

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



203363



การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

A STUDY OF TEACHER'S USING SYSTEM OF EXTERNAL REPRESENTATIONS
AND THE LEVEL OF STUDENTS' MATHEMATICAL UNDERSTANDING
BASED ON PIRIE AND KIEREN'S THEORY ABOUT
LINEAR EQUATION ONE VARIABLE FOR
MATHAYOMSUKSA I STUDENTS

นางสาววิรัชดา ทานีล

วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

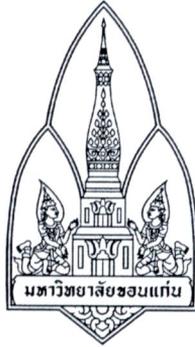
พ.ศ. 2553

000257175

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ



203363



การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

A STUDY OF TEACHER'S USING SYSTEM OF EXTERNAL REPRESENTATIONS
AND THE LEVEL OF STUDENTS' MATHEMATICAL UNDERSTANDING
BASED ON PIRIE AND KIEREN'S THEORY ABOUT
LINEAR EQUATION ONE VARIABLE FOR
MATHAYOMSUKSA I STUDENTS



นางสาววิรัชดา ทานิล

วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2553

การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

นางสาววิรัชดา ทานิล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2553

**A STUDY OF TEACHER'S USING SYSTEM OF EXTERNAL REPRESENTATIONS
AND THE LEVEL OF STUDENTS' MATHEMATICAL UNDERSTANDING
BASED ON PIRIE AND KIEREN'S THEORY ABOUT
LINEAR EQUATION ONE VARIABLE FOR
MATHAYOMSUKSA I STUDENTS**

MISS VIRATCHADA TANIL

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE
DEGREE OF MASTER OF EDUCATION
IN MATHEMATICS EDUCATION
GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY**

2010

วิรัชดา ทานิล. 2553. การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
อาจารย์ที่ปรึกษาทางานวิจัย: ดร.หล้า ภวภูตานนท์

บทคัดย่อ

203363

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา (Case Study) ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Description) มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้เป็น ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 คน และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 3 คน ซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้จากครูกลุ่มเป้าหมายจากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น(ศึกษาศาสตร์) ระดับมัธยมศึกษา และเข้าร่วมการวิจัยด้วยความสมัครใจ

ผลการวิจัยพบว่า 1) ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แก่ การใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบาย สถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และพบว่า ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา สำหรับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วย (1) ขั้นการอ่านโจทย์และวิเคราะห์โจทย์ (2) ขั้นการกำหนดตัวแปร (3) ขั้นการเขียนสมการ (4) ขั้นการแก้สมการและการตรวจคำตอบ สำหรับขั้นตอนการสอนของครู เรียงลำดับจาก ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประเภทของสมการ สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ ขั้นตอนวิธีการการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขั้นตอนวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า (1) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ

203363

ระดับการสังเกตคุณสมบัติ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ ในระดับการมีมโนภาพนักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการที่เห็นเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับการสังเกตคุณสมบัติ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปทั่วไปได้ (2) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ ในระดับการมีมโนภาพ นักเรียนสามารถเลือกใช้สมบัติในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แสดงขั้นตอนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนวิธีการการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ (3) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพและระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมอธิบายในแต่ละขั้นตอนได้ ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

Viratchada Tanil. 2010. **A Study of Teacher's Using System of External Representations and the Level of Students' Mathematical Understanding based on Pirie and Kieren's Theory about Linear Equation One Variable for Mathayomsuksa I Students.**

Master of Education Thesis in Mathematics Education, Graduated school,
Khon Kaen University.

Thesis Advisor: Dr. Lha Pavaputanon

ABSTRACT

203363

This research was a case study drawing on qualitative methodology which focused on protocol analysis and analytical description to examine teacher used the system of external representations and the level of students' mathematical understanding based on Pirie and Kieren's theory about linear equation one variable for Mathayomsuksa 1 students. The target group consisted of a teacher who were teaching in Mathayomsuksa 1 students and three Mathayomsuksa 1 students who were taught by this teacher in second semester, academic year of 2009 from Demonstration School, Faculty of Education, Khon Kaen University.

