

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการหาค่าคงที่ทางแสงของฟิล์มบาง ได้แก่ ค่าดัชนีหักเห ค่าสัมประสิทธิ์การดับสัญญาณ ค่าช่องว่างพลังงาน รวมถึงการหาความหนาของฟิล์มบางโดยใช้เทคนิคทางแสง เทคนิคที่นิยมนำมาใช้ ได้แก่ เทคนิคสเปคโตรสโคปีคอลลีมิเมทรี (SE) และเทคนิคการคำนวณด้วยสมการ Swanepole จากการนำเปอร์เซ็นต์ค่าการส่งผ่านแสงที่ได้จากการวัดด้วยเทคนิคสเปคโตรโฟโตเมทรี ทั้งนี้ฟิล์มเซอริโคเนียมไดออกไซด์เป็นฟิล์มออกไซด์ที่ได้รับความนิยมในการประยุกต์ใช้สำหรับฟิล์มบางแสง โดยนิยมใช้ในอุตสาหกรรมการเคลือบเลนส์แว่นตาเพื่อลดการสะท้อน ซึ่งในการนำฟิล์มมาใช้งานนั้นมีความจำเป็นที่จะต้องทราบค่าคงที่ทางแสงและความหนาของฟิล์มที่มีความแม่นยำ และเป็นที่ยอมรับกันดีว่าในกระบวนการเคลือบฟิล์มบางนั้น สภาวะต่างๆในการเคลือบ เช่น เวลาในการเคลือบ อุณหภูมิที่ให้แก่วัสดุรองรับ ความดันก่อนและขณะเคลือบฟิล์ม รวมถึงเทคนิคการเคลือบฟิล์มที่แตกต่างกันย่อมส่งผลต่อสมบัติทางแสงของฟิล์มบางด้วยเช่นเดียวกัน

การเตรียมฟิล์มบางเซอริโคเนียมไดออกไซด์ด้วยเทคนิคที่แตกต่างกัน เช่น วิธีระเหยสาร (D. Zhang, 2008 ;J. Yuan, 2008) วิธีโซลเจล (K. Luo, 2009; L. Kumari, 2009) วิธีสปัตเตอร์ริง (D.H. Kuo, 2002; D. Pamu, 2009;H.H. Zhang, 2009; L.Q. Zhu, 2006; P.J. Martin, 2010) หรือการเตรียมฟิล์มโดยปฏิกิริยาออกซิเดชันด้วยความร้อน (L. Hsieh, 2006) จะส่งผลต่อค่าคงที่ทางแสงที่แตกต่างกันด้วย ดังเช่นการเตรียมฟิล์มเซอริโคเนียมไดออกไซด์ด้วยวิธีระเหยสาร โดย Yanming Shen และคณะ (Y. Shen et al., 2007) ได้ทำการเคลือบฟิล์มโดยให้อุณหภูมิแผ่นรองรับ 270 องศาเซลเซียส และทำการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราการไหลของก๊าซออกซิเจน ในการศึกษาหาความหนาและสมบัติทางแสงของฟิล์มด้วยวิธีการคำนวณจาก Swanepole พบว่า เมื่อทำการเพิ่มอัตราการไหลของก๊าซออกซิเจน ค่าดัชนีหักเหของฟิล์มมีค่าลดลง เนื่องจากอะตอมของฟิล์มมีความสามารถในการเกาะกลุ่มกันลดลง (Low packing density) ค่าดัชนีหักเหที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร อยู่ในช่วง 1.83-2.02 โดยฟิล์มมีความหนา 600 นาโนเมตร ส่วน D.Franta และคณะ (D. Franta et al., 2000) ได้ทำการศึกษาความหนาและสมบัติทางแสงจากเทคนิค SE โดยใช้แบบจำลองทางแสงของคอร์ซี พบว่าฟิล์มมีความไม่เป็นเนื้อเดียวกัน ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการสร้างแบบจำลองทางกายภาพ โดยเริ่มต้นจากการสร้างแบบจำลองทางกายภาพหนึ่งชั้น สองชั้น สามชั้น และสี่ชั้น ค่าความแตกต่างระหว่างค่าที่ได้จาก

การสร้างแบบจำลองกับค่าที่ได้จากการวัดมีความแตกต่างกันลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนชั้นของฟิล์ม ฟิล์มมีค่าดัชนีหักเหที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร อยู่ในช่วง 1.85-2.08 ฟิล์มมีความหนา 300-600 นาโนเมตร ส่วนการเตรียมฟิล์มเซอร์โคเนียมไดออกไซด์ด้วยวิธีสปัตเตอร์ริง S. Venkataraj และคณะ (S. Venkataraj et al., 2010) ได้ทำการศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิก่อนและหลังการอบฟิล์มตั้งแต่อุณหภูมิห้องถึง 900 องศาเซลเซียส ที่มีต่อสมบัติทางแสงของฟิล์มด้วยเทคนิค SE โดยการใช้แบบจำลองทางแสงของคอร์ซี พบว่าในการหาค่าคงที่ทางแสงจากการสร้างแบบจำลองทางกายภาพของฟิล์มเพียงชั้นเดียวนั้นไม่สามารถที่จะทำการเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการวัดกับค่าที่ได้จากการสร้างแบบจำลองได้ แต่เมื่อเพิ่มจำนวนชั้นฟิล์มของแบบจำลองขึ้นเป็นชั้นที่มีพื้นผิวขรุขระบนฟิล์ม สามารถเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการสร้างแบบจำลองกับค่าที่ได้จากการวัดได้ และจากผลการทดลอง พบว่า เมื่ออุณหภูมิในการอบฟิล์มเพิ่มขึ้น ความหนาและค่าดัชนีหักเหของฟิล์มมีค่าลดลง ทั้งนี้เนื่องจากฟิล์มมีพื้นผิวขรุขระมากขึ้น หรือเมื่ออบฟิล์มที่อุณหภูมิสูงๆ อาจมีความเป็นไปได้ที่ฟิล์มมีการผสมกันระหว่างชั้นของซิลิกอนซึ่งเป็นแผ่นวัสดุรองรับกับฟิล์มเซอร์โคเนียมไดออกไซด์ โดยค่าดัชนีหักเหของฟิล์มที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร อยู่ในช่วง 1.75-2.14 และฟิล์มมีความหนา 42-47 นาโนเมตร ส่วน H.H. Zhang และคณะ (H.H. Zhang et al., 2009) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของวัสดุรองรับตั้งแต่อุณหภูมิห้องและเพิ่มความร้อนถึง 550 องศาเซลเซียส ที่มีต่อสมบัติทางแสงของฟิล์มด้วยเทคนิค SE จากการทดลอง พบว่าเมื่อเพิ่มความร้อนให้แก่วัสดุรองรับตั้งแต่อุณหภูมิถึง 450 องศาเซลเซียส ค่าดัชนีหักเหของฟิล์มมีค่าสูงขึ้น เนื่องจากฟิล์มมี Packing density มากขึ้น แต่เมื่อเพิ่มอุณหภูมิให้แก่วัสดุรองรับ 550 องศาเซลเซียส ค่าดัชนีหักเหมีค่าลดลง อาจเนื่องจากเกิด Non-stoichiometry ขึ้น ค่าดัชนีหักเหที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร อยู่ในช่วง 2.06-2.22 ฟิล์มมีความหนา 90-100 นาโนเมตร

