

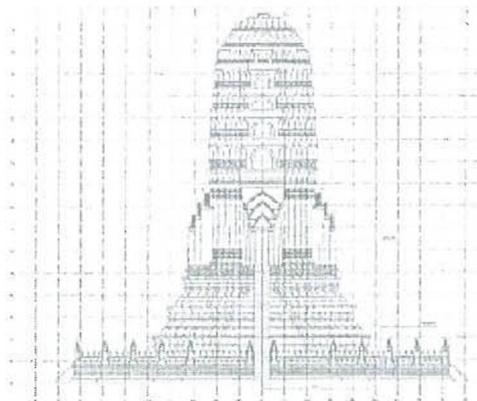
## บทที่ ๒

### การทบทวนเอกสารและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

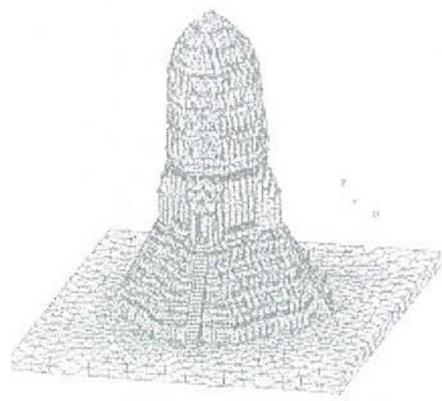
#### ๒.๑ สรุปสาระสำคัญจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### ๒.๑.๑ งานศึกษาการวิเคราะห์เจดีย์

ชนาฉัตร (๒๕๔๙) ได้ทำการวิเคราะห์และตรวจวัดโบราณสถานก่ออิฐทรงปราสาท โดยศึกษาถึงพฤติกรรมทางสถิตศาสตร์ และคุณสมบัติพื้นฐานทางพลศาสตร์ของเจดีย์ประธานทรงปราสาท วัดวรเชษฐเทพบำรุง ซึ่งเป็นโบราณสถานในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา โดยได้ทำการวิเคราะห์แบบจำลองโครงสร้างขององค์เจดีย์ประธานด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างและนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าความถี่ที่ได้จากการตรวจวัดโครงสร้างจริงภายใต้ความสั่นสะเทือนจากสภาพแวดล้อม (Ambient Vibration) การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการวิเคราะห์ และชิ้นส่วน (Element) ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองเป็นแบบทรงสี่หน้า (Tetrahedron) มี ๔ โหนดต่อเอลิเมนต์ดังรูป ๒.๑



(ก) แบบเจดีย์ประธาน



(ข) แบบจำลองเจดีย์ที่ใช้ในการวิเคราะห์

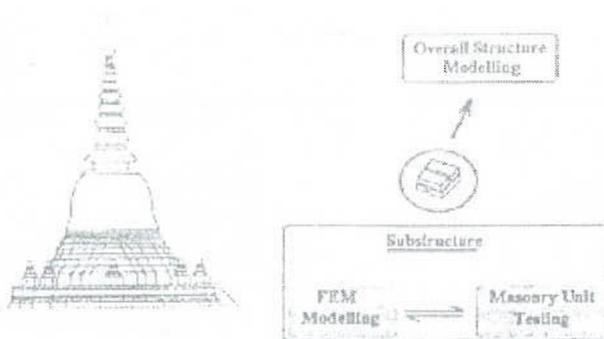
รูป ๒.๑ การวิเคราะห์เจดีย์วัดวรเชษฐเทพบำรุง (ชนาฉัตร, ๒๕๔๙)

จากการศึกษาพบว่า ในการวิเคราะห์คุณสมบัติทางพลศาสตร์ของเจดีย์ประธานทรงปราสาท จำเป็นต้องสร้างแบบจำลองที่มีชั้นดินใต้โบราณสถาน เนื่องจากค่าความถี่ที่ได้มีค่าใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่า มีค่าความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์ในโหมดแรกเท่ากับ ๓.๐๙๘๔ HZ และหน่วยแรงสถิตที่เกิดจากน้ำหนักตัวของเจดีย์เอง เป็นหน่วยแรงอัดเป็นส่วนใหญ่ มีค่าสูงสุด ๒๑% ของกำลังอัดประลัย ซึ่งค่อนข้างสูงสำหรับโครงสร้างอิฐก่อ นอกจากนี้

ยังเกิดหน่วยแรงดึงที่ผิวบริเวณส่วนบนของเจดีย์ แม้จะไม่สูงมากนักแต่ก็อาจเป็นสาเหตุของการแตกร้าวเสียหายในระยะยาวได้

**เบญจพล และ คณะ (๒๕๔๔)** ได้ทำการวิเคราะห์โบราณสถานอิฐก่อ โดยการวิจัยนี้ได้นำโบราณสถานเจดีย์ประธาน ณ วัดกุฎีดาว ซึ่งอยู่ในบริเวณแหล่งจังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งได้รับการยกย่องให้เป็นมรดกโลกมาเป็นกรณีศึกษา โดยได้ทำการศึกษาประเด็นที่สำคัญ ดังนี้คือ

๑. คุณสมบัติทางวิศวกรรมของอิฐโบราณและอิฐที่ผลิตขึ้นสำหรับใช้ในการบูรณะ ตลอดจนการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติตามกาลเวลาของอิฐ
๒. คุณสมบัติทางวิศวกรรมและลักษณะการวิบัติของอิฐและปูนก่อ ซึ่งได้จำลองรูปแบบการก่อและการก่อสร้างจากครั้งโบราณ ดังรูป ๒.๒
๓. ศึกษาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างโบราณสถานทั้งในระดับโครงสร้างย่อย และในระดับโครงสร้างองค์รวม
๔. ศึกษาพฤติกรรมการรับแรงและความเครียดภายในที่เกิดขึ้นและศึกษาพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างในกรณีเกิดแรงกระทำ



รูป ๒.๒ การจำลองแบบโครงสร้างโบราณสถานอิฐก่อ (เบญจพล และ คณะ, ๒๕๔๔)

ผลการศึกษาแสดงได้ดังนี้

๑. คุณสมบัติของอิฐโบราณและอิฐสำหรับการบูรณะ จากการสำรวจโครงสร้างอิฐก่อสรุปโดยเบื้องต้นได้ว่า ปูนฉาบและปูนปั้นภายนอกมีส่วนผสมของอินทรียวัตถุสำหรับการฉาบและการขึ้นรูปซึ่งน่าจะเป็นสาเหตุหนึ่งของการเสื่อมสภาพที่รวดเร็วกว่าปูนก่อ และการทดสอบตัวอย่างอิฐที่อยู่ในสภาพดีและมีอัตราส่วนความสูงต่อความหนาประมาณไม่เกิน ๑ เพื่อตรวจหาคุณสมบัติของเนื้ออิฐมีน้ำหนักอยู่ระหว่าง ๑.๓ ถึง ๑.๔ กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร และมีกำลังอัดเฉลี่ยในระดับ ๔๓ ถึง ๔๖ กิโลกรัม ต่อตารางเซนติเมตร มีค่า

โมดูลัสยืดหยุ่นเฉลี่ยระหว่าง ๓๒,๐๐๐ ถึง ๓๕,๐๐๐ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร นอกจากการเปรียบเทียบคุณสมบัติทางวิศวกรรมของอิฐภายในมีคุณสมบัติค่อนข้างคงที่

๒. คุณสมบัติของปูนก่อเพื่อการบูรณะโบราณสถาน จากการทดสอบปูนทรายสำหรับการก่อตามส่วนผสมสำหรับการบูรณะซึ่งมีอัตราส่วนผสมของปูนซีเมนต์ขาวต่อปูนหมักต่อทรายหยาบเท่ากับ ๑:๒:๙ และมีขนาดมาตรฐานตามสมาคมทดสอบวัสดุอเมริกันจำนวนการทดสอบละ ๖ ตัวอย่างที่อายุ ๒๘ วันพบว่า ค่าความสามารถในการรับแรงอัดของปูนก่อสำหรับการบูรณะเฉลี่ยที่ประมาณ ๒๐ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตรและประมาณ ๗ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตรสำหรับแรงดึง ทั้งนี้ได้ทำการเตรียมตัวอย่างในลักษณะเดียวกับการผสมจริงสำหรับการบูรณะทั้งส่วนผสมอัตราส่วนของน้ำตลอดจนการทำความสะดวกของส่วนผสม

๓. คุณสมบัติและลักษณะการพังทลายของอิฐก่อ จากการทดสอบอิฐก่อเพื่อการบูรณะ ๒ ขนาด ได้แก่ ขนาดประมาณ ๓๐ x ๓๐ x ๑๕ เซนติเมตร จำนวน ๓ ตัวอย่าง เพื่อศึกษาคุณสมบัติของเนื้อวัสดุประกอบตลอดจนพฤติกรรมในการรับแรงอัดและขนาดประมาณ ๓๐ x ๓๐ x ๔๐ เซนติเมตร อีก ๓ ตัวอย่าง เพื่อศึกษาคุณสมบัติในการรับแรงและพฤติกรรมการพังทลายในลักษณะต่างๆพบว่า

ก. สำหรับตัวอย่างขนาด ๓๐ x ๓๐ x ๑๕ เซนติเมตร เนื้อวัสดุประกอบแม้เสมือนว่าสามารถรับความเครียดเฉลี่ยรวมได้ถึงช่วงประมาณ ๔๐ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร จะเกิดการปรับตัวของอิฐก่ออันสังเกตได้จากการปรับความชันของเส้นความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดในช่วงประมาณ ๒๐ กิโลกรัม ต่อตารางเซนติเมตร ซึ่งเป็นช่วงพีกัดประลัยของปูนก่อหรืออาจกล่าวได้ว่าปูนก่อน่าจะเกิดการพังทลาย และการปรับตัว แต่เนื่องจากปูนก่อถูกล้อมด้วยอิฐทำให้เกิดการรับแรงในระบบสามมิติโดยมีค่าโมดูลัสประกอบของอิฐอยู่ในช่วง ๓๒,๐๐๐ ถึง ๓๕,๐๐๐ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

ข. สำหรับตัวอย่างขนาด ๓๐ x ๓๐ x ๔๐ เซนติเมตร จำนวน ๓ ตัวอย่างพบว่าเกิดการพังทลายในลักษณะเฉือน ๑ ตัวอย่างทำให้ค่าความเครียดประลัยลดลงมาอยู่ในระดับประมาณ ๒๕ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร จะเห็นได้ว่าการพังทลายโดยการเฉือนจะเป็นเงื่อนไขการพังทลายกำหนดของโครงสร้าง ลักษณะของการพังทลายทั้ง ๒ ชนิด ได้แสดงไว้ในรูป ๒.๓

