

## ภาคผนวก



## ภาคผนวก A

### อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ

อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ (Glossary and Keywords)	
กฎการอนุรักษ์ความแปลก	Strangeness conservation law
กรอบของศูนย์กลางมวล	center-of-mass frame
กระแสบาริออนแบบเวกเตอร์สี่มิติ	the baryon four-vector current
กลุ่มคลื่นแบบเกาส์	the Gaussian wave packet
การเพิ่มขึ้นของความแปลก	strangeness enhancement
การกระตุ้นแบบสาย	string excitations
การการย่อ-ขยายของบราวน์โรห์	the Brown-Rho scaling
การเกิดไพออนซ้ำๆ	pion multiplicities
การขึ้น ๆ ลง ๆ	fluctuation
การควบแน่นสุญญากาศ	the vacuum condensation
การคืนสภาพ	restoration
การคู่ควบน้อยสุด	the minimal coupling
การเคลื่อนที่แบบเฟอร์มิ	the Fermi motion

**อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ**  
(Glossary and Keywords)

การจัดกลุ่มข้อมูลทางอนุภาค	Particle Data Group
การแจกแจงความถี่	Frequency Count
การแจกแจงความน่าจะเป็น	probability distribution
การแจกแจงปริภูมิเฟสเฉพาะที่	the local phase space distributions
การใช้ตัวแปรเสริม	parametrization
การแตกสมมาตรเชิงไครัลที่เกิดขึ้นเอง	the spontaneous chiral symmetry breaking
การทำซ้ำ	iteration
การแทน	representation
การปิดพอลี	Pauli blocking
การแปลง	transformation
การผันกลับได้ทางเวลา	the time reversibility
การแพร่กระจาย	propagation
การลดหลั่นของไพออน	the pion ladder
การเลื่อนของมวล	mass shift
การวิวัฒน์ทางเวลา	the time evolution
การไหลต้าน	antiflow
การไหลตามขวาง	The tranverse flow
การไหลตามแนวรัศมี	The radial flow
การไหลเชิงวงรี	the elliptic flow
การไหลรวม	Collective flow
ขั้นเวลา	time step
ขีดจำกัดแบบฉบับ	the classical limit
ความกว้างเรโซแนนซ์ที่ขึ้นกับมวล	the mass dependent resonance width
ความแตกต่างของมวล	mass splitting
ความน่าจะเป็นในการปิด	blocking probability
ความแปลก	Strangeness

<b>อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ</b> <b>(Glossary and Keywords)</b>	
ความหนาแน่นของอนุภาคเดี่ยว	the single particle density
ความหนาแน่นบาริออนเชิงสเกลาร์	baryon scalar density
ความหนาแน่นปริภูมิเฟส	the phase space densities
ความหนาแน่นอันตรกิริยา	the interaction density
ความหนาแน่นอิ่มตัว	the saturation density
ค่าคงตัวการคู่ควบ	coupling constant
โคแวเรียนต์	covariant
เงื่อนไขระดับชั้นมวล	the mass-shell condition
จลนศาสตร์	kinematics
จุดยอด	vertex
ช่วงตัด	cut-off
ดาวนิวตรอน	neutron star
ไดเลปตอน	dilepton
แถวลำดับ	array
ทฤษฎีการขนส่งแบบฉบับ	the classical transport theory
ทฤษฎีการรบกวน	Perturbation Theory
ทฤษฎีการรบกวนเชิงไครล	chiral perturbation theory
ทฤษฎีของระบบหลายวัตถุ	N-body theory
ทำให้ถูกต้อง	regularized
ทำให้เป็นมาตรฐาน	normalized
เทนเซอร์ความแรงของสนาม	field strength tensor
นอกชั้น	off shell
บนชั้น	on shell
บาริออน	Baryon
แบบจำลองไครลย์ผล	effective chiral model
แบบจำลองซิกมาไม่เชิงเส้น	the nonlinear sigma model
แบบจำลองพลศาสตร์ของของเหลว	The hydrodynamics model

**อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ**  
(Glossary and Keywords)

แบบเวกเตอร์-สเกลาร์-สัมพัทธภาพปกติ	the typical relativistic-scalar-vector-type
ปฏิกิริยา	reaction
ประชากรปริภูมิเฟสเฉพาะที่	the local phase space population
ปริภูมิเฟส	phase space
ปริภูมิมินโควสกี	Minkowski space
ปริภูมิอิสระ	free space
ปัญหาความสอดคล้องในตัว	self-consistency problem
ผลคูณตรง	the direct product
ผลที่ได้ของไดเลปตอน	the dilepton yield
ผลที่ได้โดยรวม	the total yield
พลศาสตร์ควอนตัมเชิงโครโม	Quantum Chromodynamics, QCD
พลศาสตร์ควอนตัมเชิงแฮดรอน	Quantum Hadron Dynamics, QHD
พลศาสตร์เชิงควอนตัมโมเลกุล	Quantum Molecular Dynamics, QMD
พลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุลสัมพัทธภาพ	Relativistic Quantum Molecular Dynamics, RQMD
พลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุลสัมพัทธภาพขั้นสูง	Ultra Relativistic Quantum Molecular Dynamics, UrQMD
พลศาสตร์เชิงโมเลกุลแบบฉบับ	Classical molecular dynamics
พลังงานในตัว	self energy
พารามิเตอร์การกระทบ	impact parameter
โพรพาเกเตอร์	propagator
ฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน	the error function
ฟังก์ชันเฉพาะ	eigenfunctions
ฟังก์ชันเชิงสเปกตรัมสมนัย	the corresponding spectral function

**อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ**  
(Glossary and Keywords)

ภาคตัดขวาง	cross section
ภาคตัดขวางการผลิต	the production cross sections
ภาคตัดขวางการผลิตที่ขึ้นกับไอโซสปิน	the iso-spin dependent production cross section
มวลขั้ว	pole mass
มวลเคลื่อนตาม	running mass
มวลแปรเปลี่ยน	invariant mass
มวลสุริยะ	solar mass
โมเมนตัมแบบบัญญัติ	canonical momentum
ยังผล	effective
ยูนิแทรี	unitary
รอย	trace
แรพิดิตี	rapidity
รูทีน	routine
แรงสเกอร์มที่ขึ้นกับโมเมนตัม	the momentum dependent Skyrme force
ลูกไฟ	fireball
เลขฟลาเวอร์	Flavor number
วงวน	loop
วงสะสมอิเล็กตรอน	electron storage ring
ศักย์เฉพาะที่	the local potential
ศักย์เชิงแสง	optical potential
ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า	the electromagnetic vector potential
ศักย์สเกลาร์เฉลี่ย	average scalar potential
สเกลาร์เทียม	pseudoscalar
สเกลาร์แบบโลเรนทซ์	Lorentz scalar

**อภิธานศัพท์ และ คำสำคัญ**  
(Glossary and Keywords)

สถานะเฉพาะ	eigenstates
สถานะอาพันธ์	coherent state
สนามเฉลี่ย	mean field
สภาพอัดได้	compressibility
สมการการนำพาแบบสัมพัทธภาพ	the relativistic transport equation
สมการสถานะ	equation of state, EOS
สมการสถานะทางนิวเคลียร์	nuclear equation of state
สมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง	isotropic
สมมาตรของไอโซสปิน	isospin symmetry
สเลเตอร์ดีเทอร์มิแนนต์	Slater determinant
สสารนิวเคลียร์ที่สปินอิ่มตัว	spin saturated nuclear matter
สหสัมพันธ์	correlation
สามวัตถุ	three-body
องค์ประกอบ	ensemble
อลวน	chaotic
อัตราส่วนการแตกตัว	branching ratio
อันตรกิริยา	interaction
อันตรกิริยาชนิดสเกิร์มแบบเฉพาะที่	the local Skyrme-type interaction
อันตรกิริยาแบบพิสัยสั้น	the short range intraction
ไอโซสปินซิงเกิลต	isospin singlet
ฮามิลโทเนียน	Hamiltonian
ไฮเปอร์รอน	Hyperon

## ภาคผนวก B

# การศึกษาพลศาสตร์ของการสร้างอนุภาค แปลกในการชนของไอออนหนัก

ในบทนี้จะศึกษาการเกิดของอนุภาคเคออนในการชนระหว่างนิวเคลียสกับนิวเคลียสที่ระดับพลังงานปานกลาง โดยใช้แบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล (QMD) เพื่อค้นหาคุณสมบัติของสสารฮาดรอนในสถานะร้อนและหนาแน่นมาก โดยใช้ สมการสถานะทางนิวเคลียร์ (nuclear EOS) ซึ่งประเด็นนี้มีความสำคัญมากไม่เพียงเฉพาะในสาขาฟิสิกส์ของนิวเคลียร์และอนุภาคเท่านั้น แต่ยังมีมีความสำคัญสำหรับฟิสิกส์ดาราศาสตร์อีกด้วย

มีการตั้งข้อสังเกตว่ามวลของอนุภาคฮาดรอนในสสารนิวเคลียร์น่าจะมีความแตกต่างจากมวลของอนุภาคฮาดรอนในปริภูมิอิสระ (free space) และจากการศึกษาโดยใช้พลศาสตร์ควอนตัมเชิงโครโม (Quantum Chromodynamics, QCD) พบร่องรอยการควบแน่นของคู่ควาร์ก ที่ไม่สูญหายไปในสุญญากาศ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงกระบวนการการแตกสมมาตรเชิงโคเรลที่เกิดขึ้นเอง [?]

ในสมการ GOR (Gell-Mann, Oakes, Renner) [76] การควบแน่นสุญญากาศ (the vacuum condensation) จะปรากฏในสมการของมวลของอนุภาคไพออน

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -\frac{1}{2}(m_u - m_d)\langle uu + dd \rangle \quad (\text{B.1})$$

โดย  $m_u$  และ  $m_d$  คือมวลปกติของควาร์กแบบ  $u$  และ  $d$  ตามลำดับ ขณะที่  $f_\pi$  เป็นค่าคงที่การสลายตัวของไพออนมีค่าเท่ากับ 93.3 MeV และ  $\langle uu + dd \rangle$  คือ การควบแน่นของคู่ควาร์ก

ในกรณีของอนุภาคเคออนสมการของมวลจะเขียนได้เป็น

$$m_K^2 f_K^2 = -\frac{1}{2}(m_u - m_s)\langle uu + ss \rangle \quad (\text{B.2})$$

เมื่อ  $m_s$  แทนมวลปกติของควาร์กแบบ  $s$  โดยการควบแน่นของคู่ควาร์กแบบ  $s$  จะมีขนาดเท่ากันกับ การควบแน่นของคู่ควาร์กแบบ  $u$  หรือ  $d$  ( $\langle ss \rangle \simeq \langle uu \rangle \simeq \langle dd \rangle$ ) ซึ่งมีค่า

ประมาณ  $-(230 \pm 25 \text{ MeV})^3$  [77] การควบแน่นของคู่ควาร์กจะขึ้นกับความหนาแน่นและอุณหภูมิของระบบ หากระบบมีความหนาแน่นและอุณหภูมิสูงขึ้น การควบแน่นของคู่ควาร์กจะลดลง และส่งผลให้เกิดการคืนสภาพของสมมาตรเชิงโคแวลบางส่วน ความหนาแน่นของระบบนั้น สามารถทำให้เพิ่มขึ้นได้โดยการเพิ่มของจำนวนนิวคลีออนในสฤญญากาศ ซึ่งจะทำให้เกิดการเปลี่ยนความหนาแน่นสเกลาร์เฉลี่ยและสามารถเขียนความสัมพันธ์ ระหว่างการควบแน่นของคู่ควาร์กกับความหนาแน่น ( $\rho$ ) ได้ดังนี้

$$\frac{\langle qq \rangle_\rho}{\langle \bar{q}q \rangle_{\rho=0}} = 1 - \frac{\Sigma_{\pi N}}{m_\pi^2 f_\pi^2} \rho + \dots \quad (\text{B.3})$$

เมื่อเทอมที่เกี่ยวข้องกับอนุภาคซิกมาไพออน-นิวคลีออน [78] คือ

$$\Sigma_{\pi N} = (m_u + m_d) \langle N | \bar{q}q | N \rangle = (45 \pm 8) \text{ MeV} \quad (\text{B.4})$$

โดย  $\langle N | \bar{q}q | N \rangle$  คือ สมาชิกเมตริกซ์นิวคลีออนของความหนาแน่นควาร์กแบบสเกลาร์

ในทำนองเดียวกันจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างการควบแน่นของคู่ควาร์กกับอุณหภูมิ [79, 80] เป็น

$$\frac{\langle \bar{q}q \rangle_T}{\langle \bar{q}q \rangle_{T=0}} = 1 - \frac{N_f^2 - 1}{3T_f} \left( \frac{T}{2f_\pi} \right)^2 + \dots \quad (\text{B.5})$$

ในที่นี้  $N_f$  คือ เลขฟลาเวอร์(Flavor number) จากสองสมการข้างต้นพบว่าการควบแน่นของควาร์กจะลดลงเมื่อความหนาแน่นและอุณหภูมิของระบบ มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้การคืนสภาพของสมมาตรเชิงโคแวลมีแนวโน้มที่จะเกิดขึ้นได้สูง การควบแน่นที่เปลี่ยนแปลงนี้เองทำให้เกิดศักย์สเกลาร์เฉลี่ย(average scalar potential)ที่ส่งผลไปยังฮาดรอนในตัวยกกลาง ทำให้เกิดการเลื่อนของมวลของฮาดรอนที่แตกต่างไปจากค่าในปริภูมิอิสระ

การแปรผันมวลฮาดรอนนี้อาจส่งผลอื่นที่สำคัญตามมาหากสสารนิวเคลียร์โดยรอบร้อนและหนาแน่นอย่างมาก ตัวอย่างเช่น ปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในดาวนิวตรอน(neutron star) อาจเกิดการลดลงของมวลของปฏิกิริยานิวเคลออน  $\bar{K}$  อย่างมากจนทำให้เกิดการควบแน่นของ  $K^-$  ที่ความหนาแน่นสูง ส่งผลให้มีการแก้ไขมวลของดาวนิวตรอนเป็น 1.5 เท่าของมวลสุริยะ(solar mass)ซึ่งเป็นค่าที่สอดคล้องกับการสังเกตทางดาราศาสตร์ [1, 81]

สำหรับอนุภาคไพออน จะไม่มีการควบแน่นเกิดขึ้นเนื่องจากการเป็นโบซอน แบบโบสตัน [82, 83] การที่ตัวยกกลางมีการเปลี่ยนแปลงนี้จะส่ง ผลต่อค่าคงตัวการสลายตัวของไพออนตามหลัก การการย่อ-ขยายของบราวน์โรห์(the Brown-Rho scaling),

$$\frac{f_\pi(\rho)}{f_\pi(\rho=0)} = \left( \frac{\langle \bar{q}q \rangle_\rho}{\langle \bar{q}q \rangle_{\rho=0}} \right)^{1/2}$$

ดังนั้นสมการ GOR สำหรับไพออนยังคงใช้ได้ และมวลไพออนในตัวยกกลางจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

การลดลงของมวลฮาดรอนในตัวยกกลางทำให้สนามเฉลี่ย (mean field) ที่กระทำกับฮาดรอนเปลี่ยนไป เมื่อสนามเฉลี่ยในตัวยกกลางเปลี่ยนไปสมบัติสถานะสุดท้ายของฮาดรอนที่เกิดขึ้นจากการ

ชนของไอออนหนักก็จะเปลี่ยนตามไปด้วย ดังนั้นเราสามารถหาข้อมูลของศักย์ในตัวกลางของฮาดรอนได้จากการวิเคราะห์ปริมาณที่วัดได้ซึ่งมีความไวต่อ การเปลี่ยนสมบัติสถานะสุดท้ายของฮาดรอน

ในการชนของไอออนหนักที่ระดับพลังงานปานกลางในช่วง 0.8 - 2 GeV ต่อนิวคลีออน จะก่อให้เกิดสสารนิวเคลียร์ที่มีความหนาแน่นสูงประมาณ 2 ถึง 4 เท่าของ  $\rho_0$  ซึ่ง  $\rho_0$  คือ ความหนาแน่นอิ่มตัว (the saturation density) มีค่าประมาณ  $0.16 \text{ fm}^{-3}$  โดยพลังงานในช่วงดังกล่าวจะมีค่าใกล้เคียงหรือต่ำกว่าพลังงานขีดเริ่มของการสร้างอนุภาคเคออน  $K^+$  สำหรับการชนระหว่างนิวคลีออนอิสระ