นอกจากนี้ฟิล์มเซอร์โคเนียมไดออกไซด์ที่เตรียมด้วยการเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชันด้วยความร้อน โดย G. He และคณะ (G. He et al., 2005) ได้ทำการศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิในการอบฟิล์มตั้งแต่ 600-900 องศาเซลเซียส ที่มีต่อสมบัติทางแสงของฟิล์มด้วยการวิเคราะห์จากเทคนิค SE พบว่า แบบจำลองทางแสงของทาว์นลอร์นซ์และแบบจำลองทางกายภาพสองชั้น เป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมในการวิเคราะห์สมบัติทางแสงของฟิล์ม จากการวิเคราะห์ฟิล์มพบว่า เมื่ออุณหภูมิในการอบฟิล์มเพิ่มขึ้นค่าดัชนีหักเหมีค่าเพิ่มขึ้น อันเนื่องมาจากอะตอมสามารถเคลื่อนที่ได้ดีขึ้น ทำให้ฟิล์มมี Packing density มากขึ้น ทั้งนี้สามารถยืนยันผลได้จากผลการวัด XRD ที่มีความเข้มพีคสูงขึ้นเมื่ออุณหภูมิในการอบมากขึ้น ค่าดัชนีหักเหที่ความยาวคลื่น 550 นาโนเมตร อยู่ในช่วง 2.2-2.4 และฟิล์มมีความหนาประมาณ 58-65 นาโนเมตร

ต่อไปนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่สามารถอธิบายอันตรกิริยาของแสงที่มีต่อสมบัติทางแสงของฟิล์มเซอริโคเนียมไดออกไซด์ รวมทั้งสมการที่นำมาใช้ในการศึกษาสมบัติทางแสงของฟิล์ม

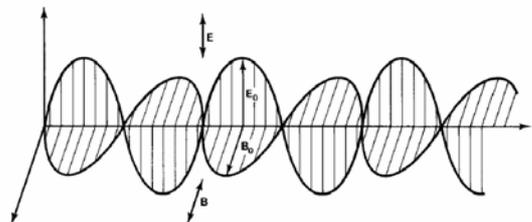
## 2.1 หลักการของแสง (Azzam, 1979; Eugene, 1987; Fujiwara, 2007; Tompkins, 1999)

### 2.1.1 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

เป็นที่ทราบโดยทั่วไปว่า แสงที่เกิดขึ้นในธรรมชาติเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นคุณสมบัติของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจึงเป็นคุณสมบัติของแสงเช่นเดียวกัน โดยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีสนามไฟฟ้า ( $\vec{E}$ ) และสนามแม่เหล็ก ( $\vec{B}$ ) สันตั้งฉากซึ่งกันและกัน และเคลื่อนที่ตั้งฉากในทิศทาง  $\vec{E} \times \vec{B}$  ตามคลื่นเวกเตอร์ ( $\vec{k}$ ) ดังภาพที่ 2.1

ภาพที่ 2.1

ระนาบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเคลื่อนที่ที่ตั้งฉากตามเวกเตอร์  $k$



ที่มา : ที่มา: Eugene, H, (1987), "Optics, 2<sup>nd</sup> ed", Addison-Wesley Publishing Company, San Francisco.

ถ้านำจุดประจุไฟฟ้าไปวางที่จุดๆหนึ่ง ปรากฏว่ามีแรงไฟฟ้า ( $\vec{F}_E$ ) กระทำต่อประจุนั้น แสดงว่า ณ จุดๆ นั้นมีสนามไฟฟ้า โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  และในขณะเดียวกัน ถ้านำประจุไฟฟ้าไปวางที่จุดๆหนึ่ง ปรากฏว่ามีแรงแม่เหล็ก ( $\vec{F}_M$ ) กระทำต่อประจุนั้นให้มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว ( $v$ ) แสดงว่าจุดๆนั้น มีสนามแม่เหล็ก ( $\vec{B}$ ) โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ  $\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$  เมื่อเปรียบเทียบแรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็ก จะเห็นว่าแรงไฟฟ้าไม่ขึ้นกับความเร็วของประจุและแรงนี้ทำให้เกิดงานบนประจุและมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ แต่กรณีของแรงแม่เหล็ก จะขึ้นกับความเร็วของประจุและแรงแม่เหล็กตั้งฉากกับความเร็ว แสดงว่า

แรงแม่เหล็กไม่ทำให้เกิดงานเพราะแรงนี้ตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุ สำหรับในกรณีที่จุดประจุอยู่ในบริเวณที่มีทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก แรงทั้งหมดที่กระทำต่อประจุนี้มีค่าดังสมการที่ (2.1)

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

นอกจากนี้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าเปรียบเสมือนความเร็วในการเคลื่อนที่ของแสง โดยการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าบริเวณที่มีสนามไฟฟ้ามีความสำคัญมากกว่าบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก ดังนั้น จึงสามารถกล่าวได้ว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเกิดจากการสั่น (Oscillation) ของประจุด้วยความเร่งและเคลื่อนที่ด้วยพลังงานหรือโมเมนตัม

สำหรับแสงที่อธิบายในรูปของทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์ ซึ่งเป็นทฤษฎีฟิสิกส์แบบดั้งเดิม (Classical physics) โดยอธิบายการเคลื่อนที่ของแม่เหล็กไฟฟ้าผ่านตัวกลางที่มีค่าไดอิเล็กตริกเป็น  $\epsilon$  (The electric permittivity of the medium) และสภาพซึมซาบได้ทางแม่เหล็กไฟฟ้า  $\mu$  (The permeability of the medium) โดยมีความสัมพันธ์กับสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าตามสมการทั้งสี่ของแมกซ์เวลล์ ดังสมการที่ (2.2-2.7)

สำหรับในสภาวะสุญญากาศ (Free space)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.5)$$

ในตัวกลาง

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.7)$$

เมื่อ

$\vec{E}$  คือ สนามไฟฟ้า

$\vec{B}$  คือ สนามแม่เหล็ก

$\vec{H}$  คือ ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

$J$  คือ ความหนาแน่นกระแส

$\vec{D}$  คือ สนามการกระจัด

$\rho$  คือ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้า

$\epsilon$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของตัวกลาง

$\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าในสภาวะสุญญากาศ ( $8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$ )

$\mu$  คือ สภาพซึมซาบได้ทางแม่เหล็กไฟฟ้าของตัวกลาง

$\mu_0$  คือ สภาพซึมซาบได้ทางแม่เหล็กไฟฟ้าในสภาวะสุญญากาศ ( $4\pi \times 10^{-7} \text{ N.s}^2/\text{C}^2$ ).