รูป ๒.๓ ลักษณะการพังทลายของอิฐก่อ (เบญจพล และ คณะ, ๒๕๔๔)

๔. ประสิทธิภาพของแบบจำลองโครงสร้างย่อย จากการศึกษพบว่า การจำลองแบบโครงสร้างย่อยโดยการแยกวัสดุออกเป็น ๒ ชนิด คืออิฐและปูนก่อ สามารถวิเคราะห์หาค่าคุณสมบัติของวัสดุประกอบในช่วงอีลาสติคซึ่งได้แก่ ค่าโมดูลัสเริ่มต้นและค่าอัตราส่วนปัวซองได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้สามารถหาค่าคุณสมบัติที่สำคัญของวัสดุข้างต้นโดยมิต้องทำการทดสอบตัวอย่างอิฐก่อขนาดใหญ่ทำให้สามารถลดค่าใช้จ่ายและเวลาที่ใช้ในการทดสอบได้เป็นอันมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่โครงสร้างมีความหลากหลายในคุณสมบัติของวัสดุและรูปแบบในการก่อ

๕. พฤติกรรมของโครงสร้างโดยรวม

ก. จากการศึกษารับแรงสถิตเนื่องจากน้ำหนักของโครงสร้างพบว่า ค่าความเค้นแนวตั้งภายในโครงสร้างไม่เกินความสามารถในการรับแรงอัดของวัสดุโดยอยู่ในระดับไม่เกิน ๓ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร อย่างไรก็ตามน้ำหนักส่วนองค์ยอดของเจดีย์มีผลให้เกิดแรงเครียดดึงส่วนบนโดยรอบซึ่งอาจเป็นสาเหตุให้เกิดการแตกร้าวแล้วสึกกร่อนได้ในภายหลัง

ข. จากการศึกษาทางพลศาสตร์ของโครงสร้างเจดีย์สำหรับกรณีศึกษานี้พบว่า มีการสั่นไหวในระนาบทั้งสามซึ่งประกอบด้วย การสั่นไหวด้านข้าง การยืดตัว และการบิด ณ ความถี่ต่างๆ โดยเจดีย์วัดกุกฎิดาวซึ่งมีความสูงสันนิษฐาน ๓๓.๘ เมตรและมีฐานสันนิษฐานกว้างประมาณ ๒๗ เมตรนี้พบว่า ในกรณีที่จะวิเคราะห์พฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างลักษณะนี้ซึ่งโดยทั่วไปจะต้องพิจารณาตาบของการสั่นไหวลงถึงประมาณ ๐.๑ วินาทีเพื่อให้ได้รับการตอบสนองที่สำคัญครบถ้วนนั้น จำเป็นต้องใช้รูปแบบของการเคลื่อนที่เป็นจำนวนมากพอควร โดยในกรณีของวัดกุกฎิดาว จำเป็นต้องใช้รูปแบบการเคลื่อนที่ถึง ๑๓ รูปแบบด้วยกัน

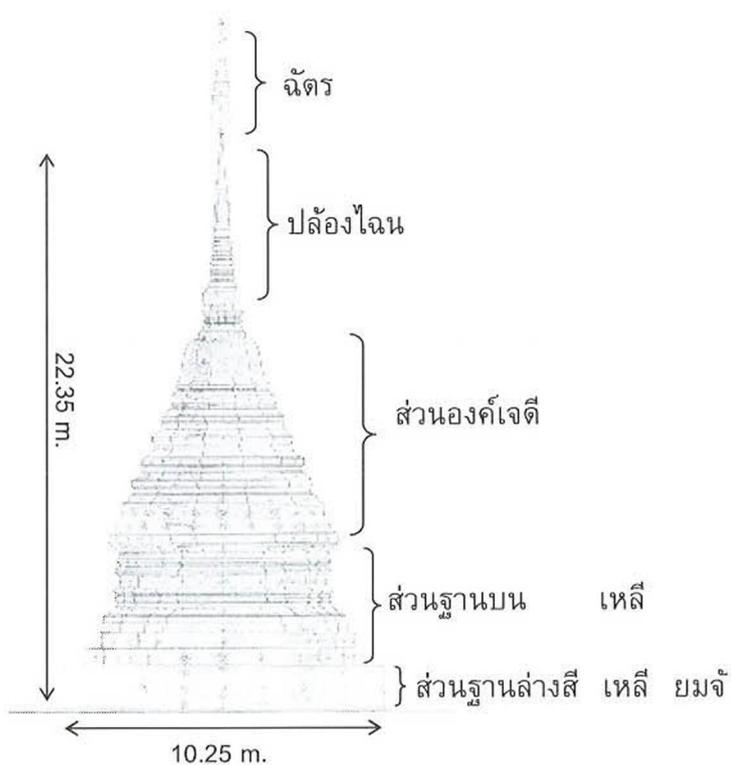


ผลจากการวิเคราะห์ทางวิศวกรรมปฐพีพบว่า ตามสภาพและคุณสมบัติชั้นดินฐานรากใต้ องค์เจดีย์และอาคารส่วนประกอบโดยรอบ พบว่าชั้นดินมีความแข็งแรงและแน่นเพียงพอเกิน อัตราส่วนปลอดภัยที่ต้องการจึงไม่น่าจะมีปัญหาเกี่ยวกับ การรับน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว ส่วนเสถียรภาพของลาดเขา ผลการวิเคราะห์พบว่าลาดเขาทางด้านทิศ ตะวันออกเฉียงเหนือและทิศเหนือ ซึ่งมีความชันค่อนข้างมาก โดยมีมุมลาดเอียงอยู่ประมาณ  $40^{\circ}$ – $45^{\circ}$  จะมีเสถียรภาพเพียงพอในสภาพปกติซึ่งระดับน้ำใต้ดินอยู่ต่ำกว่าชั้นดินใต้พื้นลาน ประทักยึณล่างเกินกว่า ๒๐ เมตร แต่จะอยู่ในระดับที่เหม็นเหม็นที่อาจเกิดปัญหาการเคลื่อนตัวของดินถึงขั้นเลื่อนพังทลายได้ ถ้าปล่อยให้ระดับน้ำใต้ดินบริเวณลาดเขานั้นสูงขึ้นมากหรือชุ่มน้ำ หรือเกิดแผ่นดินไหวอย่างรุนแรงขึ้น ปัญหาการเคลื่อนตัวพังทลายของลาดเขาอาจเกิดขึ้นได้ทั้ง ลักษณะการพังทลายของชั้นดินระดับตื้นๆ ที่ผิวลาดเขาจากปัญหาการชุ่มตัวของผิวดิน หรือ การเคลื่อนตัวระดับลึกจากการที่น้ำใต้ดินเกิดสูงขึ้นถึงระดับหนึ่งในชั้นดินถม โดยผลการ วิเคราะห์ดังกล่าวสอดคล้องกับปัญหาการเคลื่อนตัวหรือการพังทลายของลาดดินที่เคยเกิดขึ้น บริเวณลาดเขาทางด้านทิศตะวันออกเฉียงเหนือ ซึ่งตามประวัติเคยมีการพังของดินเกิดขึ้นตั้งแต่ปี พ.ศ. ๒๔๙๒–๒๔๙๓ และล่าสุดเกิดอีกในปี พ.ศ. ๒๕๓๘ ในปัจจุบันก็ยังปรากฏรอยแยกที่ผิวดินบนลาดเขาในบริเวณนั้นให้เห็นอยู่ ปัญหาดังกล่าวอาจเกิดจากการเคลื่อนตัวระดับตื้นของชั้น ดินที่ผิวลาดเขาเนื่องจากดินชุ่มน้ำจากน้ำที่ไหลซึมลงตามผิวดินอันเนื่องมาจากฝนตกชุกหรือน้ำ ไหลระบายลงมาจากลานประทักยึณ ประกอบกับบริเวณดังกล่าวเป็นที่ทิ้งขยะของทางวัด จึง เกิดการหมักหมมทำให้ผิวดินชั้นตื้นตลอดเวลา ตลอดจนการสูญเสียต้นไม้ที่มีรากยึดดินไป ทำให้ ผิวดินลาดเขาเสื่อมสภาพเร็วขึ้น จึงเกิดการเคลื่อนตัวและพังทลาย เป็นเหตุให้กำแพงกันดิน ขยับตัวเอียงตาม และการเคลื่อนตัวดังกล่าวอาจเกิดขึ้นไปถึงพื้นที่ใต้วิหารคดด้วย จึงเกิดการ แตกร้าวมตามที่ปรากฏให้เห็นในปัจจุบัน จากการวิเคราะห์ ประกอบกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นใน อดีต เป็นที่แน่ชัดว่าการแตกร้าวบนกำแพงวิหารคดนั้นเป็นผลมาจากเสถียรภาพของลาดเขา โดยรอบองค์พระธาตุ

จากการวิเคราะห์ผลของแรงสั่นสะเทือนจากแผ่นดินไหวที่มีต่อเสถียรภาพของชั้นดิน พบว่าแรงจากแผ่นดินไหวที่รุนแรงที่สุดที่คาดว่าจะเกิดขึ้นสำหรับการติดตามอุบัติเหตุซ้ำ ๕๐๐ (๔๗๕) ปี อาจทำให้ลาดดินที่ชันในด้านทิศเหนือและตะวันออกเฉียงเหนือ เกิดการขยับตัวใน ระหว่างการเกิดแผ่นดินไหวได้ แม้ว่าจะระดับน้ำใต้ดินอยู่ที่ระดับต่ำ ซึ่งอาจสร้างความเสียหายต่อ อาคารใกล้เคียงลาดเขา อันได้แก่ วิหารคด และอุโบสถ แต่ถ้าระดับน้ำใต้ดินสูงขึ้นถึงชั้นดินลาด เขาจะถึงขั้นวิบัติเลย

อย่างไรก็ตามการเคลื่อนตัวของลาดเขาที่เกิดขึ้นไม่ว่าในกรณีใด ถ้าไม่ปล่อยให้ขยาย ลุกลาม ก็จะไม่มีผลกระทบต่อองค์พระเจดีย์ เพราะตำแหน่งเจดีย์มีระยะห่างจากลาดเขามาก เพียงพอที่จะไม่เกิดความเสียหาย