การสร้างอนุภาคเคออนที่พลังงานต่ำกว่าพลังงานขีดเริ่มเป็นสิ่งที่น่าสนใจเนื่องจากการยืนยันว่าเคออนสามารถเกิดขึ้นได้จากปฏิกิริยาที่มีความหนาแน่นเฟสสูง โดยพลังงานที่หายไปอาจได้มาจากการเคลื่อนที่แบบเฟอร์มิ (the Fermi motion) ของนิวคลีออน หรือ จากการสะสมพลังงานในปฏิกิริยาที่มีหลายขั้นตอน ซึ่งทั้งสองกระบวนการนี้ ไม่ได้พิจารณาผลของพื้นผิวที่เปลี่ยนรูปร่างไปถ้าเราศึกษาที่พลังงานต่ำกว่าค่าขีดเริ่มมากๆ และจากการอนุรักษ์ความแปลกระบุว่า อนุภาคเคออนที่เกิดขึ้นจะไม่ถูกดูดกลืนโดยนิวคลีออนรอบๆ เนื่องจากในสสารนิวเคลียร์อนุภาคเคออนมีวิถีเสรีเฉลี่ยประมาณ 7 fm ทำให้มันมีความเหมาะสมที่จะใช้เป็นเครื่องมือในการวัดความหนาแน่นของลูกไฟ(fireball)ที่เกิดขึ้นในการชนของไอออนหนัก

นอกจากนั้นอันตรกิริยาที่สถานะสุดท้าย เช่น การกระเจิงของเคออนกับนิวคลีออนแบบยืดหยุ่น หรือ การแพร่กระจายในศักย์ จะมีผลต่อการเคลื่อนที่ แต่จะไม่มีผลที่ได้โดยรวม(the total yield) ดังนั้นการสร้างอนุภาค  $K^+$  ที่พลังงานต่ำกว่าพลังงานขีดเริ่ม เป็นเครื่องมือในอุดมคติอย่างหนึ่งในการวัดความหนาแน่นของสถานะนิวเคลียร์ กล่าวคือช่วยในการศึกษาสมการสถานะนิวเคลียร์ที่ความหนาแน่นสูงกว่าปกติ ในปฏิกิริยาของไอออนหนักขั้นสัมพัทธภาพ [84]

## B.1 พลศาสตร์ควาเรียนต์ของอนุภาคเคออน

สมบัติของอนุภาคเคออนในสสารฮาดรอนที่หนาแน่นมีความสำคัญต่อการทำความเข้าใจ ทั้งการคืนสภาพของสมมาตรเชิงโคแรลและสมบัติของสสารนิวเคลียร์ที่ความหนาแน่นสูงเนื่องจากมีที่มาจากสัมพัทธภาพ สนามเฉลี่ยของเคออนมีโครงสร้างเป็นแบบเวกเตอร์-สเกลาร์-สัมพัทธภาพปกติ (the typical relativistic-scalar-vector-type) สำหรับนิวคลีออนจะมีโครงสร้างที่มาจากพลศาสตร์ควอนตัมเชิงฮาดรอน(Quantum Hadron Dynamics, QHD) ดังแสดงใน [85] การแยกของสนามเฉลี่ยทำได้โดยการรวมส่วนของสเกลาร์เข้าในมวลยังผลและส่วนของเวกเตอร์เข้าในโมเมนตัมยังผล ซึ่งนำไปสู่รูปแบบอนุภาคกึ่งอิสระในสสารนิวเคลียร์ [85]

จากลากรานเจียนเชิงโคแรล สมการสนามสำหรับ  $K^\pm$  หาได้จากสมการออยเลอร์-ลากราน

[86, 87] ได้ดังนี้

$$[\partial_\mu \partial^\mu \pm \frac{3i}{4f_\pi^{*2}} j_\mu \partial^\mu + (m_K^2 - \frac{\sum_{KN} \rho_s}{f_\pi^{*2}})] \phi_{K^\pm}(x) = 0 \quad (B.6)$$

ในที่นี้การประมาณค่าแบบสนามเฉลี่ยได้ถูกนำมาใช้ โดย  $\rho_s$  คือ ความหนาแน่นบาริออนเชิงสเกลาร์ (baryon scalar density)  $j_\mu$  คือ กระแสบาริออนแบบเวกเตอร์สี่มิติ (the baryon four-vector current) และ  $f_\pi^*$  คือ ค่าคงตัวการสลายตัวของไพออนในตัวเอง และกำหนดศักย์เคออนแบบเวกเตอร์เป็น

$$V_\mu = \frac{3}{8f_\pi^{*2}} j_\mu \quad (B.7)$$

ทำให้สามารถเขียนสมการที่ (B.6) [38, 32] ได้เป็น

$$[(\partial_\mu \pm iV_\mu)^2 + m_K^{*2}] \phi_{K^\pm}(x) = 0 \quad (B.8)$$

ดังนั้นสนามเวกเตอร์ถูกใส่โดยการคู่ควบน้อยสุด(the minimal coupling) เข้าไปในสมการไคลน์-กอร์ดอน(the Klein-Gordon equation) และ จาก [88, 38, 89, 32] จะสามารถเขียนมวลยังผลของเคออนได้

$$m_K^* = \sqrt{m_K^2 - \frac{\sum_{KN} \rho_s}{f_\pi^{*2}} + V_\mu V^\mu} \quad (B.9)$$

เนื่องจากลักษณะเฉพาะของสสารแบบโบซอน (สปิน 1) การคู่ควบของสนามเชิงสเกลาร์กับมวล จะไม่เป็นแบบเชิงเส้นเหมือนกับบาริออน แต่จะอยู่ในรูปกำลังสองและมีเทอมที่เกี่ยวข้องกับสนามเวกเตอร์เพิ่มเติมด้วย มวลของอนุภาคยังผลกึ่งอิสระนิยามโดย (B.9) เป็นสเกลาร์แบบโลเรนทซ์(Lorentz scalar) และมีค่าตรงกับมวลของ  $K^+$  และ  $K^-$  ในสสารนิวเคลียร์ที่นิ่ง องค์ประกอบทางตำแหน่งของศักย์เวกเตอร์จะไม่มี  $V = 0$  และสมการที่ (B.8) จะถูกลดรูปลงไปดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [86, 87] อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปแล้วสมการที่ (B.8) จะอธิบายสมบัติโลเรนทซ์ที่ถูกต้อง ซึ่งสิ่งนี้จะไม่สามารถเห็นได้จากการคิดสนามเฉลี่ยเคออนตามปกติ [86, 87, 90, 91, 81, 92]

สมการโคเวเรียนต์ของการเคลื่อนที่หาได้ในขีดจำกัดแบบฉบับ (the classical limit) มาจากสมการ การนำพาแบบสัมพัทธภาพ(the relativistic transport equation)ของเคออน ซึ่งได้มาจากสมการที่ (B.8) ในทำนองเดียวกันสมการสัมพัทธภาพของสำหรับบาริออน [38, 32] จะได้เป็น

$$\frac{dq^\mu}{d\tau} = \frac{k^{*\mu}}{m_K^*}, \quad \frac{dk^{*\mu}}{d\tau} = \frac{k_\nu^*}{m_K^*} F^{\mu\nu} + \partial^\mu m_K^* \quad (B.10)$$

ในที่นี้  $q^\mu = (t, \mathbf{q})$  เป็นพิกัดในปริภูมิมินโควสกี(Minkowski space) และ  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu$  คือ เทนเซอร์ความแรงของสนาม(field strength tensor) ของ  $K^+$  สำหรับ  $K^-$  สนาม

เวกเตอร์เปลี่ยนเครื่องหมาย ส่วนสมการการเคลื่อนที่ที่ยังเหมือนเดิม เพียงแต่เขียน  $-F^{\mu\nu}$  แทน  $F^{\mu\nu}$  โครงสร้างของสมการ (B.10) อาจดูง่ายขึ้นหากพิจารณาเฉพาะองค์ประกอบของตำแหน่ง

$$\frac{d\mathbf{k}^*}{dt} = -\frac{m_K^*}{E^*} \frac{\partial m_K^*}{\partial \mathbf{q}} \mp \frac{\partial V^0}{\partial \mathbf{q}} \pm \frac{\mathbf{k}^*}{E^*} \times \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \times \mathbf{V} \right) \quad (\text{B.11})$$

เมื่อเครื่องหมายข้างบนใช้สำหรับ  $K^+$  และเครื่องหมายข้างล่างใช้สำหรับ  $K^-$  เทอมที่เป็นสัดส่วนกับองค์ประกอบทางตำแหน่งของศักย์เวกเตอร์ ขึ้นกับโมเมนตัมและเกี่ยวข้องกับแรงลอเรนทซ์ คือ เทอมสุดท้ายของสมการ(B.11) โดยแรงนี้จะขึ้นกับความเร็ว ( $v = \mathbf{k}^*/E^*$ ) ซึ่งเป็นลักษณะของพลศาสตร์สัมพัทธภาพที่มีสนามเวกเตอร์มาเกี่ยวข้อง

ถ้าสมการการเคลื่อนที่ได้มาจากศักย์สถิตย์ [32]

$$U(\rho, \mathbf{k}) = \omega(\rho, \mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_K^2 - \frac{\Sigma_{KN}}{f_\pi^{*2}} \rho_s + V_0^2 \pm V_0} - \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_K^2} \quad (\text{B.12})$$

ซึ่งเทอมที่มีลักษณะของแรงลอเรนทซ์ (LF) จะหายไป การพิจารณาแบบไม่โควาริเียนต์จะถูกกำหนดโดยโมเมนตัมแบบบัญญัติ(canonical momenta,  $k$ ) แทนโมเมนตัมแบบพลศาสตร์(kinetic momenta,  $k^*$ ) โดยสมการการเคลื่อนที่กลายเป็น

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{m_K^*}{E^*} \frac{\partial m_K^*}{\partial \mathbf{q}} \mp \frac{\partial V^0}{\partial \mathbf{q}} \pm v_i \frac{\partial V_i}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{B.13})$$

เมื่อความเร็วของเคออน  $v = \mathbf{k}^*/E^*$

เพื่อให้สอดคล้องกับการอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัม เราจะเขียนเงื่อนไขระดับชั้นมวล(the mass-shell condition)(B.8) ในเทอมของโมเมนตัมแบบบัญญัติ

$$0 = k_\mu^{*2} - m_K^{*2} = k_\mu^2 - m_K^2 - 2m_K U_{opt} \quad (\text{B.14})$$

ซึ่ง

$$U_{opt}(\rho, \mathbf{k}) = -\Sigma_S + \frac{1}{m_K} k_\mu V^\mu + \frac{\Sigma_S^2 - V_\mu^2}{2m_K} \quad (\text{B.15})$$

ในที่นี้เราเรียก  $\Sigma_S = m_K^* - m_K$  ว่า พลังงานรวมในตัวของเคออนแบบสเกลาร์(the total scalar kaon self-energy) และ เนื่องจาก  $U_{opt}$  เป็นสเกลาร์แบบลอเรนทซ์ที่ถูกผนวกเข้าไปในมวลยังผล

$$\tilde{m}_K(\rho, \mathbf{k}) = \sqrt{m_K^2 + 2m_K U_{opt}(\rho, \mathbf{k})} \quad (\text{B.16})$$

ซึ่งกำหนดโมเมนตัมแบบบัญญัติบนระดับชั้นมวล ดังนี้

$$0 = k_\mu^{*2} - m_K^{*2} = k_\mu^2 - \tilde{m}_K^2 \quad (\text{B.17})$$

โดยนิยามแล้ว  $\tilde{m}_K$  เป็น สเกลาร์ แตกต่างจาก  $m_K^*$  ซึ่งเทียบได้กับมวลดิแรก (the Dirac mass) ในกรณีของนิวคลีออน  $\tilde{m}_K$  นั้นจะรวมเอาศักย์เชิงแสงทั้งหมด (the full optical potential) และสอดคล้องกับพลังงาน  $\omega$  ที่โมเมนตัมเป็นศูนย์

## B.2 การไหลรวมอนุภาค $K^+$ ภายใต้พลศาสตร์ควาเรียนต์เคออน จากการชนของ $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ ที่พลังงาน 1.93 A GeV โดยใช้แบบจำลอง QMD

ศึกษาหาค่าพารามิเตอร์ผลการทดลองจากห้องปฏิบัติการของกลุ่ม KaoS Collaboration [65, 32].

เรื่องการไหลรวม ของ อนุภาค  $K^+$  ภายใต้พลศาสตร์ควาเรียนต์เคออน จากการชนของ  $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$  ที่พลังงาน 1.93 A GeV เพื่อหาพารามิเตอร์ ในการคำนวณการไหลรวมของอนุภาค  $K^+$  ภายใต้พลศาสตร์ควาเรียนต์เคออน โดยใช้แบบจำลอง QMD

ลักษณะของการไหลแบบกลุ่มของลำอนุภาคเคออนที่เกิดขึ้นภายหลังการชนแบ่งได้เป็น 3 แบบ [22] คือ

1) การไหลเชิงตรง (direct flow)

$$v_1 = \left\langle \frac{p_x}{p_t} \right\rangle \quad (\text{B.18})$$

$p_x$  = การส่งผ่านโมเมนตัมในแนวแกน x

$p_y$  = การส่งผ่านโมเมนตัมในแนวแกน y

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (\text{B.19})$$

$$y^0 = \frac{y_{cm}}{y_{proj}} \quad (\text{B.20})$$

$y_{cm}$  = แรพิตติ์ของเคออนในระบบศูนย์กลางมวล

$y_{proj}$  = แรพิตติ์ของเคออนในระบบกรอบปฏิบัติการ

2) การไหลแบบวงรี (The elliptic flow) ถ้าให้ลำของอนุภาคที่เคลื่อนที่เข้าชนกันอยู่ในแกน z และระนาบการเกิดปฏิกิริยา (reaction plane) อยู่ในแนว x-z แล้ว การไหลแบบวงรีจะถูกกำหนดโดยผลต่างของกำลังสองของโมเมนตัมตามแนวขวางในแนว x และ y

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \right\rangle$$

3) การไหลตามแนวรัศมี (The radial flow) ในการชนแบบผ่านจุดศูนย์กลาง ซึ่งพารามิเตอร์การกระทบมีค่าเป็นศูนย์ จะไม่พบการไหลตามขวางและการไหลแบบวงรี มีก็แต่เพียงการไหลตามแนวรัศมี

ความสำคัญของการไหลแบบกลุ่มคือ หากเกิดปรากฏการณ์ควาร์กกลูออนพลาสมาจะทำให้เกรเดียนของความดันลดลง เนื่องจากองศาของควาเสรี (degree of freedom) มีมากขึ้น ส่งผลให้ การไหลแบบกลุ่มน้อยลง และเมื่อเพิ่มพลังงานของการชนให้มากขึ้นเช่นการทดลองที่ RHIC การไหลตามขวางจะมีค่าลดลงในขณะที่การไหลแบบวงรีจะมีค่าสูงขึ้น

## ภาคผนวก C

# แบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล

แบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล เป็นแบบจำลองสำหรับศึกษาการชนของไอออนหนัก ที่พัฒนาจากแบบจำลองพลศาสตร์เชิงโมเลกุลแบบฉบับ (Classical molecular dynamics) [93, 94] ซึ่งแบบจำลองนี้เป็นทฤษฎีของระบบหลายวัตถุ(N-body theory) โดยข้อมูลทั้งหมดของระบบสามารถคำนวณได้จากการหาผลเฉลยของสมการลิววิลล์แบบหลายวัตถุ(N-body Liouville equation)

วิธีการหาผลเฉลยสามารถทำได้หลายวิธี หากพิจารณาแนวคิดของ Boltzmann-Uhlenbeck-Uehling (BUU) หรือของ Vlasov-Uhlenbeck-Uehling (VUU) ซึ่งเป็นการคิดตามทฤษฎีของหลายวัตถุอย่างแท้จริง โดยเราจะต้องติดตามตำแหน่งและโมเมนตัมของทุกอนุภาค แล้วคำนวณการวิวัฒนาการทางเวลา (the time evolution) ของเมตริกซ์ความหนาแน่นของหลายวัตถุ (the N-body density matrix) แล้วใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อที่จะหาค่าเฉลี่ยของทุกอย่างองค์ประกอบ (ensemble) เช่น สหสัมพันธ์การผสม (mixing correlation) และการขึ้นๆลงๆ (fluctuation) ระหว่างแต่ละองค์ประกอบ อย่างไรก็ตามความสามารถในการทำนายผลต่างๆของแนวคิดแบบ BUU และ VUU จะถูกจำกัดแค่เพียงการสังเกตวัตถุทีละ 1 อนุภาคเท่านั้น