### 2.1.2 สมการคลื่น (Waves equations)

สมการของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถอธิบายในรูปของสนามไฟฟ้าที่ขึ้นกับตำแหน่งและเวลา ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของคลื่นตามทิศทางแนวแกน  $z$  ใน 1 มิติ แสดงดังสมการที่ (2.8)

$$E(z, t) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt) + \phi\right) \quad (2.8)$$

เมื่อ

$E$  คือ สนามไฟฟ้าที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

$E_0$  คือ แอมพลิจูดของคลื่น

$z$  คือ ระยะที่คลื่นเคลื่อนที่ไปตามแนวแกนนั้น

$t$  คือ เวลา

$v$  คือ ความเร็วคลื่น

$\lambda$  คือ ความยาวคลื่น

$\phi$  คือ มุมของเฟส

ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของคลื่นใน 3 มิติ โดยที่  $\phi = 0$  สมการของคลื่นสามารถอธิบายในรูปของจำนวนเชิงซ้อน ดังสมการที่ (2.9)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = |\vec{E}_0| e^{i(\frac{2\pi}{\lambda}\vec{r} - \frac{2\pi\nu}{\lambda}t)} \quad (2.9)$$

เมื่อ

$\vec{r}$  คือ เวกเตอร์ตำแหน่ง

ทั้งนี้เราไม่สามารถทำการวัดแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าได้โดยตรงเนื่องจากความถี่เชิงมุมของสนามไฟฟ้า ( $\omega$ ) มีค่าสูงมาก ดังนั้น จึงทำการวัดพลังงานฟลักซ์การแผ่รังสีของคลื่น (Flux of energy of the radiation) โดยปริมาณพลังงานของคลื่นที่เคลื่อนที่ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ เรียกว่า ความเข้มของคลื่น (Intensity;  $I$ ) โดยมีค่าเท่ากับแอมพลิจูดของคลื่นกำลังสอง ดังสมการที่ (2.10)

$$I = \vec{E} \cdot \vec{E}^* = |\vec{E}_0|^2 \quad (2.10)$$

### 2.1.3 ค่าดัชนีหักเหเชิงซ้อนของวัตถุ (The Complex Index of Reflection)

เมื่อแสงตกกระทบและเคลื่อนที่ถึงพื้นผิวรอยต่อระหว่างอากาศ (Ambient) กับวัสดุ ดังภาพที่ 2.2 แสงบางส่วนสะท้อนกลับไปยังตัวกลางเดิม ( $\tilde{N}_1$ ) และแสงบางส่วนอาจเคลื่อนที่เข้าสู่ตัวกลางที่สอง ( $\tilde{N}_2$ ) โดยมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางการเคลื่อนที่และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วลดลง โดยค่าดัชนีหักเหสามารถแสดงในรูปของค่าดัชนีหักเหเชิงซ้อนดังสมการที่ (2.11)

$$\tilde{N} = n + ik \quad (2.11)$$

เมื่อ

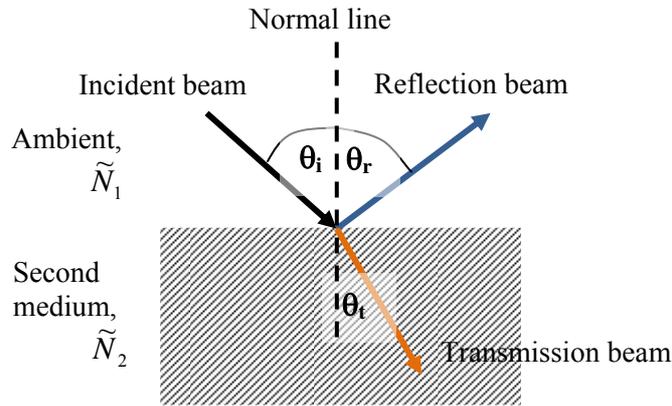
$n$  คือ ค่าดัชนีหักเหของวัตถุ

$k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดับสูญ

$i$  คือ จำนวนจินตภาพ ( $\sqrt{-1}$ )

ภาพที่ 2.2

แสงตกกระทบบนที่พื้นผิวรอยต่อของตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห  $\tilde{N}_1$  และตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห  $\tilde{N}_2$  เมื่อ  $\theta_i$  คือ มุมตกกระทบบน  $\theta_r$  คือ มุมสะท้อน  $\theta_t$  คือ มุมส่งผ่าน



ที่มา: Fujiwara, H., 2007, "Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications", John Wiley & Sons, New York.

ในวัสดุไดอิเล็กตริกเช่นวัสดุที่เป็นฉนวนไฟฟ้า ค่าดัชนีหักเหนิยามได้จากอัตราส่วนความเร็วของแสงในสุญญากาศต่อความเร็วของแสงที่เคลื่อนที่ผ่านวัตถุ แสดงดังสมการที่ (2.12)

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (2.12)$$

เมื่อ  $\mu \approx \mu_0$

$$n \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_D} \quad (2.13)$$

เมื่อ

$\epsilon_D$  คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของวัตถุ

แสงเมื่อเคลื่อนที่ผ่านไปยังวัตถุจะมีความเร็วน้อยกว่าความเร็วของแสงที่เคลื่อนที่ในสุญญากาศ ดังนั้น วัตถุที่เป็นของแข็ง ก๊าซ หรือของเหลว ย่อมมีค่าดัชนีหักเหมากกว่า 1 เสมอ และเมื่อแสงเดินทางผ่านความยาวคลื่นต่างกันย่อมส่งผลให้แสงมีความเร็วในการเคลื่อนที่แตกต่างกันด้วยเช่นกัน ดังนั้น ค่าดัชนีหักเหของวัตถุมีค่าที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับความยาวคลื่นหรือความถี่ ดังสมการที่ (2.14-2.15)

$$n = n(\omega) \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_D = \varepsilon_D(\omega) \quad (2.15)$$

เมื่อพิจารณาวัสดุที่มีการเหนี่ยวนำทำให้เกิดโพลาไรเซชันที่ส่งผลให้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีแอมพลิจูดลดลง ซึ่งอธิบายได้จากผลเฉลยของสมการคลื่นที่มีค่าสภาพนำไฟฟ้าไม่เป็นศูนย์ สำหรับวัสดุที่เป็นฉนวน ซึ่งเป็นวัสดุที่มีการดูดกลืนแสงน้อย ขนาดของเวกเตอร์คลื่น  $|\vec{k}|$  ที่เคลื่อนที่ผ่านวัสดุเป็นไปตามสมการที่ (2.16)

$$\text{จาก } |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = 2\pi\nu, n = \frac{c}{v} \text{ และ } v = \nu\lambda$$

เมื่อ

$\omega$  คือ ความถี่เชิงมุม

$\nu$  คือ ความถี่ของแสง

$\lambda$  คือ ความยาวคลื่นของแสง

จะได้ว่า

$$|\vec{k}| = \frac{\omega n}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda} \quad (2.16)$$

เมื่อพิจารณาในสภาวะสูญญากาศ ค่าดัชนีหักเหของแสงเท่ากับ 1 จะได้ว่า  $\omega/c = 2\pi/\lambda$  และเมื่อแทนสมการ 2.16 ลงในสมการที่ 2.9 จะได้ว่า

