โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้อย่างชัดเจน เช่น หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนในกลุ่มทดลองจำนวนมากขึ้นสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ลึกเชิงจำนวนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ได้ และฉากที่แสดงให้เห็นการเข้าใจและวิถีทางของการคิดของนักเรียนได้หลายแบบ คือการแสดงของครูในการสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ที่ดี ซึ่งสนับสนุนการสำรวจตรวจค้น การสื่อสาร และการให้เหตุผล

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

เอมอร์ ลิทธิร์กีย์ (2546) ได้ศึกษาการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนวัดพรหมโลก จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการของสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มขึ้น และยังมีความคงทนอยู่เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือน ผลการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนและทศนิยมและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับดี จากการสังเกตพฤติกรรมและเพิ่มสะสมงาน พบว่านักเรียนตระหนักถึงคุณค่าของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนชอบการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น การใช้ตัวอ้างอิง การประมาณค่า เพราะสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบได้รวดเร็วและสามารถนำไปพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดียิ่งขึ้น

อุคมศักดิ์ ลูกเสือ (2546) ได้ทำการศึกษา การพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวน โรงเรียนบ้านท่ายาง อำเภอท่ายาง จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 50 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่สอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวน และกลุ่มควบคุมที่จัดการเรียนการสอนตามปกติ ผลการวิจัย พบว่า

คะแนนด้านความรู้สึกเชิงจำนวนภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรม ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนสูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดการเรียนการสอนตามปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

Reys and Yang (1998) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงออกทางด้านของการคำนวณกับความรู้สึกเชิงจำนวนในระหว่างนักเรียนเกรดหกและเกรดแปดในประเทศไต้หวัน โดยใช้นักเรียนหกห้องเรียน (นักเรียน 234 คน) จำนวนสี่โรงเรียนของเมืองหนึ่งในไต้หวัน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า หลักฐานที่เห็นชัดเจนซึ่งนักเรียนแสดงออกมาในระดับที่แตกต่างมากระหว่างการคำนวณโดยการเขียนที่เปรียบเทียบกับความรู้สึกเชิงจำนวน นักเรียนชาวไต้หวันมีความทักษะในการคำนวณโดยใช้การใช้กระดาษและดินสอ สูงมาก แต่ไม่มีความชำนาญในการคำนวณโดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวนในการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน นั่นคือ ความชำนาญสูงในกระบวนการคำนวณโดยการเขียนเป็นสิ่งที่ไม่ได้จำเป็นต้องถูกประกอบขึ้นด้วยความรู้สึกเชิงจำนวน การค้นพบนี้ยืนยันสิ่งนั้นว่าอะไรที่ถูกเน้นในคณิตศาสตร์ว่าอะไรคือการเรียนรู้ และอะไรที่คงทน กับรายละเอียดเหล่านั้นว่า "คำตอบที่ถูกต้องไม่ใช่ตัวชี้วัดที่เชื่อถือได้ของการคิดที่ดี" และ "ครูต้องตรวจดูให้มากกว่าคำตอบ และต้องเรียกร้องจากนักเรียนให้มากกว่าคำตอบ" ผลจากการสัมภาษณ์ 17 คน ทำให้ทราบว่าต้องมีการฝึกฝนอีกครั้งในการทำให้เป็นลักษณะทั่วไปไปก้าวสู่การศึกษาครั้งนี้ เพราะว่า นักเรียนส่วนมากไม่มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน และทศนิยม การสัมภาษณ์เหล่านี้ที่แสดงว่าทั้งนักเรียนระดับสูง และกึ่งกลางที่เชื่อใจ ในเทคนิคกระบวนการคำนวณที่ถูกสอนในโรงเรียนมาก เราหวังว่าผลลัพธ์เหล่านี้จะช่วยสนับสนุนผู้ที่บรรลุจุดประสงค์ของการแสดงการคำนวณได้ดีเพื่อที่จะมองย้อนกลับจำนวนที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพื่อพยายามที่จะยึดภาพที่สมบูรณ์มากขึ้นของพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนที่พวกเขา กำลังคำนวณอยู่

7. กรอบแนวคิดในการดำเนินการวิจัย

กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยนี้จะทำการศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนในเรื่อง การคูณและการหารเศษส่วน โดยยึดกรอบการวิจัย ดังนี้