ในแบบจำลอง QMD จะมีลักษณะสำคัญบางประการทางควอนตัมได้ถูกรวมเข้าไป เช่น การชนระหว่างนิวคลีออนจะเป็นแบบปิดพอลิ (Pauli blocked) กล่าวคือ การชนจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อในปริภูมิเฟส มีสถานะควอนตัมที่ยังว่างอยู่ ทำให้นิวคลีออนที่กระเจิงไปสามารถเข้าครอบครองได้ นอกจากนั้น แอมพลิจูดการกระเจิงจะไม่สามารถบ่งบอกถึงสัมพันธ์ระหว่างมุมกระเจิงกับพารามิเตอร์การกระทบได้ นั่นคือเราจะทราบเพียงแค่ว่ากำลังสองของแอมพลิจูดการกระเจิงเป็นค่าเดียวกับการแจกแจงความน่าจะเป็น(probability distribution)เท่านั้น ส่วนมุมกระเจิงและการขวางกั้นการชนซึ่งนำนิวคลีออนในปริภูมิเฟสที่มีการเข้าครอบครองบางส่วนจะถูกคิดโดยวิธีการทางสถิติ ซึ่งการคิดแบบนี้ทำลายสมบัติการผันกลับได้ทางเวลา (the time reversibility)

ของสมการแบบฉบับ อย่างไรก็ตามก็แบบจำลองนี้ยังให้ผลเฉลยของระบบหลายวัตถุโดยไม่ลดรูปเป็นแบบวัตถุเดี่ยวและให้ข้อมูลของการวิวัฒนาการทางเวลาของสหสัมพันธ์ทั้งหมด

แบบจำลองระดับจุลทรรศน์เหล่านี้มีลักษณะเป็นแบบอลวน (chaotic) ซึ่งจุดสองจุดในปริภูมิเฟสที่อยู่ติดกันในปริภูมิเฟสที่มีมิติ  $A_T + A_P$  จะลู่ออกแบบชี้กำลังโดยเป็นฟังก์ชันของเวลา นอกจากนี้ในระบบควอนตัมเรายังไม่สามารถกำหนดค่าที่แน่นอนของพารามิเตอร์การกระทบให้เที่ยงกว่า  $\Delta b > h/\Delta P$  ดังนั้นแทนที่จะแปรผันพารามิเตอร์การกระทบ บนบริเวณนี้เราจะเริ่มต้นด้วยการเลือกตำแหน่งและโมเมนตัมของแต่ละอนุภาคเป็นแบบสุ่ม ซึ่งการจำลองสถานะการณการชนของไอออนหนักโดยใช้แบบจำลอง QMD นั้นจะมีสองส่วนที่สำคัญคือ การเริ่มต้นของนิวคลีออนที่เข้าชนกับนิวคลีออนที่เป็นเป้าหมาย และการวิวัฒนาการทางเวลาของระบบ  $A_T + A_P$

## การเริ่มต้น

เมื่อเปรียบเทียบระบบควอนตัมที่ขึ้นกับเวลาของฮาร์ทรีฟ็อก (the time-dependent Hartree-Fock, TDHF) กับระบบสนามเฉลี่ยแบบฉบับของเวลาชอฟ (the classical Vlasov mean field system) เราพบว่าสมการวิวัฒนาการทางเวลาของความหนาแน่นทางนิวเคลียร์ สำหรับพลังงานของลำที่มากกว่า 25 MeV ต่อนิวคลีออนมีค่าเกือบเหมือนกัน ทั้งๆที่ สถานะเริ่มต้นของทั้งสองระบบแตกต่างกัน โดยที่ความหนาแน่นเริ่มต้นของ TDHF คำนวณจาก สเลเตอร์ดีเทอร์มิแนนต์ (Slater determinant) ในขณะที่ของเวลาชอฟเริ่มจากพิจารณาอนุภาคที่เป็นจุดกระจายอยู่แบบสุ่มในทรงกลมรัศมี  $r = 1.44A^{1/3}$  fm สอดคล้องกับความหนาแน่นสสารทางนิวเคลียร์ปกติที่ 0.16 nucleons/fm<sup>3</sup> จากผลที่ได้ทำให้สามารถสรุปได้ว่าที่พลังงานนี้รายละเอียดของฟังก์ชันคลื่นมีผลเพียงเล็กน้อยต่อการวิวัฒนาการทางเวลาของสมบัติโดยรวมของสสารโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับอนุภาคเพียงหนึ่งอนุภาคที่เราทำการสังเกต

ในแบบจำลอง QMD แต่ละนิวคลีออนจะแทนด้วยสถานะอาพันธ์ (coherent state) ในรูปของ (ใช้  $\hbar$  และ  $c$  เท่ากับ 1)

$$\psi(\vec{r}, \vec{p}_0, t) = \frac{\exp[i\vec{p}_0 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)]}{(2\pi L)^{3/4}} e^{-(\vec{r} - \vec{r}_0)^2/4L} \quad (C.1)$$

เมื่อ  $\vec{r}_0$  เป็นศูนย์กลางที่ขึ้นกับเวลาของกลุ่มคลื่นแบบเกาส์ (the Gaussian wave packet) ในปริภูมิพิกัด (coordinate space) โดยความกว้างของสถานะอาพันธ์จะเพิ่มขึ้นเป็นฟังก์ชันของเวลาถ้ามีการแผ่ด้วยสมการชเรอดิงเงอร์แบบอิสระ ในแบบจำลอง QMD ความกว้าง  $L$  เป็นค่าคงที่หมายถึงเราไม่อนุญาตให้มีการกระจายของฟังก์ชันคลื่น มิฉะนั้นทั้งนิวเคลียสจะมีการการกระจาย ในปริภูมิพิกัดโดยเป็นฟังก์ชันของเวลา ค่า  $L = 1.08$  fm<sup>2</sup> สอดคล้องกับรากกำลังสองเฉลี่ยของรัศมีนิวคลีออน เพื่อที่จะให้ใกล้เคียงกับทฤษฎีการขนส่งแบบฉบับ (the classical transport theory) และเราจะใช้ความหนาแน่นแบบวิกเนอร์ (the Wigner density) แทนที่ฟังก์ชันคลื่น โดยการ

แปลงแบบวิกเนอร์ (the Wigner transformation) ของสถานะอาพันธ์คือรูปแบบเกาส์ในปริภูมิ พิกัดและโมเมนตัม นั่นคือ

$$\begin{aligned} f(\vec{r}, \vec{p}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-\vec{p} \cdot \vec{r}_{12}} \psi\left(\frac{\vec{r} + \vec{r}_{12}}{2}, t\right) \psi^*\left(\frac{\vec{r} - \vec{r}_{12}}{2}, t\right) d^3 \vec{r}_{12} \\ &= \frac{1}{(\pi)^3} \exp\left[-(\vec{r} - \vec{r}_0)^2/2L - (\vec{p} - \vec{p}_0)^2 \cdot 2L\right] \end{aligned} \quad (C.2)$$

ความหนาแน่นวิกเนอร์แบบหลายวัตถุ เป็นผลคูณตรง (the direct product) ของความหนาแน่น วิกเนอร์ของสถานะอาพันธ์หลายสถานะ

$$f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N; \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N; t) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{(\pi)^3} e^{-(\vec{r}_i - \vec{r}_{i0})^2/2L - (\vec{p}_i - \vec{p}_{i0})^2 \cdot 2L} \quad (C.3)$$

การแทนวิกเนอร์ (the Wigner representation) ของกลุ่มคลื่นแบบเกาส์จะต้องสอดคล้อง ตามหลักความไม่แน่นอน  $\Delta r_x \Delta p_x = \hbar/2$  โดยความหนาแน่นในปริภูมิพิกัดสามารถหาได้จากกา รอินทิกรัลโมเมนตัมบนความหนาแน่นวิกเนอร์

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}, t) &= \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \int f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N; \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N; t) d^3 \vec{p}_1 \dots d^3 \vec{p}_N d^3 \vec{r}_1 \dots d^3 \vec{r}_N \\ &= \sum_i \frac{1}{(2\pi L)^{3/2}} e^{-(\vec{r} - \vec{r}_{i0})^2/2L} \end{aligned} \quad (C.4)$$

การเลือกศูนย์กลางของ  $A_T + A_P$  แบบเกาส์โดยวิธีสุ่มในปริภูมิพิกัดและเวลานั้นไม่เพียงพอที่ จะรักษาเสถียรภาพของนิวคลีออนได้นานเพียงพอ เนื่องจากการขึ้นๆลงๆ จะมีเลขสุ่มจำนวน จำกัที่ไม่สร้างสถานะพื้นของนิวเคลียสแต่จะสร้างสถานะที่ถูกกระตุ้นที่สลายตัวโดยปลดปล่อย นิวคลีออน เวลาที่นิวเคลียสเสถียรแสดงถึงลิมิตบนของพลังงานที่สถานะถูกกระตุ้นจะคงไว้ได้

สถานะเฉพาะ (eigenstates) ของฮามิลโตเนียนจะสอดคล้องกับหลักความไม่แน่นอน ความ แปรปรวนของ  $\Delta x \Delta P_x$  ของฟังก์ชันเฉพาะ (eigenfunctions) สองค่าที่อยู่ใกล้กัน จะแตกต่างกัน  $\hbar/2$  กล่าวคือแต่ละระดับจะเติมปริมาตรของ  $h^3$  ในปริภูมิอวกาศ ถ้าระบบอยู่ในสถานะพื้น ปริภูมิเฟสจะถูกเติมอย่างหนาแน่นจนถึงค่าสูงสุดในปริภูมิพิกัดและเวลา โดยไม่มีช่องว่างเหลือ อยู่ ซึ่งนี่ก็คือสมบัติของสถานะพื้นนั่นเอง การเริ่มต้นของสถานะพื้นของนิวเคลียส  $A$  นั้นก่อนอื่น เราต้องกำหนดตำแหน่งของนิวคลีออนในทรงกลมรัศมี  $r = 1.12A^{1/3}$  fm โดยเลือกเลขสุ่มที่มี ระยะระหว่างศูนย์กลางน้อยของสองนิวคลีออนที่ไม่น้อยกว่า  $r_{min} = 1.5$  fm ในขั้นต่อไปเป็นให้ กำหนดศักย์เฉพาะที่ (the local potential)  $U(r)$  ที่เกิดจากนิวคลีออนอื่นที่ศูนย์กลางแบบเกา ส์ โมเมนตัมของเฟอร์มิแบบเฉพาะที่ (the local Fermi momentum) จะถูกกำหนดโดยความ สัมพันธ์  $p_F(r_{i0}) = \sqrt{2mU(r_{i0})}$  เมื่อ  $U(r_{i0})$  คือพลังงานศักย์ของอนุภาคตัวที่  $i$  ชั้นตอนสุดท้าย โมเมนตัมของทุกอนุภาคจะถูกสุ่มค่าระหว่างศูนย์กลางถึงค่าโมเมนตัมของเฟอร์มิแบบเฉพาะที่ ทั้งนี้จะ

ไม่ใช่ค่าสุ่มของอนุภาคคู่ใดๆที่ใกล้กันน้อยกว่า  $(r_i - r_j)^2(p_i - p_j)^2 = d_{min}$  ซึ่งโดยปกติแล้วมีเพียงหนึ่งในห้าหมื่นของการเริ่มต้นเท่านั้นที่สามารถนำมาใช้ได้ ภายใต้เงื่อนไขเหล่านี้ อย่างไรก็ตาม เวลาที่ใช้ในการคำนวณบนคอมพิวเตอร์ก็ยิ่งสั้นกว่าเมื่อเทียบกับเวลาของการคำนวณการแพร่ขยาย

## การแพร่กระจาย(Propagation)

นิเวศศาสตร์ที่ได้กำหนดเงื่อนไขการเริ่มต้นไว้แล้วจะถูกเพิ่มความเร็วให้วิ่งเข้าหากันโดยใช้ความเร็วของศูนย์กลางมวลแบบจลศาสตร์สัมพัทธภาพ (relativistic kinematics) โดยศูนย์กลางของอนุภาคที่เข้าชนและอนุภาคเป้าหมายจะเคลื่อนที่ตามแนววิถีคูลอมบ์จนถึงระยะห่างไม่เกิน 2 fm ซึ่งวัดจากผิวของอนุภาคเข้าชนถึงผิวของอนุภาคเป้าหมาย ทั้งนี้การที่เรารักษาความกว้างของเกาส์เซียนให้คงที่ ทำให้การวิวัฒนาการเวลาของการแจกแจงวัตถุ A ถูกกำหนดโดยการเคลื่อนที่ของเซตทรอยด์ของเกาส์เซียน  $(r_{i0}, p_{i0})$  ซึ่งแพร่ขยายโดยวงเล็บปัวซอง(Poisson brackets)

$$\dot{p}_{i0} = \{p_{i0}, H\} = \{p_{i0}, T + U\} \quad (C.5)$$

และ

$$\dot{r}_{i0} = \{r_{i0}, H\} = \{r_{i0}, T + U\} \quad (C.6)$$

ในที่นี้  $T$  คือพลังงานจลน์ และ  $U$  คือพลังงานรวมของนิวคลีออนทั้งหมด จากนั้นจะหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์นี้ได้โดยใช้ รุทีนการหาปริพันธ์แบบออยเลอร์ (Eulerian integration routine) ที่ขึ้นเวลา(time step)  $(\Delta t)$  คงที่

$$p_{i0}(n+1) = p_{i0}(n) - \nabla_{r_{i0}} U_i \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad (C.7)$$

$$r_{i0} \left( n + \frac{1}{2} \right) = r_{i0} \left( n - \frac{1}{2} \right) + \frac{p_{i0}(n)}{[p_{i0}(n)^2 + m_i^2]^{1/2}} \Delta t + \nabla_{p_{i0}} U_i \left( n - \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad (C.8)$$

อนุภาคทั้งหลายจะการกระทำโต้ตอบกันเป็นอันตรกิริยาแบบสองและสามวัตถุ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นหากต้องการให้การขึ้นๆลงๆและสหสัมพันธ์คงสภาพ เราพิจารณาระบบให้ประกอบด้วยอันตรกิริยาแบบพิสัยสั้น(the short range interaction)ระหว่างนิวคลีออนมีส่วนรับผิดชอบต่อสมบัติโดยรวมของระบบ เป็นอันตรกิริยาชนิดสเกิร์มแบบเฉพาะที่(the local Skyrme-type interaction) และเพิ่มเติมอันตรกิริยาแบบพิสัยยาวแบบยูกาวา (the long range Yukawa interaction) ที่มีความจำเป็นในการทดแทนที่ผิว และ อันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ (Coulomb interaction) ทำให้สามารถเขียนอันตรกิริยาสถิตโดยรวมได้เป็น

$$V^{tot} = V^{loc} + V^{Yuk} + V^{Coul} \quad (C.9)$$

เมื่อแต่ละเทอมแสดงได้ดังนี้

$$V^{loc} = t_1\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_2\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) \quad (C.10)$$

$$V^{Yuk} = t_3 \frac{e^{-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m} \quad (C.11)$$

โดย  $m = 0.8 \text{ fm}$  และ  $t_3 = -6.66 \text{ MeV}$  ซึ่งพารามิเตอร์เหล่านี้จะทำให้รักษาสภาพพื้นผิวนิวเคลียร์ไว้ได้

พลังงานรวม  $H_i$  ของอนุภาค  $i$  เป็นผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์

$$H_i = T_i + U_i = T_i + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} U_{ij}^{(2)} + \frac{1}{3!} \sum_{jk \neq i} U_{ijk}^{(3)} \quad (C.12)$$

โดย  $T_i$  คือพลังงานจลน์ของอนุภาค  $i$  ส่วนเทอมต่างๆของพลังงานศักย์แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} U_i^{(2)}(t) &= \sum_{j \neq i} U_{ij}^{(2)} = \sum_{j \neq i} \int f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, t) f_j(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j, t) V^{(2)}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) d^3r_i d^3p_i d^3r_j d^3p_j \\ &= U_{i loc}^{(2)} + U_{i Yuk}^{(2)} + U_{i Coul}^{(2)} \end{aligned} \quad (C.13)$$