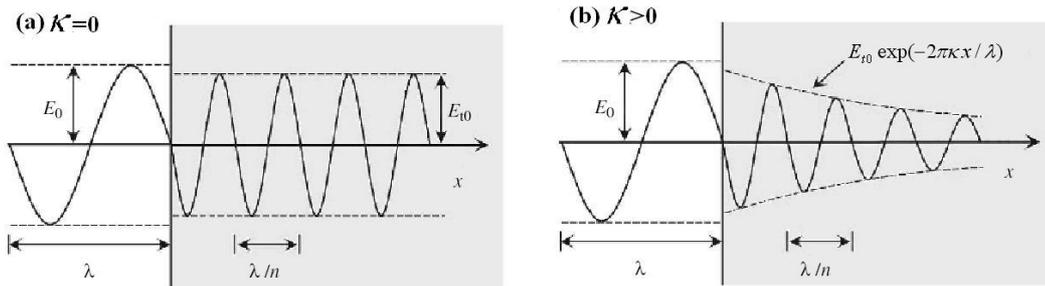
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = |\vec{E}_0| e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = |\vec{E}_0| e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda} \vec{r} - \omega t\right)} \quad (2.17)$$

โดยสมการที่ (2.17) แสดงผลเฉลยสมการคลื่นที่เคลื่อนที่ผ่านไปยังวัตถุโปร่งแสงด้วยค่าดัชนีหักเห ( $n$ )

จากภาพที่ 2.3 แสดงการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไปยังตัวกลางโปร่งแสง ดังจะเห็นได้จากสมการที่ (2.17) ว่าความยาวของคลื่นในตัวกลางมีค่าเข้าใกล้  $\lambda/n$  เนื่องจากเมื่อแสงเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางด้วยความเร็วลดลง

ภาพที่ 2.3

การเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายใน a.) ตัวกลางโปร่งแสง  $k = 0$   
และ b.) ตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสง  $k > 0$ .



ที่มา: Fujiwara, H., 2007, "Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications",  
John Wiley & Sons, New York.

สำหรับตัวกลางที่มีลักษณะโปร่งแสงที่มีเพียงเฉพาะค่า  $n$  คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถเคลื่อนที่ผ่านวัตถุด้วยแอมพลิจูดคงที่โดยไม่มีการสูญเสียความเข้มแสง แต่สำหรับตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสง ซึ่งมีค่า  $k$  ทำให้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ผ่านวัตถุด้วยแอมพลิจูดลดลงตามระยะทางที่คลื่นเคลื่อนที่ สำหรับตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสงมาก การอธิบายอันตรกิริยาระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับสารจึงไม่สามารถอธิบายเฉพาะค่าดัชนีหักเหเพียงค่าเดียว ดังนั้นการดูดกลืนแสงที่เกิดขึ้นจึงต้องอธิบายในรูปของค่าดัชนีหักเหเชิงซ้อน  $\tilde{N}$  ดังสมการที่ (2.18)

$$\tilde{N}^2 \equiv \varepsilon \quad (2.18)$$

ค่าไดอิเล็กตริกของสารสามารถเขียนเป็นปริมาณเชิงซ้อนได้ ดังสมการที่ (2.19)

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 \quad (2.19)$$

จาก  $\tilde{N}^2 \equiv \varepsilon$  และ  $\varepsilon \equiv \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$  . จะได้ว่า

$$\tilde{N}^2 \equiv (n + ik)^2 = n^2 + i(2nk) - k^2$$

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2 \text{ และ } \varepsilon_2 = 2nk$$

เมื่อไม่มีการดูดกลืนแสง ( $k=0$ ),  $\varepsilon_1 = n^2$  และ  $\varepsilon_2 = 0$  ซึ่งในกรณีนี้  $\varepsilon_1$  มีค่ามากเมื่อค่า  $n$  เพิ่มขึ้น เมื่อแทนค่า  $n$  ในสมการที่ (2.17) ด้วย  $\tilde{N}$  จะได้สมการการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสง ดังสมการที่ (2.20)

$$\begin{aligned} \vec{E} &= |\vec{E}_0| e^{i\left(\frac{2\pi N}{\lambda} \cdot x - \omega t\right)} = |\vec{E}_0| e^{i\left(\frac{2\pi(n-ik)}{\lambda} \cdot x - \omega t\right)} \\ &= |\vec{E}_0| e^{\left(-\frac{2\pi k}{\lambda} \cdot x\right)} e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda} \cdot x - \omega t\right)} \end{aligned} \quad (2.20)$$

จากสมการที่ (2.20) ค่า  $k$  เป็นจำนวนจินตภาพ ซึ่งแสดงถึงการดูดกลืนแสงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนจริง โดยแสดงในรูป  $e^{(-2\pi k x / \lambda)}$  ภาพที่ 2.3b แสดงการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่อธิบายสมการที่ (2.20) ซึ่งความยาวของคลื่นแสงในตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสงมีค่าเป็น  $\lambda/n$  ดังนั้นจะเห็นได้ว่าในตัวกลางที่มีการดูดกลืนแสงไม่มีผลต่อความยาวคลื่นแสง แต่จะส่งผลกระทบต่อแอมพลิจูดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีค่าลดลงตามการเคลื่อนที่ในแนวแกน  $x$  ด้วยพจน์  $e^{(-2\pi k x / \lambda)}$ .

เมื่อนำสมการของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากสมการที่ (2.20) แทนลงในสมการที่ (2.10) สมการความเข้มแสงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จะได้ว่า

$$I = \vec{E}\vec{E}^* = |E_0|^2 e^{\left(-\frac{4\pi k}{\lambda} \cdot x\right)} \quad (2.21)$$

โดยความเข้มแสงในตัวกลางมีความสัมพันธ์กับกฎของเบียร์ (Beer's law) ดังสมการที่ (2.22)

$$I = I_0 e^{-\alpha d} \quad (2.22)$$

เมื่อ

$I_0$  คือ ความเข้มแสงเริ่มต้น

$\alpha$  คือ สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในตัวกลาง

$d$  คือ ความหนาของวัตถุ

เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (2.21) และสมการที่ (2.22) จะได้ว่า

$$\alpha = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad (2.23)$$

ถ้าไม่มีการดูดกลืนแสงในตัวกลาง จะได้ว่าค่า  $\alpha = k = 0$ .

สามารถนิยามสมการที่ (2.22) ว่าเป็นระยะทางที่แอมพลิจูดของแสงสามารถเคลื่อนที่ในตัวกลาง (penetration depth,  $D_p$ ) โดยแสดงดังสมการที่ (2.24)