ในการวิเคราะห์ผลกระทบของแผ่นดินไหวต่อองค์พระเจดีย์ ได้ทำการสำรวจขนาดและ สัดส่วนขององค์พระเจดีย์แสดงดังรูป ๒.๔ แล้วสร้างแบบจำลองไฟไนต์อิลิเมนต์ขององค์พระ เจดีย์ แบบ ๓ มิติ ที่มีรูปร่างและขนาดใกล้เคียงกับองค์พระเจดีย์ที่สำรวจได้ แบบจำลอง ประกอบไปด้วยอิลิเมนต์ทั้งหมด ๙๒๕ ชิ้น และโหนดทั้งหมด ๑๐๒๘ จุด ในส่วนขององค์พระ ธาตุซึ่งเป็นวัสดุอิฐก่อได้ทำการจำลองโดยใช้ solid Element ทั้งแบบที่มี ๘ โหนด ๖ โหนด และ ๔ โหนดต่ออิลิเมนต์ (Linear Hexahedron, Linear Wedge, and Linear Tetrahedron) ในส่วน ของฉัตรได้ทำการจำลองโดยใช้ Beam Element แสดงดังรูป ๒.๕



รูป ๒.๔ ขนาดและสัดส่วนเจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพ

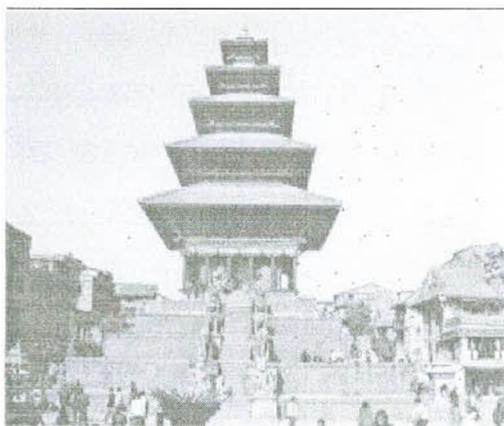


ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการกระจายของหน่วยแรงในแนวตั้งเพียงเล็กน้อย ซึ่งการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีผลต่อขนาดของหน่วยแรงอัดสูงสุดและหน่วยแรงดึงสูงสุดน้อยมาก

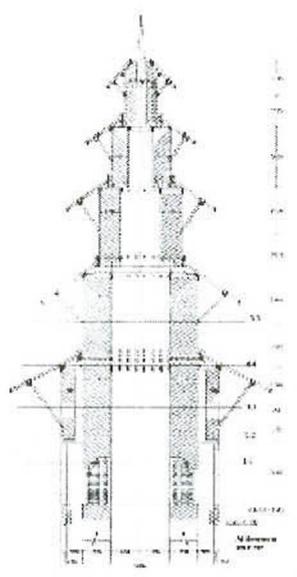
หลังจากนั้นได้วิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติ รูปแบบการสั่นไหวและการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์ พบว่าในส่วนของยอดฉัตรเป็นส่วนที่มีการสั่นไหวที่เด่นชัดและรุนแรงที่สุด ตำแหน่งที่มีค่าหน่วยแรงสูงสุดคือ ผิวด้านนอกของแกนฉัตรที่บริเวณฐานฉัตร เนื่องจากฉัตรเป็นส่วนที่มีการสั่นไหวรุนแรงที่สุด ในส่วนขององค์พระเจดีย์ตำแหน่งที่พบว่ามีหน่วยแรงค่อนข้างสูงกว่าบริเวณอื่น คือบริเวณโคนของปล้องโฉน เมื่อรวมหน่วยแรงดังกล่าวเข้ากับหน่วยแรงที่เกิดจากน้ำหนักตัวเองแล้วไม่ก่อให้เกิดความเสียหายใดๆ ต่อองค์พระเจดีย์ ผลการวิเคราะห์ชี้ให้เห็นว่าองค์พระเจดีย์มีความสามารถในการต้านทานแผ่นดินไหวได้เป็นอย่างดี

**กนกวรรณ (๒๕๕๓)** ได้ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมของเจดีย์ในเมืองเชียงใหม่ในการรับแรงสถิตและแรงแผ่นดินไหว และวิเคราะห์คุณสมบัติพื้นฐานทางพลศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหว ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในกรณีศึกษาได้เลือกตัวแทนเจดีย์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ โดยแบ่งตามรูปทรงของเจดีย์ คือเจดีย์ทรงระฆังแบบพื้นเมือง เจดีย์ทรงปราสาท และเจดีย์ทรงระฆังแบบสุโขทัย รวม ๓ เจดีย์ ได้แก่ เจดีย์วัดอุโมงค์ เชียงตอยสุเทพ เจดีย์วัดโลกโมฬี และเจดีย์วัดหัวข่วง โดยสมมุติให้แรงแผ่นดินไหวมีค่าอัตราเร่งสูงสุดของพื้นดินเท่ากับ ๐.๒๘ ของแรงโน้มถ่วงของโลก (g) กระทำในแนวนอน แล้ววิเคราะห์แบบจำลองภายใต้น้ำหนักตัวเองและแรงแผ่นดินไหว โดยมีสมมุติฐานว่าโครงสร้างอยู่ในสภาพสมบูรณ์ ฐานรากไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวแกน X, Y และ Z จากการวิเคราะห์การรับน้ำหนักตัวเองพบว่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นส่วนมากเป็นหน่วยแรงอัด เกิดบริเวณผิวนอกตอนกลางเจดีย์ และส่วนที่เป็นคอคอดของเจดีย์ ซึ่งค่าสูงสุดที่เกิดขึ้นมีค่าไม่เกินค่ากำลังอัดประลัยของอิฐก่อ จึงอยู่ในเกณฑ์ปลอดภัย ส่วนหน่วยแรงดึงเกิดเพียงเล็กน้อยที่ผิวรอบนอกของเจดีย์ การวิเคราะห์การรับแรงแผ่นดินไหวพบว่า เจดีย์ทั้ง ๓ รูปทรง จะเกิดความเสียหายที่ส่วนยอดก่อนบริเวณอื่นๆ เนื่องจากในบริเวณดังกล่าวเกิดการสั่นไหวมากที่สุด และหน่วยแรงดึงที่เกิดขึ้นมีค่าเกินหน่วยแรงที่ยอมให้ของวัสดุ บริเวณที่มีแนวโน้มที่สามารถเกิดความเสียหายเนื่องจากแรงอัดได้ สำหรับเจดีย์วัดโลกโมฬีและเจดีย์วัดหัวข่วงเกิดที่ส่วนตอนกลางของเจดีย์ เนื่องจากหน่วยแรงอัดมีค่ามากกว่าบริเวณอื่น ส่วนเจดีย์วัดอุโมงค์เกิดที่แท่นบัลลังก์ บริเวณที่รองรับปล้องโฉนและปลียอด ดังนั้นส่วนที่เจดีย์มีความอ่อนแอมากที่สุดคือบริเวณส่วนยอดของเจดีย์ และในบริเวณที่มีการเปลี่ยนขนาดของหน้าตัดอย่างทันที

Jaishi et. al. (2003) ได้ศึกษาถึงลักษณะความเสียหายภายใต้แรงแผ่นดินไหวของวัดในประเทศเนปาล ซึ่งเป็นโบราณสถานที่สำคัญและเป็นมรดกโลก โดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการวิเคราะห์หาค่าคาบการสั่นธรรมชาติและการตรวจวัดจริงในสนาม โดยเลือกวัดตัวอย่างมา ๑๐ วัด วิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และวัดตัวอย่าง ๓ วัดเพื่อตรวจวัดจริง จากนั้นได้หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบธรรมชาติกับความสูงของวัด แล้วทำการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างจากแรงกระทำด้านข้างเนื่องจากแผ่นดินไหว ลักษณะโครงสร้างประกอบด้วย solid block และ framing ดังนั้นในการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์จึงได้เลือกใช้ solid element และ frame element แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ประกอบไปด้วย solid element จำนวน ๘๐๘ ชั้น และ frame element จำนวน ๔๐ ชั้น รวมโหนดทั้งหมด ๑๔๔๓ โหนด ขนาดใหญ่สุดและขนาดเล็กสุดของ solid element เท่ากับ ๑.๘x๐.๘๒x๐.๗๘ m และ ๐.๑๖x๐.๘๑x๐.๗๙๕ m ตามลำดับ รูป ๒.๖ และ ๒.๗ แสดงวัดตัวอย่างที่ศึกษาและแบบจำลองในการวิเคราะห์ตามลำดับ



รูป ๒.๖ ภาพถ่ายของวัดตัวอย่าง (Jaishi et al., 2003)



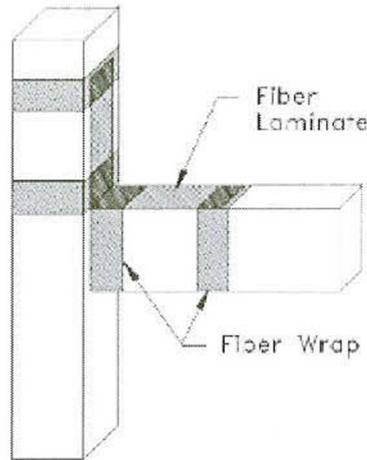
รูป ๒.๓๗ รูปตัดของวัดตัวอย่าง (Jaishi et al., 2003)

ส่วนการตรวจวัดเพื่อหาค่าคาบธรรมชาติได้ใช้วิธี Ambient Vibration จากการวิเคราะห์พบว่าค่าคาบธรรมชาติของวัดโบราณสถานทั้งหมดน้อยกว่า ๐.๖ วินาที อัตราส่วนความหน่วงอยู่ระหว่าง ๑-๖ เปอร์เซ็นต์ และความเสียหายของวัดทั้งหมดเกิดจากหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัด ส่วนหน่วยแรงเฉือนมีค่าน้อยไม่เกินหน่วยแรงที่ยอมให้

