บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง (Review literature)

การศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกระบวนการพัฒนาวิชาชีพครูที่ใช้การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. สภาพปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย
2. การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด
3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4. ประสบการณ์เชิงอารมณ์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. สภาพปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย

สังคมไทยในระยะเวลา 40 ปีที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาสมัยใหม่ ที่สั่งสมปัญหาไว้จนทำให้ประเทศไทยอ่อนแอลงทุกทาง จำเป็นต้องปฏิรูปโดยรอบด้าน การปฏิรูปการศึกษาเป็นการปฏิรูปใหญ่อีกเรื่องหนึ่งในการปฏิรูปสังคมไทยทั้งหมด ถ้ามีการถามว่าทำไมต้องปฏิรูปการศึกษา ก็เพื่อแก้ความทุกข์ยากของคนทั้งแผ่นดิน (ประเวศ วะศรี, 2543) ปีพ.ศ. 2542 มีการประกาศใช้พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ หลังจากนั้นมีความเคลื่อนไหวในเรื่องการปฏิรูปการศึกษาอย่างคึกคัก อย่างไรก็ตาม แม้จะผ่านช่วงเวลาของความพยายามในการปฏิรูปการศึกษานับ 10 ปี จนถึงช่วงปี พ.ศ. 2553 ซึ่งมีการประกาศเป็นปีที่เริ่มเข้าสู่การปฏิรูปการศึกษารอบสอง แต่ผลที่เกิดขึ้นก็ยังไม่สามารถกล่าวได้ว่าการปฏิรูปการศึกษาประสบผลสำเร็จ ดังหลักฐานที่ปรากฏในการศึกษาและการวิจัยของนักการศึกษาหลายท่าน อาทิเช่น ผลการศึกษาระดับนานาชาติทางด้านคณิตศาสตร์ Trend in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ในปี 1999 และ 2007 ผลปรากฏว่า คะแนนของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำในทุกการศึกษาที่เข้าร่วม ใน*รายงานสภาวะการศึกษาไทย ปี 2550/2551* โดย วิทยากร เชียงกุล (2551) พบว่า การจัดการศึกษาของไทยยังคงมีปัญหาที่เป็นอุปสรรคสำคัญที่ทำให้เรายังปฏิรูปหรือพัฒนาการศึกษาเพื่อประชาชนทั้งประเทศได้ไม่ดีเท่าที่ควร ความสามารถในการแข่งขันของประเทศไทยคงอยู่ในเกณฑ์ต่ำกว่าประเทศพัฒนาปานกลางระดับใกล้เคียงกับไทย คุณภาพการศึกษาสะท้อนให้เห็นจากผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และอื่น ๆ ที่นักเรียนไทยสอบได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ต่ำกว่าหลายประเทศ คุณภาพการศึกษาไทยโดยรวมพบว่าอยู่ในเกณฑ์ต่ำ Inprasitha (2006) กล่าวว่าหลังจากที่มีการประกาศใช้พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ประเทศไทยก็มีความ

เคลื่อนไหวเกี่ยวกับการปฏิรูปการศึกษา ครูส่วนใหญ่มีความพยายามปรับปรุงการปฏิบัติการสอนในชั้นเรียน แต่โชคไม่ดีที่ครูเหล่านั้นขาดนวัตกรรมที่สามารถปรับปรุงการทำงานประจำวันของพวกเขา ครูส่วนใหญ่ยังคงใช้รูปแบบการสอนแบบเดิมที่เน้นความครอบคลุมเนื้อหา และละเลยที่จะเน้นกระบวนการเรียนรู้และทัศนคติต่อการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจของนักเรียน ยิ่งไปกว่านั้น มีครูที่จัดตัวเองอยู่ในกลุ่มปฏิรูปการศึกษา (เช่น ครูที่สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท ครูต้นแบบ เป็นต้น) แต่ผลของการทำเช่นนี้ก็ไม่ได้เป็นความจริง พวกเขายังคงอยู่ในกระบวนทัศน์แบบเดิม

จากที่กล่าวมาข้างต้น แม้จะมีความพยายามในการปฏิรูปการศึกษาให้หันมาเน้นกระบวนการเรียนรู้ ดังที่ ประเวศ วะศรี (2543) กล่าวว่า หัวใจของการปฏิรูปการศึกษาคือการปฏิรูปการเรียนรู้ และในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่ได้กำหนดบทบาทในการส่งเสริมการจัดกระบวนการเรียนรู้ไว้ในหมวด 4 ว่า ให้สถานศึกษาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ รวมทั้งการส่งเสริมให้ผู้สอนสามารถวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนในแต่ละระดับการศึกษา แต่สภาพความเป็นจริงในชั้นเรียนไทยยังไม่สามารถสะท้อนถึงภาพของการเน้นกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนในชั้นเรียนได้อย่างแท้จริง Fernandez et al. (2003) เสนอว่า ครูจำเป็นต้องเรียนรู้ว่าจะทำความเข้าใจกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร รวมทั้งเรียนรู้ว่าจะตรวจสอบการปฏิบัติการสอนของตนเองอย่างไร Inprasitha (2006) กล่าวว่า ในช่วงเวลาที่มีความเคลื่อนไหวของการปฏิรูปการศึกษาในประเทศไทยนี้ ได้มีการเน้นการปฏิรูปการเรียนรู้ของนักเรียนและเรียกร้องนวัตกรรมเพื่อตอบสนองการเน้นดังกล่าว

การปรับแก้สภาพความตกต่ำของคุณภาพการศึกษาไทยซึ่งเป็นผลจากความล้มเหลวของการปฏิรูปการศึกษาดังกล่าวข้างต้น จำเป็นต้องอาศัยนวัตกรรมที่สามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงได้จริงทั้งกระบวนการสอนของครูและกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน Inprasitha and Loipha (2008) กล่าวว่า การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ได้รับความสนใจจากผู้คนทั่วโลกในฐานะที่เป็นแนวทางปรับปรุงทั้งการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Fernandez et al. (2003) กล่าวว่า การศึกษาชั้นเรียนเป็นกระบวนการสร้างความเข้าใจและต่อเนื่องกันอย่างดีสำหรับตรวจสอบการปฏิบัติของครูที่เข้าร่วมในกระบวนการ Inprasitha (2006) เสนอว่า วิธีการแบบเปิดถูกนำมาบูรณาการเข้ากับการศึกษาชั้นเรียนและกลายเป็นนวัตกรรมเพื่อยกระดับการสอนคณิตศาสตร์

2. การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) กลายเป็นที่รู้จักทั่วโลกในฐานะที่เป็นวิธีการปรับปรุงบทเรียนของชาวญี่ปุ่นหนึ่งเดียวที่ถูกออกแบบให้สนับสนุนการพัฒนาบทเรียนที่มีคุณภาพสูง (Isoda et al., 2005) ในทศวรรษที่ 1990 การศึกษาชั้นเรียน ซึ่งเป็นรูปแบบการพัฒนาวิชาชีพครูญี่ปุ่น กลายมาเป็นที่รู้จักของนานาประเทศ (Inprasitha, 2006) นับตั้งแต่ที่มีการศึกษา The Third International Mathematics and Science Study (TIMSS, 1999) เป็นต้นมา การศึกษาชั้นเรียน

(Lesson Study) ซึ่งเป็นระบบการพัฒนาวิชาชีพของครูญี่ปุ่นก็ได้รับความสนใจอย่างยิ่งจากนักการศึกษาและนักวิจัย มีหลักฐานที่แสดงให้เห็นว่า การศึกษาชั้นเรียนสามารถปรับปรุงการสอนได้ นอกจากนี้ ครูที่อยู่ในกระบวนการศึกษาชั้นเรียนยังสามารถสร้างความร่วมมือในการทำงานและสร้างความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ (Lewis, 2006) การศึกษาชั้นเรียนมีแนวคิดพื้นฐานที่สะท้อนถึงวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการปรับปรุงและพัฒนาการสอนในห้องเรียนคือการพัฒนาและปรับปรุงบทเรียน (Lesson) ในบริบทของห้องเรียนจริง สิ่งที่ท้าทายคือ การกำหนดการเปลี่ยนแปลงที่ต้องการให้เกิดขึ้นเพื่อการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนในห้องเรียน และการแลกเปลี่ยนความรู้และปัญหาในห้องเรียนร่วมกับครูคนอื่นและการให้กลุ่มครูรับรู้เป้าหมายของการสอนร่วมกัน (สุลัดดา ลอยฟ้า และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) แนวคิดที่อยู่ในการปฏิบัติในการศึกษาชั้นเรียนมี 3 ประการคือ ประการแรก การที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ดีที่สุดจากการปฏิบัตินั้นและสามารถปรับปรุงการปฏิบัติโดยการพิจารณาการสอนของครูคนอื่น ประการที่สอง มีความคาดหวังว่าครูผู้ซึ่งได้พัฒนาความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและพัฒนาทักษะเกี่ยวกับการสอนสาระวิชาควรได้รับการสนับสนุนให้แลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ของพวกเขากับเพื่อนร่วมงาน และประการที่สาม ขณะที่มีการเน้นการพัฒนาครู จุดเน้นสุดท้ายก็คือการบ่มเพาะสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียนและคุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียน วงจรการปรับปรุงเป็นหัวใจของการศึกษาชั้นเรียนซึ่งจะมีความหมายก็ต่อเมื่อเป็นไปเพื่อการปรับปรุงคุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียน (Isoda et al., 2005)

ในช่วงทศวรรษที่ 1970 และ 1980 วิธีการแบบเปิดเกิดขึ้นในฐานะที่เป็นวิธีการปฏิรูปการสอนคณิตศาสตร์ของชั้นเรียนญี่ปุ่น และได้รับการเผยแพร่ไปทั่วโลก (Inprasitha, 2006) การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของพวกเขาควบคู่ไปกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของพวกเขา และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดยึดหลักการ 3 ประการ (Nohda, 2000) ดังนี้

1. มีความสัมพันธ์กับความเป็นอิสระของกิจกรรมของนักเรียน นั่นคือ เราจะต้องตระหนักในคุณค่าของกิจกรรมของนักเรียนโดยที่จะพยายามไม่เข้าไปสอดแทรกโดยไม่จำเป็น