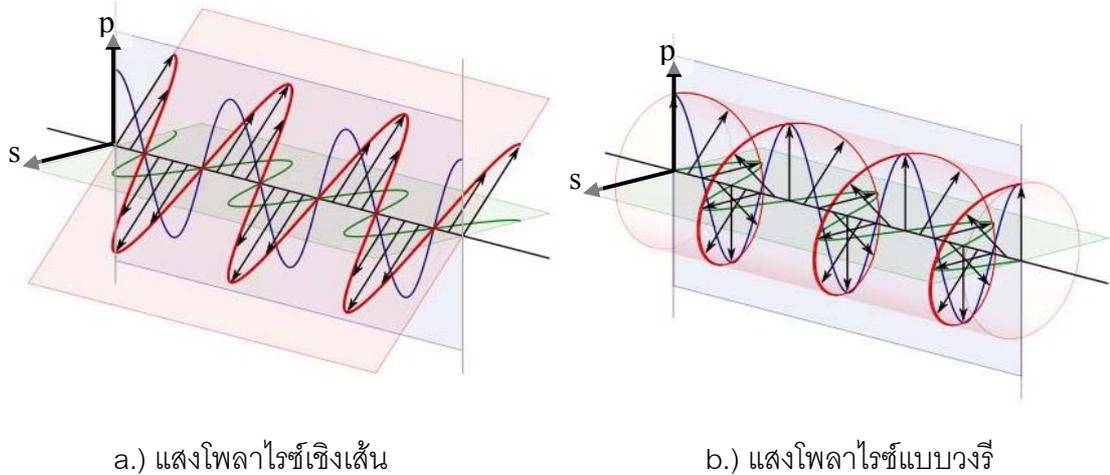
$$D_p = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{4\pi k} \quad (2.24)$$

## 2.2 โพลาริเซชันของแสง

สนามไฟฟ้าของคลื่นแสง ซึ่งเกิดจากการสั่นของอะตอมหรือโมเลกุลของแหล่งกำเนิดแสงมีการเปลี่ยนแปลงตามทิศทางต่างๆ ซึ่งอยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทางการแผ่ของคลื่นแสง ในลักษณะที่รู้จักกันในนามแสงไม่โพลาไรซ์ (Unpolarized light) แต่ถ้การเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าดังกล่าวนั้นอยู่ในแนวหนึ่ง ย่อมแสดงว่าคลื่นแสงขณะนั้นเป็นแสงโพลาไรซ์ (Polarized light) และเนื่องจากเป็นการเปลี่ยนแปลงในแนวทงหนึ่งตลอดเวลา จึงนิยามว่าแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น (Linearly polarized light) หรือบางทีอาจเรียกว่าแสงโพลาไรซ์ระนาบ (Plane-polarized light) ดังภาพที่ 2.4 a.) สำหรับกรณีที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของคลื่นแสงมีขนาดคงตัว แต่หมุนไปรอบทิศทางแผ่ของคลื่น เรียกว่า แสงโพลาไรซ์วงกลม (Circularly polarized light) โดยเกิดขึ้นจากผลรวมเชิงเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าใน 2 แกนที่ตั้งฉากกัน เช่น แกน x กับ แกน y ที่ต่างก็มีขนาดเท่ากัน กล่าวคือ  $E_x$  และ  $E_y$  หรือกล่าวได้ว่าเกิดขึ้นจากแสงโพลาไรซ์ระนาบ 2 ชุด ซึ่งมีค่าแอมพลิจูดเท่ากัน แต่มีวิภูภาคต่างกัน  $\pm\pi/2$  เรเดียน แสงโพลาไรซ์วงกลมอาจจะวนขวาหรือวนซ้าย ซึ่งสอดคล้องตามผลต่างวิภูภาคและลักษณะการหมุนของสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กเทียบกับทิศทางการแผ่ของคลื่นแสง แต่ถ้าขนาดส่วนประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้า ( $E$ ) ในแกน 2 แกนที่ตั้งฉากกันไม่เท่ากัน ( $E_x \neq E_y$ ) จะเป็นกรณีแสงโพลาไรซ์แบบวงรี (Elliptically polarized light) ดังภาพที่ 2.4 b.)

### ภาพที่ 2.4

การโพลาไรซ์ของแสง a.) แสงโพลาไรซ์เชิงเส้น และ b.) แสงโพลาไรซ์วงรี



ที่มา: Eugene, H, (1987), "Optics, 2<sup>nd</sup> ed", Addison-Wesley Publishing Company, San Francisco.

เมื่อ  $p$  เป็นเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในแนวขนานกับระนาบตกกระทบ และ  $s$  เป็นเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับระนาบตกกระทบ

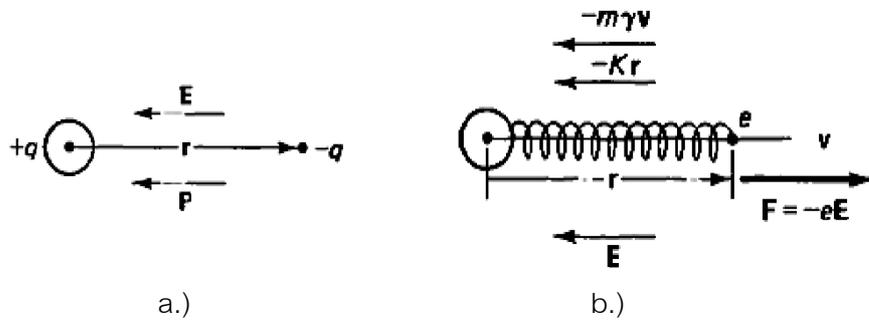
### 2.3 สมบัติทางแสงของวัตถุ

เมื่อมีสนามไฟฟ้าจากภายนอกมากกระทำต่อประจุในสารไดอิเล็กตริก จะทำให้ประจุบวกและประจุลบของไดอิเล็กตริกแยกตัวออกจากกันเล็กน้อย ซึ่งเรียกว่าเกิดการโพลาไรเซชันขึ้นในไดอิเล็กตริก เพื่อให้เข้าใจผลกระทบบของสนามไฟฟ้าที่มีต่อไดอิเล็กตริก พิจารณาภาพที่ 2.5 อะตอมของไดอิเล็กตริก ซึ่งประกอบด้วยประจุลบ คือ  $-q$  (กลุ่มของอิเล็กตรอน) และประจุบวก คือ  $+q$  (นิวเคลียส) เมื่อมีความเข้มของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  มากกระทำ ประจุบวกจะเคลื่อนตัวจากตำแหน่งที่สมดุลไปตามทิศทาง  $\vec{E}$  ด้วยแรง  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  ในขณะที่ประจุลบเคลื่อนตัวในทิศทางตรงข้าม ทำให้ประจุบวกและประจุลบในโมเลกุลของไดอิเล็กตริกแยกตัวออกจากกันเล็กน้อย โดยผลคูณของเวกเตอร์  $\vec{r}$  (เป็นเวกเตอร์กระจัดจาก  $-q$  ไปยัง  $+q$ ) กับขนาดของประจุ เรียกว่าไดโพลโมเมนต์ (dipole moment;  $\vec{p}$ ) ดังสมการที่ (2.25)

$$\vec{p} = -q\vec{r} \quad (2.25)$$

ภาพที่ 2.5

ไดโพลไฟฟ้า a.) ทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า และ b.) เกิดแรงกระทำต่อไดโพล



ที่มา: Fujiwara, H., 2007, "Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications",  
John Wiley & Sons, New York.