### ๒.๑.๒ งานศึกษาเกี่ยวกับการเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์

Parvin and Granata (2000) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การตรวจสอบผลของการเสริมไฟเบอร์ที่จุดต่อของคอนกรีต โดยการศึกษาเป็นการซ่อมแซมและฟื้นฟูโครงสร้างพื้นฐานที่ได้รับ ความเสียหายโดยมีการนำวัสดุ FRP ได้แก้ปัญหการเสริมเหล็กบริเวณรอยต่อระหว่างเสาและคาน จากการวิเคราะห์ที่ได้นำเสนอในการศึกษานี้สามารถสรุปได้ว่า FRP Laminate ที่มีความหนาเท่ากับ ๐.๒๓ เซนติเมตร จะสามารถเพิ่มกำลังบริเวณรอยต่อ (Joint) ระหว่างเสาและคาน ได้ดังรูป ๒.๔ ซึ่งมีข้อดีคือ

๑. ช่วยเพิ่มกำลังดัดบริเวณรอยต่อของเสาและคานเพิ่มขึ้น ๓๗ เปอร์เซ็นต์
๒. ช่วยลดความเค้นในเหล็กเสริม ๔๒ เปอร์เซ็นต์ และในคอนกรีต ๒๖ เปอร์เซ็นต์
๓. ลดการหมุน (Rotation) บริเวณรอยต่อ ๔๙ เปอร์เซ็นต์



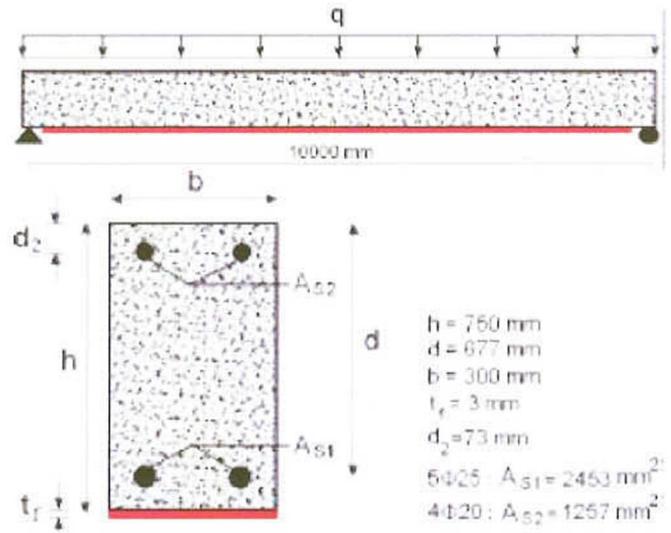
รูป ๒.๘ ภาพจุดต่อคานเสาที่ทำการเสริมด้วย FRP (Parvin and Granata, 2000)

นอกจากนี้ การเสริมกำลังอัดของไฟเบอร์ บริเวณภายนอกยังมีผลอย่างยิ่งต่อค่า ปริมาณของโมเมนต์ การครากของเหล็กเสริม และการพัฒนาแรงที่บริเวณรอยต่อระหว่างเสาและคาน ค่าโมเมนต์ที่สูงขึ้นนี้อาจมีผลต่อการเสียหาย ก่อนกำหนดบริเวณใกล้ๆกับกึ่งกลางคาน ดังนั้นผู้ออกแบบจึงควรระมัดระวังอย่างยิ่งในบริเวณรอยต่อระหว่างเสาและคานเพื่อให้มั่นใจได้ว่าคานหรือเสามีกำลังต้านทานน้ำหนักบรรทุกที่จะเพิ่มขึ้นเพียงพอ

Gorji (2009) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การวิเคราะห์คานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ทำการเสริมกำลังด้วยแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ โดยใช้วิธี Energy Variation Method เปรียบเทียบกับการวิเคราะห์แบบไฟไนต์อีลิเมนต์โดยโปรแกรม ANSYS จากการวิเคราะห์ในครั้งนี้ได้ใช้คานแบบ Simple beam โดยมีขนาดหน้าตัด  $30 \times 37.5$  cm. ความยาวของคาน ๑ เมตร ดังรูป ๒.๙ ทำการเสริมกำลังด้วยแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ (CFRP) โดยมีขนาดความหนา ๓ mm. และมีคุณสมบัติต่างๆดังตาราง ๒.๑

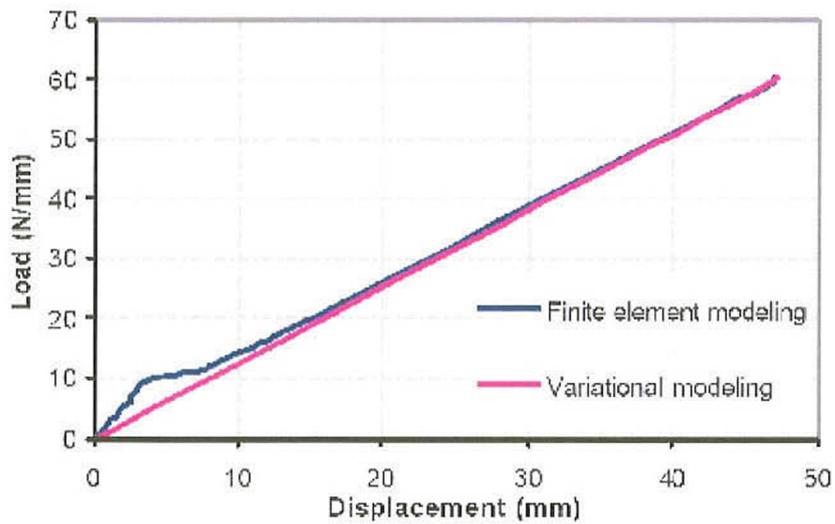
ตาราง ๒.๑ คุณสมบัติของวัสดุคาร์บอนไฟเบอร์ (Gorji, 2009)

| ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (MPa) | อัตราส่วนปัวซอง | ค่ากำลังดึงประลัย (MPa) | ค่าโมดูลัสแรงเฉือน (MPa) |
|--------------------------|-----------------|-------------------------|--------------------------|
| $E_{11} = 62000$         | $V_{12} = 0.22$ | 958                     | $G_{12} = 3270$          |
| $E_{22} = 4800$          | $V_{13} = 0.22$ |                         | $G_{13} = 3270$          |
| $E_{33} = 4800$          | $V_{23} = 0.30$ |                         | $G_{23} = 1860$          |



รูป ๒.๙ ขนาดความยาวและหน้าตัดของคาน (Gorji, 2009)

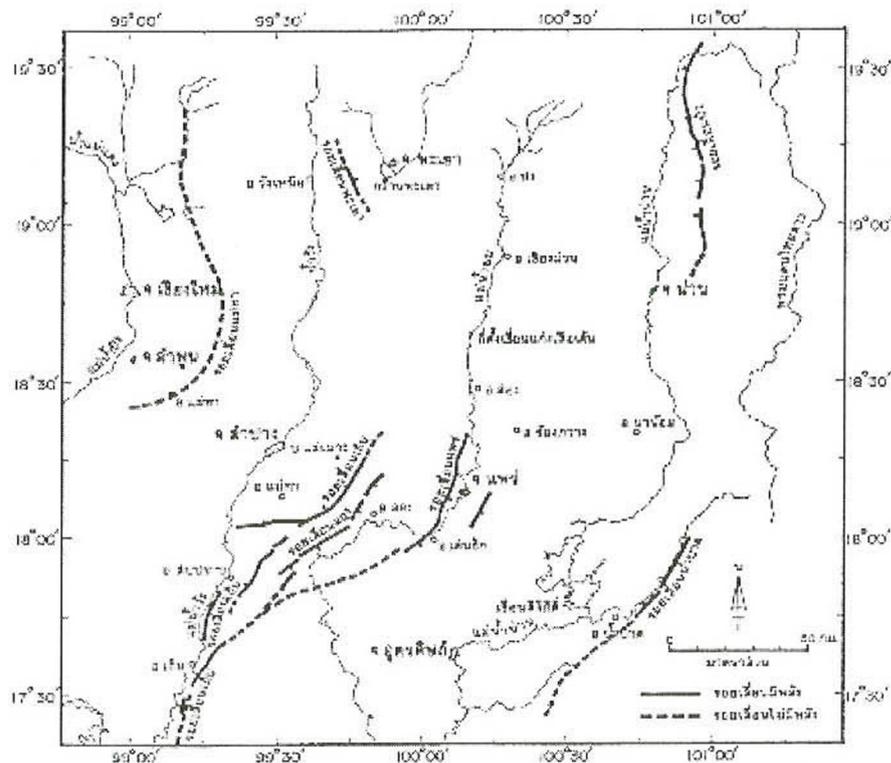
ผลการวิเคราะห์พบว่ากราฟระหว่างแรงกับการโก่งตัวของคาน ที่ได้จากวิธี Energy Variation Method กับ การวิเคราะห์แบบไฟไนต์อีลิเมนต์โดยโปรแกรม ANSYS มีความใกล้เคียงกันดังรูป ๒.๑๐



รูป ๒.๑๐ กราฟระหว่างแรงกับการโก่งตัวของคาน (Gorji, 2009)