2. มีความสัมพันธ์กับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะในเชิงวิวัฒนาการและเชิงบูรณาการ เนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็นระบบและมีความเป็นทฤษฎีเพราะฉะนั้นความรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่มีความสำคัญมากเท่าใดก็ยิ่งทำให้เกิดความรู้ที่มีลักษณะเชิงอุปมา มีความพิเศษ และความเป็นลักษณะทั่ว ๆ ไปมากขึ้นเท่านั้น อุปมาเทียบได้กับว่าความรู้ที่มีความสำคัญมากก็ยิ่งจะรู้ได้ล่วงหน้าว่าสามารถเปิดประตูสู่โลกแห่งความกว้างได้มาก ในขณะเดียวกันความรู้ต้นกำเนิดที่มีความสำคัญก็จะได้รับการสะท้อนอีกหลาย ๆ ครั้งต่อมาบนเส้นทางของการวิวัฒนาการเกี่ยวกับ

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การได้มีโอกาสไตร่ตรองหลายๆ ครั้งเกี่ยวกับความรู้ต้นกำเนิดนั้นจะเป็นแรงผลักดันให้ก้าวเข้าไปสู่ประตูของโลกแห่งความกว้างที่กล่าวมา

3. มีความสัมพันธ์กับการตัดสินใจที่มีประโยชน์ของครูในห้องเรียน ในห้องเรียนคณิตศาสตร์บ่อยครั้งที่ครูต้องเผชิญกับแนวคิดของนักเรียนที่ครูไม่ได้คาดมาก่อน ในลักษณะนี้ครูจะต้องมีบทบาทสำคัญในการที่จะทำให้แนวคิดเหล่านั้นได้มีบทบาทอย่างเต็มที่ในชั้นเรียน และพยายามอย่างจริงจังว่าทำอย่างไรนักเรียนคนอื่นจะสามารถเข้าใจได้แท้จริง เกี่ยวกับแนวคิดที่ไม่ได้คาดมาก่อนนั้น

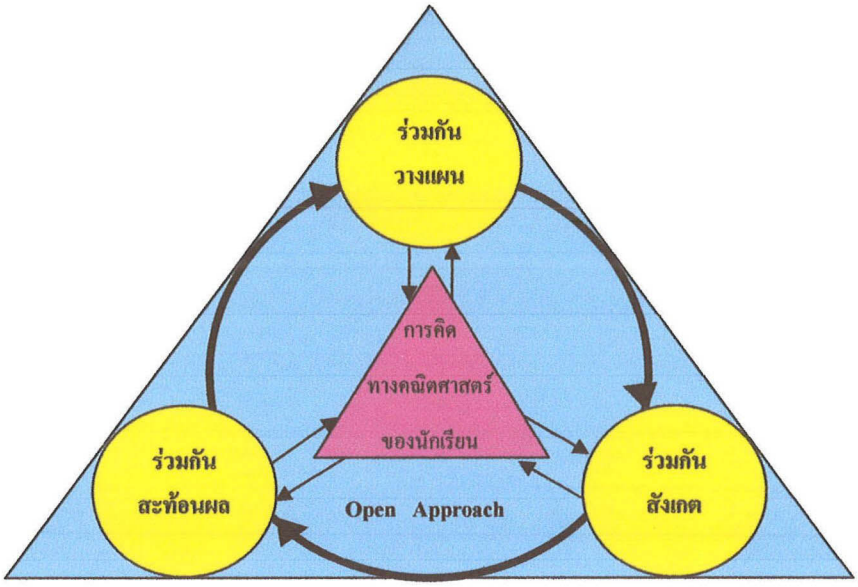
ศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น ได้นำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในโรงเรียน เพื่อเป็นการพัฒนาวิชาชีพครูระยะยาว โดยการนำวิธีการแบบเปิดมาใช้เป็นแนวทางหลักในการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ของไทย ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนที่สำคัญ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2550) คือ

ขั้นที่ 1 การสร้างแผนการสอนร่วมกัน ระหว่างนักวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัย และครูที่เข้าร่วมในการวิจัย โดยเริ่มต้นจากการกำหนดกิจกรรมปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problems) จากนั้นดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach)

ขั้นที่ 2 การสังเกตการสอนร่วมกัน ในขั้นตอนนี้จะนำแผนการสอนไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยครูในโรงเรียนและมีการสังเกตการสอนในชั้นเรียนโดยทีมนักวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัยและครูคนอื่นๆ เป้าหมายของการสังเกต คือ การสังเกตกระบวนการคิดของนักเรียน ไม่ใช่การพิจารณาความสามารถในการสอนของครู

ขั้นที่ 3 ขั้นการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน เกี่ยวกับผลที่ได้จากการสังเกตการสอนเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงแผนการสอน แล้วนำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปใช้ในห้องเรียนใหม่อีกครั้ง

การบูรณาการการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามขั้นตอนที่สำคัญ 3 ขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น ถูกนำมาใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ภายใต้โครงการวิจัยและพัฒนารูปแบบการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เป็นเวลา 3 ปี (ปีการศึกษา 2549-2551) ซึ่งดำเนินการโดยศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น รูปแบบการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดที่เป็นผลจากการวิจัยแสดงดังภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3 รูปแบบการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

จากภาพที่ 3 วิธีการแบบเปิดถูกนำมาเป็นสาระสำคัญเพื่อใช้พิจารณาในแต่ละขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียน การร่วมกันวางแผนบทเรียนเป็นช่วงที่กลุ่มศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study Group ได้แก่ ครูผู้สอน ครูผู้สังเกต นักวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัย ผู้ประสานงานโรงเรียน และผู้เชี่ยวชาญ) ช่วยกันสร้างสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาปลายเปิดในรูปของคำสั่งและออกแบบสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ประกอบการสอน โดยอาศัยการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผ่านมา มีการคาดการณ์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นต่อไป การร่วมกันสังเกตชั้นเรียนเป็นช่วงที่นำสถานการณ์ปัญหา สื่อ วัสดุ และอุปกรณ์ที่วางแผนไว้ ไปใช้ในชั้นเรียน โดยมีใครคนใดคนหนึ่งในกลุ่มศึกษาชั้นเรียนเป็นผู้สอน คนที่เหลือเป็นผู้สังเกต ในขั้นนี้ นักเรียนจะได้ทำกิจกรรมการแก้ปัญหา นักเรียนเกิดการคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา นักเรียนได้แลกเปลี่ยนการคิดทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนและครู การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ปัญหาและอุปสรรคในชั้นเรียน จะถูกสังเกตและบันทึกไว้เพื่อนำไปนำเสนอและหาทางแก้ปัญหาร่วมกันในขั้นต่อไป การร่วมกันสะท้อนผลชั้นเรียน เป็นขั้นที่สมาชิกกลุ่มศึกษาชั้นเรียนจะสะท้อนเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ปัญหาและอุปสรรคในชั้นเรียน สมาชิกกลุ่มจะอภิปรายเพื่อหาแนวทางปรับปรุงบทเรียนให้ดีขึ้น

ในบริบทชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด นักเรียนเกิดการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยกระบวนการเรียนรู้ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง กระบวนการเรียนรู้ที่เป็นการอภิปรายและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ Nohda (2000) กล่าวว่า ลักษณะของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

จะมีการอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและแง่คิดที่หลากหลายของนักเรียนและการพัฒนาแนวคิดและแง่คิดที่หลากหลายนี้ผ่านประสบการณ์ร่วมกับกลุ่มเพื่อนและการแนะนำที่เหมาะสมของครู ดังนั้น ชั้นเรียนที่เน้นวิธีการแบบเปิดสามารถทำให้เกิดการสร้างความสนใจร่วมกันในชั้นเรียนซึ่งเน้นการอภิปรายและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ Khalid (2007) กล่าวว่า แนวทางหนึ่งที่สามารถส่งเสริมการสื่อสารในชั้นเรียนก็คือการใช้ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน นักเรียนได้สื่อสารในชั้นเรียนมากขึ้นเพราะนักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ชั้นเรียนที่บูรณาการการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ถือได้ว่าเป็นชั้นเรียนที่เน้นการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ เป็นชั้นเรียนที่จัดเตรียมโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนและครู เพื่อนำเสนอวิธีคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย อภิปรายโต้แย้ง ซักถาม ตลอดจนแลกเปลี่ยนการคิดทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จึงเป็นกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญอย่างยิ่ง

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารไม่ได้ถูกเข้าใจว่าเป็นเพียงวิธีการที่จำเป็นของการศึกษาเท่านั้น การศึกษาสามารถจำแนกแยกแยะด้วยการสื่อสาร (Sierpinska, 1998) การศึกษานั้นถูกเข้าใจได้ดีที่สุดในฐานะที่เป็นกระบวนการเชิงการสื่อสารที่ประกอบขึ้นในการเติบโตของบริบททางความคิดที่มีส่วนร่วมกันและในรูปของการอ้างอิงที่ผ่านวาทกรรม (discourse) ที่หลากหลายของการศึกษา (Edwards and Mercer, 1993 อ้างถึงใน Sierpinska, 1998) วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้ 6 วิธีการ (Pirie, 1998) ได้แก่

1. ภาษาปกติทั่วไป (Ordinary language) การสื่อสารด้วยวิธีการนี้เป็นการใช้ภาษาหรือคำศัพท์ทั่วไปที่อยู่ในชีวิตประจำวัน ที่เด็กแต่ละช่วงอายุจะใช้ไม่เหมือนกัน

2. ภาษาพูดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical verbal language) คำว่า verbal ในที่นี้หมายถึงการใช้คำต่าง ๆ ในเชิงคณิตศาสตร์ทั้งการพูดหรือการเขียน

3. ภาษาเชิงสัญลักษณ์ (Symbolic language) การสื่อสารด้วยวิธีการนี้เป็นการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนเป็นหลัก

4. การแสดงแทนที่สามารถมองเห็นได้ (Visual representation) หากไม่ยึดติดอยู่กับการสื่อสารด้วยภาษา การแสดงแทนที่สามารถมองเห็นได้นี้ถือเป็นวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ

5. วิธีการที่ไม่ใช่ภาษาพูดแต่มีข้อตกลงที่เข้าใจร่วมกัน (Unspoken but shared assumptions) วิธีการนี้แม้ไม่อยู่ในคำนิยามของภาษา แต่ก็เป็นวิธีการที่ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ถูกสื่อสารได้ และความเข้าใจใหม่ถูกสร้างขึ้น วิธีการนี้ปฏิเสธตำแหน่งที่มีความเสี่ยงของการสื่อสารด้วยวิธีการนี้

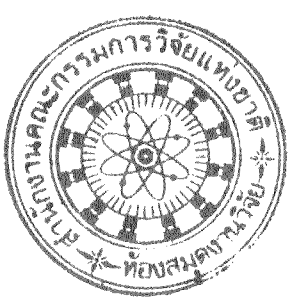
6. ภาษากึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi-mathematical language) การสื่อสารด้วยวิธีการนี้มักจะใช้กับมากในชั้นเรียนโดยเฉพาะนักเรียน นักเรียนจะใช้ภาษาที่มักรู้กันเฉพาะในบริบทห้องเรียน นัยสำคัญทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่บุคคลภายนอกจะไม่เข้าใจการสื่อสารในลักษณะนี้ได้ง่าย ๆ ยกเว้นครูที่อาจจะเข้าใจบ้างตามบริบทของชั้นเรียนนั้น ๆ

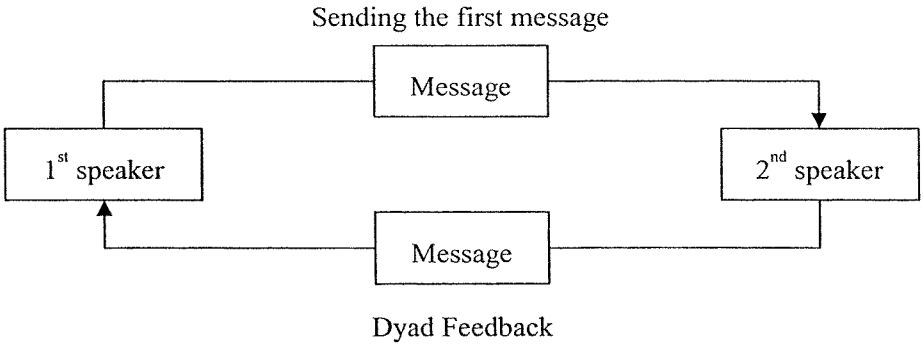
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์แต่ละวิธีนี้ถือเป็นที่ยอมรับและนำไปใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ แต่ละวิธีมีแนวทางที่แตกต่างกันและมีผลต่อการเรียนรู้และความก้าวหน้าในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็ก ๆ มีการเชื่อมโยงระหว่างเด็ก ภาษาของพวกเขา และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา แต่เราในฐานะที่เป็นผู้สังเกตหรือครู จำเป็นต้องไม่พิจารณาตัดสินอย่างผิวเผิน (Pirie, 1998)

ภาษาและการสื่อสารในชั้นเรียนคณิตศาสตร์กลายมาเป็นหัวข้อที่ถูกอภิปรายอย่างมากในปัจจุบัน ที่กล่าวเช่นนี้ไม่ได้หมายความว่า ก่อนหน้านี้นักคณิตศาสตรศึกษาไม่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องเหล่านี้ พวกเขาทำการศึกษาแต่เน้นศึกษาภาษามากกว่าการสื่อสาร แง่มุมด้านสังคมและวัฒนธรรมและการปรากฏขึ้นของความหมายทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นโดยครูและนักเรียนถูกนำเข้ามาศึกษาร่วมด้วย ปัจจุบัน มีแนวโน้มของการศึกษาที่ปรับเปลี่ยนจากการศึกษาภาษาไปสู่การศึกษาวาทกรรมหรือภาษาในการกระทำ (language in action)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การศึกษาเรื่องการสื่อสารก็ยังคงเป็นประเด็นที่เป็นปัญหา ดังที่นักวิจัยหลายท่าน (Cobb, 1994; Gergen, 1995; Richard, 1995 อ้างถึงใน Sierpinska, 1998) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นปัญหา ในความหมายที่ว่ามันยากที่จะอธิบายว่ามันเป็นสิ่งที่เป็นไปได้ทั้งหมดได้อย่างไร

Emori (1993) ได้ทำการศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นศึกษากลไกพื้นฐานของกระบวนการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เขาสรุปว่า กระบวนการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ไม่หยุดนิ่งเพื่อการปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมระหว่างผู้เข้าร่วม และมันพัฒนาไปพร้อมกับทางเลือกในการแลกเปลี่ยนสารสนเทศและการปิดช่องว่างในการสื่อสาร มันเป็นกระบวนการพิจารณาตัดสินโดยอัตโนมัติ (autonomous adjustment-process) ซึ่งมีสองด้านคือ การร่วมมือกัน (cooperation) และการทำให้เป็นส่วนบุคคล (personalization) Samovar (1991 อ้างถึงใน Emori, 1993) กล่าวว่า ความหมายของคำที่ผู้ส่งสารหรือผู้รับสารผู้ซึ่งส่งหรือรับสารบางอย่างขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์ของเขา เราไม่สามารถส่งความหมายไปยังคนอื่น เราเพียงแค่ส่งสารเท่านั้น Emori (1993) ได้เสนอวงจรพื้นฐานของปฏิสัมพันธ์เชิงสังคม ซึ่งกระบวนการสื่อสารพัฒนาโดยการเชื่อมโยงกับวงจรพื้นฐานนี้ ดังภาพที่ 4





ภาพที่ 4 วงจรพื้นฐานของการปฏิสัมพันธ์เชิงสังคม

Emori (1997) ให้ความหมายการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่สร้างขอบเขตความเข้าใจร่วม (concensus domain) ด้วยเมนทอลสเปซ (mental space) ของผู้เข้าร่วมสื่อสาร การศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อาศัยโมเดลพื้นฐาน 2 โมเดล คือ โมเดลการเข้ารหัส (code model) และโมเดลการอ้างอิง (inferential model) Sperber & Wilson (1993 อ้างถึงใน Emori, 1997) มองว่า สาร (messages) ประกอบด้วยชิ้นส่วนของความรู้คณิตศาสตร์ และชิ้นส่วนของความรู้อื่น ๆ โดยถูกจดจำไว้ในรูปเซตของความรู้ที่มีลักษณะเชื่อมโยงเป็นห่วงโซ่ แต่ละชิ้นส่วนความรู้มีความเกี่ยวข้องและสัมพันธ์กัน เมื่อชิ้นส่วนเหล่านั้นถูกจดจำไว้ในฐานะที่เป็นความรู้กลไกเกี่ยวกับความจำของเราสามารถทำให้เราระลึกถึงเซตของความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน มีลักษณะเชื่อมโยงเป็นห่วงโซ่และถูกสร้างขึ้นมาสำหรับเป็นสิ่งเร้าสารเชิงภาษาจากคนอื่น เราพยายามที่จะอธิบายเหตุผลว่าทำไมการสื่อสารมันถึงนำมาซึ่งสารสนเทศ (Information) มากกว่าเป็นเพียงการถอดรหัสการกระทำเกี่ยวกับภาษาเท่านั้น

Emori (2005) กล่าวว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์โดยทั่วไป เมื่อนักวิจัยหรือครูจะทำการประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พวกเขามักจะเน้นที่ปริมาณการพูดของนักเรียนในชั้นเรียน คุณภาพของการเปล่งเสียง และวิธีการแสดงออก มุมมองดังกล่าวไม่ใช่สิ่งสำคัญสำหรับการประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่สำคัญสำหรับการประเมินควรจะเป็นคุณภาพของการคิดของนักเรียน นักวิชาการหลายท่านได้นำเอาความถูกต้องแม่นยำ ประสิทธิภาพ ประสิทธิผล และความอิสระ มาพิจารณาคุณลักษณะของคณิตศาสตร์ โดยอาศัยคุณลักษณะดังกล่าว เราสามารถนิยามการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า เป็นการสื่อสารที่มีโครงสร้างทางคณิตศาสตร์อยู่ในความคิดของผู้เข้าร่วมสื่อสาร ซึ่งได้แก่ ความถูกต้องแม่นยำ (Rigorousness) ความคุ้มค่า (Economy) และความอิสระ (Freedom) ของการคิด และใช้คุณลักษณะดังกล่าวมาพิจารณาเพื่อประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

การศึกษาครั้งนี้ เราใช้วงจรพื้นฐานของการปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมในภาพที่ 4 ข้างต้น เป็นหน่วยในการวิเคราะห์การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Emori (2005) ได้แก่ ความถูกต้องแม่นยำ (Rigorousness) ความคุ้มค่า (Economy) และความอิสระ (Freedom) ของการคิดของผู้เข้าร่วมสื่อสาร เป็นกรอบในการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตาม การศึกษาของ Emori ได้อธิบายกลไกการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากแง่มุมเชิงการรู้ (cognitive aspect) เท่านั้น Emori (2005) เสนอว่า บทเรียนที่ดีควรถูกพัฒนาให้สอดคล้องกับวิธีการคิดที่เป็นธรรมชาติของผู้เรียน เราจำเป็นต้องรู้ว่านักเรียนคิดและรู้สึกอย่างไรในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เราควรศึกษาแง่มุมเชิงอารมณ์ (emotional aspect) ของการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