ในระดับมหภาคโพลาไรเซชัน  $\vec{P}$  เป็นไดโพลโมเมนต์ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของไดอิเล็กตริก ดังสมการที่ (2.26)

$$\vec{P} = N\vec{p} = -Ne\vec{r} = N\tilde{\alpha}\vec{E} \quad (2.26)$$

เมื่อ

$N$  คือ ไดโพลโมเมนต์ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

$e$  คือ ประจุอิเล็กตรอน

$\vec{r}$  คือ การกระจัดระหว่าง  $-q$  กับ  $+q$

ในระดับจุลภาคระยะห่างระหว่างอะตอมหรือโมเลกุลของสาร เรียกว่า การกระจัด (displacement field;  $\vec{D}$ ) ดังสมการที่ (2.27)

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} \quad (2.27)$$

การกระจัดอันเนื่องมาจากสนามไฟฟ้าภายนอกและการเกิดไดโพลโมเมนต์ภายใน  
วัตถุ สามารถแสดงดังสมการที่ (2.28)

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi N\tilde{\alpha}(\omega)\vec{E} = (1 + 4\pi N\tilde{\alpha})\vec{E} \quad (2.28)$$

เมื่อการกระจัดที่เกิดขึ้นภายในสารไดอิเล็กตริก ( $\tilde{\epsilon}$ ) ของสารแต่ละชนิด ดังสมการที่ (2.7) และฟังก์ชันไดอิเล็กตริกที่เกี่ยวข้องกับค่าดัชนีหักเห ( $\tilde{N}$ ) และค่าไดอิเล็กตริกเชิงซ้อน ดังสมการที่ (2.18) และ (2.19) ตามลำดับ

## 2.4 สมการพื้นฐานของอิลิปโซเมทรี

### - ชายด์และเดลตา (Delta and Psi)

จากภาพที่ 2.6 แสดงคลื่นในแนว p และ s เมื่อแสงที่ตกกระทบที่ผิวรอยต่อของตัวกลางแล้วเกิดการสะท้อน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเฟสของคลื่นในแนว p และ s โดยนิยามการเปลี่ยนแปลงเฟสของคลื่นก่อนและหลังการสะท้อนของคลื่นในแนว p และ s ว่า Delta ( $\Delta$ ) ดังสมการที่ (2.29)

$$\Delta = \delta_i - \delta_r \quad (2.29)$$

เมื่อ

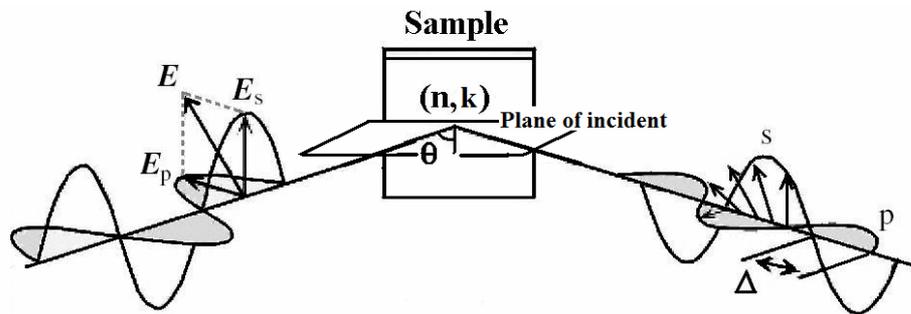
$\delta_i$  คือ เฟสของคลื่นในแนว p และ s ก่อนการสะท้อนที่ผิวรอยต่อของตัวกลาง

$\delta_r$  คือ เฟสของคลื่นในแนว p และ s หลังจากสะท้อนที่ผิวรอยต่อของตัวกลาง

โดย  $\Delta$  มีค่าอยู่ในช่วง  $-180^\circ$  to  $+180^\circ$  หรือจาก  $0^\circ$  ถึง  $360^\circ$

### ภาพที่ 2.6

แสดงระนาบตกกระทบซึ่งประกอบด้วยแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าที่เคลื่อนที่เข้าและตั้งฉากกับพื้นผิวดังตัวอย่าง โดยมีแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าในแนวขนาน ( $E_p$ ) และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉาก ( $E_s$ ) กับระนาบตกกระทบ



ที่มา: Fujiwara, H., 2007, "Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications", John Wiley & Sons, New York.

เมื่อพิจารณาสัมประสิทธิ์แอมพลิจูดการสะท้อนของคลื่นจากสมการเฟรสเนลดังสมการที่ (2.30) และ (2.31)

$$\tilde{r}_p = \frac{\tilde{E}_{rp}}{\tilde{E}_{ip}} \quad (2.30)$$

$$\tilde{r}_s = \frac{\tilde{E}_{rs}}{\tilde{E}_{is}} \quad (2.31)$$

เมื่อ

$r_p$  คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนในแนวขนานกับระนาบตกกระทบ

$r_s$  คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนในแนวตั้งฉากกับระนาบตกกระทบ

โดยสัมประสิทธิ์การสะท้อนทั้งหมดของคลื่นในแนว p และ s สามารถอธิบายในรูปของอัตราส่วนแอมพลิจูดของแสงที่สะท้อนในแนวขนานกับระนาบตกกระทบต่อแอมพลิจูดของแสงที่สะท้อนในแนวตั้งฉากกับระนาบตกกระทบว่าเป็นปริมาณ psi ดังสมการที่ (2.32)

$$\tan \Psi = \frac{|\tilde{r}_p|}{|\tilde{r}_s|} \quad (2.32)$$

โดย  $\Psi$  อยู่ในรูปของมุม  $\tan$  ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง  $0^\circ$  ถึง  $90^\circ$

## 2.5 การคำนวณหาความหนาฟิล์มโดยวิธีทางแสง (R. Swanepoel., 1983)

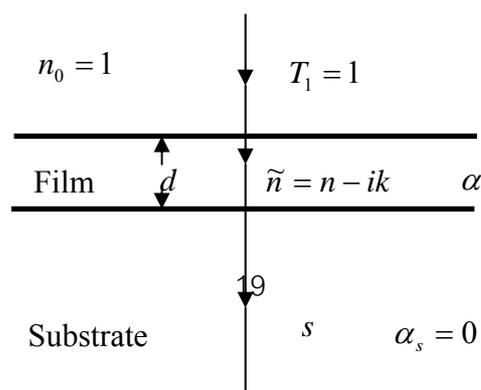
### 2.5.1 การหาค่าที่แสงโดยวิธี Swanepoel

พิจารณาคลื่นแสงที่ตกกระทบบนแบบตั้งฉาก ( $T_1$ ) บนฟิล์มบางที่เคลือบบนตัวรองรับ (Substrate) ไปร่งแสงดังภาพที่ 2.7 ถ้าฟิล์มหนา  $d$  มีค่าดัชนีหักเหเชิงซ้อน (complex refractive index)  $\tilde{n} = n - ik$  เมื่อ  $n$  คือ ค่าดัชนีหักเหและ  $k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดับสูญ (Extinction coefficient) ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน  $\alpha$  (Absorption coefficient) ดังสมการที่ (2.23)