ซึ่ง

$$U_{i loc}^{(2)} = t_1 \rho(\mathbf{r}_{i0}) \quad (C.14)$$

เมื่อความหนาแน่นอันตรกิริยา (the interaction density)  $\rho(\mathbf{r}_{i0})$  คือ

$$\rho(\mathbf{r}_{i0}) = \frac{1}{(4\pi L)^{3/2}} \sum_{j \neq i} e^{-(\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{j0})^2/4L} \quad (C.15)$$

ความหนาแน่นอันตรกิริยามีค่าเป็นสองเท่าของความกว้างของความหนาแน่นของอนุภาคเดี่ยว(the single particle density)

$$\begin{aligned} U_{i Yuk}^{(2)} &= \sum_{j \neq i} U_{ij Yuk}^{(2)} \\ &= t_3 \sum_{j \neq i} \frac{e^{L/m^2}}{r_{ij}/2m} \left\{ e^{-r_{ij}/m} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\sqrt{L}}{m} - \frac{r_{ij}}{2\sqrt{L}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - e^{r_{ij}/m} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\sqrt{L}}{m} + \frac{r_{ij}}{2L} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (C.16)$$

ในที่นี้  $\Phi(x)$  คือฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน(the error function)  $U_{iCoul}^{(2)}$  คือ พลังงานคูลอมบ์(the Coulomb energy) ขณะที่ศักย์ของสามวัตถุเมื่อ  $\nu = 2$  กำหนดโดย

$$\begin{aligned}
U_i^{(3)} &= \sum_{j,k;j,k \neq i,k \neq j} U_{ijk}^{(3)} \\
&= t_2 \sum_{j,k;j,k \neq i,k \neq j} \int f_i(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t) f_j(\vec{r}_j, \vec{p}_j, t) f_k(\vec{r}_k, \vec{p}_k, t) \\
&\quad \times V^{(3)} d^3 \vec{r}_i d^3 \vec{p}_i d^3 \vec{r}_j d^3 \vec{p}_j d^3 \vec{r}_k d^3 \vec{p}_k \\
&= \frac{t_2}{(2\pi L)^3 3^{3/2}} \\
&\quad \times \sum_{j,k;j,k \neq i,k \neq j} \exp\{[(\vec{r}_{i0} - \vec{r}_{j0})^2 + (\vec{r}_{i0} - \vec{r}_{k0})^2 + (\vec{r}_{j0} - \vec{r}_{k0})^2]/6L\} \\
&\approx \frac{t_2}{(2\pi L)^3 3^{3/2}} \sum_{j,k;j,k \neq i} \exp [(\vec{r}_{i0} - \vec{r}_{j0})^2 + (\vec{r}_{i0} - \vec{r}_{k0})^2]/4L \\
&\approx \frac{t_2 (4\pi L)^{3\nu/2}}{(2\pi L)^{3(\nu-1)/2} (\nu+1)^{3/2}} \rho_i^\nu(\vec{r}_{i0}) \tag{C.17}
\end{aligned}$$

ค่าคาดหวังของพลังงานรวมคือ

$$E = \sum_i [T_i + \frac{1}{2} U_i^{(2)} + \frac{1}{3!} U_i^{(3)}] \tag{C.18}$$

เมื่อดัชนีตัวบนแสดงถึงอันตรกิริยาระหว่างสองและสามวัตถุตามลำดับ

ต่อไปเราต้องกำหนดพารามิเตอร์  $t_1 - t_3$  โดยเริ่มจากการสังเกตว่าในสสารนิวเคลียร์นั้นความหนาแน่นคงตัว  $U^{(2)}$  แปรผันตรงกับ  $\rho/\rho_0$  ในสสารนิวเคลียร์ที่สปินอิ่มตัว (spin saturated nuclear matter) จะพบว่าอันตรกิริยาระหว่างสามวัตถุสมมูลกับอันตรกิริยาสองวัตถุที่ขึ้นกับความหนาแน่น ถ้าสมมติให้ความหนาแน่นไม่แปรผันมากนักในช่วงระยะระหว่างสองวัตถุ จะได้ว่า  $U^{(3)}$  แปรผันตรงกับ  $(\rho/\rho_0)^2$  ข้อสังเกตนี้ทำให้เราสามารถเชื่อมโยง ระหว่างพารามิเตอร์เข้ากับสมบัติของสสารนิวเคลียร์ได้ จึงสามารถเขียนศักย์ในสสารนิวเคลียร์ได้เป็น

$$U^{loc} = \alpha \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \tag{C.19}$$

ศักย์นี้จะมีพารามิเตอร์อิสระสองตัว ซึ่งสามารถหาได้จากเงื่อนไขที่กล่าวว่างานยึดเหนี่ยวของสสารนิวเคลียร์ที่ความหนาแน่นปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 16 MeV และพลังงานรวมจะมีค่าน้อยสุดที่  $\rho_0$  การปรับพารามิเตอร์สองตัวนี้จะให้ค่าของสภาพอัดได้ (compressibility) ออกมาด้วย เพื่อที่จะศึกษาผลของสภาพอัดได้เราสามารถเขียนศักย์ให้อยู่ในรูปทั่วไป

$$U^{loc} = \alpha \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \tag{C.20}$$

จะเห็นว่าขณะนี้มีการใส่พารามิเตอร์ตัวที่สามเข้าไป เพื่อที่จะทำให้สภาพอัดได้จะไม่ขึ้นกับปริมาณอื่นๆ และยังสามารถตีความโดยนำไปเทียบกับศักย์ระหว่างนิวคลีออนจะได้ว่า  $\nu$  ด้วย  $\gamma$  ส่วนพารามิเตอร์  $\alpha$  จะสัมพันธ์กับศักย์ยูคาวา ซึ่งกระจายแบบเทย์เลอร์ได้ดังนี้

$$U_{Yuk} \sim \int d^3\vec{r} \int d^3\vec{r}' \frac{e^{-|\vec{r}-\vec{r}'|/m}}{|\vec{r}-\vec{r}'|/m} \rho(\vec{r})\rho(\vec{r}') \\ = 4\pi m^3 \left\{ \int d^3\vec{r} \rho^2(\vec{r}) + m^2 \int d^3\vec{r} [\rho(\vec{r}) \nabla^2 \rho(\vec{r})] \right\} \quad (C.21)$$

ในที่นี้  $\alpha$  มีค่า

$$\alpha \sim t_1 - 4\pi m^3 t_3 \quad (C.22)$$

ค่าสัมพัทธ์ระหว่าง  $t_1$  และ  $t_2$  และพารามิเตอร์  $m$  จะถูกปรับเพื่อให้ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวมีค่าที่สมเหตุสมผลตามจำนวนนิวคลีอัสที่มีอยู่จำกัด ซึ่งค่า  $t_2 = 10$  MeV และ  $m = 0.8$  fm ให้  $E/A = 6-14$  MeV สำหรับนิวคลีอัส  $A$  ตั้งแต่ 7 ถึง 200 ส่วนสัมประสิทธิ์ที่สอดคล้องกันระหว่าง  $\alpha$  กับ  $t_1$  และระหว่าง  $\beta$  กับ  $t_2$  จะหาได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

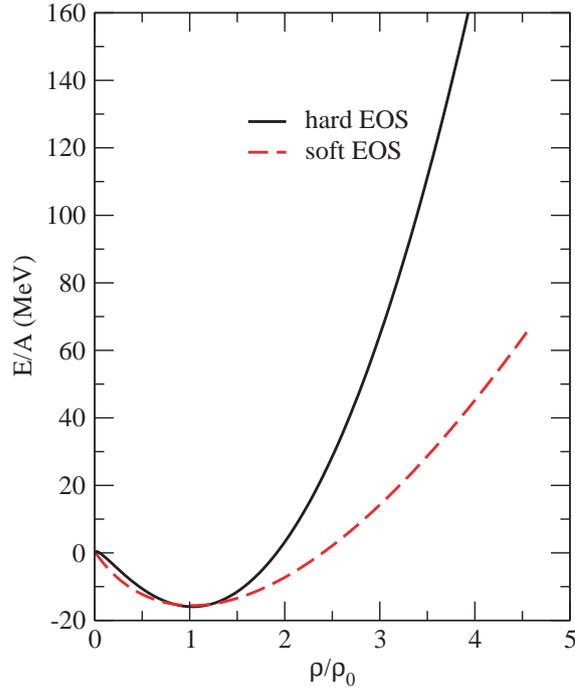
อย่างไรก็ตามเราต้องการเน้นว่าสำหรับวิธีการแพร่ขยายจริงๆแล้ว อันตรกิริยาที่ขัดแย้งของสองและสามวัตถุจะถูกใช้ไม่ใช่ศักย์ของของสสารนิวเคลียร์ ซึ่งเรื่องนี้มีผลสำคัญเนื่องจากการสมมูลของปริมาณทั้งสองจะเป็นจริงเฉพาะในสสารนิวเคลียร์ แต่ไม่จริงในระบบที่มีจำนวนนิวคลีอัสจำกัด การสมมูลนี้สามารถใช้เชื่อมโยงพารามิเตอร์  $t_1 - t_3$  กับสมบัติสสารนิวเคลียร์หรือสมการสถานะทางนิวเคลียร์ ทำให้เราสามารถศึกษารายละเอียดสมการสถานะทางนิวเคลียร์ที่เกิดขึ้นในระบบการชนของไอออนหนักแบบต่างๆ ในสสารนิวเคลียร์จะมีการปรับอันตรกิริยาของสองและสามวัตถุ เล็กน้อยเพื่อให้สอดคล้องกับอันตรกิริยาที่ขึ้นกับความหนาแน่น

ในการชนของไอออนหนัก โดยรูปที่ (C.1) แสดงถึงการขึ้นกับความหนาแน่นของพลังงานที่สถานะพื้นต่ออนุภาคในสสารนิวเคลียร์สำหรับพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันสองชุด รายละเอียดชุดพารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการที่ (C.20) จะแสดงดังตารางที่ (C.1)

ตารางที่ C.1: พารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการที่ (C.20) สำหรับสมการสถานะทางนิวเคลียร์แบบแข็ง (hard EOS) และแบบอ่อน (soft EOS)

K	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	EOS
200 MeV	-356 MeV	303 MeV	$\frac{7}{6}$	S
380 MeV	-124 MeV	70.5 MeV	2	H

ลักษณะของศักย์ระหว่างนิวคลีออนสามารถเพิ่มเติมโดยใช้อันตรกิริยาที่ขึ้นกับโมเมนตัม [95, 96, 97] สำหรับสภาพอัดได้การเพิ่มเติมอันตรกิริยาที่ขึ้นกับโมเมนตัมนี้จะไม่เปลี่ยนแปลง



รูปที่ C.1: สมการสถานะ แสดงถึงการขึ้นกับความหนาแน่นของพลังงานต่ออนุภาคในสสารนิวเคลียร์ ที่อุณหภูมิ  $T = 0$  สำหรับพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันสองชุด

ของพลังงานในสสารนิวเคลียร์ แต่จะมีผลต่อพลศาสตร์ของการชนของไอออนหนัก ดังนั้นในการคำนวณนี้เราใช้แรงสเกอร์มที่ขึ้นกับโมเมนตัม (the momentum dependent Skyrme force)

## การชน

การกระเจิงของนิวคลีออนในสสารนิวเคลียร์ในการขยายตัวที่ความหนาแน่นต่ำสามารถอธิบายได้ด้วยเทอมของเมตริกซ์  $g$  [98]

$$g(E) = V + V \frac{Q}{E - e + i\varepsilon} g(E) \quad (C.23)$$

เมื่อ  $Q$  คือ ตัวดำเนินการพอลี (the Pauli operator) ที่กระทำบนสถานะที่ไม่มีการครอบครอง และ  $e$  คือพลังงานที่สถานะระหว่างกลาง  $e = p_1^2/2m + p_2^2/2m + U(p_1) + U(p_2)$

ในแบบจำลอง QMD การจำลองจะถูกจำกัดที่การชนที่ละคู่ โดยใช้การชนของอนุภาคเสมือนจุดเช่นเดียวกับแบบจำลอง VUU หรือ cascade code [99] อนุภาคทั้งสองตัวนี้จะชนกันถ้าระยะห่างต่ำสุดหรือระยะระหว่างเซนทรอยด์ของเกาส์เซียน ในระบบศูนย์กลางมวลจะเป็นไปตามข้อกำหนด

$$d \leq d_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{tot}}{\pi}} \quad (C.24)$$

นอกจากนี้พารามิเตอร์ที่ใช้อธิบายในศักระหว่างนิวคลีออนแล้ว ภาคตัดขวางจะเป็นอีกส่วนสำคัญของแบบจำลอง ตามหลักแล้วปริมาณทั้งสองสามารถเชื่อมโยงและหาได้จากทฤษฎีของบรูคเนอร์(Brueckner theory) การคำนวณในแบบจำลอง QMD จะใช้ภาคตัดขวางและศักร์จากการแจกแจงปริภูมิเฟสเฉพาะที่ (the local phase space distributions) ซึ่งกล่าวไว้ใน [100] การจำลองใช้เวลานานเนื่องจากภาคตัดขวางและศักร์ขึ้นกับประชากรปริภูมิเฟสเฉพาะที่ (the local phase space population) ภายในกรอบของการใช้ภาคตัดขวางอิสระ เราอาจใช้ภาคตัดขวางของกระบวนการเป็นพารามิเตอร์เพื่อหาค่าที่เหมาะสมสอดคล้องกับผลการทดลอง ในกรณีที่ไม่ทราบค่าภาคตัดขวาง สมมาตรของไอโซสปิน (isospin symmetry) และการผันกลับของเวลา จะถูกนำมาใช้

ภาคตัดขวางจะถูกลดรูปเป็นภาคตัดขวางยังผลโดยใช้การปิดพอลิ(Pauli blocking)สำหรับในแต่ละเหตุการณ์ของการชนจะมีการตรวจสอบความหนาแน่นปริภูมิเฟส(the phase space densities) ที่สถานะสุดท้ายว่าสอดคล้องกับ หลักของพอลิ(the Pauli principle ( $P \leq 1$ ) ซึ่งปริภูมิเฟสของในแบบจำลอง QMD ไม่ได้ไม่ต่อเนื่องในเซลล์มูลฐานเหมือนแบบจำลองวัตถุเดี่ยวเช่น VUU เพื่อที่จะให้ได้ฟังก์ชันการแจกแจงที่เรียบขึ้นตอนที่ใช้ต่อไป คือ ความหนาแน่นปริภูมิเฟส ( $P_i'$ ) ที่สถานะสุดท้าย  $1'$  และ  $2'$  ถูกวัด และแปลความหมายเป็นความน่าจะเป็นในการปิด(blocking probability) ทำให้การชนเกิดขึ้นได้ด้วยความน่าจะเป็นของ  $(1-P_1')(1-P_2')$  แต่ถ้าการชนไม่เกิดขึ้นอนุภาคเหล่านั้นจะมีโมเมนตัมเท่ากับในตอนเริ่มต้น

เอกสารอ้างอิง [101, 102] ได้แสดงการขยายกรอบของแบบจำลอง QMD ไปสู่การรวมอนุภาคเรโซแนนซ์ที่มีมวลต่ำกว่า 2 GeV ด้วย เช่นอนุภาคนิวคลีออนเรโซแนนซ์( $N^*$ ) จำนวน 11 ชนิด และอนุภาคเดลตาเรโซแนนซ์( $\Delta$ ) จำนวน 10 ชนิด ทั้งนี้มวลและความกว้างการสลาย(decay widths) ของ  $N^*$  และ  $\Delta$  ได้ถูกแสดงไว้ในตารางที่ (C.2) และตารางที่ (C.3) ตามลำดับ

เรานำภาคตัดขวางการผลิตที่ขึ้นกับไอโซสปิน(the iso-spin dependent production cross section)  $\sigma^{NN \rightarrow NR}$  ของ  $\Delta(1232)$  and  $N^*(1440)$  จะได้จากเอกสารอ้างอิง [102] ซึ่งในเอกสารนี้คำนวณมาจาก แบบจำลองแลกเปลี่ยนโบซอนหนึ่งตัว(one-boson-exchange) สำหรับค่าภาคตัดขวางของเรโซแนนซ์อื่นๆจะได้มาจาก [97, 103] การชนระหว่างบาริออนกับบาริออนแบบต่างๆก็ได้ถูกรวมไว้ด้วย เช่น การชนแบบยืดหยุ่น อันได้แก่  $NN \rightarrow NN^*$ ,  $NN \rightarrow N\Delta^*$ ,  $NN \rightarrow \Delta_{1232}N^*$ ,  $NN \rightarrow \Delta_{1232}\Delta^*$  และ  $NR \rightarrow NR'$  เมื่อ  $\Delta^*$  แทนทุกค่าเรโซแนนซ์ของ  $\Delta$  ที่สูงกว่า การกระเจิงแบบยืดหยุ่นได้ถูกพิจารณาแบบเดียวกับอนุภาคอื่นๆที่เกี่ยวข้อง สมาชิกเมตริกซ์สำหรับปฏิกิริยาแบบยืดหยุ่นได้ถูกสมมติให้เป็นแบบ