4. ประสบการณ์เชิงอารมณ์

นักวิจัยส่วนใหญ่ผู้ซึ่งให้ความสำคัญกับการส่งเสริมความสามารถของนักเรียนที่จะสื่อสารอย่างคณิตศาสตร์ยังไม่ได้ให้ความสนใจตรวจสอบกลไกของกระบวนการเชิงการรู้ (cognitive process) และกระบวนการเชิงจิตพิสัย (affective process) ของการสื่อสาร (Emori, 2005) ไม่มีกลไกเชิงการรู้ใดที่ปราศจากองค์ประกอบด้านจิตพิสัย มันเป็นสิ่งที่ชัดเจนว่าปัจจัยด้านจิตพิสัยเกี่ยวข้องแม้จะอยู่ในรูแปบการรู้ที่เป็นนามธรรมที่สุด ไม่มีสถานะเชิงจิตพิสัยใดที่ไม่มีองค์ประกอบเชิงการรู้ หรือไม่มีพฤติกรรมใดที่เป็นด้านการรู้เพียงอย่างเดียว (Piaget, 1981 อ้างถึงใน Inprasitha, 2005) นักวิจัยส่วนใหญ่เชื่อว่าจิตพิสัยและการรู้เป็นมโนมติที่แยกกันและพวกเขาเน้นศึกษาส่วนที่เป็นการรู้ที่เกี่ยวข้องกับมโนมติเท่านั้น (Inprasitha, 2005) งานวิจัยในคณิตศาสตรศึกษาจะแข็งแกร่งขึ้น ถ้านักวิจัยบูรณาการประเด็นด้านจิตพิสัยเข้ากับการศึกษาเกี่ยวกับการรู้ (McLeod, 1992) ความต้องการที่จะหลีกเลี่ยงความสลับซับซ้อนเป็นเหตุผลหลักของการขาดความใส่ใจประเด็นด้านจิตพิสัยในศาสตร์เชิงการรู้ (Gardner, 1985 อ้างถึงใน Mcleod, 1992) ปัญหาวิจัยที่สำคัญในปัจจุบันก็คือการทำความเข้าใจปฏิสัมพันธ์ระหว่างการรู้และจิตพิสัย อารมณ์อาจจะเป็นมโนมติพื้นฐานที่สุดเมื่อเราอภิปรายเกี่ยวกับจิตพิสัย (Hannula et al., 2004) จะเห็นได้ว่า องค์ประกอบเชิงการรู้และจิตพิสัย (โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อารมณ์) มีความสำคัญมากสำหรับการวิจัยในคณิตศาสตรศึกษา โดยเฉพาะมีความสำคัญมากในฉากของการศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในอดีต มีนักวิจัยส่วนน้อยที่ให้ความสนใจกับการพิจารณาอารมณ์ในการศึกษาของพวกเขา ปัจจุบัน มีแนวโน้มที่จะทำการศึกษาลงรายละเอียดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอารมณ์และกระบวนการเชิงการรู้มากขึ้น (McLeod, 1992) การที่จะพัฒนาบทเรียนให้สอดคล้องกับวิธีคิดที่เป็นธรรมชาติของนักเรียน ครูและนักวิจัยจำเป็นต้องรู้ว่าจะทำการวิเคราะห์แง่มุมเชิงการรู้และแง่มุมเชิงอารมณ์อย่างไรในฉากของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Emori, 2005) ในบริบทของการศึกษา

มันจำเป็นสำหรับครูคณิตศาสตร์และนักวิจัยที่จะบรรยายและตีความประสบการณ์เชิงอารมณ์ (emotional experience) ของนักเรียน (Inprasitha, 2001)

อารมณ์ (Emotion) เป็นสภาวะที่ร่างกายถูกกระตุ้นด้วยสาเหตุแล้วทำให้ปั่นป่วน หรือตื่นเต้น อารมณ์เป็นองค์ประกอบหนึ่งของแง่มุมทางด้านจิตพิสัย นักการศึกษา นักจิตวิทยา ได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับอารมณ์ไว้ต่าง ๆกันดังนี้ (ประกายคำ เทศารินทร์, 2550)

Richard and Bernice (2007 อ้างถึงใน ประกายคำ เทศารินทร์, 2550) มองว่า เป็นปฏิกิริยาที่ซับซ้อน มีส่วนเกี่ยวข้องกับร่างกายและจิตใจ กล่าวคือ ช่วงของสภาวะทางจิตใจของแต่ละคนที่มีอยู่แล้วถูกกระตุ้นให้แสดงออกทางการกระทำ เช่น ความรู้สึกกลัว ความกังวล หรือความพอใจ นำไปสู่การกระตุ้นให้แสดงออกด้านการกระทำ เช่น การหนี การทำซ้ำๆ การหัวเราะ และยังมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงทางร่างกายด้วย เช่น การเต้นของหัวใจ หรือการเพิ่มขึ้นของความดันโลหิต

Boeree (2002 อ้างถึงใน ประกายคำ เทศารินทร์, 2550) มองว่าการตอบสนองทางอารมณ์ (Emotional Response) นั้นเป็นสิ่งที่ซับซ้อน โดยเฉพาะเมื่อนำเอาการคิดของเราไปใช้เพื่อตัดสินหรือตีความสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เผชิญอยู่ โบรีได้จำแนกอารมณ์พื้นฐานของมนุษย์ออกเป็น 7 กลุ่ม ดังนี้

1. กลุ่มอารมณ์ ประหลาดใจ (The Surprise Family) ประกอบด้วย อารมณ์ประหลาดใจ (surprise) การสะดุ้ง (startle) ตกใจ (astonishment) งุนงง (bewilderment) สับสน (confusion) ความตกใจสุดขีด (shock)

2. กลุ่มอารมณ์หวาดกลัว (The Fear Family) ประกอบด้วย กลัว (fear) คุกคาม (threat) ความหวาดเสียว (terror) ความกังวล (anxiety) สงสัย (doubt)

3. กลุ่มอารมณ์โกรธ (The Anger Family) ประกอบด้วย โกรธ (anger) เดือดดาล (rage) หงุดหงิด (frustration) เกลียด (hatred) อิจฉา (envy) หวงแหน (jealousy) สะอิดสะเอียน (disgust) รำคาญ (annoyance) ขุ่นเคือง (indignation)

4. กลุ่มอารมณ์โศกเศร้า (The Sadness Family) ประกอบด้วย เศร้า (sadness) เป็นทุกข์ (sorrow) จิตใจห่อเหี่ยว (depression) เจ็บปวด (anguish) หมดหวัง (despair) หงอยเหงา (loneliness)

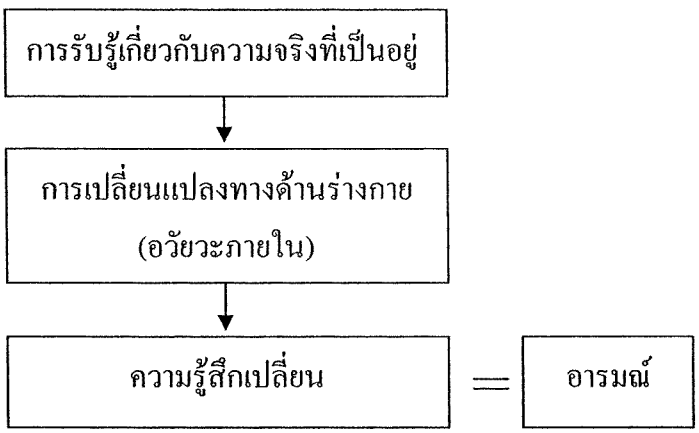
5. กลุ่มอารมณ์กระตือรือร้น (The Eagerness Family) ประกอบด้วย กระตือรือร้น (eagerness) ตื่นเต้น (excitement) มั่นใจ (confidence) เต็มไปด้วยความหวัง (hopefulness) อยากรู้อยากเห็น (curiosity)

6. กลุ่มอารมณ์มีความสุข (The Happiness Family) ประกอบด้วย ความสุข (happiness) สนุกสนาน (joy) เบิกบาน (gladness) พอใจ (satisfaction) ภูมิใจ (pride) รัก (love) สงสาร (compassion) ขบขัน (amusement) ตลก (humor)

7. กลุ่มอารมณ์เบื่อหน่าย (The Boredom Family) ประกอบด้วย น่าเบื่อ (boredom) เบื่อหน่าย (ennui) พึงพอใจ (complacency)

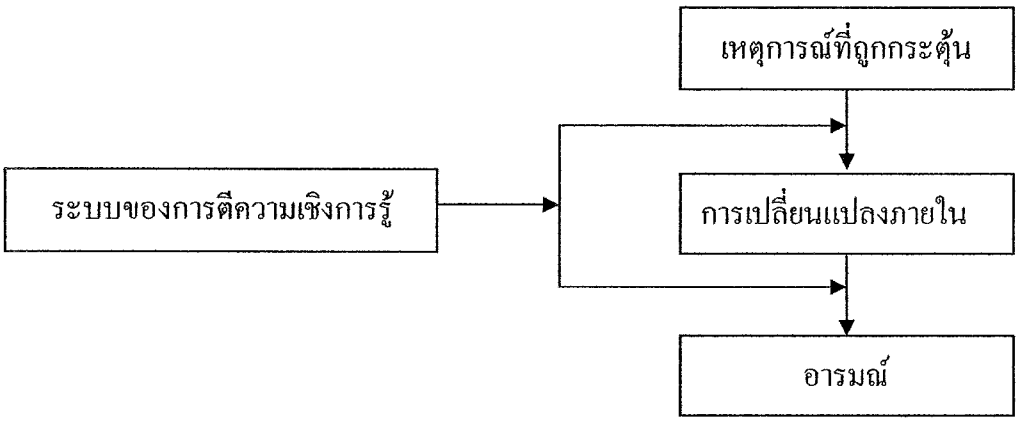
นักวิจัยหลายคนลงความเห็นตรงกันเกี่ยวกับแง่มุมเชิงอารมณ์ 3 ประการ คือ ประการแรก อารมณ์นั้นดูเหมือนว่าจะเชื่อมโยงกับเป้าหมายส่วนบุคคล ประการที่สอง อารมณ์นั้นดูเหมือนว่าจะเกี่ยวข้องกับปฏิกิริยาเชิงกายภาพ ซึ่งแตกต่างจากการรู้ที่ไม่มีอารมณ์ (non-emotional cognition) ประการที่สาม อารมณ์นั้นถูกมองในเชิงของการทำหน้าที่ เช่น พวกเขามีบทบาทสำคัญในการดำรงชีวิตและการปรับตัว (Goldin, 2000; Lazarus, 1991; Mandler, 1989; Power & Dalgleish, 1997 อ้างถึงใน Hannula, 2004)