## ๒.๒ ประเทศไทยกับการเกิดแผ่นดินไหว

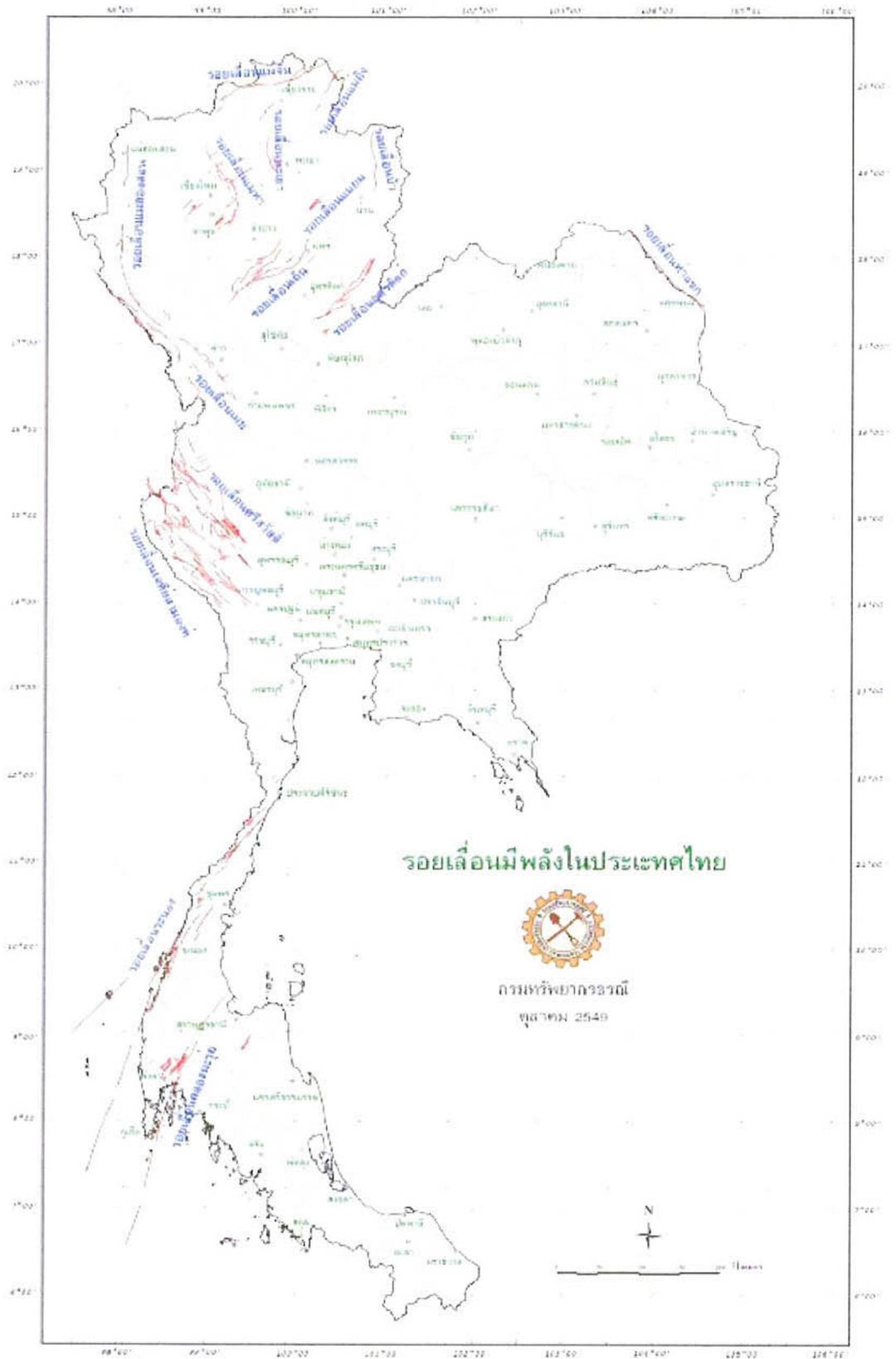
ตามทฤษฎีการเกิดแผ่นดินไหวมักเกิดมากบริเวณตรงรอยต่อระหว่างแผ่นมากกว่าบริเวณภายในแผ่นโดยประเทศไทยเป็นส่วนหนึ่งของแผ่นยูเรเชียซึ่งล้อมรอบด้วยแผ่นเปลือกโลก ๒ แผ่นคือ แผ่นมหาสมุทรอินเดีย และแผ่นมหาสมุทรแปซิฟิก ดังนั้นในอดีตครั้งยังไม่มีเครื่องมือตรวจวัดแผ่นดินไหว จึงเชื่อว่าประเทศไทยอยู่ในเขตที่ถือว่าค่อนข้างปลอดภัยแผ่นดินไหวพอสมควร แต่หลังจากมีการผลิตเครื่องมือตรวจวัดแผ่นดินไหวขึ้นในปี พ.ศ. ๒๔๕๕ ทำให้ทราบว่าแผ่นดินไหวในประเทศไทยเกิดขึ้นบ่อยครั้ง ซึ่งสามารถตรวจสอบได้จากเครื่องมือตรวจวัดแผ่นดินไหว ทั้งที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ในประเทศไทยและประเทศข้างเคียง กรมอุตุนิยมวิทยาได้ทำการรวบรวม บันทึกเหตุการณ์แผ่นดินไหวที่เกิดขึ้นในอดีตซึ่งระบุถึงวัน/เดือน/ปีที่เกิด เวลา ขนาด จุดศูนย์กลาง และเหตุการณ์หรือความเสียหายที่เกิดขึ้น (กรมทรัพยากรธรณี, ๒๕๓๙) ได้มีการศึกษาผลกระทบสิ่งแวดล้อมด้านธรณีวิทยาของโครงการเขื่อนแก่งเสือเต้น ได้จัดทำแผนที่แสดงแนวรอยเลื่อนมีพลัง (Active fault) ในบริเวณภาคเหนือของประเทศไทยที่สามารถให้กำเนิดแผ่นดินไหวขนาดใหญ่ได้ ดังรูป ๒.๑๑



รูป ๒.๑๑ แผนที่แสดงแนวรอยเลื่อนในบริเวณภาคเหนือของประเทศไทยที่อาจก่อให้เกิดแผ่นดินไหวขนาดใหญ่ (กรมทรัพยากรธรณี, ๒๕๓๙)

เมื่อเกิดแผ่นดินไหว พลังงานของการสั่นสะเทือนจะถูกส่งออกไปรอบทิศทาง แต่ค่าพลังงานของการสั่นสะเทือนจะถูกลดทอนลงตามระยะทาง (Attenuation of Ground motion) ปัจจัยที่ทำให้เกิดการลดทอนของพลังงาน ได้แก่ เส้นทางเดินของคลื่นความสั่นสะเทือน ความลึกของแผ่นดินไหว ทิศทางการวางตัวของรอยเลื่อน และสภาพธรณีวิทยา เช่น ในกรณีที่เดินทางในชั้นหิน พลังงานจะถูกลดทอนลงตามระยะทางที่เพิ่มขึ้น แต่บางครั้งพลังงานอาจขยายมากขึ้นเมื่อเดินทางผ่านบริเวณที่เป็นชั้นดินอ่อน เนื่องจากมีความไวต่อการเคลื่อนที่ได้ดีกว่า ซึ่งเห็นได้จากปรากฏการณ์ของความเสียหายไม่เท่ากันของพื้นที่ต่างๆ แม้ว่าพลังงานดังกล่าวเกิดจากแผ่นดินไหวในเหตุการณ์เดียวกัน

กรมทรัพยากรธรณีได้ทำการสำรวจข้อมูลรอยเลื่อนมีพลังพบว่า ในประเทศไทยมีกลุ่มรอยเลื่อน ๑๓ กลุ่ม ที่พาดผ่านพื้นที่จำนวน ๒๒ จังหวัด ดังรูป ๒.๑๒ นอกจากนี้ยังมีการจัดทำแผนที่บริเวณที่มีความเสี่ยงภัยแผ่นดินไหว โดยวิเคราะห์จากแนวรอยเลื่อนมีพลัง ลักษณะทางธรณีวิทยา ความถี่ และขนาดแผ่นดินไหวที่เกิดในประเทศไทยและประเทศข้างเคียง แสดงดังรูป ๒.๑๓ (แผนที่ที่นำมาแสดงนี้เป็นแผนที่ฉบับปรับปรุงครั้งที่ ๒ พ.ศ. ๒๕๔๘) จากข้อมูลการศึกษาที่เกี่ยวกับแผ่นดินไหวภายในประเทศแสดงให้เห็นว่า พื้นที่บริเวณภาคเหนือและภาคตะวันตกของประเทศไทย มีโอกาสเกิดแผ่นดินไหวขนาดปานกลางถึงขนาดใหญ่ เนื่องจากในพื้นที่ดังกล่าวมีรอยเลื่อนที่มีพลัง (active fault) ที่สามารถทำให้เกิดแผ่นดินไหวขนาดปานกลางถึงใหญ่ได้ ซึ่งก่อให้เกิดความเสียหายต่อสิ่งปลูกสร้างต่างๆ และเกิดความสูญเสียต่อชีวิตและทรัพย์สิน ดังที่เคยเกิดที่อำเภอพาน จังหวัดเชียงราย เมื่อปี พ.ศ. ๒๕๓๗ เกิดแผ่นดินไหวขนาดกลาง (๕.๑ ริกเตอร์) และมีศูนย์กลางแผ่นดินไหวอยู่บริเวณเทือกเขาห่างจากตัวอำเภอเพียง ๒๐-๓๐ กม. จึงเกิดความเสียหายที่ค่อนข้างรุนแรงต่อโรงพยาบาลคอนกรีตเสริมเหล็กสูง ๒ ชั้น โรงเรียนมากกว่า ๒๐ แห่ง และวัดมากกว่า ๓๐ แห่ง (เป็นหนึ่ง, ๒๕๔๒) นอกจากนี้ยังมีเหตุการณ์แผ่นดินไหวที่เกิดขึ้นบริเวณภาคเหนือที่มีขนาดตั้งแต่ ๕ ริกเตอร์ขึ้นไปแสดงดังตาราง ๒.๒



รูป ๒.๑๒ แผนที่รอยเลื่อนมีพลังในประเทศไทย (<http://www.dmr.go.th>)



ตาราง ๒.๒ เหตุการณ์แผ่นดินไหวในอดีตที่มีขนาดตั้งแต่ ๕ ริกเตอร์ขึ้นไปในภาคเหนือ

| วัน เดือน ปี  | สถานที่ที่รู้สึกสั่นไหว<br>และที่ได้รับความเสียหาย  | ขนาด<br>(ริกเตอร์) |
|---------------|---|--------------------|
| ๑๓ พ.ค. ๒๔๓๘  | จ.น่าน  | ๖.๕                |
| ๑๓ ก.พ. ๒๕๑๘  | อ.ท่าสองยาง จ.ตาก                                   | ๕.๖                |
| สิงหาคม ๒๕๓๒  | ยอดฉัตรเจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพทัก                  | -                  |
| ๑๑ ก.ย. ๒๕๓๓  | อ.พาน จ.เชียงราย                                    | ๕.๑                |
| ๑๒ ก.ค. ๒๕๓๘  | ลูกแก้วบนยอดฉัตรเจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพดกลอง<br>มา | -                  |
| ๙ ธ.ค. ๒๕๓๘   | อ.ร้องกวาง จ.แพร่                                   | ๕.๑                |
| ๒๑ ธ.ค. ๒๕๓๘  | อ.พร้าว จ.เชียงใหม่                                 | ๕.๒                |
| ๒๒ ธ.ค. ๒๕๓๙  | พรมแดนไทย-ลาว-พม่า                                  | ๕.๕                |
| ๒๐ ม.ค. ๒๕๔๓  | ประเทศลาว   | ๕.๙                |
| ๓๐ ธ.ค. ๒๕๔๓  | ประเทศพม่า  | ๕.๔, ๕.๖           |
| ๑๓ ธ.ค. ๒๕๔๙  | อ.แม่ริม จ.เชียงใหม่                                | ๕.๑                |
| ๑๕ พ.ค. ๒๕๕๐  | ประเทศลาว   | ๕.๑                |
| ๑๖ พ.ค. ๒๕๕๐  | ประเทศลาว, ยอดเจดีย์จอมกิตติ อ.เชียงแสนหัก          | ๕.๓                |
| ๒๓ มี.ย. ๒๕๕๐ | ประเทศพม่า  | ๕.๕                |
| ๑๖ ต.ค. ๒๕๕๐  | ตอนเหนือของประเทศลาว                                | ๕.๐                |
| ๒ พ.ย. ๒๕๕๐   | พรมแดนพม่า-ลาว-จีน                                  | ๕.๓                |
| ๑๒ พ.ค. ๒๕๕๑  | มณฑลเสฉวน ประเทศจีน                                 | ๓.๘                |
| ๒๑ ส.ค. ๒๕๕๑  | พรมแดนพม่า-จีน                                      | ๕.๓                |
| ๒๐ มี.ค. ๒๕๕๓ | ประเทศพม่า ห่างจากพรมแดนไทย(แม่สาย) ๘๐<br>ก.ม.      | ๕.๐                |
| ๒๓ ก.พ. ๒๕๕๔  | ประเทศลาว ห่างจาก อ.เมือง จ.น่าน ๑๐๐ ก.ม.           | ๕.๓                |
| ๒๔ มี.ค. ๒๕๕๔ | ประเทศพม่า  | ๖.๓                |