ตารางที่ C.2: แสดงข้อมูลของ  $N^*$  ที่บรรจุในแบบจำลอง QMD โดยข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ มวลของเรโซแนนซ์ค่าความกว้างรวมและความกว้างบางส่วนของ การสลายตัวในหน่วยของ MeV ซึ่งรายละเอียดแสดงในเอกสารอ้างอิง [102]

Resonance	Mass [MeV]	$\Gamma_{tot}(MeV)$	$N_{\pi\pi}$	$\Delta_{1232\pi}$	$N_{1440\pi}$
$N_{1440}$	1440	200	10	50	-
$N_{1520}$	1520	125	18.75	31.25	-
$N_{1535}$	1535	150	7.5	-	7.5
$N_{1650}$	1650	150	7.5	15	7.5
$N_{1675}$	1675	140	77	-	-
$N_{1680}$	1860	120	18	-	-
$N_{1700}$	1700	100	45	35	-
$N_{1710}$	1710	110	22	22	11
$N_{1720}$	1720	184(150)	67.5	15	-
$N_{1900}$	1870	500	-	25	-
$N_{1990}$	1990	550	137.5	165	82.5

ตารางที่ C.3: แสดงข้อมูลเรโซแนนซ์ของ  $\Delta$  ที่บรรจุในแบบจำลอง QMD โดยข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ มวลของเรโซแนนซ์ค่าความกว้างรวมและความกว้างบางส่วนของ การสลายตัวในหน่วยของ MeV ซึ่งรายละเอียดแสดงในเอกสารอ้างอิง [102]

Res.	Mass [MeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$N_\rho$	$N_\pi$	$\Delta_{1232\pi}$	$N_{1440\pi}$
$\Delta_{1232}$	1232	115	$\sim 0$	(-)	115	-
$\Delta_{1600}$	1700	200	-	(-)	30	110
$\Delta_{1620}$	1675	180	16.4	(-)	45	108
$\Delta_{1700}$	1750	300	47.7	(30)	60	165
$\Delta_{1900}$	1850	240	-	(36)	72	72
$\Delta_{1905}$	1880	363 (280)	307.3	(168)	56	28
$\Delta_{1910}$	1900	250	-	(100)	87.5	37.5
$\Delta_{1920}$	1920	150	-	(45)	22.5	45
$\Delta_{1930}$	1930	250	-	(62.5)	50	62.5
$\Delta_{1950}$	1950	250	-	(37.5)	112.5	50

เดียวกันกับสำหรับนิวคลีออนและเรโซแนนซ์ของนิวคลีออน ดังนั้นภาคตัดขวางแบบยึดหยุ่นของการชนระหว่าง  $NR$  และ  $RR$  ถูกกำหนดจากภาคตัดขวาง  $pp$  หรือ  $np$  แบบยึดหยุ่นโดยขึ้นกับประจุมรวม ส่วนภาคตัดขวางของการชนแบบไม่ยึดหยุ่น [97] จะพิจารณาได้จาก

$$\sigma_{1,2 \rightarrow 3,4} \sim \frac{\langle p_f \rangle}{p_i s} |\mathcal{M}(m_3, m_4)|^2 \quad (\text{C.25})$$

เมื่อ  $p_i$  และ  $\langle p_f \rangle$  คือโมเมนตัมในระบบศูนย์กลางมวลของอนุภาคเข้าและอนุภาคออกในกรอบของศูนย์กลางมวล ในกรณีอนุภาคที่เกิดขึ้นเป็นเรโซแนนซ์จะได้ว่า ปริภูมิเฟสต้องเฉลี่ยบนฟังก์ชันเชิงสเปกตรัมสมนัย(the corresponding spectral function)

$$\langle p_f \rangle = \int p(\sqrt{s}, m_N, \mu) dW_{R'}(\mu) \quad (\text{C.26})$$

เมื่อ  $dW_{R'}(\mu)$  ได้มาจากการแจกแจงไบรท์วิกเนอร์ (the Breit-Wigner distribution)

$$dW_R(\mu) = \frac{1}{\pi} \frac{\mu \Gamma^R(\mu) d\mu^2}{(\mu^2 - m_R^2)^2 + [\mu \Gamma_{tot}^R(\mu)]^2} \quad (\text{C.27})$$

และ  $\mu$  คือ มวลเคลื่อนตาม(running mass) และ  $m_R$  คือ มวลขั้ว (pole mass) ส่วน  $\Gamma(\mu)$  คือ ความกว้างเรโซแนนซ์ที่ขึ้นกับมวล (the mass dependent resonance width) ในกรณีทั่วไปสถานะสุดท้ายทั้งคู่ในสมการ (C.25) คือเรโซแนนซ์ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ  $p_f$  จะได้จาก

$$\langle p_f \rangle = \int p(\sqrt{s}, \mu, \mu') dW_R(\mu) dW_{R'}(\mu') \quad (\text{C.28})$$

การอินทิกรัลกระทำบนช่วงที่มีการเคลื่อนที่ โดย  $\mathcal{M}$  ในสมการ (C.25) คือสมาชิกเมตริกซ์ของภาคตัดขวางและสัดส่วนของเครื่องหมาย ขึ้นกับสัมประสิทธิ์ไอโซสปินโดยรวมที่เป็นไปได้ ส่วนใหญ่เราเขียนเมตริกซ์ในแบบของ [97] แต่การสร้างตัวแปรเสริมจะใช้ตาม [103] ซึ่งวิธีนี้เหมาะสำหรับปฏิกิริยาที่เรโซแนนซ์ มีส่วนทำให้เกิดผลที่ได้ของไดเลปตอน(the dilepton yield) เช่น กรณีของภาคตัดขวางในปฏิกิริยาของ  $NR \rightarrow NR'$  จะได้จาก  $NN \rightarrow NR$  และ  $NN \rightarrow NR'$  ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\sigma_{NR \rightarrow NR'} = I \frac{0.5(|\mathcal{M}_{NN \rightarrow NR}|^2 + |\mathcal{M}_{NN \rightarrow NR'}|^2) 2(2J_{R'} + 1)}{16\pi p_i s} \langle p_f \rangle \quad (\text{C.29})$$

โดย  $I$  จากสมการที่ (C.29) คือสัมประสิทธิ์ไอโซสปิน ซึ่งขึ้นกับชนิดของเรโซแนนซ์และ  $J_{R'}$  คือสปินของ  $R'$

สำหรับเรโซแนนซ์ต่างๆ เราใช้ความกว้างที่ขึ้นกับมวล ตามสมการ (C.29-C.28) หรือ

$$\Gamma(\mu) = \Gamma_R \left( \frac{p}{p_r} \right)^3 \left( \frac{p_r^2 + \delta^2}{p^2 + \delta^2} \right)^2 \quad (\text{C.30})$$

เมื่อ  $p$  และ  $p_r$  คือโมเมนตัมในระบบศูนย์กลางมวลของไพออนใน กรอบนิ่งที่มีเรโซแนนซ์ โดย ประเมินจากที่มวลเคลื่อนตามและมวลชั่วเรโซแนนซ์ตามลำดับ ส่วนค่า  $\delta$  เท่ากับ 0.3 ใช้สำหรับ กรณี  $\Delta_{1232}$  และสำหรับเรโซแนนซ์อื่นๆจะใช้ค่า  $\delta = \sqrt{(m_R - m_N - m_\pi)^2 + \Gamma^2/4}$  ทั้งนี้ ค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา  $\pi^-p$  และ  $\pi^+p$  ที่โมเมนตัมค่าต่างๆ แสดงดังรูปที่ (C.2) โดย กราฟได้ถูกปรับให้สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้รับรวมผลของเรโซแนนซ์ต่างๆ เหมือนกับ [97, 103]และ สามารถ สร้างภาคตัดขวางการดูดกลืนของโมเมนตัมไพออนในห้องปฏิบัติการที่มีพลังงานระหว่าง 1-1.5 GeV แต่ในกรณีที่พลังงานสูงกว่า 2 GeV จะต้องนำผลของการกระตุ้นแบบสาย(string excitations) มาพิจารณา ดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [97] ส่วนปฏิกิริยาย้อนกลับ  $NR \rightarrow NN$  จะ คิดโดยใช้วิธีดุลรายละเอียด(detailed balance)

$$\sigma_{3,4 \rightarrow 1,2} \sim \frac{|p_{1,2}|^2}{|p_{3,4}|^2} \sigma_{1,2 \rightarrow 3,4} \quad (C.31)$$

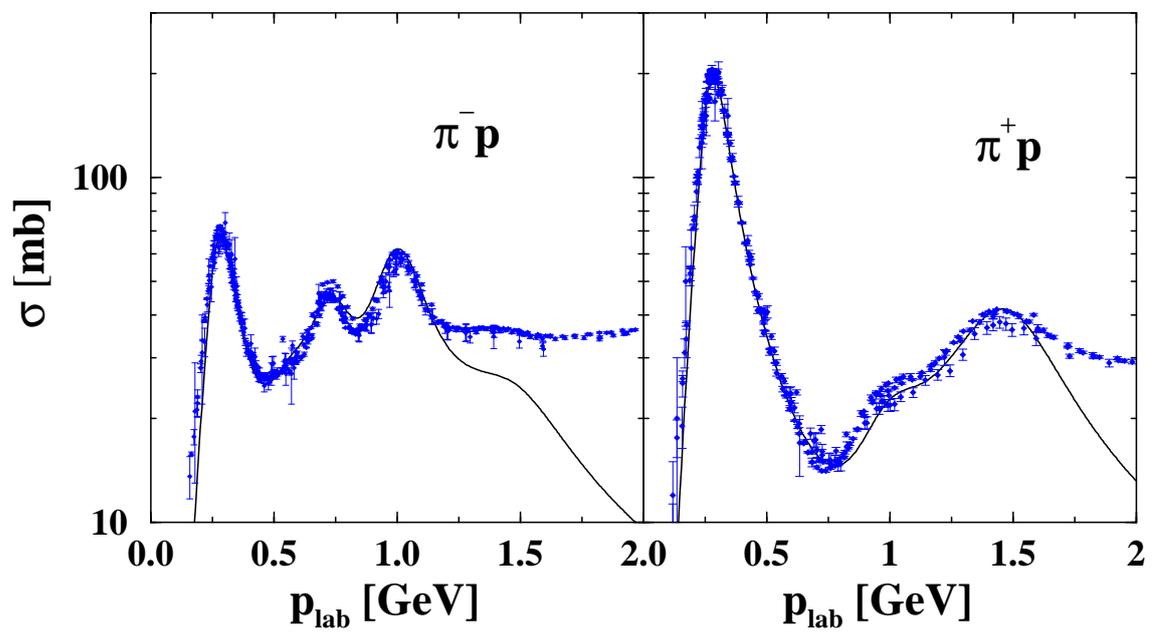
เมื่อ สัดส่วนของเครื่องหมายเป็นผลจากปัจจัยของไอโซสปินโดยรวม ส่วนโมเมนตัมของอนุภาค ที่วิ่งเข้า(ออก)หาได้จาก สมการที่ (C.29) และสมการที่ (C.28) ตามลำดับ สำหรับการชนของ ไพออนกับบาริออนนั้น เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นสองขั้นตอน โดยขั้นแรกไพออนถูกดูดกลืนด้วย นิวคลีออนหรือ ถูกดูดกลืนด้วยเรโซแนนซ์ของบาริออน แล้วสร้างสถานะเรโซแนนซ์ใหม่ ในขั้น ที่สองจึงเป็นกระบวนการค่อยสลายตัว การที่ไพออนถูกดูดกลืนด้วยนิวคลีออนนั้นจะพิจารณา แบบวิธีมาตรฐานดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [101, 97, 103] ส่วนการที่ไพออนถูกดูดกลืน ด้วยเรโซแนนซ์นั้น จะขึ้นกับความกว้างการสลายตัวบางส่วน(the partial decay width)ของ กระบวนการผ่นกลับ [103]

$$\sigma_{\pi R \rightarrow R'} = \frac{2J_{R'} + 1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \frac{4\pi}{p_i^2} \frac{s(\Gamma_{R' \rightarrow R\pi})^2}{(s - m_{R'}^2)^2 + s\Gamma_{R'}^2} \quad (C.32)$$

ซึ่งการสลายตัวของเรโซแนนซ์จะแสดงรายละเอียดในเอกสารอ้างอิง [104, 105] และค่าช่วงชีวิต ของเรโซแนนซ์จะได้มาจากฟังก์ชันเชิงสเปกตรัม

$$\tau_R(\mu) = 4\pi\mu \frac{dW_R(\mu)}{d\mu^2} \quad (C.33)$$

ในที่นี้เราจะใช้ความกว้างคงตัวเมื่อพิจารณาการสลายตัว ซึ่งช่องทางการสลายตัวที่นำมา คิดนั้นได้แสดงไว้ในตารางที่ (C.2) และตารางที่ (C.3)ร่วมกับอัตราส่วนการแตกตัว(branching ratios)ที่เกี่ยวข้อง สำหรับระบบมวลที่เราพิจารณา ภาวะการเกิดไพออนซ้ำๆ(pion multiplicities)สามารถจำลองให้เกิดขึ้นได้ตามสมการโดยใช้วิธีที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น [106] ซึ่งสามารถ ยืนยันผลของวิธีการนี้ได้โดยเปรียบเทียบผลกับการทดลองการวัดภาคตัดขวางของ  $\pi^+$  ในปฏิกิริยา  $C + C$  จากห้องทดลอง KaoS พบว่ามีความสอดคล้องกันอยู่ในระดับขอบเขตความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้



รูปที่ C.2: แสดงภาคตัดขวางของปฏิกิริยา  $\pi^- p$  และ  $\pi^+ p$  ที่โมเมนตัมค่าต่างๆ

ตัวอย่างการใส่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในแบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล (QMD)  
ของปฏิกิริยาการชนของ  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  ที่ระดับพลังงาน  $1.5 \text{ A GeV}$

432623 1000 1

197 79 197 79

400 0.2 400.