Mandler (1989 อ้างถึงใน Inprasitha, 2001) กล่าวว่า อารมณ์ถูกสร้างจากการเชื่อมประสานกันของสกีมาการประเมินเชิงการรู้ (cognitive evaluative schema) และการปลุกเร้าเชิงกายภาพ (physiological arousal) โครงสร้างของประสบการณ์เชิงอารมณ์ประกอบไปด้วย ความต่อเนื่องเกี่ยวกับความตระหนักในสกีมาของการประเมินเชิงการรู้ (cognitive evaluative schema) ร่วมกับการรับรู้เกี่ยวกับการปลุกเร้าทางกายภาพ (visceral arousal) อาศัยโครงสร้างของความตระหนักที่เกี่ยวข้องกับประสบการณ์ของบุคคลนั้น กล่าวคือ พิจารณาจากสองมุมมองที่แตกต่างกันเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางอารมณ์ โดยมุมมองที่หนึ่ง อารมณ์เป็นรูปแบบที่แยกกันระหว่างพฤติกรรมและกิจกรรมเชิงการรู้ รูปแบบนี้จะพิจารณาที่อารมณ์พื้นฐาน (เช่น ความกลัว สนุกสนาน และโกรธ) ซึ่งปกติแล้วจำกัดอยู่เพียง 5 – 10 อารมณ์เท่านั้น ขณะที่มุมมองที่สอง เป็นประสบการณ์เชิงอารมณ์ที่เกี่ยวกับแง่มุมเชิงการรู้และการสร้างประสบการณ์เชิงอารมณ์ (พฤติกรรม) ที่เป็นผลจากการวิเคราะห์เชิงการรู้และการตอบสนองทางกายภาพ (ANS- ระบบประสาทอัตโนมัติ) ทฤษฎีของ Mandler นั้นใช้รากฐานมาจากแนวคิดของ James ดังภาพที่ 5



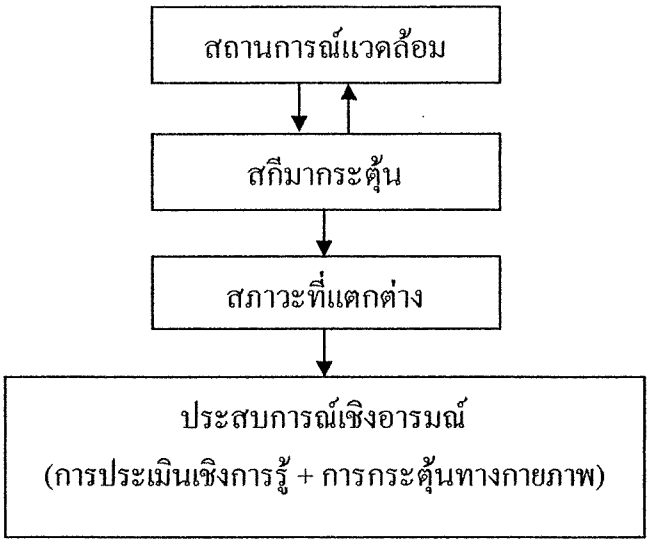
ภาพที่ 5 แสดงแนวคิดของ James เกี่ยวกับการสร้างอารมณ์

จากภาพแนวคิดเกี่ยวกับอารมณ์ของ James แสดงให้เห็นว่า เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงทางร่างกายจากการที่ได้รับรู้เกี่ยวกับความเป็นจริง ความรู้สึกจะเปลี่ยนแปลงตามการรับรู้นั้น เรียกว่า เกิด "อารมณ์" จากแนวคิดนี้ มองว่าการรับรู้ที่เฉพาะเจาะจงนำไปสู่ผลกระทบต่อร่างกาย แล้วมีการย้อนกลับไปสู่การรับรู้ของประสบการณ์ที่เรียกว่า "อารมณ์" แต่มีประเด็นคำถามจากแนวคิดดังกล่าวคือ การรับรู้เกี่ยวกับเหตุการณ์ที่อยู่ภายนอกสามารถนำไปสู่ผลกระทบต่อร่างกายได้อย่างไร จากมุมมองนี้ Mandler (1984) ได้เสนอว่า กระบวนการเชิงการรู้ที่ซับซ้อนจะถูกแทรกแซงระหว่างเหตุการณ์ที่ถูกกระตุ้น "stimulus events" และมีผลต่ออวัยวะภายใน หรือเรียกว่าเป็นปฏิกิริยาเชิงอารมณ์ ซึ่งนำไปสู่ความคิดที่ว่า อารมณ์ไม่ใช่การตอบสนองของผลผลิตทางกายภาพเพียงอย่างเดียว ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 การเกิดอารมณ์ตามแนวคิดของ Mandler (1984)

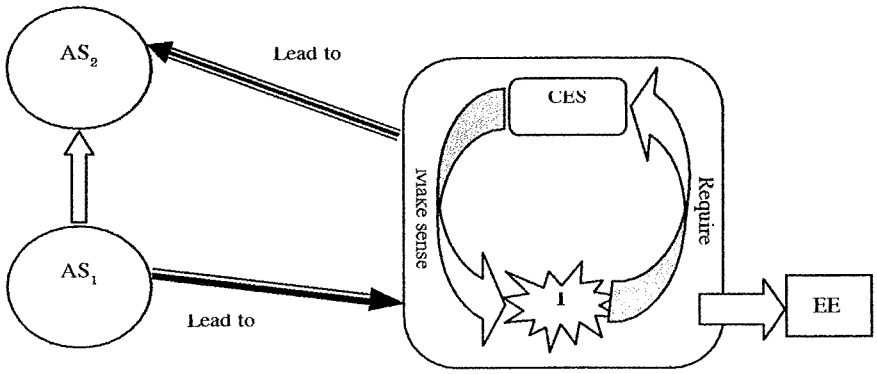
Mandler (1984; 1989; 1998 อ้างถึงใน Inprasitha, 2001) ได้สร้างทฤษฎีเชิงอารมณ์ (theory of emotion) เพื่อให้คำนิยามกระบวนการหรือกลไกที่นำไปสู่ประสบการณ์เชิงอารมณ์ (emotional experience) การสร้างประสบการณ์เชิงอารมณ์ประกอบด้วยความต่อเนื่องในความตระหนักของสกีมาการประเมินเชิงการรู้ที่รวมอยู่ในการรับรู้เกี่ยวกับการกระตุ้นภายใน แหล่งกำเนิดใหญ่ของอารมณ์ คือ สภาวะที่แตกต่างของการวางแผน หรือพฤติกรรมการวางแผนของแต่ละคน McLeod (1989 อ้างถึงใน Inprasitha, 2001) กล่าวว่า แผนเหล่านี้เป็นผลมาจากการกระตุ้นสกีมาที่นำไปสู่ลำดับการกระทำ เมื่อมีสภาวะแตกต่างเกิดขึ้น รูปแบบปกติของการบรรลุความสำเร็จสำหรับลำดับการคิดหรือการกระทำเหล่านี้จะไม่เกิดขึ้น ผลของสภาวะแตกต่างคือ การกระตุ้นทางกายภาพของแต่ละคน การกระตุ้นนี้สังเกตได้จากการตึงของกล้ามเนื้อและการเต้นของหัวใจ สิ่งที่เกิดขึ้นพร้อมกับการปลุกเร้าคือการประเมินความหมายของสภาวะที่แตกต่างของแต่ละคน ผลของการประเมินจะถูกตีความในฐานะที่เป็นอารมณ์ประหลาดใจ หวาดกลัว สนุกสนาน หรืออารมณ์อื่น ๆ คำอธิบายข้างต้นแสดงดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 แนวคิดสำหรับการสร้างกรอบเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับประสบการณ์เชิงอารมณ์ตามแนวคิดของ Mandler (1998)

Inprasitha (2001 อ้างถึงใน ประกายคำ เทศารินทร์, 2550) ได้กล่าวถึงการสร้างประสบการณ์เชิงอารมณ์ โดยอาศัยพื้นฐานแนวคิดมาจากทฤษฎีของ Mandler (1998) โดยเน้นที่ความเชื่อมโยงระหว่างประสบการเชิงอารมณ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยลำดับของสกีมาที่ถูกกระตุ้น สกีมาเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ กระบวนการหรือยุทธวิธี ดังนั้นเมื่อสกีมาที่ถูกกระตุ้นในสถานการณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ หรือยุทธวิธีที่ฝังตัวในแต่ละสกีมาต่างก็ถูกกระตุ้น แสดงการกระทำในการนำเสนอแนวความคิดรวบยอด (are in action) ดังนั้น ลำดับของการกระทำ จึงอ้างได้ว่า เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวในสกีมากระตุ้น งานทางด้านคณิตศาสตร์จะถูกปรับให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแต่ละคนได้ เมื่ออยู่ในสภาวะที่ติดขัด (blockage) หรือสภาวะที่แตกต่างกันจากสิ่งที่เข้ามาขัดขวาง (Interruption) โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาคณิตศาสตร์แบบที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน จำนวนครั้งของสภาวะที่แตกต่างอาจจะเกิดขึ้นในช่วงผู้แก้ปัญหามีแนวทางในการแก้ปัญหาจนถึงช่วงที่นักเรียนสิ้นสุดการแก้ปัญหา ผลของสภาวะที่แตกต่างคือ การเปลี่ยนแปลงทางกายภาพ (การกระตุ้น) ของแต่ละบุคคล โดยที่แต่ละคนจะใช้การประเมินเชิงการรู้ (เช่น สกีมาการประเมินเชิงการรู้) ในการสร้างความหมายของสถานการณ์ที่แตกต่างนั้น การร่วมกันของการกระตุ้นทางกายภาพและการประเมินเชิงการรู้จะเป็นตัวสร้าง "ประสบการณ์เชิงอารมณ์" ในอีกทางหนึ่ง ผลของการประเมินเชิงการรู้ที่เนื่องมาจากการตีความ แสดงออกในรูปความประหลาดใจ