The findings showed that 1) the teacher had used various kinds of external representations in teaching linear equations one variable that included the use of verbal and written language, mathematical symbols, multiple examples for his explanation, real situations, exercises and it also found that he used diagrams, tables and pictures to demonstrate on how to analyze word-problems about linear equation one variable. The process of solving word problems about linear equation one variable included (1) reading and analyzing the problem, (2) defining variable, (3) determining equation and (4) carrying out task and looking back. And the process of teaching began with posing definition of linear equation one variable, the category of equation, the equivalent property for solving the linear equation one variable, the process of solving linear equation one variable and the process of solving word-problem about linear equation one variable.

203363

2) The level of students' mathematical understanding based on Pirie and Kieren's theory showed that (1) all of the students had achieved on the image having level, property noticing level and formalizing level of mathematical understanding about the definition of linear equation one variable: at the image having level students were able to classify equations which were linear equation one variable, at the property noticing level students were able to describe the meaning of linear equation on variable and exemplify linear equation one variable and at the level of formalizing students were able to describe the meaning of linear equation one variable and to describe the definition of linear equation one variable in the general form, (2) the students had achieved on the image having level and formalizing level of mathematical understanding about how to solving linear equation one variable: at the image having level students were able to select appropriate equivalent property to solve linear equation one variable and demonstrate the process of solving linear equation on variable. Moreover, students were able to explain the process of the solving linear equation one variable at the formalizing level. And (3) the students had achieved on the image having level and formalizing level of mathematical understanding about how to solve word-problems of linear equation one variable : at the image having level, students were able to demonstrate how to solve word-problems about linear equation one variable and describe each process correctly. Finally, students were able to explain the strategies of solving word-problem about linear equation one variable.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากบัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.หล้า ภวภูตานนท์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้คอยให้คำแนะนำ สละเวลาให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่ และสนับสนุนมาโดยตลอด จนกระทั่งงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จเรียบร้อย

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ ประธานหลักสูตรคณิตศาสตร์ศึกษาและคณาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นทุกท่าน ที่คอยให้ข้อเสนอแนะและประสิทธิประสาทวิชาความรู้ ให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือในการศึกษาและการทำวิจัยด้วยดีเสมอมา ขอขอบพระคุณ ดร.ชาญณรงค์ เขียงราช และ ดร.อดิสร ศรีบุญวงษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์และกรรมการสอบเค้าโครงวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ อาจารย์เมตตา มาเวียง และอาจารย์มงคล ประเสริฐสังข์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย พร้อมทั้งให้คำแนะนำทางวิชาการและแนวคิดที่สำคัญให้แก่ผู้วิจัย และขอบคุณครูกลุ่มเป้าหมาย และนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยในครั้งนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการบวร จุลลา ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านห้วยส้มใต้ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเลย เขต 2 ที่อนุญาตให้ผู้วิจัยลาศึกษาต่อในระดับบัณฑิตศึกษา ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ได้สนับสนุนทุนการศึกษาในระดับบัณฑิตศึกษา และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่สนับสนุนทุนสำหรับการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณผู้ช่วยวิจัยทุกท่านที่ช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบคุณนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รุ่นที่ 6 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ทุกคน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะช่วยเหลือในการทำงานวิจัยและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวินัย และคุณแม่ทองเรือน ทานิล ที่ได้อบรมสั่งสอนมาตั้งแต่เยาว์วัย ให้คำปรึกษา เป็นกำลังใจในการเรียนตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน และสนับสนุนทุนทรัพย์ในการศึกษาเล่าเรียนมาตลอด รวมทั้งคุณวิรัชกุล ทานิล และคุณตั้ม บุญรอด ที่คอยเป็นกำลังใจให้เสมอมา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
คำอุทิศ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญตาราง	ณ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
3. ขอบเขตของการวิจัย	7
4. นิยามศัพท์เฉพาะ	7
5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	10
บทที่ 2 วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	11
1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาระดับพื้นฐานพุทธศักราช 2551	11
2. แนวคิดเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	15
3. แนวคิดเกี่ยวกับระบบการนำเสนอและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	20
4. แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบ ของ Pirie และ Kieren	38
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	47
6. กรอบแนวคิดในการดำเนินการวิจัย	55
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	57
1. การกำหนดผู้ร่วมวิจัย	57
2. กลุ่มเป้าหมาย	58
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	58
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล	59
5. การวิเคราะห์ข้อมูล	60