เชียงใหม่เป็นจังหวัดหนึ่ง ที่อยู่ในพื้นที่เสี่ยงภัยต่อแผ่นดินไหวขนาดปานกลางถึงขนาดใหญ่ได้ในอนาคต นอกจากสิ่งปลูกสร้างประเภทอาคารและเขื่อนที่จะได้รับความเสียหายแล้วยังมีโบราณสถานอันเก่าแก่เป็นจำนวนมาก ที่อาจได้รับความเสียหายจากการเกิดแผ่นดินไหว

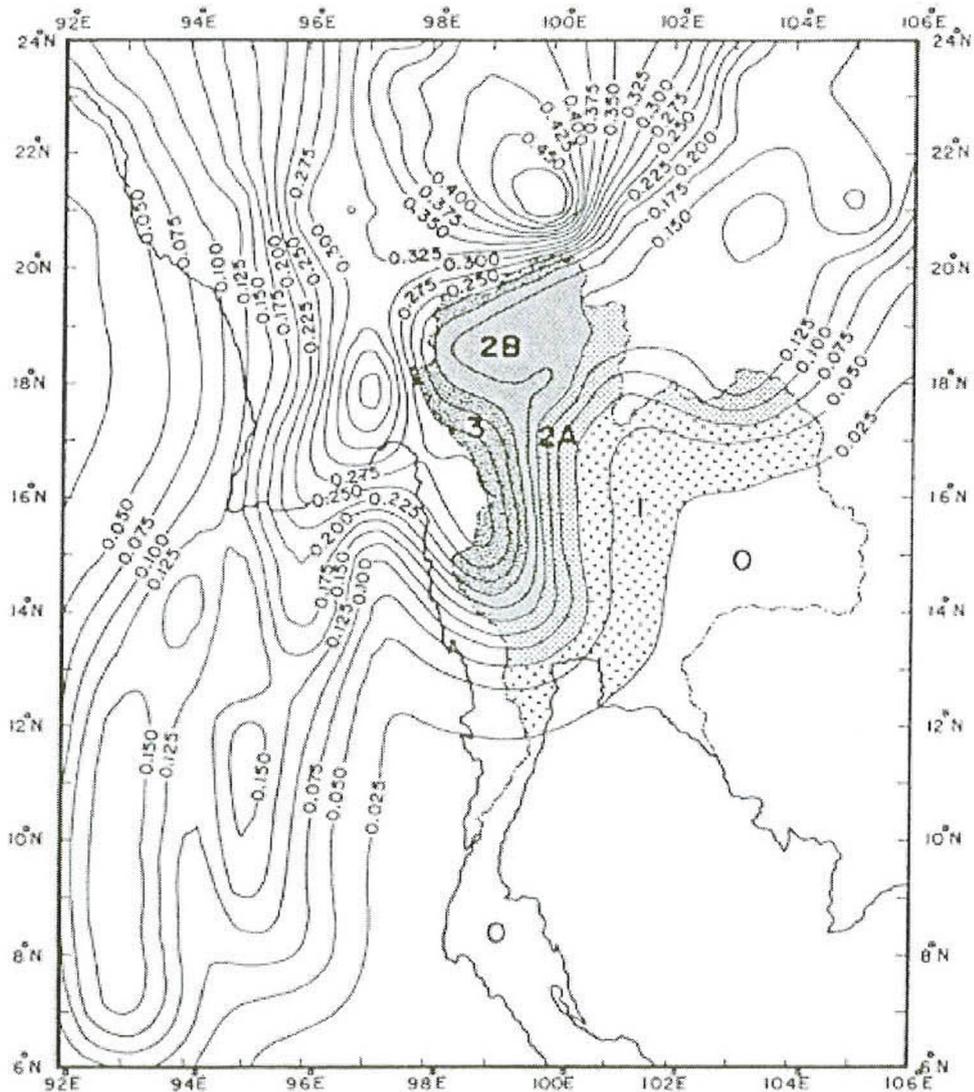
ได้ ซึ่งเคยเกิดความเสียหายมาแล้วเป็นจำนวนมากในอดีตโดยเฉพาะเจดีย์ เหตุการณ์แผ่นดินไหวที่ส่งผลกระทบต่อเจดีย์ ทั้งที่บันทึกไว้ในประวัติศาสตร์ และเหตุการณ์แผ่นดินไหวที่ได้นบันทึกไว้โดยเครื่องมือตรวจวัดจนถึงปัจจุบัน พบว่าแผ่นดินไหวส่งผลให้เกิดความเสียหายแก่เจดีย์เป็นจำนวนมาก ดังนี้

- ๑) พ.ศ. ๑๐๓๗ ยอดเจดีย์หัก ๔ แห่ง
- ๒) พ.ศ. ๒๐๘๘ ยอดเจดีย์หลวง จ. เชียงใหม่ หักจากความสูง ๘๖ เมตร เหลือประมาณ ๖๐ เมตร
- ๓) พ.ศ. ๒๑๐๓ เจดีย์หลวงสูง ๑๗ วา กว้าง ๑๐ วา ได้รับความเสียหาย
- ๔) พ.ศ. ๒๑๑๑ พระเจดีย์เมืองย่างกุ้ง ประเทศพม่า ทลายลงมาถึงชั้นกลาง
- ๕) พ.ศ. ๒๑๓๒ ฉัตรยอดพระเจดีย์ย่างกุ้งหัก
- ๖) พ.ศ. ๒๒๑๗ ยอดเจดีย์หัก พังหลายแห่ง ที่เชียงใหม่
- ๗) พ.ศ. ๒๒๕๘ แผ่นดินไหวหนัก พระเจดีย์วิหารหักพังหลาย ๔ ตำบล
- ๘) พ.ศ. ๒๓๐๐ เกิดแผ่นดินไหว ฉัตรยอดพระเจดีย์มูตางในเมืองหงสาวดีหักลงมา
- ๙) พ.ศ. ๒๓๔๔ แก้วภายในยอดพระธาตุเจ้าภูเพียงแช่แห้ง ยอดพระธาตุเจ้าสุเทพ เชียงใหม่ ยอดพระธาตุเจ้าลำพูน ยอดพระธาตุเจ้าลำปางนครและยอดพระธาตุเจ้าฉ้อแฮ เมืองแพร่ และพระวิหารหลวงเมืองพะเยาที่พระเจ้าตนหลวงกระเด็นตกลงมา
- ๑๐) พ.ศ. ๒๓๖๓ ยอดมหาธาตุเจ้าภูเวียงแช่แห้งหัก
- ๑๑) พ.ศ. ๒๕๓๒ ยอดฉัตรเจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพหัก
- ๑๒) พ.ศ. ๒๕๓๘ ลูกแก้วบนยอดฉัตรเจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพตกลงมา
- ๑๓) พ.ศ. ๒๕๕๐ ยอดฉัตรของพระธาตุจอมกิตติหัก และเกิดรอยร้าวในตัวพระธาตุ
- ๑๔) พ.ศ. ๒๕๕๔ พระธาตุเจดีย์หลวง เจดีย์ที่สูงที่สุดในอำเภอเชียงใหม่ จังหวัด เชียงราย ได้หักโค่นลงมา ขณะที่พระธาตุจอมกิติ ในวัดพระธาตุจอมกิตติ ยอดดอยน้อย อำเภอ เชียงแสน มีอาการทรุดเอียงลง ๓๐ องศา