ความหงุดหงิด ยินดี หรืออารมณ์อื่น ๆ ดังนั้นแนวคิดหนึ่ง คือการประเมินเชิงการรู้เป็นคุณภาพของประสบการณ์เชิงอารมณ์ การวิเคราะห์สถีมาการประเมินเชิงการรู้ที่เด็กนำไปตีความหมายของสภาวะที่แตกต่างเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการทำความเข้าใจสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของพวกเขาและเป็นประสบการณ์เชิงอารมณ์ที่มีคุณค่าในการเรียนรู้ด้วย Inprasitha (2001) ได้นำเสนอหน่วยที่ใช้ในการวิเคราะห์ประสบการณ์เชิงอารมณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้



ภาพที่ 8 หน่วยที่ใช้ในการวิเคราะห์ประสบการณ์เชิงอารมณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หมายเหตุ:

1) As แทน สถีมาที่ถูกกระตุ้น
2) CES แทน สถีมาการประเมินเชิงการรู้
3) 'I' แทน สภาวะความต่าง
4) EE แทน ประสบการณ์เชิงอารมณ์

Inprasitha (2005) เสนอว่า การวิเคราะห์การประเมินเชิงการรู้ของประสบการณ์เชิงอารมณ์เป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้เข้าใจกระบวนการพัฒนาความคิดรวบยอดของนักเรียน สิ่งนี้เป็นงานที่สำคัญสำหรับทุกคนที่ต้องการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เพื่อประโยชน์สำหรับการช่วยเหลือนักเรียนให้เรียนรู้วิธีการหาคำตอบ ยิ่งไปกว่านั้น มันยังเป็นประโยชน์สำหรับการทำความเข้าใจแนวทางที่นักเรียนมีประสบการณ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในฐานะที่มันสะท้อนถึงแนวทางที่พวกเขามีประสบการณ์ในชีวิตของพวกเขา

การวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการในบริบทของชั้นเรียนที่บูรณาการการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการสอนในชั้นเรียน ครูใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เป็นสถานการณ์ที่ให้นักเรียนเข้าไปเกี่ยวข้องและสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง นักเรียนแต่ละคนสามารถมีปัญหาที่แตกต่างกันและแก้ปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้นด้วยตนเอง การที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย จะนำไปสู่การเกิดสภาวะที่แตกต่าง (Interruption) ทำให้นักเรียนแต่ละคนใช้การประเมินเชิงการรู้ (เช่น สถีมาการประเมินเชิงการรู้)

มาใช้ในการตีความสภาวะที่แตกต่าง (Interruption) ผลของการตีความสภาวะที่แตกต่างนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงทางกายภาพ ก่อให้เกิดประสบการณ์เชิงอารมณ์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 Emori (1993; 1997; 2005) ได้ทำการศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่น ผลการศึกษาในปี 1993 สรุปได้ว่า การสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมซึ่งพัฒนาทางเลือกของการแลกเปลี่ยนสารสนเทศและปิดช่องว่างของการสื่อสาร ปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมนี้พัฒนาในฐานะที่เป็น chained feedback ของกลุ่มของ dyad feedback ซึ่งวงจรประกอบด้วยการส่งสารและการตอบกลับ ในวงจรนี้ ผู้เข้าร่วมแต่ละคนทำการตีความโดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ของพวกเขา ผู้เข้าร่วมดูดซึม (assimilate) สารสนเทศจากคนอื่นและปรับโครงสร้างการรู้ (accommodate) ด้วยตนเองเพื่อแก้ความขัดแย้งบางอย่าง ดังนั้น เราสามารถกล่าวได้ว่า กระบวนการสื่อสารเป็นกระบวนการพิจารณาตัดสินอย่างอัตโนมัติ (autonomous adjustment-process) ซึ่งมีอยู่ 2 ด้าน ได้แก่ การร่วมมือกันและการทำให้เป็นส่วนบุคคล

ผลการศึกษาของ Emori ในปี 1997 แสดงให้เห็นการใช้โมเดลการเข้ารหัส (code model) และโมเดลการอ้างอิง (inferential model) ของ Sperber & Wilson (1993 อ้างถึงใน Emori, 1997) เพื่ออธิบายกลไกการสื่อสารที่ก่อให้เกิดความหมายในความคิดของผู้เข้าร่วมสื่อสาร และพัฒนากรอบการวิเคราะห์ห่วงโซ่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 4 แบบ ได้แก่ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน (Coordinate Chain) ห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียมกัน (Resonant Chain) ห่วงโซ่การสื่อสารแบบผู้รับเหนือกว่า (Transcendent Chain) และห่วงโซ่การสื่อสารแบบเหนือความคาดหมาย (Emergent Chain) เขาสรุปเกี่ยวกับประสิทธิภาพของการสื่อสารที่มีต่อการคิดทางคณิตศาสตร์ว่า การสื่อสารเป็นกิจกรรมสำหรับการสร้างขอบเขตความเข้าใจร่วมบนเมนทอลสเปซ (Mental Space) ของพวกเรา การสื่อสารให้โอกาสกับผู้เข้าร่วมทุกคนเพื่อปรับโครงสร้างเมนทอลสเปซซึ่งดูเหมือนว่าจะเป็นเรื่องยากมากสำหรับพวกเราที่จะเปลี่ยนแปลงหรือปรับโครงสร้างเมนทอลสเปซโดยตัวเราเพียงลำพัง

ในปี 2005 Emori ได้นำผลการวิจัยบางส่วนมาจัดอบรมเชิงปฏิบัติการ The Workshop and Intensive Lecture for Young Mathematics Education in Thailand 2005 ซึ่งจัดขึ้นที่คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ผลการวิจัยถูกนำมาแสดงในรูปของข้อสรุปของการบรรยายในเอกสารประกอบการจัดอบรมเชิงปฏิบัติการ ดังต่อไปนี้

1) บทเรียนที่ดีควรถูกพัฒนาให้สอดคล้องกับแนวทางการคิดที่เป็นธรรมชาติของนักเรียน เพื่อที่จะรู้แนวทางการคิดของนักเรียน ครูควรจะรู้ว่าจะทำการวิเคราะห์การสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างไร

2) คุณลักษณะอย่างหนึ่งของการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์คือการมีอยู่ของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในฐานะข้อมูลที่ถูกส่งผ่าน เมื่อเราประเมินการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรามุ่งความสนใจไปที่ความถูกต้องแม่นยำ ความคุ้มค่า และความเป็นอิสระของความคิดของผู้เข้าร่วมสื่อสาร

3) คุณลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความถูกต้องแม่นยำ (Rigorousness) ความคุ้มค่า (Economy) และความอิสระ (Freedom) ของการคิดของผู้เข้าร่วมสื่อสาร ความหมายของ "ทางคณิตศาสตร์" ไม่ได้ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีการแสดงออก การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรรวมกระบวนการที่กระตือรือร้นของความคิดทางคณิตศาสตร์ในฐานะกิจกรรมเชิงการรู้ของผู้ที่เข้ามามีส่วนร่วมในการสื่อสาร

4) สารเป็นเพียงวัตถุเชิงกายภาพ (Physical object) นั่นคือทำไมการส่งผ่านสารจึงไม่ได้หมายความว่าเป็นการส่งผ่านสารสนเทศโดยตรง การตีความซึ่งเป็นมุมมองส่วนตัวของผู้รับสารเป็นตัวสร้างความหมาย การตีความขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคล เมื่อเราวิเคราะห์การสื่อสาร เราควรที่จะพยายามรู้ถึงการตีความที่เป็นส่วนตัวของนักเรียนแต่ละคน

5) สารอันหนึ่งที่กระทำต่อผู้รับสารอาจมีทั้งทางบวกหรือทางลบ และมันมีผลกระทบที่ขึ้นอยู่กับการคิดก่อนหน้านี้ของผู้รับสารก่อนรับสาร เพราะฉะนั้นเป็นไปได้ที่หนึ่งสารจะแสดงออกทั้งการให้ข้อมูลสะท้อนกลับทางบวกและการให้ข้อมูลสะท้อนกลับทางลบในเวลาเดียวกัน บางส่วนของการสะท้อนกลับระหว่างคู่สื่อสาร เป็นห่วงโซ่ที่ซับซ้อนเหมือนกับการสะท้อนกลับแบบเป็นห่วงโซ่

6) การทำให้ความไม่กลมกลืนเชิงการรู้ลดลง บางครั้งนักเรียนที่ถูกโน้มน้าวถูกทำให้เปลี่ยนความตั้งใจมากกว่านักเรียนที่โน้มน้าว เพราะฉะนั้นครูต้องให้ความสนใจกับแนวคิดของนักเรียนในการอภิปรายหลังเรียน เพื่อเป็นการป้องกันความไม่กลมกลืนเชิงศักยภาพ ที่อาจทำให้นักเรียนสับสนกับความคิดของตนเอง เมื่อครูช่วยในกิจกรรมการสนทนาของนักเรียน มันเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูต้องให้ความสนใจ ประเภทของการปรับเปลี่ยนเชิงการรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนผู้ที่ได้รับสะท้อบกลับเป็นอย่างไร

7) มีการสื่อสารอยู่ 2 ประเภท ประเภทแรกเป็นการสื่อสารที่ขึ้นอยู่กับโมเดลการเข้ารหัส (code model) การสื่อสารอีกประเภทหนึ่งขึ้นอยู่กับโมเดลการอ้างอิง (inferential model) ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสานนั้นถูกอธิบายด้วยโมเดลการเข้ารหัส ห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียมและห่วงโซ่การสื่อสารแบบผู้รับเหนือกว่าถูกอธิบายด้วยโมเดลการอ้างอิง ประเภทของห่วงโซ่การสื่อสารเหล่านี้อาศัยความรู้ที่ถูกเก็บไว้ของผู้ส่งสารและผู้รับสาร

8) ห่วงโซ่การสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ถูกแบ่งออกเป็น 4 ประเภท คือ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน (Coordinate Chain) ห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียมกัน (Resonant Chain) ห่วงโซ่การสื่อสารแบบผู้รับเหนือกว่า (Transcendent Chain) และห่วงโซ่การสื่อสารแบบเหนือความคาดหมาย (Emergent Chain)

9) กระบวนการเชิงการรู้ของนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 5 แง่มุม คือ การตระหนักรู้ การดูดซึม การขยาย การจำแนกความเหมือนความแตกต่างและการสร้างขึ้นมาใหม่ กระบวนการเชิงการรู้เป็นกระบวนการเชิงลึกของความเข้าใจแบบย้อนกลับที่อยู่บนพื้นฐานของความตระหนักรู้