1500. 9.3973 9.3973

1 1 2 0 1 0 1

0 1 0 1

1 1 0 1

5

\*\*\*\*\*

read (5,\*) iseed, nruns, icro

read (5,\*) nta, nzta, npr, nzpr

read (5,\*) nt, dt, wrtime

read (5,\*) epp, x00min, x00max

read (5,\*) iflag1, iflag2, iflag3, iflag4, iflag5, iflag6, iflagpi

read (5,\*) iflagr, iflagc, iflagpo, iflagpc

read (5,\*) iflagka, iflagks, iflagkc, iflagkp

read (5,\*) nkru

\*\*\*\*\*

c iseed initial value for the randomnumber generator

c nruns number of independent heavy ion collisions

c icro

c nta number of nucleons in the target

c nzta number of protons in the target

c npr number of nucleons in the projectile

c nzpr number of protons in the projectile

c    nt            number of timesteps  
c    dt            mesh of timesteps (fm/c)  
c    wrtime       number of timestep after which the output is written  
c    epp           laboratory input energy (MeV/nucleon)  
c    x00min       minimum impact parameter to simulate  
c    x00max       maximum impact parameter to simulate  
c    iflag1       < 0 mean field only,  
c                   = 1 reduced collision (Nucleons in a nucleus do not allow to collide  
c                   each other before their colliding with nucleon in another nucleus.)  
c                   > 1 full collisions  
c    iflag2       = 0 no coulomb,  
c                   = 1 including coulomb  
c    iflag3       = 2 soft EOS used with the static mean field  
c                   = 1 hard EOS used with the static mean field  
c                   = 0 mean field generated from G/matrix  
c    iflag4       = 0 relativistic kinematics (Aichelin parametrization)  
c                   = 1 ' ' (Cugnon parametrization)  
c                   = 2 nonrelativistic kinematics  
c    iflag5       = 0 no momentum dependent forces  
c                   = 1 momentum dependent forces ( rho )  
c                   = 2 ' ' ' ( rho\*\*2 )  
c    iflag6       = 1 includes deuterons  
c                   = 0 no deuterons  
c    iflagpi       = 0 Decay of resonances not allowed (i.e. no pions)  
c                   = 1 Decay of resonances allowed (pion production).  
c    iflagr       = 0 nonrelativistic QMD of Aichelin  
c                   = 1 Relativistic QMD ( i.e. RQMD ) with generalized  
c                   Skyrme forces (+ Optical Potential)  
c                   = 2 RQMD with self energies

c	iflagc	= 0 nonrelativistic QMD of Aichelin
c		= 1 Decay of resonances allowed (pion production).
c	iflagpo	= 0 pion propagation without medium-effects
c		= 1 pion propagation with potential from Weise
c		= 2 pion propagation with potential from Kapusta
c	iflagpc	= 0 pion propagation without pi-N Coulomb intr.
c		= 1 pion propagation with pi-N Coulomb intr.
c	iflagka	= 0 No kaon produced.
c		= 1 kaon production included.
c	iflagks	= 0 kaon propagation without K-N elastic collision.
c		= 1 kaon propagation with K-N elastic collision.
c	iflagkc	= 0 kaon propagation without kaon-N Coulomb intr.
c		= 1 kaon propagation with kaon-N Coulomb intr.
c	iflagkp	= 0 kaon production and propagation without medium-effects
c		= 1 kaon production and propagation with kaon potential
c	nkru	amplification number for kaon production



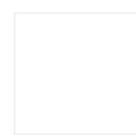
แสดงตัวอย่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล (QMD) ของปฏิกิริยาการชนของ  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  ที่ระดับพลังงาน 1.5 A GeV

ตาราง แสดงตัวอย่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล (QMD) ของปฏิกิริยาการชนของ  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  ที่ระดับพลังงาน 1.5 A GeV

even	time step	$p_x$	$p_y$	$p_z$	Prob.	Channel
1	400	0.075	0.0328	0.222	6.15E-06	1
1	400	0.0925	0.0197	0.4211	6.15E-06	1
1	400	0.2088	-0.1697	0.5994	6.15E-06	1
1	400	0.0223	0.098	0.172	6.15E-06	1
1	400	0.287	0.1703	0.6451	6.15E-06	1
1	400	0.0706	0.0991	0.8185	1.53E-04	1
1	400	0.7289	0.6954	-0.8746	1.53E-04	1
1	400	-0.3826	-0.2125	0.1209	1.53E-04	1
1	400	0.1582	0.3007	1.3848	1.53E-04	1
1	400	0.3738	0.0985	0.0606	1.53E-04	1
1	400	-0.1286	-0.268	-0.7369	1.62E-04	1
1	400	0.3839	0.2795	0.1867	1.62E-04	1
1	400	-0.1547	-0.3639	-0.172	1.62E-04	1
1	400	-0.042	-1.0148	-0.0275	1.62E-04	1
1	400	0.1227	-0.3259	0.4563	1.62E-04	1
1	400	-0.7779	-0.1017	0.1846	3.91E-06	1
1	400	0.1079	-0.4605	0.184	3.91E-06	1
1	400	0.1423	0.1388	-0.0972	3.91E-06	1
1	400	0.2323	0.1038	0.3294	3.91E-06	1
1	400	0.3707	0.3624	0.5333	3.91E-06	1

ตาราง (ต่อ)

even	time step	$p_x$	$p_y$	$p_z$	Prob.	Channel
1	400	-0.0909	0.3929	1.0158	6.45E-04	5
1	400	0.1005	-0.7077	-0.4432	6.45E-04	5
1	400	0.2741	0.7498	-0.7774	6.45E-04	5
1	400	0.5252	0.1566	0.1292	6.45E-04	5
1	400	-0.0776	-0.2757	-0.086	6.45E-04	5
1	400	0.0919	-0.0142	-0.0604	5.85E-03	3
1	400	-0.359	0.0005	-0.4679	5.85E-03	3
1	400	-0.0046	0.129	0.6165	5.85E-03	3
1	400	-0.5182	0.0122	0.3449	5.85E-03	3
1	400	0.4739	0.001	-0.5742	5.55E-04	1
1	400	-0.03	-0.1497	-0.1254	5.55E-04	1
1	400	0.3156	-0.0745	0.2887	5.55E-04	1
1	400	0.248	0.1068	-0.1271	5.55E-04	1
1	400	0.0969	0.2966	-0.0699	5.55E-04	1
1	400	0.1876	0.057	0.2084	7.01E-05	1
1	400	-0.3202	-0.0898	0.0874	7.01E-05	1



แสดงตัวอย่างโปรแกรมที่คำนวณการเกิดภาคตัดขวางของอนุภาค  $K^+$  จากปฏิกิริยาการชน  
ระหว่าง  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  ที่ระดับพลังงาน  $1.5 \text{ A GeV}$

- c Program ckflow21.f is copied from ckflow6.f and changed to
- c analyze the transverse flow
- c with errors given by a weighted statistics for kaons produced
- c in reactions of Au(197,79) + Au(197,79) at 1.5 AGeV;
- c using itot data-files. Yu-Ming Zheng and C. Fuchs Dec. 10, 99.
- c It has been revised. Yu-Ming Zheng Dec. 12 of 2001.
- c edit by Ukrit Chaimongkon for cross section (Phys Rew 204906)
- c 12 Jun 2012 Naresuan University .

c-----

program

parameter (nbin = 30, amu = 0.939, amk = 0.494)

parameter (pi = 3.1415926)

c-----variables for cross section-----

dimension xc(0:5), nru(30), dsima(nbin, 0:5), dsimas(nbin,0:5), dsimae(nbin, 0:5)

c pi = 4.0\*atan(1.)

e0 = 1.5 !\* GeV/nucleon

bb = 9.3973 !\* fm

nkru = 5 !\* amplification # of kaon production

ebeam = amu + e0

itot = 20           !\* # of data-files

nru(1) = 100       !\* run # of the 1st file

nru(2) = 100       !\* run # of the second file

nru(3) = 400

nru(4) = 300

nru(5) = 100

nru(6) = 100

nru(7) = 200

nru(8) = 200

nru(9) = 100

nru(10)= 100

nru(11)= 100

nru(12)= 100

nru(13)= 200

nru(14)= 300

nru(15)= 100

nru(16)= 100

nru(17)= 100

nru(18)= 100

nru(19)= 300

nru(20)= 100

nrun = 0

do i = 1, itot

nrun = nrun + nru(i)

end do

C-----

open (11, file = 'auhw15b1bka', status = 'old')

open (12, file = 'auhw15b1gka', status = 'old')

open (13, file = 'auhw15b1ika', status = 'old')

open (14, file = 'auhw15b1kka', status = 'old')

open (15, file = 'auhw15b1lka', status = 'old')

open (16, file = 'auhw15b1oka', status = 'old')

open (17, file = 'auhw15b1pka', status = 'old')

open (18, file = 'auhw15b1qka', status = 'old')

open (19, file = 'auhw15b1tka', status = 'old')

open (20, file = 'auhw15b1uka', status = 'old')

open (21, file = 'auhw15b1xka', status = 'old')

open (22, file = 'auhw15b1zka', status = 'old')

open (23, file = 'auhw15b1bbka', status = 'old')

open (24, file = 'auhw15b1eeka', status = 'old')

open (25, file = 'auhw15b1ffka', status = 'old')

open (26, file = 'auhw15b1ggka', status = 'old')

open (27, file = 'auhw15b1iika', status = 'old')

open (28, file = 'auhw15b1llka', status = 'old')

open (29, file = 'auhw15b1mmka', status = 'old')

open (30, file = 'auhw15b1nnka', status = 'old')

C-----

open (39, file = 'dsimadomega72', status = 'unknown')

C-----

C-----initialization-----

C-----calculation of the velocity of the N-N CM seen from the-----

C-----Lab [ $\beta(\text{CM})$ ] and its corresponding  $\gamma$  [ $\gamma(\text{CM})$ ]:-----

$b_x = 0.0$

$b_y = 0.0$

$e_{ep} = e_{beam} + amu$

$p_{beam} = \sqrt{e_{beam}^2 - amu^2}$

$b_z = p_{beam}/e_{ep}$

$b^2 = b_x^2 + b_y^2 + b_z^2$

$\gamma = 1./\sqrt{1. - b^2}$

C-----

```
do ij = 0, 5
```

```
do i = 1, nbin
```

```
dsima(k,ij) = 0.
```

```
dsimas(k,ij) = 0.
```

```
end do
```

```
end do
```

```
c-----Please cut-----
```

```
theta = 72. !*Degrees
```

```
dtheta = 4. !*Degrees
```

```
dzeta = 10 !*Degrees
```

```
dzetasr = dzeta*(pi/180.) !*sr
```

```
deplabx = 0.05
```

```
delpc = 2.25
```

```
bmax = 9.3973 !* fm
```

```
bmax2 = bmax**2 !fm^2
```

```
delpmin = 0.
```

```
c-----loop over particles to take and analyze data-----
```

```
nevent = 0
```

```
nkaat = 0
```

```
do 100 ii = 1, itot      !*loop over data-files
```

```

do 200 nn = 1, nru(ii)      !*loop over runs

do ij = 0,5

do i = 1, nbin

dsimae(i,ij) = 0.

end do

end do

read (10+ij, *)

read (10+ij, *)

read (10+ij, *)

read (10+ij, *) nkaa      !*kaon number per run

nkaat = nkaat + nkaa

write(6,*) ii, nn

do 300 j = 1, nkaa      !* loop over particles

read(10+ij,*) n1,ka,

c & xkaa1,xkaa2,xkaa3,xtkaa, ! reduced output

& pkaa1,pkaa2,pkaa3,ptkaa,

& prkaa,ikaa

pkaa2 = -pkaa2      !*due to initial condition of QMD.

pkaa3 = -pkaa3

```

C-----

$$\text{ptsq} = \text{pkaa1}^{**2} + \text{pkaa2}^{**2}$$

$$\text{psq} = \text{ptsq} + \text{pkaa3}^{**2}$$

$$\text{ek} = \text{sqrt}(\text{amk}^{**2} + \text{psq})$$

C-----

$$\text{pb} = \text{bx} * \text{pkaa1} + \text{by} * \text{pkaa2} + \text{bz} * \text{pkaa3}$$

$$\text{gg} = (\text{gam} - 1.) * \text{pb} / \text{b2} + \text{gam} * \text{ek}$$

$$\text{pkla1} = \text{gg} * \text{bx} + \text{pkaa1}$$

$$\text{pkla2} = \text{gg} * \text{by} + \text{pkaa2}$$

$$\text{pkla3} = \text{gg} * \text{bz} + \text{pkaa3}$$

$$\text{pmomen} = \text{sqrt}((\text{pkla1}^{**2}) + (\text{pkla2}^{**2}) + (\text{pkla3}^{**2}))$$

if(pmomen.eq. 0.) goto 300

$$\text{along} = \text{pkla3} / \text{pmomen}$$

$$\text{along} = \text{acos}(\text{along}) \quad !* \text{ unit: sr}$$

$$\text{along} = \text{along} / \text{pi} \quad !* \text{ unit: degree}$$

$$\text{along} = \text{along} * 180.$$

C-----

$$\text{xprob} = \text{prkaa} / \text{float}(\text{nkru}) \quad !* \text{ divide by amplification factor}$$

$$\text{probk} = \text{xprob} / \text{float}(\text{nrun}) \quad !* \text{ divide by total \# of runs}$$

C-----

c # of kaons from different channels

C-----

xc(0) = 1.           !\* total probability of kaon

xc(1) = 0.           !\* NNdsimae(k,ij)

xc(2) = 0.           !\* Npi

xc(3) = 0.           !\* ND

xc(4) = 0.           !\* Dpi

xc(5) = 0.           !\* DD

if(ikaa .eq. 1) xc(1) = 1.

if(ikaa .eq. 2) xc(2) = 1.

if(ikaa .eq. 3) xc(3) = 1.

if(ikaa .eq. 4) xc(4) = 1.

if(ikaa .eq. 5) xc(5) = 1.

C-----

if ((along .gt. (theta - dtheta)) .and.

& (along .lt. (theta + dtheta))) then

plab = sqrt((pkla1\*\*2)+(pkla2\*\*2)+(pkla3\*\*2))

cosa = pkla3/plab

sina = sqrt(1 - cosa\*\*2)

if (sina .lt. 0) go to 300

```
dOlab = (2*pi*sina*dzetasr)
```

```
delpdOlab = delpc*dOlab
```

```
sima = pi*bmax2*xprob
```

```
d2sima =sima/delpdOlab
```

```
iplab = int(plab/deplabx) + 1
```

```
if ((iplab .gt. 0.) .and. (iplab .lt. nbin)) then
```

```
  do ij = 0, 5
```

```
    dsimae(iplab,ij) = dsimae(iplab,ij)
```

```
    &      + d2sima*xc(ij)
```

```
  end do
```

```
end if
```

```
end if
```

```
C-----
```

```
300 continue          !* end loop over particles
```

```
C-----
```

```
nevent = nevent + 1    !* end loop over particles
```

```
do ij = 0, 5
```

```
do iplab = 1, nbin
```

```
  dsima(iplab,ij)= dsima(iplab,ij) + dsimae(iplab,ij)
```

```

        dsimas(iplab,ij) = dsimas(iplab,ij)
&      + dsimae(iplab,ij)**2

    end do

end do

C-----

200  continue          !* end loop over runs

    close (10+ii)

100  continue          !* end loop over data files

C-----

tote = float(nevent)

if(tote .gt. 1.1)then

do ij = 0, 5

    do iplab = 1, nbin

        dsima(iplab,ij)= dsima(iplab,ij)/tote

        dsimai = (dsimas(iplab,ij)/tote

&      - dsima(iplab,ij)**2)/(tote - 1.)

        dsimas(iplab,ij)=sqrt(dsimai)

    end do

end do

```

end if

C-----

C-----write out results-----

do ij = 0, 5

    dp = delpmin + deplabx

do iplab = 1, nbin

    write(39,24) dp, dsima(iplab,ij), 0.0, dsimas(iplab,ij)

    dp = dp + deplabx

end do

write(39, \*) 'ij', ij

24    format(1x,f7.3,2(1x,e11.4,1x,f4.1,1x,e11.4),f12.2)

end do

stop



## ภาคผนวก D

# คู่มือการใช้ชุดโปรแกรมแบบจำลอง UrQMD

แบบจำลอง UrQMD เป็นแบบจำลองการชนของไอออนหนักที่พลังงานสูง ทำงานบน UNIX ได้หลายแพลตฟอร์ม เช่น IBM/AIX, GNU/Linux, Sun/Solaris สามารถคอมไพล์ UrQMD ได้โดยใช้ Fortran ทั้ง g77 หรือ f99 โดยตั้งค่าที่ไฟล์ GNUmake เมื่อคอมไพล์แล้วจะได้ไฟล์ urqmd.Linux ซึ่งเป็นไฟล์ชนิด executable ไฟล์ดังกล่าวจะเรียกใช้ข้อมูลจากไฟล์อื่นๆดังแสดงในรายละเอียดชุดโปรแกรม UrQMD

เริ่มต้นการทำงานของชุดโปรแกรม UrQMD โดยระบุค่าตั้งต้นต่างๆลงใน inputfile ซึ่งแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

```
#Inputfile for n+p at ecm=3GeV and b=0fm
#projectile
# Ap Zp
#pro 197 79
PRO 1 -1
#target
# Ap Zp
#tar 197 79
TAR 1 1
#number of event
nev 2000000
#time to propagate and output time interval (fm/c)
tim 10 10
#cm energy (GeV)
ecm 3
```

```
#impacparameter(fm)
```

```
imp 0
```

```
f13
```

```
f15
```

```
f16
```

```
f19
```

```
f20
```

```
#end
```

```
xxx
```