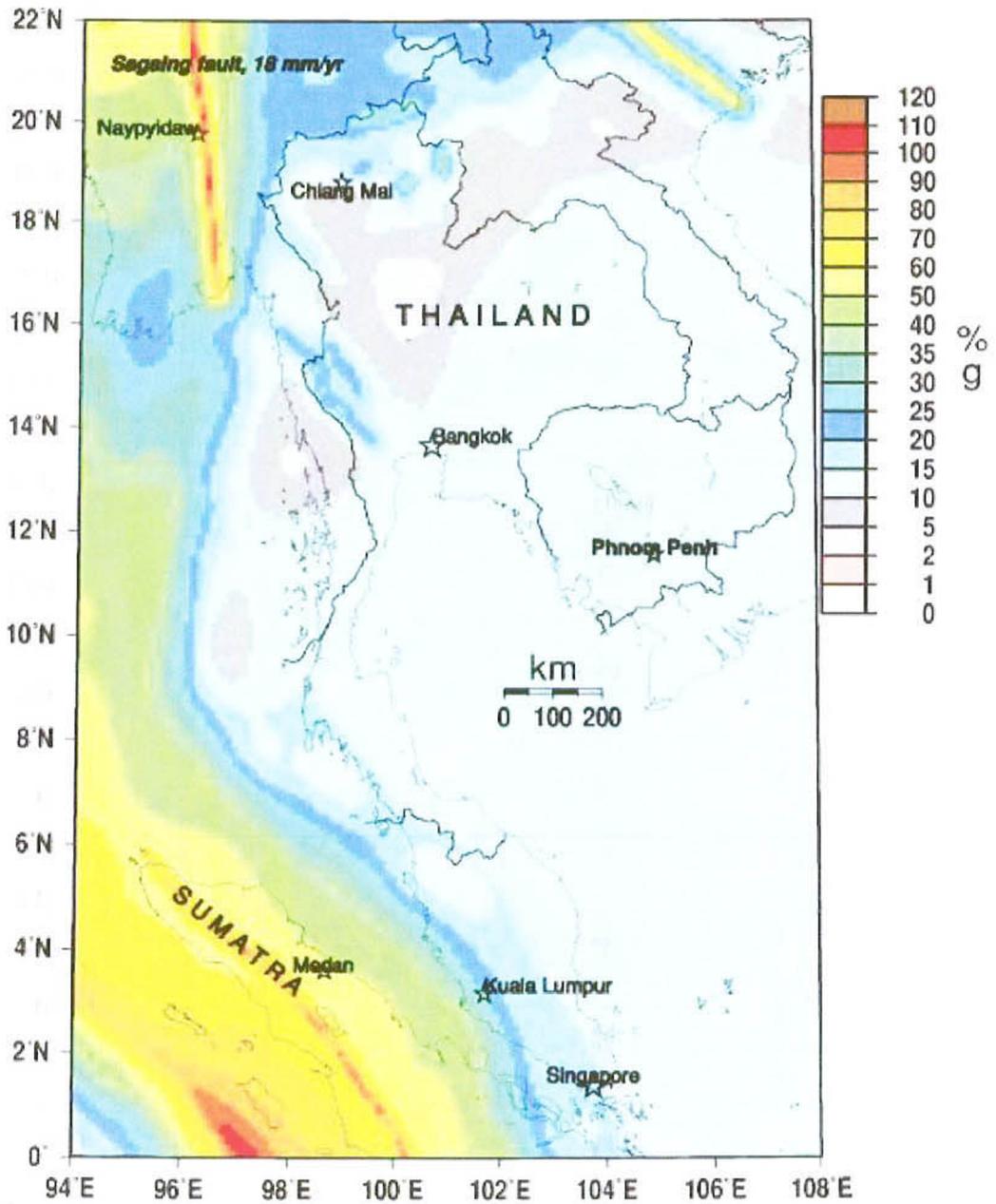
ค่าอัตราเร่งสูงสุดของพื้นดิน (PGA) ในพื้นที่ต่างๆ เป็นข้อมูลที่สำคัญที่บ่งบอกความรุนแรงของการเกิดแผ่นดินไหว โดยมักแบ่งเป็นพื้นที่โซนตามระดับความรุนแรง สำหรับประเทศไทยได้มีการจัดทำแผนที่แบ่งเขตแผ่นดินไหวขึ้น ในที่นี้ได้แสดงแผนที่แบ่งเขตแผ่นดินไหวที่จัดทำโดย (เป็นหนึ่งในและอาเด, ๒๕๓๗) แสดงเขตพื้นที่ที่มีความรุนแรงของคลื่นแผ่นดินไหว โดยแบ่งเป็นโซนต่างๆ กันตามลักษณะเส้น contour lines ของค่าระดับ PGA/G แสดงดังรูป ๒.๑๔ เขตแผ่นดินไหวของประเทศไทยแบ่งออกเป็น ๖ เขต คือ จาก ๐ ถึง ๔ เมื่อ

PGA<sub>o</sub> (Peak Ground Acceleration) คืออัตราเร่งสูงสุดบนพื้นดินที่มีความน่าจะเป็นเพียง ๑ ใน ๑๐ ที่จะเกิดมีค่าสูงกว่าในคาบเวลา ๕๐ ปี และ G คืออัตราเร่งของสนามโน้มถ่วงของโลก เท่ากับ ๙.๘๑ m/sec<sup>๒</sup> ดังนี้

- เขต ๔ : รุนแรงมาก :  $0.3 < \text{PGA}_o / G$
- เขต ๓ : รุนแรง :  $0.2 < \text{PGA}_o / G \leq 0.3$
- เขต ๒B : ปานกลางค่อนข้างแรง :  $0.15 < \text{PGA}_o / G \leq 0.2$
- เขต ๒A : ปานกลาง :  $0.075 < \text{PGA}_o / G \leq 0.15$
- เขต ๑ : ไม่รุนแรง :  $0.025 < \text{PGA}_o / G \leq 0.075$
- เขต ๐ : ไม่จำเป็นต้องออกแบบรับแรงแผ่นดินไหว :  $\text{PGA}_o / G \leq 0.025$

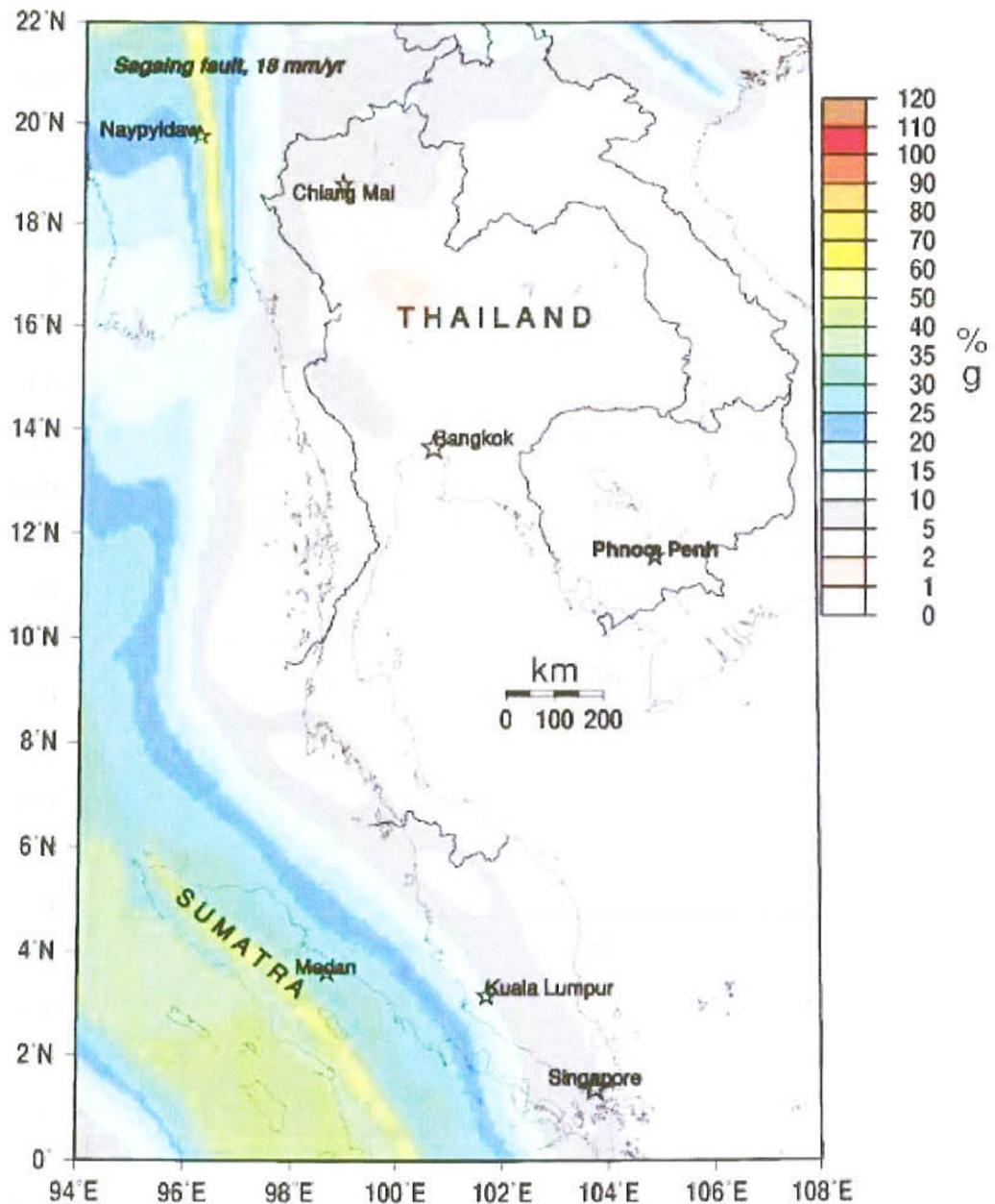


รูป ๒.๑๔ แผนที่แสดง contour lines ของ PGA<sub>o</sub>/G และเขตแผ่นดินไหวของประเทศไทย



**GMT** Aug 29 15:24 ThailandSumatra PGA. For faults crustal attr relations, use NGA 2% in 50 years PE. Revised Mmax on some Thai faults to 7.5

รูป ๒.๑๕ แผนที่แสดงค่าอัตราเร่งสูงสุด (PGA) ของแผ่นดินไหวที่มีโอกาสเพียง ๒% ที่จะมีค่าสูงกว่าในคาบเวลา ๕๐ ปี (สภาพชั้นดินสมมติให้มีความเร็วคลื่นเฉือนเฉลี่ยจากผิวดินถึงความลึก ๓๐ เมตร เท่ากับ ๗๖๐ เมตร/วินาที) (Petersen et al., 2007)



GMT Aug 29 15:29 Thailand-Sumatra PGA. For faults crustal actn relations, use fGA: 10% in 50 years PE. Revised Mmax on some Thal faults to 7.5

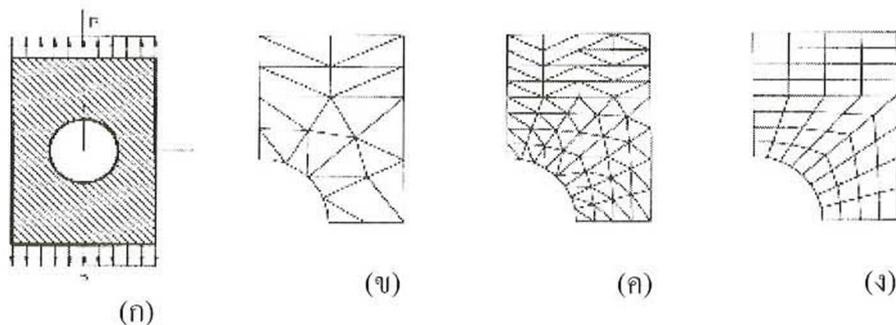
รูป ๒.๑๖ แผนที่แสดงค่าอัตราเร่งสูงสุด (PGA) ของแผ่นดินไหวที่มีโอกาสเพียง ๑๐% ที่จะมีค่าสูงกว่าในคาบเวลา ๕๐ ปี (สภาพชั้นดินสมมุติให้มีความเร็วคลื่นเฉือนเฉลี่ยจากผิวดินถึงความลึก ๓๐ เมตรเท่ากับ ๓๖๐ เมตร/วินาที) (Petersen et al., 2007)