10) การเลือกรับรู้ถูกกระทำสองขั้นตอน ขั้นแรกการเลือกรับรู้ถูกกระทำเมื่อข้อความถูกตีความ และขั้นที่สองการเลือกรับรู้ถูกกระทำ ณ เวลาของการคิดไตร่ตรอง

11) การสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นความร่วมมือกับบุคคลอื่น ๆโดยมีเป้าหมายเพื่อที่รวมเอาพื้นที่ทางความคิดที่แยกกันอยู่มารวมเป็นโครงสร้างเดียวกันอย่างมีความหมาย กระบวนการที่เกิดขึ้นภายในของห่วงโซ่การสื่อสารทำให้กระบวนการเชิงการรู้ของนักเรียนเปิดไปสู่ความเกี่ยวข้องกับกระบวนการสร้างเชิงสังคมของความหมายทางคณิตศาสตร์ กระบวนการที่เกิดขึ้นภายในของห่วงโซ่การสื่อสารทำให้เกิดโอกาสในการเรียนรู้ที่หลากหลายและทำให้นักเรียนแต่ละคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่ลึกซึ้งขึ้น

5.2 Inprasitha (2001) ได้ทำการศึกษาประสบการณ์เชิงอารมณ์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้อาศัยทฤษฎี Theory of Emotion ของ Mandler (1998) ผลการวิจัยได้กรอบเชิงทฤษฎีและหน่วยที่ใช้ในการวิเคราะห์ประสบการณ์เชิงอารมณ์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และอธิบายการเกิดประสบการณ์เชิงอารมณ์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยลำดับของสกีมาที่ถูกกระตุ้น สกีมาเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ กระบวนการหรือยุทธวิธี ดังนั้นเมื่อสกีมาที่ถูกกระตุ้นในสถานการณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ หรือยุทธวิธีที่ฝังตัวในแต่ละสกีมาต่างก็ถูกกระตุ้น แสดงการกระทำในการนำเสนอแนวความคิดรวบยอด (are in action) ดังนั้น ลำดับของการกระทำ จึงอ้างได้ว่า เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวในสกีมากระตุ้น เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาจะตกอยู่ในสภาวะที่ติดขัด (blockage) หรือสภาวะที่แตกต่างกันจากสิ่งที่เข้ามาขัดขวาง (Interruption) โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาคณิตศาสตร์แบบที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน จำนวนครั้งของสภาวะที่แตกต่างอาจจะเกิดขึ้นในช่วงผู้แก้ปัญหามีแนวทางในการแก้ปัญหา จนถึงช่วงที่นักเรียนสิ้นสุดการแก้ปัญหา โดยที่แต่ละคนจะใช้การประเมินเชิงการรู้ (เช่น สกีมาการประเมินเชิงการรู้) ในการสร้างความหมายของสถานการณ์ที่แตกต่างนั้น ผลของการตีความสภาวะที่แตกต่างนำไปสู่การเปลี่ยนแปลง (การกระตุ้น) ทางกายภาพของแต่ละบุคคล การ

ร่วมกันของการกระตุ้นทางกายภาพและการประเมินเชิงการรู้เป็นตัวสร้าง "ประสบการณ์เชิงอารมณ์"

5.3 เกษม เปรมประยูร (2550) ทำการศึกษากระบวนการเชิงการรู้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์กระบวนการเชิงการรู้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Cognitive Process in Mathematical Communication) ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยอาศัยบริบทของโครงการพัฒนาวิชาชีพครูระยะ 3 ปี ตามแนวทาง "การศึกษาชั้นเรียน" ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ซึ่งเป็นนวัตกรรมการเรียนการสอนที่ศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน และสำนักงานบริหารและพัฒนาองค์ความรู้ ร่วมกันดำเนินกิจกรรมตามโครงการโรงเรียนในฝันเพาะปัญญา โดยกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่สมัครใจเข้าร่วมในการวิจัยครั้งนี้ จำนวน 2 คน โดยนักเรียนทั้งคู่ร่วมมือกันแก้ปัญหาปลายเปิด (Open–Ended Problems) จำนวน 6 ปัญหา ด้วย "วิธีคิดแบบออกเสียงดัง" (Thinking Aloud Method) เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนโดยใช้แบบบันทึกภาคสนาม (Field Notes) พร้อมทั้งใช้การบันทึกวีดีทัศน์และบันทึกเสียงของนักเรียนในขณะที่นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ โปรโตคอลการแก้ปัญหา จำนวน 6 โปรโตคอลงานเขียนของนักเรียน บันทึกภาคสนาม ทำการวิเคราะห์กระบวนการเชิงการรู้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎีของ Emori (2005)

ผลการวิจัยพบว่า จากการวิเคราะห์กระบวนการเชิงการรู้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด พบว่าในห่วงโซ่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ปรากฏให้เห็นกระบวนการเชิงการรู้ 3 แง่มุม ได้แก่ 1) การตระหนักรู้ (Recognition) เป็นแง่มุมที่ผู้ซึ่งเข้าไปมีส่วนร่วมในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดยอมรับข้อความที่ส่งมายังผู้รับสารโดยความตั้งใจของผู้ส่งสาร ผู้รับสารเลือกรับชิ้นส่วนที่สำคัญเพื่อใช้ในการทำความเข้าใจ 2) การดูดซึม (Assimilation) เป็นแง่มุมที่ผู้ซึ่งเข้าไปมีส่วนร่วมในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงการเอาวิธีการของผู้ส่งสารมาใช้ในการแก้ปัญหา 3) การขยาย (Expansion) เป็นแง่มุมที่ผู้ซึ่งเข้าไปมีส่วนร่วมในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงการขยายออกของแนวคิดที่ได้รับมาจากผู้ส่งสาร จากการวิเคราะห์กระบวนการเชิงการรู้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแง่มุมเชิงการรู้ที่ไม่พบคือ การจำแนกความเหมือนความแตกต่าง (Differentiation) และการสร้างขึ้นมาใหม่ (Re-construction)

5.4 ประกายคำ เทศารินทร์ (2550) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การประเมินเชิงการรู้ของนักเรียนในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิเคราะห์การประเมินเชิง

การรู้ของนักเรียนในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมแก้ปัญหาในบริบทของชั้นเรียน โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพซึ่งเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (protocol analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analysis Description) การเก็บรวมรวมข้อมูลทำโดยผู้เข้าร่วมการวิจัย (participants) ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 และ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท อำเภอชนบท จังหวัดขอนแก่น จำนวน 2 คน ทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด เรื่องการวัดความยาว (เกมการเป่ายิงฉุบ) และเรื่องจำนวนนับที่มากกว่า 20 (เกมผจญภัยกับตัวเลข) โดยให้นักเรียนที่เข้าร่วมวิจัยทั้ง 2 คน ทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนร่วมกับเพื่อนในชั้น หลังเสร็จสิ้นการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมผู้วิจัยสัมภาษณ์แบบคลินิกนักเรียนแต่ละคนในแต่ละคู่ โดยมีการบันทึกวีดีทัศน์การทำกิจกรรมและการสัมภาษณ์โดยตลอด ข้อมูลที่นำมาใช้ในวิเคราะห์การประเมินเชิงการรู้ของนักเรียน ได้แก่ ข้อมูลในรูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดวีดีทัศน์การทำกิจกรรมของนักเรียน ข้อมูลในรูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดเทปการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคลหลังจากการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรม ข้อมูลที่เป็นงานเขียนของนักเรียนที่ทำในระหว่างการทำกิจกรรมแก้ปัญหา ข้อมูลจากการบันทึกภาคสนามของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับภูมิหลังของนักเรียนที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูที่สอนในระดับชั้นอนุบาลและระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และผู้ปกครองนักเรียนอย่างไม่เป็นทางการ รวมทั้งข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชั้นเรียน สภาพการเรียนการสอน และโรงเรียนชุมชนบ้านชนบท การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์โปรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ตามหน่วยการวิเคราะห์ประสบการณ์เชิงอารมณ์และการประเมินเชิงการรู้ของ Inprasitha (2001) และการวิเคราะห์ค่านิยมที่เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนแสดงออกถึงการประเมินเชิงการรู้ตามแนวคิดของ Bishop (1996)

ผลการวิจัยพบว่า การประเมินเชิงการรู้ของนักเรียนเป็นตัวผลักดันที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนแสดงออกถึงประสบการณ์เชิงอารมณ์ที่แตกต่างกัน จากแนวคิดของ Mandler (1996) ที่ว่า ในขณะที่มีการประเมินเชิงการรู้ ค่านิยมจะถูกนำมาใช้ในการประเมินค่า และจะแสดงออกมาให้เห็นหรือการประเมินขึ้นอยู่กับค่านิยม พบว่าค่านิยมที่มีผลต่อการแสดงออกถึงการประเมินเชิงการรู้ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายมี 3 ประการ คือค่านิยมทั่วไป ค่านิยมทางคณิตศาสตร์และค่านิยมทางคณิตศาสตรศึกษาของนักเรียนดังนี้

1) ค่านิยมทั่วไปของนักเรียนที่เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนแสดงออกถึงการประเมินเชิงการรู้ ได้แก่ การให้คุณค่าหรือความสำคัญกับตนเอง เมื่อนักเรียนนำมาใช้ในการประเมินเชิงการรู้จะส่งผลให้เกิดสกีมาการประเมินเชิงการรู้ในขณะที่ทำกิจกรรมการแก้ปัญหา ได้แก่ สกีมาที่สัมพันธ์กับการพิจารณาว่าตนเองจะสูญเสียโอกาสที่จะชนะหรือแพ้การแข่งขัน และสกีมาที่สัมพันธ์กับความมุ่งหวังที่จะชนะการแข่งขัน