โดย

- # ใส่เพื่อแสดงการหมายเหตุ
- pro Ap Zp เป็นการระบุอนุภาคที่เข้าชนด้วย เลขมวล และเลขอะตอม
- tar Ap Zp เป็นการระบุอนุภาคเป้าหมายด้วย เลขมวล และเลขอะตอม
- PRO ityp iso3 เป็นการระบุอนุภาคที่เข้าชนด้วย รหัส ID และ ค่า isospin projection  $\times 2$
- TAR ityp iso3 เป็นการระบุอนุภาคเป้าหมายด้วย รหัส ID และ ค่า isospin projection  $\times 2$
- nev เป็นการระบุจำนวนเหตุการณ์การชน
- tim เป็นการระบุเวลาหลังการชนของอนุภาค ในหน่วยเฟอร์มิต่อความเร็วแสง (fm/c)
- ecm เป็นการระบุพลังงานศูนย์กลางมวลของการชน ในหน่วย GeV
- imp เป็นการระบุ impact factor ในหน่วยเฟอร์มิ (fm)
- f13 เป็นการระบุว่าจะไม่ให้เขียนไฟล์ output.f13 ออกมา ซึ่งชนิดของ outputfile จะมีทั้งแบบ .f13, .f14, .f15, .f16, .f19 และ .f20
- xxx แสดงการจบบรรทัดสุดท้ายของไฟล์

เมื่อโปรแกรมเริ่มต้นทำงานแล้วไฟล์ urqmd.Linux จะเรียกใช้ข้อมูลจากไฟล์และโปรแกรมย่อยส่วนอื่น โดยเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับชนิดของอนุภาค และจำนวนเหตุการณ์การชน ตลอดจนพลังงานการชน เมื่อโปรแกรมทำงานเสร็จแล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นไฟล์ output.f14 ซึ่งในไฟล์นี้จะบรรจุข้อมูลต่างๆของอนุภาคที่เกิดขึ้น โดยข้อมูลที่สำคัญแสดงดังตารางที่ D.1 และ D.2

ตารางที่ D.1: แสดงเวลา ตำแหน่งและพลังงานของอนุภาคที่เกิดขึ้นภายหลังการชน

r0	rx	ry	rz	p0
.5000E+02	.8193E+01	.1990E+02	-.2410E+02	.1183E+01
.5000E+02	.5406E+01	.3009E+02	.3534E+02	.1170E+01

ตารางที่ D.2: แสดงโมเมนตัม มวล รหัส ID ประจุ และข้อมูลอื่นของอนุภาคที่เกิดขึ้นภายหลังการชน

px	py	pz	m	ityp	2i3	chg	lcl	ncl	or
.1460E+00	.4785E+00	-.4903E+00	.9380E+00	1	1	1	1	9	20
.1446E+00	.7402E+00	.9432E+00	.9380E+00	1	-1	0	2	17	20

เมื่อ

- r0 แทนเวลาภายหลังการชน มีหน่วยเป็น fm/c
- rx แทนตำแหน่งบนแกน x มีหน่วยเป็น fm
- ry แทนตำแหน่งบนแกน y มีหน่วยเป็น fm
- rz แทนตำแหน่งบนแกน z มีหน่วยเป็น fm
- p0 แทนพลังงานของอนุภาคที่เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น GeV
- px แทนโมเมนตัมในแกน x มีหน่วยเป็น GeV/c
- py แทนโมเมนตัมในแกน y มีหน่วยเป็น GeV/c
- pz แทนโมเมนตัมในแกน z มีหน่วยเป็น GeV/c
- m แทนมวลของอนุภาคที่เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น  $\text{GeV}/c^2$
- ityp แทนรหัส ID ของอนุภาค แสดงรายรายละเอียดดังตารางที่ D.3 และ D.4
- 2i3 แทนค่า isospin projection  $\times 2$
- chg แทนประจุของอนุภาค
- lcl แทนดัชนีของการชนครั้งล่าสุด

- ncl แทนจำนวนการชน
- or แทนรหัสประวัติการชน

จากตารางข้างต้นจะพบข้อมูลเวลา ตำแหน่ง โมเมนตัมและมวลของอนุภาคที่เกิดขึ้น ถ้าพิจารณาเฉพาะมวล ข้อมูลดังกล่าวน่าจะเป็นมวลของนิวคลีออนที่มีค่า 938 MeV หรือสามารถพิจารณาได้จาก รหัส ID ของอนุภาค (ดูตารางที่ D.3 และ D.4 ประกอบ)

ตารางที่ D.3: แสดงรหัส ID ของบาริออนและบาริออนเรโซแนนซ์

ID Nucleon	ID Delta	ID Lambda	ID Sigma	ID Xi	ID Omega
1 $N_{938}$	17 $\Delta_{1232}$	27 $\Lambda_{1116}$	40 $\Sigma_{1192}$	49 $\Xi_{1315}$	55 $\Omega_{1672}$
2 $N_{1440}$	18 $\Delta_{1600}$	28 $\Lambda_{1405}$	41 $\Sigma_{1385}$	50 $\Xi_{1530}$	
3 $N_{1520}$	19 $\Delta_{1620}$	29 $\Lambda_{1520}$	42 $\Sigma_{1660}$	51 $\Xi_{1690}$	
4 $N_{1535}$	20 $\Delta_{1700}$	30 $\Lambda_{1600}$	43 $\Sigma_{1670}$	52 $\Xi_{1820}$	
5 $N_{1650}$	21 $\Delta_{1900}$	31 $\Lambda_{1670}$	44 $\Sigma_{1750}$	53 $\Xi_{1950}$	
6 $N_{1675}$	22 $\Delta_{1905}$	32 $\Lambda_{1690}$	45 $\Sigma_{1775}$	54 $\Xi_{2030}$	
7 $N_{1680}$	23 $\Delta_{1910}$	33 $\Lambda_{1800}$	46 $\Sigma_{1915}$		
8 $N_{1700}$	24 $\Delta_{1920}$	34 $\Lambda_{1810}$	47 $\Sigma_{1940}$		
9 $N_{1710}$	25 $\Delta_{1930}$	35 $\Lambda_{1820}$	48 $\Sigma_{2030}$		
10 $N_{1720}$	26 $\Delta_{1950}$	36 $\Lambda_{1830}$			
11 $N_{1900}$		37 $\Lambda_{1890}$			
12 $N_{1990}$		38 $\Lambda_{2100}$			
13 $N_{2080}$		39 $\Lambda_{2110}$			
14 $N_{2190}$					
15 $N_{2200}$					
16 $N_{2250}$					

จะพบว่าเลข 1 เป็นรหัสของนิวคลีออน ซึ่งมีโอกาสเป็นไปได้ทั้งโปรตอนและนิวตรอน แต่เมื่อพิจารณาประจุประกอบกัน พบว่า ityp เป็น 1 และ chg เป็น 1 คือโปรตอนนั่นเอง ส่วน chg เป็น 0 คือนิวตรอนนั่นเอง สามารถนำข้อมูลต่างๆข้างต้นไปวิเคราะห์ให้ได้โดยการเขียนโปรแกรมสำหรับอ่านข้อมูลเหล่านั้นอีกครั้ง

ตารางที่ D.4: แสดงรหัส ID ของเมซอนและเมซอนเรโซแนนซ์

ID	$0^{-+}$	ID	$1^{--}$	ID	$0^{++}$	ID	$1^{++}$
101	$\pi$	104	$\rho$	111	$a_0$	114	$a_1$
106	$K$	108	$K^*$	110	$K_0^*$	113	$K_1^*$
102	$\eta$	103	$\omega$	105	$f_0$	115	$f_1$
107	$\eta'$	109	$\phi$	112	$f_0^*$	116	$f_1'$

ID	$1^{+-}$	ID	$2^{++}$	ID	$(1^{--})^*$	ID	$(1^{--})^{**}$
122	$b_1$	118	$a_2$	126	$\rho_{1450}$	130	$\rho_{1700}$
121	$K_1$	117	$K_2^*$	125	$K_{1410}^*$	129	$K_{1680}^*$
123	$h_1$	119	$f_2$	127	$\omega_{1420}$	131	$\omega_{1662}$
124	$h_1'$	120	$f_2'$	128	$\phi_{1680}$	132	$\phi_{1900}$

## D.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจาก output file ของโปรแกรมแบบจำลอง UrQMD

ผลการคำนวณการชนของอนุภาค ไม่ว่าจะเป็นการชนระหว่างนิวคลีออนกับนิวคลีออน หรือระหว่าง นิวเคลียสกับนิวเคลียส โดยใช้แบบจำลองสถานะการณ์การชนแบบ UrQMD จะถูก รายงานออกมาในรูปแบบของ output file ซึ่งแสดงดังนี้

UQMD version: 10035 1000 10002 output\_file 14  
 projectile: (mass, char) 197 79 target: (mass, char) 197 79  
 transformation betas (NN,lab,pro) 0.000000 0.9997250 -0.9997250  
 impact\_parameter\_real/min/max(fm): 0.00 0.00 0.00 total\_cross\_section(mbarn): 0.00  
 equation\_of\_state: 0 E\_lab(GeV/u): 0.3410E+04 sqrt(s)(GeV): 0.8000E+02 p\_lab(GeV/u): 0.3411E+04  
 event# 1 random seed: 1128869076 (auto) total\_time(fm/c): 30 Delta(t)\_0(fm/c): 1.000

pvec: r0	rx	ry	rz	p0	px
	py	pz	m	ityp 2i3 chg lcl# ncl or	
0.1300000E+02	-0.11109338E+01	-0.54717499E+00	-0.11901760E+01	0.17527399E+01	-0.52656199E+00
-0.62967017E+00	-0.12322748E+01	0.93800002E+00	1 1 1		
0.1300000E+02	-0.16958930E+01	0.99175261E+00	0.82633672E+00	0.15889606E+01	0.28793213E+00
-0.45418002E+00	0.11643742E+01	0.93800002E+00	-1 1 0		
0.1300000E+02	-0.18305136E+01	0.15356223E+01	0.30221397E+00	0.10381560E+01	0.10323833E+00
0.46190736E-01	0.43026971E+00	0.93800002E+00	1 1 1		
0.1200000E+02	-0.22515235E+01	0.40976600E+01	0.49925658E+00	0.25374568E+01	0.32099779E+00
0.24096190E+00	0.25017076E+01	0.13800000E+00	101 2 1		
0.1200000E+02	0.30600961E+01	-0.49321109E+01	-0.31197043E+00	0.66898009E+00	-0.20398079E+00
0.37981760E+00	-0.49256551E+00	0.13800000E+00	101 -2 -1		

ในส่วนแรกจะเป็นข้อมูลของ projectile และ target ที่เข้าชน เช่น

```
projectile:(mass, char) 197 79 target: (mass, char) 197 79
```

แสดงถึงการชนกันระหว่างนิวเคลียสของทอง (Au) ที่มี mass number = 197 และมี atomic number = 79

ส่วนถัดมาจะแสดงถึงค่าพลังงานในการชนทั้งแบบ lab beam energy, center-of-mass energy รวมถึง lab beam momentum

```
E_lab(GeV/u): 0.3410E+04
```

```
sqrt(s) (GeV): 0.8000E+02
```

```
p_lab(GeV/u): 0.3411E+04
```

ในส่วนของคุณสมบัติของอนุภาคที่เกิดขึ้นหลังจากการชนจะแสดงเป็นคอลัมน์ ซึ่งแต่ละคอลัมน์จะระบุว่าเป็นปริมาณใดๆ ดังนี้

r0	rx	ry	rz	p0	px
py	pz	m	ityp	2i3	chg

เมื่อ

- r0 คือ เวลาหลังการชนในหน่วยของ fm/c
- rx คือ ระยะบนแกน x มีหน่วยเป็น fm
- ry คือ ระยะบนแกน y มีหน่วยเป็น fm
- rz คือ ระยะบนแกน z มีหน่วยเป็น fm
- p0 คือ พลังงานของอนุภาค มีหน่วยเป็น GeV
- px คือ โมเมนตัมในแกน x มีหน่วยเป็น GeV/c
- py คือ โมเมนตัมในแกน y มีหน่วยเป็น GeV/c
- pz คือ โมเมนตัมในแกน z มีหน่วยเป็น GeV/c
- m คือ มวลของอนุภาค มีหน่วยเป็น  $\text{GeV}/c^2$
- ityp คือ รหัสของอนุภาค (แสดงรายละเอียดในภาคผนวก UrQMD model)
- 2i3 คือ ค่า 2 เท่าของ Isospin projection

- chg คือ ประจุของอนุภาค

ภายหลังจากได้ output file แล้ว จะทำการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ด้วยการเขียนโปรแกรม เพื่ออ่านและคำนวณปริมาณที่ต้องการศึกษาเช่น การหาค่ามวลยี่นงของอนุภาค ในงานนี้ เราใช้ โปรแกรมภาษา perl ในการช่วยวิเคราะห์ข้อมูล

perl เป็น programming language ถูกสร้างโดย Larry Wall ในปี 1987 โดย perl ได้รวบรวม คุณสมบัติเด่นมาจากหลากหลายภาษา เช่น C, sh, AWK, sed และ Lisp จึงทำให้ perl เป็น ภาษา ที่ค่อนข้างสมบูรณ์ และง่ายต่อการใช้งาน

ในการคำนวณหาค่ามวลยี่นงนั้น สามารถทำโดยใช้ โปรแกรมภาษา perl ดังนี้

```
#!/usr/bin/perl
while(<>) {
    @stuff=split(' ');
    if(/UQMD/){
    }
    elsif(/projectile:/){
        $protar=$_
    }
    elsif(/equation_of_state:/){
        $ecm=$stuff[5];
        $midy=log($ecm/0.938);
        $elab=$stuff[3];
        $plab=$stuff[7];
    }
    elsif(/event#/){
        $EK=0;
        $En=0;
        $pKx=0;
        $pKy=0;
        $pKz=0;
        $pnx=0;
        $pny=0;
        $pnz=0;
        $jj=0;
```

```

$kk=0;
$ll=0;
$noe++                # numbers of events: noe
}
else{
# if($#stuff==14 | $#stuff==13){
  if($#stuff==14){
    @x=@stuff[0..3];
    @p=@stuff[4..7];
    @id=@stuff[8..11];
    $mass=$id[0];
    $ityp=$id[1];
    $iz2=$id[2];
    $charge=$id[3];
# from here on you can use the following information:
# stuff[0] = r_0    = $x[0]
# stuff[1] = r_x    = $x[1]
# stuff[2] = r_y    .
# stuff[3] = r_z    .
# stuff[4] = p_0    = $p[0]
# stuff[5] = p_x    = $p[1]
# stuff[6] = p_y    .
# stuff[7] = p_z    .
# stuff[8] = mass   = $mass
# stuff[9] = ityp   = $ityp
# stuff[10]= iz2    = $iz2
# stuff[11]= charge = $charge

if ($ityp==27 && $charge==0){
  $ll=1;
}
if ($ityp==106 && $charge==1){

```

```

$numK++;
$EK=$p[0];
$pKx=$p[1];
$pKy=$p[2];
$pKz=$p[3];
$jj=1;
}
if ($ityp==1 && $charge==0){
$numn++;
$En=$p[0];
$pnx=$p[1];
$ppy=$p[2];
$pnz=$p[3];
$kk=1;
}
if ($l1 == 1 && $jj == 1 && $kk == 1){
$EKn=$EK+$En;
$px=$pKx+$pnx;
$py=$pKy+$ppy;
$pz=$pKz+$pnz;
$mKn=sqrt(($EKn*$EKn)-(($px*$px)+($py*$py)+($pz*$pz)));
print($mKn,"\n");
}
}
}
}
}

```

ซึ่งส่วนที่สำคัญของโปรแกรมการวิเคราะห์มวลยีนยง สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

```
@stuff=split(' ');
```

เป็นการระบุตัวแปร stuff แบบ array (@) โดยมีค่าเป็นช่องว่าง

```

elseif(/projectile:/){
    $protar=$_
}
elseif(/equation_of_state:/){
    $ecm=$stuff[5];
    $midy=log($ecm/0.938);
    $elab=$stuff[3];
    $plab=$stuff[7];

```

เป็นการเก็บค่า header ของ output file

```

elseif(/event#/){
    $EK=0;
    $En=0;
    $pKx=0;
    $pKy=0;
    $pKz=0;
    $pnx=0;
    $pny=0;
    $pnz=0;
    $jj=0;
    $kk=0;
    $ll=0;
    $noe++                # numbers of events: noe
}

```

เป็นการกำหนดค่าตัวแปรเริ่มต้นให้เป็น 0 ทุกรอบการคำนวณ ส่วนตัวแปร noe++ เป็นการเก็บจำนวนเหตุการณ์

```

else{
# if($#stuff==14 | $#stuff==13){
    if($#stuff==14){
        @x=@stuff[0..3];
        @p=@stuff[4..7];