ตัวรองรับที่ไปร่งแสงนั้นโดยทั่วไปจะเป็นกระจกและมีความหนามากกว่าฟิล์มบางมาก จะมีค่าดัชนีหักเหเป็น  $s$  และสัมประสิทธิ์การดูดกลืนเป็น  $\alpha_s = 0$  ถ้าฟิล์มที่เคลือบบนกระจกวางอยู่ในอากาศซึ่งมีค่าดัชนีหักเหเป็น  $n_0 = 1$  ในการวิเคราะห์เกี่ยวกับการสะท้อน (R) ของแสงนั้นก็จะมีเกิดขึ้นที่บริเวณรอยต่อทั้ง 3 เพื่อนำไปคำนวณค่าการส่งผ่าน (T) ถ้าฟิล์มมีความบางมากผลของการแทรกสอดของแสงทั้งหมดจะไม่เกิดขึ้นและกราฟการส่งผ่านแสงก็จะเรียบ ในภาพที่ 2.8 แสดงความหนาของฟิล์มค่าต่าง ๆ จะเห็นได้ว่าฟิล์มที่มีความหนาเท่ากับ 80 นาโนเมตร จะมีกราฟการส่งผ่านที่เรียบเมื่อความหนาฟิล์มเพิ่มขึ้นจะเกิดพีคการแทรกสอดของคลื่นแสงเพิ่มขึ้น

ภาพที่ 2.7

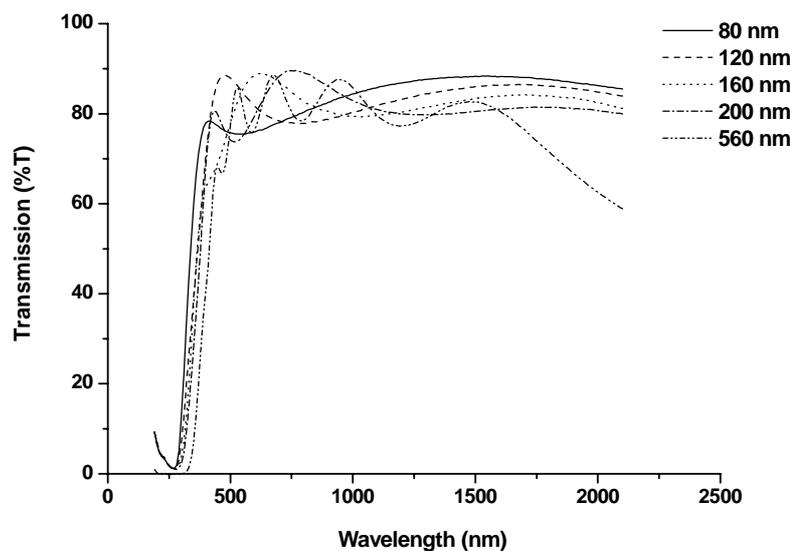
การส่งผ่านแสงผ่านฟิล์มหนา  $d$  ที่เคลือบบนกระจกไปร่งแสง



ที่มา: R. Swanepoel "Determination of the thickness and optical constants of a amorphous silicon" 1983: Phys. E: Sci Instrum.

ภาพที่ 2.8

เปอร์เซ็นต์การส่งผ่านของฟิล์มที่มีความหนาต่าง ๆ

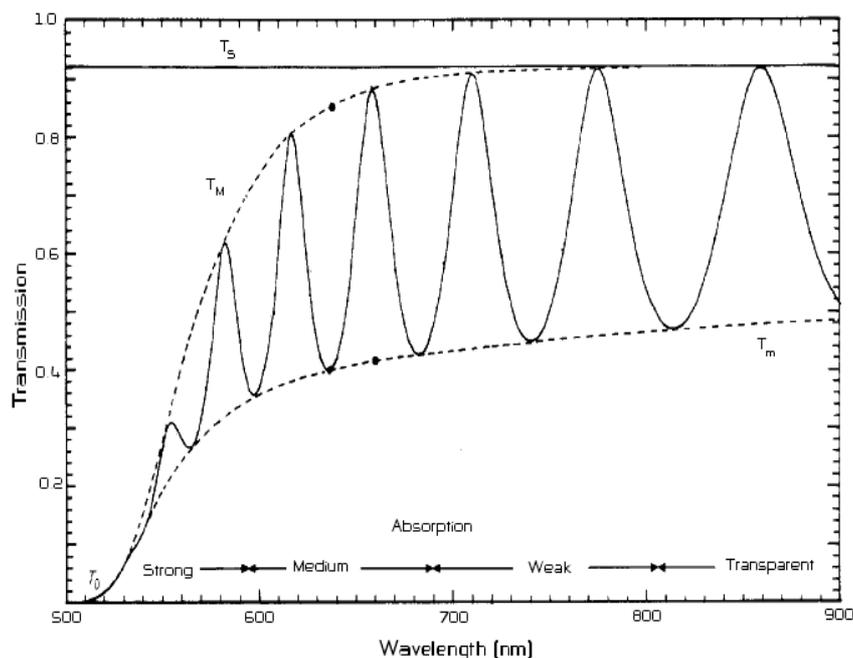


ที่มา: R. Swanepoel "Determination of the thickness and optical constants of a amorphous silicon" 1983: Phys. E: Sci Instrum.

ภาพที่ 2.9 แสดงกราฟการส่งผ่าน ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 4 บริเวณได้แก่ (1) strong absorption (2) medium absorption (3) weak absorption และ (4) transparent ในบริเวณ (4) ค่า  $\alpha = 0$  และการส่งผ่านแสงสามารถกำหนดด้วยค่า  $n$  และ  $s$  ตลอดค่าการสะท้อนรวมที่รอยต่อทั้งหมด ในบริเวณ (3) ค่า  $\alpha$  จะมีค่าน้อยแต่จะทำให้การส่งผ่านแสงลดลง บริเวณ (2) และ (1) ค่า  $\alpha$  มีค่ามากขึ้นตามลำดับทำให้ค่าการส่งผ่านลดลงอย่างมากด้วยอิทธิพลของ  $\alpha$

ภาพที่ 2.9

การจำลองสเปกตรัมการส่งผ่านแสงของฟิล์มที่เคลือบลงบนกระจกที่มีค่าการส่งผ่านเป็น  $T_s$  พิกัดการส่งผ่านสูงสุด  $T_M$  และ พิกัดการส่งผ่านต่ำสุด  $T_m$



ที่มา: R. Swanepoel "Determination of the thickness and optical constants of an amorphous silicon" 1983: Phys. E: Sci Instrum.

พิจารณาฟิล์มที่มีความหนาสม่ำเสมอ  $d$  พิจารณาการแทรกสอดของแสงที่เกิดขึ้นสามารถนำมาคำนวณค่าคงที่ทางแสงของฟิล์มได้ กรณีกระจกที่ไม่มีการเคลือบฟิล์มซึ่งจะไม่เกิดพีคการแทรกสอดของคลื่นแสง ค่าการส่งผ่านของคลื่นแสงสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ดังนี้

$$T_s = \frac{(1-R)^2}{1-R^2}$$

เมื่อ

$$R = \left[ \frac{s-1}{s+1} \right]^2$$

หรือ

$$T_s = \frac{2s}{s^2+1} \tag{2.33}$$

และ

$$s = \frac{1}{T_s} + \left( \frac{1}{T_s^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (2.34)$$