2) ค่านิยมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนแสดงออกถึงการประเมินเชิงการรู้ ได้แก่ ความเป็นเหตุเป็นผล เมื่อนักเรียนนำมาใช้ในการประเมินเชิงการเรียนรู้จะส่งผลให้เกิดสถีมาการประเมินเชิงการรู้ในขณะที่ทำกิจกรรมการแก้ปัญหา ได้แก่ สถีมาที่สัมพันธ์กับความเป็นเหตุเป็นผลของลำดับของตัวเลขที่ถูกถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้น และสถีมาที่สัมพันธ์กับความเป็นเหตุเป็นผลของเลขหกเป็นตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดในหน้าลูกเต๋าและมีค่ามากกว่าหนึ่ง

3) ค่านิยมทางคณิตศาสตรศึกษาของนักเรียนที่เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนแสดงออกถึงการประเมินเชิงการรู้ ได้แก่ ความเพียรพยายามในการทำกิจกรรมการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนนำมาใช้ในการประเมินเชิงการรู้ จะส่งผลให้เกิดสถีมาการประเมินเชิงการรู้ในขณะที่ทำกิจกรรมการแก้ปัญหา ได้แก่ สถีมาที่สัมพันธ์กับการให้ค่าการชนะการแข่งขันถ้าได้แผ่นพลาสติกสีฟ้าที่มีความยาวมากที่สุด สถีมาที่สัมพันธ์กับการมองเห็นโอกาสที่จะชนะการแข่งขันจากการเรียงแผ่นพลาสติกได้ยาวกว่า และสถีมาที่สัมพันธ์กับการพิจารณาว่าตนเองจะสูญเสียโอกาสที่จะชนะการแข่งขันเพราะมีจำนวนสมาชิกน้อยกว่า

5.5 ประภาวดี สุวรรณไตรย์ (2551) ทำการศึกษาวิธีการสื่อสารในการแก้ปัญหาปลายเปิด (The Student's Means of Communication in Open – Ended Problems Solving) การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเพื่อศึกษาวิธีการสื่อสารของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด กลุ่มเป้าหมาย นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท สังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นที่เขต 2 จังหวัดขอนแก่น จำนวน 7 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมีดังนี้ กิจกรรมการแก้ปัญหาที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด จำนวน 3 กิจกรรม แบบบันทึกภาคสนาม กล้องบันทึกวีดีทัศน์และภาพนิ่ง ผลงานนักเรียนจากการทำกิจกรรม การเก็บรวบรวมข้อมูล การเก็บรวบรวมข้อมูลทำโดยให้กลุ่มเป้าหมายที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 ภาคเรียนที่2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท อำเภอชนบท จังหวัดขอนแก่น จำนวน 7 คน แบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 มีนักเรียนจำนวน 3 คน กลุ่มที่ 2 มีนักเรียนจำนวน 4 คน ทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปปัญหาปลายเปิด จำนวน 3 กิจกรรมโดยให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด จากนั้นเก็บรวบรวมผลงานของนักเรียน โดยทำการบันทึกภาคสนาม ถ่ายภาพนิ่ง บันทึกวีดีทัศน์การทำกิจกรรมและบันทึกเสียงการพูดคุยกันของนักเรียนโดยตลอด การวิเคราะห์ข้อมูล ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ ได้แก่ ข้อมูลในรูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดวีดีทัศน์การทำกิจกรรมของนักเรียน ข้อมูลที่เป็นงานเขียนของนักเรียนที่ทำในระหว่างการทำกิจกรรมการแก้ปัญหา ข้อมูลจากการบันทึกภาคสนามและการถ่ายภาพนิ่งของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์โปรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ทำการวิเคราะห์วิธีการสื่อสารตามกรอบแนวคิดของ พีรี (Pirie, 1998)

ผลการวิจัยพบว่า จากการวิเคราะห์วิธีการสื่อสารของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด พบว่า มีวิธีการสื่อสารของนักเรียนมีปรากฏให้เห็นอยู่ 4 วิธี คือ 1) ภาษาทั่ว ๆ ไป (Ordinary language) เป็นการใช้ภาษาที่นักเรียนเคยผ่านหรือเคยใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์มาก่อน เช่น เพิ่ม 1 ซ.ม. 2) วัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical verbal language) เป็นการใช้คำทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านการพูดหรือการเขียน เช่น เขียน "แปดต่อหก" 3) ภาษาสัญลักษณ์ (Symbolic language) เป็นภาษาที่อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นสื่อถ่ายทอดทางคณิตศาสตร์ เช่น $3\times4=12$ และ $2\times4=8$ เป็นการสื่อถึงการเพิ่มขึ้นเป็นสี่เท่า 4) การนำเสนอด้วยการนึกภาพ (Visual representation) เป็นการพยายามสื่อความหมายโดยการวาดภาพประกอบการอธิบายของนักเรียน การวิเคราะห์วิธีการสื่อการสารของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่ไม่พบคือ การแสดงสมมุติฐานร่วม (Unspoken but shared assumption) และภาษากึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi – mathematical language)

5.6 จิตขจี พึ่งผล (2551) ทำการศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ (An investigation on Means of Mathematical Communication of students in Open–ended–Problem: Highlight the differences between gender) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนและเพื่อเปรียบเทียบวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชายและหญิง กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท อำเภอชนบท จังหวัดขอนแก่น แบ่งเป็นกลุ่มชายล้วนกับหญิงล้วน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ ปัญหาปลายเปิด จำนวน 3 ปัญหาเก็บรวบรวมข้อมูลโดยสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนโดยใช้แบบบันทึกภาคสนาม (Field Notes) พร้อมใช้การบันทึกวิดีทัศน์และบันทึกเสียงในขณะที่นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ โปรโตคอลการแก้ปัญหาจำนวน 6 โปรโตคอล ทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎีของ Pirie (1998)

ผลการวิจัยพบว่า 1) จากการวิเคราะห์วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้ภาษาทั่ว ๆไป และวัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นชัดเจนในช่วงแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอวิธีการคิดโดยการพูด ภาษาสัญลักษณ์ เกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอด้วยการนึกภาพเกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนอธิบายออกมาในรูปของแสดงแทนด้วยภาพ การแสดงสมมติฐานร่วมเกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนกระจายตัวเลขแล้วโยงเส้น และภาษากึ่งคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในช่วงที่

นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการพูดสื่อสารกับเพื่อนในกลุ่มถึงแนวคิดตามตนเองเข้าใจ ภาษาที่ใช้มีความหมายทางคณิตศาสตร์ 2) ผลการเปรียบเทียบวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชายและหญิง มีการใช้วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน นักเรียนหญิงมีวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครบทุกวิธี ในขณะที่แต่นักเรียนชายไม่พบวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 1 วิธี คือ ภาษากึ่งคณิตศาสตร์

5.7 ศิริรัตน์ ชาวนา (2551) ทำการศึกษาลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ (A STUDY ON CHARACTERISTICS OF MATHEMATICAL COMMUNICATION OF STUDENTS IN OPEN- ENDED PROBLEM SOLVING: FOCUS ON GENDER) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในการแก้ปัญหาปลายเปิด กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่นเขต 2 จำนวน 8 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มกลุ่มละ 4 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยประกอบด้วย ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) จำนวน 2 ปัญหา ซึ่งได้ดำเนินการสร้างขึ้นโดยกระบวนการการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในบริบทชั้นเรียนโดยสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนและบันทึกภาคสนาม ทำการบันทึกวีดิทัศน์และบันทึกเสียงของนักเรียนในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ โปรโตคอลการแก้ปัญหาปลายเปิด งานเขียนของนักเรียนและบันทึกภาคสนาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์ลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดตามกรอบทฤษฎีของ Emori (2005) ซึ่งประกอบด้วย 1) ความถูกต้องแม่นยำของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2) ความคุ้มค่าของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และ 3) ความเป็นอิสระของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย พบว่าในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดทั้งกลุ่มนักเรียนหญิงและกลุ่มนักเรียนชาย มีลักษณะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2 ลักษณะเหมือนกัน ได้แก่ **ลักษณะที่ 1 ความถูกต้องแม่นยำของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือวิธีการซึ่งเป็นยุทธวิธีที่ได้มาจากมุมมองของนักเรียนแล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถอธิบายความคิดเห็นหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้อย่างเป็นระบบ มีเหตุผลอย่างชัดเจน **ลักษณะที่ 2 ความคุ้มค่าของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** นักเรียนเสนอความคิดเห็นหรือวิธีการของตนเองเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นหรือวิธีการที่เสนอต่อสมาชิกภายในกลุ่มนั้นมีการเสนอความคิดเห็นหรือวิธีการที่สั้น ๆ แต่สามารถทำให้สมาชิกภายในกลุ่มเดียวกัน เข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตรงกัน อีกทั้งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากมุมมองของนักเรียนเอง ส่วน

ลักษณะที่ 3 ความเป็นอิสระของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ยังไม่พบในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่นำมาใช้ทั้งในกลุ่มนักเรียนหญิงและกลุ่มนักเรียนชาย

5.8 อมรรัตนา หัตถะกิจ (2551) ศึกษาประเภทของความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการบวกและการลบในสถานการณ์การแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิด (KINDS OF STUDENTS' UNDERSTANDING OF ADDITION AND SUBTRACTION IN OPEN-ENDED PROBLEM-SOLVING SITUATIONS) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประเภทของความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการบวกและการลบในสถานการณ์การแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิด ด้วยระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ตามกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีของ Skemp (1987) กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนบ้านบึงเนียมบึงใคร่นุ่น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่นเขต 1 กลุ่มละ 3 คน จำนวน 2 กลุ่ม ซึ่งทำการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดจำนวน 3 สถานการณ์ปัญหา ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ข้อมูลที่อยู่ในรูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดเทปเสียงและวีดิทัศน์ ผลงานที่เป็นงานเขียนในระหว่างการทำกิจกรรมของนักเรียน แบบบันทึกภาคสนามของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับภูมิหลังของนักเรียน รวมทั้งข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชั้นเรียนและสภาพการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียน

ผลการวิจัยพบว่า จากการวิเคราะห์ประเภทของความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการบวกและการลบในสถานการณ์การแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิด พบว่าประเภทของความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการบวกและการลบปรากฏให้เห็น 3 ประเภท