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4	
ผลการวิจัยและอภิปรายผล	71
1. ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับมัธยมศึกษา	73
2. ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับกลุ่มเป้าหมาย	73
3. การวิเคราะห์การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูใน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	75
4. การวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตาม แนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren	157
5. สรุปการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	227
6. อภิปรายผล	229
บทที่ 5	
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	237
1. สรุปผลการวิจัย	237
2. ข้อเสนอแนะ	240
บรรณานุกรม	241
ภาคผนวก	245
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	247
ภาคผนวก ข รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ	263
ภาคผนวก ค หนังสือราชการ	267
ประวัติผู้เขียน	273

สารบัญตาราง

		หน้า
ตารางที่ 1	สาระที่ 4 พืชคณิต	14
ตารางที่ 2	สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	14
ตารางที่ 3	ตารางการวิเคราะห์ทฤษฎีของ Pirie และ Kieren	61
ตารางที่ 4	ตารางกรอบการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	62
ตารางที่ 5	ตารางกรอบการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	64
ตารางที่ 6	ตารางกรอบการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	67
ตารางที่ 7	ตารางสรุปการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	226
ตารางที่ 8	ตารางสรุปการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องความหมายของสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	227
ตารางที่ 9	ตารางสรุปการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัว แปรเดียว	228
ตารางที่ 10	ตารางสรุปการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	229

สารบัญภาพ

		หน้า
ภาพที่ 1	ทฤษฎีการพัฒนาระดับความเข้าใจของ Pirie และ Kieren	38
ภาพที่ 2	แสดงถึงความรู้พื้นฐานบางส่วนที่เป็นส่วนหนึ่งที่อยู่ในชั้นของความรู้	40
ภาพที่ 3	ไดอะแกรมของ ทฤษฎีการพัฒนาระดับความเข้าใจของ Pirie และ Kieren ที่แสดงให้เห็นถึง ความรู้พื้นฐาน ที่เป็นแหล่งที่มาของความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นๆ	41
ภาพที่ 4	แสดงการทำให้สมบูรณ์ของการกระทำและการอธิบายในแต่ละระดับความเข้าใจ	44
ภาพที่ 5	กรอบแนวคิดในการดำเนินการวิจัย	56
ภาพที่ 6	แสดงการเขียนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา	78
ภาพที่ 7	แสดงการเขียนอธิบายขั้นตอนและวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	81
ภาพที่ 8	แสดงการนำเสนอของครูเพื่อให้นักเรียนเข้าใจเรื่องการแจกแจง	84
ภาพที่ 9	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 1	93
ภาพที่ 10	ภาพตารางที่ครูวาดเพื่อใช้ในการอธิบายเรื่องการใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการ	95
ภาพที่ 11	แสดงการลำดับการกำจัดตัวเลขที่อยู่ด้านเดียวกับตัวแปร	96
ภาพที่ 12	แสดงลำดับการกำจัดตัวเลขที่อยู่ด้านเดียวกับตัวแปร	97
ภาพที่ 13	แสดงการอธิบายการแจกแจงของครู โดยใช้สัญลักษณ์ลูกศรโค้ง	103
ภาพที่ 14	แสดงให้เห็นการเน้นของครูในเรื่องพจน์ที่สามารถรวมกันได้	103
ภาพที่ 15	แสดงการเน้นให้นักเรียนเห็นสมบัติการแจกแจง	104
ภาพที่ 16	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 2	107
ภาพที่ 17	แสดงการอธิบายของครู เรื่องสมบัติการเท่ากัน กลุ่มการบวก	109
ภาพที่ 18	แสดงการเน้นของครู ในการอธิบายพจน์ที่สามารถรวมกันได้	113
ภาพที่ 19	แสดงการอธิบายการแจกแจงของครู โดยใช้ลูกศรโค้ง	113
ภาพที่ 20	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 3	120

สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า	
ภาพที่ 21	แสดงการวิเคราะห์โจทย์ของครู โดยการเขียนอธิบาย	124
ภาพที่ 22	แสดงตารางที่ครูใช้ช่วยในการวิเคราะห์โจทย์	128
ภาพที่ 23	แสดงการใช้รูปภาพของครูในการวิเคราะห์โจทย์	132
ภาพที่ 24	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 4	136
ภาพที่ 25	การเขียนเปรียบเทียบในการอธิบายการวิเคราะห์โจทย์	140
ภาพที่ 26	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 5	143
ภาพที่ 27	แสดงการใช้แผนผังของครูในการวิเคราะห์โจทย์	144
ภาพที่ 28	แสดงแผนผังการวิเคราะห์โจทย์ของครู	145
ภาพที่ 29	การเขียนลูกศรเพื่อประกอบการอธิบายของครู	151
ภาพที่ 30	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูในกิจกรรมที่ 6	153
ภาพที่ 31	แผนผังลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	156
ภาพที่ 32	การทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 1 เรื่องความหมายของสมการ	157
ภาพที่ 33	การตอบแบบทดสอบเรื่องสมการที่เป็นจริงและเป็นเท็จ ของนักเรียนคนที่ 1	158
ภาพที่ 34	แสดงการตอบแบบทดสอบเรื่องการเขียนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ของนักเรียนคนที่ 1	159
ภาพที่ 35	การตอบแบบทดสอบเกี่ยวกับสมการที่มีตัวแปรและไม่มีตัวแปรของนักเรียนคนที่ 1	160
ภาพที่ 36	การทำแบบทดสอบเรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่แสดงให้เห็นระดับความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ ของนักเรียนคนที่ 1	161
ภาพที่ 37	แสดงให้เห็นว่านักเรียนสังเกตเห็นคุณสมบัติของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 1	164
ภาพที่ 38	การทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 2 เรื่องความหมายของสมการ	165

สารบัญภาพ (ต่อ)

		หน้า
ภาพที่ 39	การตอบแบบทดสอบเรื่องสมการที่เป็นจริงและเป็นเท็จ ของนักเรียนคนที่ 2	166
ภาพที่ 40	แสดงการตอบแบบทดสอบเรื่องการเขียนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ของนักเรียนคนที่ 2	167
ภาพที่ 41	การตอบแบบทดสอบเกี่ยวกับสมการที่มีตัวแปรและไม่มีตัวแปรของนักเรียนคนที่ 2	167
ภาพที่ 42	การทำแบบทดสอบเรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่แสดงให้เห็นระดับความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ ของนักเรียนคนที่ 2	168
ภาพที่ 43	แสดงการเขียนที่แสดงถึงการสร้างมโนภาพของนักเรียนเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 2	170
ภาพที่ 44	แสดงให้เห็นว่านักเรียนสังเกตเห็นคุณสมบัติของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 2	171
ภาพที่ 45	การทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 3 เรื่องความหมายของสมการ	172
ภาพที่ 46	แสดงการเขียนสรุปความหมายของสมการและตัวอย่างสมการของนักเรียนคนที่ 3	173
ภาพที่ 47	การตอบแบบทดสอบเรื่องสมการที่เป็นจริงและเป็นเท็จ ของนักเรียนคนที่ 3	174
ภาพที่ 48	แสดงถึงนักเรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนคนที่ 3	174
ภาพที่ 49	แสดงการตอบแบบทดสอบเรื่องการเขียนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนคนที่ 3	175
ภาพที่ 50	การตอบแบบทดสอบเกี่ยวกับสมการที่มีตัวแปรและไม่มีตัวแปรของนักเรียนคนที่ 3	175

สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า	
ภาพที่ 51	การทำแบบทดสอบเรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่แสดงให้เห็นระดับความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพของนักเรียนคนที่ 3	176
ภาพที่ 52	แสดงความรู้พื้นฐานเรื่องคำตอบของสมการของนักเรียนคนที่ 1	180
ภาพที่ 53	แสดงการทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 1 เรื่องสมบัติการเท่ากัน	180
ภาพที่ 54	แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องสมบัติการเท่ากัน	180
ภาพที่ 55	แสดงการแก้สมการอย่างง่ายของนักเรียนคนที่ 1	182
ภาพที่ 56	แสดงการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 1 อีกหนึ่งวิธี	182
ภาพที่ 57	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ต้องใช้สมบัติการแจกแจงของนักเรียนคนที่ 1	183
ภาพที่ 58	การแก้สมการที่ต้องใช้การรวมตัวแปรของนักเรียนคนที่ 1	184
ภาพที่ 59	แผนผังมโนคติเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 1	186
ภาพที่ 60	แสดงความรู้พื้นฐานเรื่องคำตอบของสมการของนักเรียนคนที่ 2	187
ภาพที่ 61	แสดงการทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 2 เรื่องสมบัติการเท่ากัน	188
ภาพที่ 62	แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องสมบัติการเท่ากันของนักเรียนคนที่ 2	188
ภาพที่ 63	แสดงการแก้สมการอย่างง่ายของนักเรียนคนที่ 2	189
ภาพที่ 64	แสดงการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 2 อีกหนึ่งวิธี	190
ภาพที่ 65	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายที่ต้องใช้สมบัติการแจกแจงของนักเรียนคนที่ 2	191
ภาพที่ 66	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้สมบัติการแจกแจงของนักเรียนคนที่ 2	191
ภาพที่ 67	การแก้สมการที่ต้องใช้การรวมตัวแปรของนักเรียนคนที่ 2	192
ภาพที่ 68	แผนผังมโนคติเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 2	194
ภาพที่ 69	แสดงความรู้พื้นฐานเรื่องคำตอบของสมการของนักเรียนคนที่ 3	195