จากเงื่อนไขของการแทรกสอด

$$2nd = m\lambda \quad (2.35)$$

เมื่อ

$m$  คือ 1, 2, 3, ... กรณี maxima และ 1/2, 3/2, 5/2, ... กรณี minima

สมการที่ (2.35) เป็นข้อมูลที่ยึดอยู่กับค่า  $n$  และ  $d$  ซึ่งจะคำนวณออกมาพร้อมกันไม่ได้จำเป็นต้องรู้ค่าอย่างใดอย่างหนึ่งก่อน พิจารณาการส่งผ่านแสงเมื่อเคลือบฟิล์มบางลงบนกระจกค่าการส่งผ่านแสงจะเป็นฟังก์ชันเชิงซ้อนซึ่งสัมพันธ์กับตัวแปรต่าง ๆ ดังนี้

$$T = T(\lambda, s, n, d, \alpha) \quad (2.36)$$

ถ้าทราบค่า  $s$  เพื่อทำให้ง่ายขึ้นสามารถเขียนสมการในเทอมของ  $n(\lambda)$  และการดูดกลืน  $x$  ถูกกำหนดในเทอมของ  $\alpha d$  จะได้

$$T = T(n, x) \quad (2.37)$$

พิจารณาที่ค่า  $k = 0$  ค่าการส่งผ่านแสงสามารถประมาณได้เป็น

$$T = \frac{Ax}{B - Cx \cos \phi + Dx^2} \quad (2.38)$$

โดย

$$A = 16n^2s \quad (2.38a)$$

$$B = (n+1)^3(n+s^2) \quad (2.38b)$$

$$C = 2(n^2 - 1)(n^2 - s^2) \quad (2.38c)$$

$$D = (n - 1)^3(n - s^2) \quad (2.38d)$$

$$\phi = 4\pi nd / \lambda \quad (2.38e)$$

$$x = \exp(-\alpha d) \quad (2.38f)$$

บริเวณที่เกิดฟลักสูงสุดและต่ำสุดของการแทรกสอดคลื่นแสงสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$T_M = \frac{Ax}{B - Cx + Dx^2} \quad (2.39)$$

$$T_m = \frac{Ax}{B + Cx + Dx^2} \quad (2.40)$$

ในการวิเคราะห์ต่อไปนี้จะพิจารณาค่าของ  $T_M$  และ  $T_m$  ด้วยฟังก์ชันต่อเนื่องของ  $\lambda$  ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นบริเวณต่าง ๆ ดังนี้

#### 1. บริเวณ Transparent

ในบริเวณนี้ค่า  $\alpha = 0$  หรือ  $x = 1$  แทนในสมการที่ (2.39) และ (2.40) แล้วแทนค่าจากสมการที่ (2.38) ใน (2.49) จะได้

$$T_M = \frac{2s}{s^2 + 1} \quad (2.41)$$

สมการที่ (2.41) เหมือนกับสมการที่ (2.33) ค่าสูงสุดของการแทรกสอดจะเป็นฟังก์ชันของ  $s$  เพียงอย่างเดียวนั่นคือสอดคล้องกับค่าของ  $T_s$  โดยสมการที่ (2.41) สามารถนำมาใช้คำนวณค่า  $s$  แทนสมการที่ (2.38) ในสมการที่ (2.40) สำหรับ  $x = 1$  จะได้

$$T_m = \frac{4n^2s}{n^4 + n^2(s^2 + 1) + s^2}$$

หรือ

$$n = \left[ M + (M^2 - s^2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (2.42)$$

เมื่อ

$$M = \frac{2s}{T_m} - \frac{s^2 + 1}{2}$$

ค่าของ  $T_M$  เป็นฟังก์ชันของ  $n$  และ  $s$  และค่า  $n$  สามารถคำนวณได้จาก  $T_m$  โดยใช้สมการที่ (2.42)

### 2. บริเวณ Weak และ Medium absorption

ในบริเวณนี้ค่า  $\alpha \neq 0$  หรือ  $x < 1$  นำค่าส่วนกลับของสมการที่ (2.40) ลบด้วยค่าส่วนกลับของสมการที่ (2.39) จะได้ค่าที่ไม่ขึ้นกับ  $x$  ดังนี้

$$\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T_M} = \frac{2C}{A} \quad (2.43)$$

แทนสมการที่ (2.38) ในสมการที่ (2.43) จะได้

$$n = \left[ N + (N^2 - s^2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (2.44)$$

เมื่อ

$$N = 2s \frac{T_M - T_m}{T_M T_m} + \frac{s^2 + 1}{2}$$

สมการที่ (2.44) สามารถหาค่า  $n(\lambda)$  จาก  $T_M$  และ  $T_m$  ได้

### 3. บริเวณ strong absorption

ในบริเวณนี้พีคการแทรกสอดจะเริ่มหายไปซึ่งจะไม่มีทางที่คำนวณหาค่า  $n$  และ  $x$  ที่ไม่ขึ้นแก่กัน ในบริเวณนี้ด้วยค่าของสเปกตรัมเพียงอย่างเดียว ค่า  $x$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ สามารถประมาณได้ดังสมการที่ (2.45)

$$T_0 \approx Ax / B$$

หรือ

$$x \approx \frac{(n-1)^3(n+s^2)}{16n^2s} T_0 \quad (2.45)$$

### 2.5.2 การกำหนดความหนาของฟิล์ม

จากสมการการหาความหนาของฟิล์มโดยอาศัยวิธีการแทรกสอดของคลื่นแสง

$$d = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_1 n_2 - \lambda_2 n_1)} \quad (2.46)$$

สมการนี้มีค่าความคลาดเคลื่อนได้ง่ายมากเนื่องจากค่าของ  $n$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ  $\lambda$  และมีวิธีหนึ่งสำหรับการคำนวณหาค่า  $m$  คือ การกำหนดสมการที่ (2.35) ให้เป็น

$$2nd = (m_1 + l/2)\lambda, \quad l = 0, 1, 2, 3 \dots$$

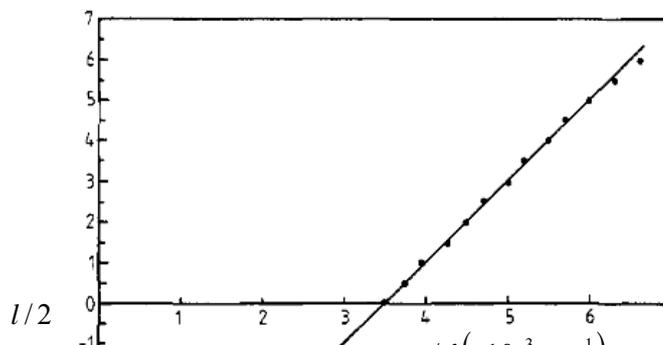
หรือ

$$l/2 = 2d(n/\lambda) - m_1 \quad (2.47)$$

สมการนี้เป็นรูปแบบสมการเส้นตรง ถ้าพลอตกราฟระหว่าง  $l/2$  กับ  $n/\lambda$  จะได้ความชันของกราฟคือค่า  $2d$  และจุดตัดบนแกน Y คือ  $-m_1$  แสดงดังภาพที่ 2.10

ภาพที่ 2.10

กราฟระหว่าง  $l/2$  กับ  $n/\lambda$  ซึ่งใช้กำหนดตัวเลขลำดับที่ของพีคการแทรกสอดและความหนาฟิล์ม



ที่มา: R. Swanepoel "Determination of the thickness and optical constants of a  
amorphous silicon" 1983: Phys. E: Sci Instrum.