```

```

@id=@stuff[8..11];
$mass=$id[0];
$ityp=$id[1];
$iz2=$id[2];
$charge=$id[3];

```

เป็นการเช็คจำนวนช่องว่างเพื่อให้แน่ใจว่าเป็นคอลัมน์ข้อมูลของอนุภาคที่เกิดขึ้น ภายหลังจากการชน จากนั้นนำค่าของเวลาและระยะบนแกน x, y, z มาเก็บในตัวแปรแบบ array ชื่อ x โดย x[0] คือตัวแปรที่เก็บค่าเวลา ส่วน x[1], x[2], x[3] เป็นตัวแปรเก็บค่า ระยะบนแกน x, y, z ตามลำดับ ในทำนองเดียวกัน p[0] คือตัวแปรที่เก็บค่าพลังงานของอนุภาค ส่วน p[1], p[2], p[3] เป็นตัวแปรเก็บค่าโมเมนตัมในแกน x,y,z ตามลำดับ ทั้งนี้มวลของอนุภาค รหัสของอนุภาค ค่า 2 เท่าของ isospin projection และ ประจุของอนุภาค ถูกเก็บในรูปของตัวแปร mass, ityp, iz2 และ charge ตามลำดับ

```

if ($ityp==27 && $charge==0){
    $l1=1;
}
if ($ityp==106 && $charge==1){
    $numK++;
    $EK=$p[0];
    $pKx=$p[1];
    $pKy=$p[2];
    $pKz=$p[3];
    $jj=1;
}
if ($ityp==1 && $charge==0){
    $numn++;
    $En=$p[0];
    $pnx=$p[1];
    $pny=$p[2];
    $pnz=$p[3];
    $kk=1;
}

```

เป็นการตรวจสอบการเกิดของ  $\Lambda nK^+$  ว่ามีหรือไม่ โดย ityp=27 และ charge=0 แทนอนุภาค  $\Lambda$  ในขณะที่ ityp=106 และ charge=1 แทนอนุภาค  $K^+$  และนิวตรอนถูกตรวจสอบด้วย ityp=1 และ charge=0 ภายหลังจากการพบว่ามีอนุภาคดังกล่าวเกิดขึ้นแล้ว จึงทำการเก็บข้อมูล ทั้งพลังงานและโมเมนตัมของอนุภาค  $K^+$  และนิวตรอน ด้วยตัวแปร EK, En, pK, pn เพื่อนำไป ใช้คำนวณต่อไป ทั้งนี้ ตัวแปร ll, jj, kk เป็นดัชนีสำหรับตรวจสอบการเกิด ของอนุภาค  $\Lambda nK^+$  ว่า เกิดขึ้นมาพร้อมกันหรือไม่

```

if ($ll == 1 && $jj == 1 && $kk == 1){
    $EKn=$EK+$En;
    $px=$pKx+$pnx;
    $py=$pKy+$pny;
    $pz=$pKz+$pnz;
    $mKn=sqrt((($EKn*$EKn)-((($px*$px)+($py*$py)+($pz*$pz))));
    print($mKn, "\n");
}

```

เป็นการตรวจสอบว่าถ้ามีอนุภาค  $\Lambda nK^+$  เกิดขึ้นพร้อมกันแล้ว ในขั้นต่อไปเป็นการคำนวณหาค่า มวลยี่นง จากความสัมพันธ์

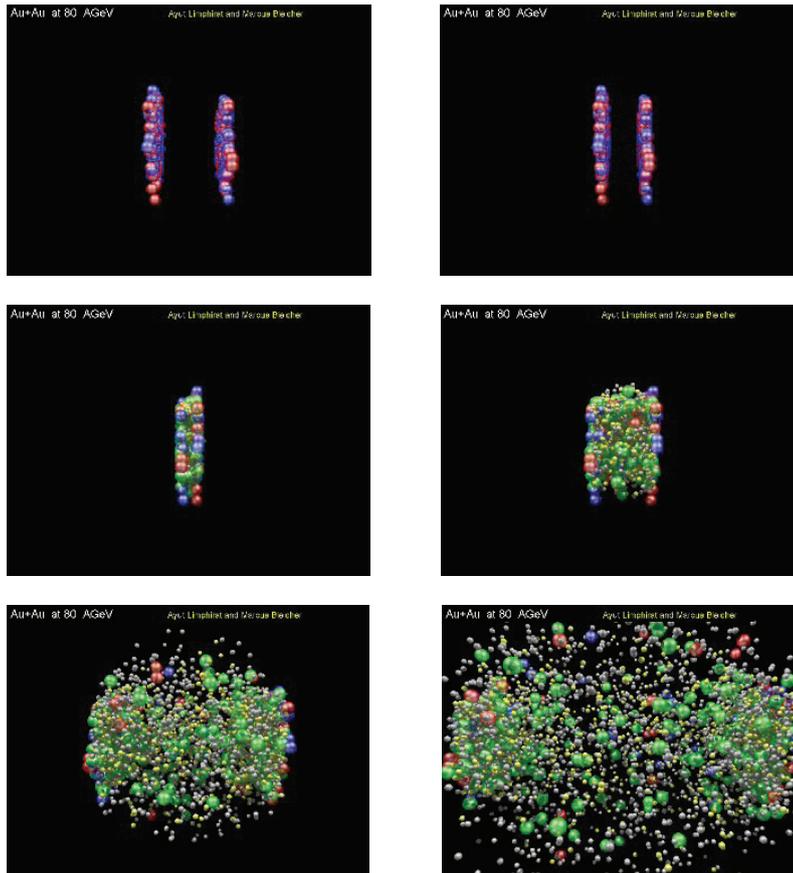
$$M(nK^+) = \sqrt{(E_n + E_{K^+})^2 - (\vec{p}_n + \vec{p}_{K^+})^2}$$

ภายหลังจากนั้นจึงนำข้อมูลมวลยี่นง ที่ได้ ไปพลอตกราฟดังแสดงรายละเอียดในบทการชน ของนิวเคลียส - นิวเคลียส ที่พลังงานสูง

## D.2 การสร้างภาพเคลื่อนไหวจาก output file ของโปรแกรมแบบจำลอง UrQMD

เพื่อให้การศึกษากการชนของอนุภาคมีความเข้าใจชัดเจนมากยิ่งขึ้น การสร้างภาพเคลื่อนไหว ของการชนระหว่างอนุภาคจึงมีส่วนช่วยต่อการเห็นภาพจำลอง แสดงการชนดังกล่าว ในงานวิจัย นี้ นอกจากการศึกษาเชิงฟิสิกส์แล้ว ยังมีการศึกษากการสร้างภาพเคลื่อนไหวจำลองการชนของ อนุภาคอีกด้วย

ตัวอย่างภาพต่อไปนี้เป็นภาพนิ่ง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของภาพเคลื่อนไหว แสดงการชนระหว่าง นิวเคลียสของทอง ที่พลังงาน 80 GeV



สองภาพบน แสดงนิวเคลียสของทองขณะก่อนการชนในกรอบของศูนย์กลางมวล (center-of-mass frame) เมื่อลูกกลมสีฟ้าและสีแดง แทนนิวตรอนและโปรตอนตามลำดับ ถัดมาที่ สองภาพกลาง แสดงนิวเคลียสชนพุ่งเข้าชน แล้วมีการถ่ายเทโมเมนตัมและการสร้างอนุภาคใหม่ เกิดขึ้น โดยลูกกลมสีเขียวแทนบาริออนชนิดอื่นที่เกิดขึ้น และลูกกลมเล็กแทนเมซอนชนิดต่างๆ สองภาพล่างแสดงการเกิดอนุภาคต่างๆภายหลังการชน เมื่อลูกกลมเล็กสีเทา และสีเหลือง แทน อนุภาคไพออน และมีซอนชนิดต่างๆ ตามลำดับ จะพบว่ามีอนุภาคไพออนเกิดขึ้นมากภายหลังการ ชน

ในการสร้างภาพเคลื่อนไหวนั้น ได้มีการนำโปรแกรม povray (Persistence of Vision Ray-tracer) มาใช้ในการสร้างภาพ จาก output file ซึ่งจะใช้โปรแกรมภาษา perl เพื่ออ่านข้อมูลจาก output file แล้วป้อนข้อมูลเป็น input data ให้แก่ povray

ทั้งนี้ source code ที่ใช้ในการสร้างภาพเคลื่อนไหว แสดงได้ดังนี้

```
#!/usr/bin/perl
# generates a povray input file for time step
$outname=test;
$time=-1;
while(<>) {
```

```

@stuff=split(' ');
if(/UQMD/){
}
elseif(/projectile:/){
    $protar=$_
}
elseif(/equation_of_state:/){
    $ecm=$stuff[5];
    $midy=log($ecm/0.938);
    $elab=$stuff[3];
    $plab=$stuff[7];
}
elseif(/event#/){
    $totaltime=$stuff[7];
    $noe++                # numbers of events: noe
}
else{
    if($#stuff==14||$#stuff==13){
        @x=@stuff[0..3];
        @p=@stuff[4..7];
        @id=@stuff[8..11];
        $mass=$id[0];
        $ityp=$id[1];
        $iz2=$id[2];
        $charge=$id[3];
#detail for variables
# stuff[0] = r_0      = $x[0]
# stuff[1] = r_x      = $x[1]
# stuff[2] = r_y      .
# stuff[3] = r_z      .
# stuff[4] = p_0      = $p[0]
# stuff[5] = p_x      = $p[1]

```

```

# stuff[6] = p_y      .
# stuff[7] = p_z      .
# stuff[8] = mass     = $id[0]
# stuff[9] = ityp     = $id[1]
# stuff[10]= iz2      = $id[2]
# stuff[11]= charge   = $id[3]

    if ($x[0]>$time){
# write out
    if ($time>=0){
        $ttime=1000*$time;
        if ($ttime<100){
            $ttime="000".$ttime;
        }
        elseif ($ttime<1000){
            $ttime="00".$ttime;
        }
        elseif ($ttime<10000){
            $ttime="0".$ttime;
        }
        open (OUT,">".$outname."-".$ttime.".pov");
# header
# $location="<0.0,0.0,-40.0>";
$clock=$time/$totaltime;
$phi=3.14*$clock;
$locx=0;
$locy=0;
$locz=-40;
$location="<".$locx.", ".$locy.", ".$locz.">";
print OUT (
"

```

```

// Persistence of Vision Ray Tracer Scene Description File
// File: ".$outname."-".$time.".pov
// Vers: 3.6
// Desc: urqmd movie file
// Date: ?
//

\#version 3.6;
\#include \"colors.inc\"
global_settings {
    assumed_gamma 1.0
}
// -----
camera {
    location ".$location."
    direction z
    right      x*image_width/image_height
    look_at    <0.0, 0.0, 0.0>
}
light_source {
    <0, 0, 0>          // light's position (translated below)
    color rgb <1, 1, 1> // light's color
    translate <-30, 30, -30>
}
light_source {
    <0, 0, 0>          // light's position (translated below)
    color rgb <1, 1, 1> // light's color
    translate <30, 30, -30>
}
// -----
merge{
");

```

```

# do the baryons
  foreach $i (1..$ib){
    if ($baryonvis[$i]==1){
# do the small spheres
$xxb=$baryonpos[$i][3];
$yyb=$baryonpos[$i][1];
$zzb=$baryonpos[$i][2];
    print OUT (
"
sphere {
  <".$xxb.",".$yyb.",".$zzb.">, .8
  texture {
    pigment {
      radial
      frequency 8
      color_map {
");
# determine colour from type
if ($baryontype[$i]==1 && $baryoncharge[$i]== 1){
print OUT ("
    [1.00 color rgb <1.0,0.0,0.0> transmit .5]
");
}
if ($baryontype[$i]==1 && $baryoncharge[$i]== 0){
print OUT ("
    [1.0 color rgb <0.0,0.0,1.0> transmit .5]
");
}
else{
print OUT ("
    [1.00 color rgb <0.0,1.0,0.0> transmit .5]
");

```

```

}
print OUT ("
    }
}
finish{
    specular 0.6
}
}
}
");
}
} # end of the baryons
print OUT ("} //end of merge\n");
# do the mesons

    foreach $i (1..$im){
        if ($mesonvis[$i]==1){
# do the small spheres
$xxm=$mesonpos[$i][3];
$yym=$mesonpos[$i][1];
$zzm=$mesonpos[$i][2];

        print OUT (
"
sphere {
    <".$xxm.",".$yym.",".$zzm.">, .3
    texture {
        pigment {
            radial
            frequency 8
            color_map {
");

```

```

if ($mesontype[$i]==101){
print OUT ("
    [1.00 color rgb <0.5,0.5,0.5> transmit .2]
");
}
else {
print OUT ("
    [1.00 color rgb <0.972,0.996,0.004> transmit .2]
");
}
print OUT ("
    }
    }
    finish{
        specular 0.6
    }
}
}
");
}
} # end of the meson
close (OUT);
system("povray -geometry +0+0 +W1024 +H768 +I".$outname."-".
    .$ttime.".pov +O".$outname."-".$ttime.".bmp");
system("rm ".$outname."-".$ttime.".pov");
}
# set things to zero. etc
    $time=$x[0];
    $ib=0;
    $im=0;
}
# tag baryons

```

```

if (abs($ityp)<100){
    $ib++;
    $baryonpos[$ib][1]=$x[1];
    $baryonpos[$ib][2]=$x[2];
    $baryonpos[$ib][3]=$x[3];
    $baryontype[$ib]=$ityp;
    $baryoncharge[$ib]=$charge;
    $baryonvis[$ib]=1;
}
# tag mesons
if (abs($ityp)>100){
    $im++;
    $mesonpos[$im][1]=$x[1];
    $mesonpos[$im][2]=$x[2];
    $mesonpos[$im][3]=$x[3];
    $mesontype[$im]=$ityp;
    $mesonvis[$im]=1;
}
# while end
} #else
} #if stuff=13
} #while

```

จาก source code ข้างต้น จะขออธิบายเฉพาะส่วนสำคัญดังนี้

ในส่วนแรกจะเป็นการอ่านข้อมูลจาก output file ซึ่งมีคำอธิบายอยู่ในภาคผนวกการวิเคราะห์ข้อมูล จากนั้นนำข้อมูลที่อ่านได้จาก output file มาเป็น input data ของ povray สามารถอธิบายส่วนที่สำคัญอื่นๆได้ดังนี้

```

if ($baryontype[$i]==1 && $baryoncharge[$i]== 1){
print OUT ("
    [1.00 color rgb <1.0,0.0,0.0> transmit .5]
");

```

เมื่อได้ข้อมูลที่เป็น input data แล้ว ทำการจำแนกชนิดของบาริออน โดย baryontype=1 และ

baryoncharge= 1 หมายถึงโปรตอน จากนั้นจึงกำหนดสีในระบบ RGB <1.0,0.0,0.0> ให้สีแดง แทนด้วยโปรตอน

```
if ($baryontype[$i]==1 && $baryoncharge[$i]== 0){  
print OUT ("  
    [1.0 color rgb <0.0,0.0,1.0> transmit .5]  
");
```

เป็นการระบุสีของนิวตรอนให้เป็นสีฟ้า

```
else{  
print OUT ("  
    [1.00 color rgb <0.0,1.0,0.0> transmit .5]  
");
```

เป็นการระบุสีของบาริออนชนิดอื่นๆ ให้แทนด้วยสีเขียว

```
if ($mesontype[$i]==101){  
print OUT ("  
    [1.00 color rgb <0.5,0.5,0.5> transmit .2]  
");
```

เป็นการระบุสีของไพออนด้วยสีเทา

```
else {  
print OUT ("  
    [1.00 color rgb <0.972,0.996,0.004> transmit .2]  
");
```

เป็นการระบุสีของเมซอนชนิดอื่นๆ ด้วยสีเหลือง

```
system("povray -geometry +0+0 +W1024 +H768 +I".$outname."-"  
    ".$ttime.".pov +0".$outname."-".$ttime.".bmp");
```

เป็นการกำหนดการทำงานของ povray แล้วให้ภาพในแต่ละขั้นเวลา (time step) ออกมาเป็นไฟล์ .bmp

ในขั้นตอนต่อไป หลังจากที่ได้ภาพ .bmp ในแต่ละขั้นเวลาออกมาแล้ว จะนำไฟล์ภาพดังกล่าว ไปสร้างเป็นภาพเคลื่อนไหวโดยใช้โปรแกรม Windows Movie Maker เพื่อได้ภาพเคลื่อนไหว .avi ออกมา