สารบัญภาพ (ต่อ)

		หน้า
ภาพที่ 70	แสดงการทำแบบทดสอบของนักเรียนคนที่ 3 เรื่องสมบัติการเท่ากัน	195
ภาพที่ 71	แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องสมบัติการเท่ากันของนักเรียนคนที่ 3	196
ภาพที่ 72	แสดงการแก้สมการอย่างง่ายของนักเรียนคนที่ 3	197
ภาพที่ 73	แสดงการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 3 อีกหนึ่งวิธี	198
ภาพที่ 74	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ต้องใช้สมบัติการแจกแจงของนักเรียนคนที่ 3	199
ภาพที่ 75	การแก้สมการที่ต้องใช้การรวมตัวแปรของนักเรียนคนที่ 3	200
ภาพที่ 76	แผนผังมโนคติเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 3	201
ภาพที่ 77	แสดงขั้นการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์ โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 1	205
ภาพที่ 78	แสดงการวิเคราะห์ โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่ โจทย์กำหนดใน โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 1	206
ภาพที่ 79	แสดงการตรวจคำตอบ โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 1	206
ภาพที่ 80	แสดงการวิเคราะห์ โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 1	207
ภาพที่ 81	แสดงการวิเคราะห์ โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่ โจทย์กำหนด และแก้สมการใน โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 1	207
ภาพที่ 82	แสดงขั้นการตรวจคำตอบ โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 1	208
ภาพที่ 83	แสดงขั้นการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์ โจทย์ข้อที่ 3 ของนักเรียนคนที่ 1	208
ภาพที่ 84	แสดงการวิเคราะห์ โจทย์ การสร้างสมการทั้ง 2 สมการและการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 1	209
ภาพที่ 85	แสดงการตรวจคำตอบ โจทย์ข้อที่ 3 ของนักเรียนคนที่ 1	209
ภาพที่ 86	แสดงแผนผังมโนคติเรื่องการแก้ โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 1	211
ภาพที่ 87	แสดงสิ่งที่นักเรียนจดการแก้ โจทย์ปัญหาตามครูลงในสมุดของนักเรียนคนที่ 2	213
ภาพที่ 88	แสดงขั้นการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์ โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 2	214

สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า
ภาพที่ 89	214
แสดงการวิเคราะห์โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดใน โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 90	215
แสดงการตรวจคำตอบ โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 91	215
แสดงการวิเคราะห์โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 92	216
แสดงการวิเคราะห์โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และแก้สมการใน โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 93	217
แสดงขั้นตอนการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์โจทย์ข้อที่ 3 ของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 94	217
แสดงการวิเคราะห์โจทย์ การสร้างสมการและการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 95	219
แสดงแผนผังมโนคติเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 2	
ภาพที่ 96	220
แสดงการจดบันทึกของนักเรียนของนักเรียนคนที่ 3 เกี่ยวกับตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
ภาพที่ 97	221
แสดงขั้นตอนการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 98	222
แสดงการวิเคราะห์โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดใน โจทย์ข้อที่ 1 ของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 99	223
แสดงการวิเคราะห์โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 100	223
แสดงการวิเคราะห์โจทย์และเขียนสมการออกมาจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ใน โจทย์ข้อที่ 2 ของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 101	224
แสดงขั้นตอนการอ่าน โจทย์และวิเคราะห์โจทย์ข้อที่ 3 ของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 102	224
แสดงการวิเคราะห์โจทย์ การสร้างสมการของนักเรียนคนที่ 3	
ภาพที่ 103	225
แสดงแผนผังมโนคติเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนคนที่ 3	