นอกจากนี้ Petersen et al., (2007) ได้จัดทำแผนที่พื้นที่เสี่ยงภัยแผ่นดินไหวในเขตภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ โดยได้จัดทำแผนที่แสดงค่าอัตราเร่งสูงสุด (PGA) ดังรูป ๒.๑๕ และ

รูป ๒.๑๖ แสดงให้เห็นว่าจังหวัดเชียงใหม่อยู่ในบริเวณที่จะเกิดแผ่นดินไหวขนาดปานกลางค่อนข้างใหญ่ และมีค่าอัตราเร่งสูงสุด (PGA) ของแผ่นดินไหวที่มีโอกาสเพียง ๒% ที่จะมีค่าสูงกว่าในคาบเวลา ๕๐ ปี เท่ากับ ๐.๐๕-๐.๓๐g และมีค่าอัตราเร่งสูงสุด (PGA) ของแผ่นดินไหวที่มีโอกาสเพียง ๑๐% ที่จะมีค่าสูงกว่าในคาบเวลา ๕๐ ปี เท่ากับ ๐.๐๒-๐.๑๐g ส่วนขนาดแผ่นดินไหวขนาดใหญ่ก็สามารถเกิดขึ้นได้แต่คาบการเกิดซ้ำมีช่วงเวลาที่ยาวนาน เนื่องจากการปลดปล่อยพลังงานขนาดใหญ่จะต้องมีระยะเวลาในการสะสมที่ยาวนานเช่นกัน

### ๒.๓ ไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีนิยมใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์อย่างกว้างขวาง ซึ่งสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง เช่น วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง และความเค้นของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล โครงสร้างเครื่องบิน ตัวอาคาร สะพานและโครงสร้างอื่นๆ ที่ซับซ้อนได้อย่างดี ไม่ว่าวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์นั้นจะอยู่ในสภาพยืดหยุ่น (elastic) หรือในสภาพยืดตัว (plastic) นอกจากนี้จะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิตศาสตร์ตามที่กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านพลศาสตร์ เช่น การสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล การสั่นสะเทือนของโครงสร้าง รวมทั้งยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านการถ่ายเทความร้อน, การไหลของของไหล, การถ่ายเทมวล เป็นต้น



(ก) แผ่นโลหะมีแรง P กระทำ (ข) อิลิเมนต์สามเหลี่ยมหายาบ

(ค) อิลิเมนต์สามเหลี่ยมละเอียด (ง) อิลิเมนต์สามเหลี่ยมโค้ง

รูป ๒.๑๗ การแบ่งชิ้นงานออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย

การวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรทั่ว ๆ ไปที่ไม่ซับซ้อน เราสามารถหาค่าสมการความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการทราบ เช่น การกระจัดที่ตำแหน่งใด ๆ ของชิ้นส่วนได้โดยอาศัยสมการเชิงอนุพันธ์ และผลเฉลยที่ได้รับจะเรียกว่าผลเฉลยแม่นยำ (exact solution)

แต่มีชิ้นส่วนเครื่องจักรกล และโครงสร้างจำนวนมากที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนที่ประกอบด้วยส่วนเว้า ส่วนโค้งต่าง ๆ ทำให้พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนไม่สม่ำเสมอและบางบริเวณอาจจะมีการเปลี่ยนแปลงของแรงอย่างฉับพลัน หรือใช้วัสดุต่างชนิดกันเหล่านี้เป็นต้น จึงมีผลทำให้ไม่สามารถจะหาผลเฉลยแม่นยำตรงจากสมการอนุพันธ์สามัญหรือสมการอนุพันธ์ย่อยได้ ฉะนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีอื่น เช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่สามารถจะประมาณค่าเฉลยโดยการแก้ระบบสมการเชิงพีชคณิต แทนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์การแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าว ชิ้นส่วนหรือส่วนประกอบของปัญหาจะถูกแบ่งย่อยๆอย่างต่อเนื่อง ตามรูปร่างลักษณะที่แท้จริงของชิ้นส่วน เช่น รูป ๒.๑๗ เราเรียกชิ้นส่วนย่อยเหล่านี้ว่า ไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลเฉลยที่ได้รับจะเป็นผลเฉลยที่จุดต่อ (node) ของแต่ละเอลิเมนต์ การวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะไม่วิเคราะห์ปัญหาที่เดียวทั้งระบบเช่นวิธีทั่วไป แต่จะวิเคราะห์หาค่าที่ละเอลิเมนต์แล้วนำมารวมเข้าด้วยกันเป็นผลเฉลยของระบบ เช่น ในระบบโครงสร้าง จะหาการกระจัดและความเค้นของแต่ละจุดต่อของเอลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างของระบบ

**๒.๓.๑ ชนิดของอีลิเมนต์**

การวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จำเป็นต้องแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นส่วนออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ และเลือกใช้ชนิดของอีลิเมนต์ที่เหมาะสมกับรูปร่างลักษณะของงานและการกระทำของแรง ชนิดของอีลิเมนต์อาจจะแบ่งออกได้ ๓ ประเภทตามมิติคือ อีลิเมนต์สำหรับปัญหามิติเดียว สองมิติ และสามมิติ

**๒.๓.๑.๑ อีลิเมนต์มิติเดียว**

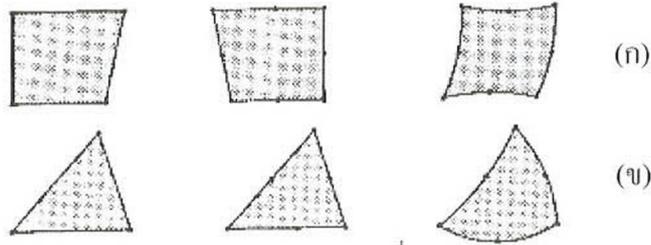
อีลิเมนต์มิติเดียวเป็นอีลิเมนต์ที่นิยมนำไปใช้ในการวิเคราะห์ปัญหามิติเดียว เช่น ชิ้นส่วนที่มีแรงกระทำในแนวแกน ชิ้นส่วนที่รับแรงบิด การโก่งของคาน การนำความร้อนในทิศทางเดียวเป็นต้น



**รูป ๒.๑๘ อีลิเมนต์มิติเดียว**

รูป ๒.๑๘ (ก) คืออีลิเมนต์มิติเดียวที่ประกอบด้วยจุดต่อที่ปลายทั้งสองด้านของแต่ละอีลิเมนต์ ซึ่งเรียกว่า จุดต่อภายนอก ส่วนรูปที่ ๒.๑๘ (ข) คืออีลิเมนต์มิติเดียวที่เป็นเส้นโค้งประกอบด้วยสี่จุดต่อ คือสองจุดต่อภายนอก และสองจุดต่อภายในซึ่งเหมาะสำหรับใช้วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างหรือชิ้นงานที่มีการยึดตัวไม่เป็นเส้นตรงเช่น การยึดของท่อโลหะ อันเนื่องมาจากมวลของท่อโลหะเองเป็นต้น

๒.๓.๑.๒ อิลิเมนต์สองมิติ

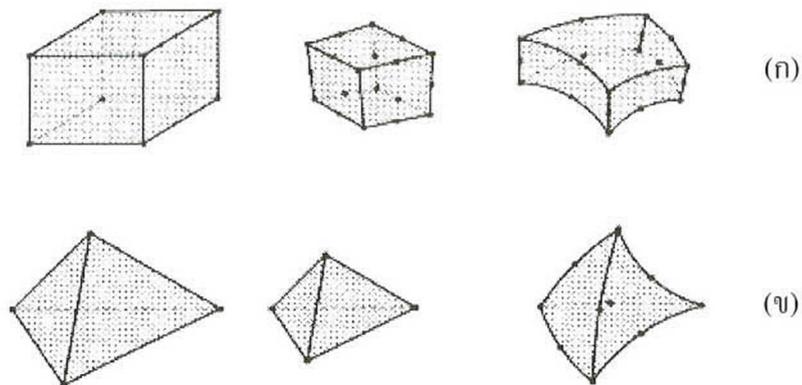


รูป ๒.๑๙ อิลิเมนต์สองมิติ

อิลิเมนต์สองมิติมักใช้วิเคราะห์ความเด่น-ความเครียดระนาบ โดยทั่วไปอิลิเมนต์สองมิติจะมีลักษณะเป็นสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านที่เป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง เช่น รูปในรูป ๒.๑๙ (ก) เป็นอิลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วยสี่จุดต่อและแปดจุดต่อชนิดด้านตรงและด้านโค้งแบบไอโซพาราเมตริก ส่วนรูป ๒.๑๙ (ข) เป็นอิลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย ๓ จุดต่อและ ๖ จุดต่อด้านตรงและด้านโค้งแบบไอโซพาราเมตริก โดยทั่วไปอิลิเมนต์สี่เหลี่ยมจะได้รับความนิยมมากกว่าอิลิเมนต์สามเหลี่ยม ทั้งนี้เพราะในกรณีที่ระดับชั้นความเสรีเท่ากันอิลิเมนต์สี่เหลี่ยมให้ผลเฉลยที่ถูกต้องแม่นยำกว่า ส่วนจะเลือกใช้อิลิเมนต์สี่เหลี่ยมด้านตรงหรือด้านโค้งขึ้นอยู่กับลักษณะรูปร่างของชิ้นงานจริง และโดยทั่วไปจะสมมุติให้ความหนาของอิลิเมนต์มีค่าคงตัว แต่อาจจะกำหนดให้ความหนาเป็นฟังก์ชันกับพิกัดได้

๒.๓.๑.๓ อิลิเมนต์สามมิติ

อิลิเมนต์สามมิติจะใช้กับการวิเคราะห์ปัญหาสามมิติทั่วไป ลักษณะของอิลิเมนต์จะเป็นสี่เหลี่ยมปริซึมและรูปกรวยสามเหลี่ยม เช่น ในรูป ๒.๒๐ (ก) และ (ข) ตามลำดับ

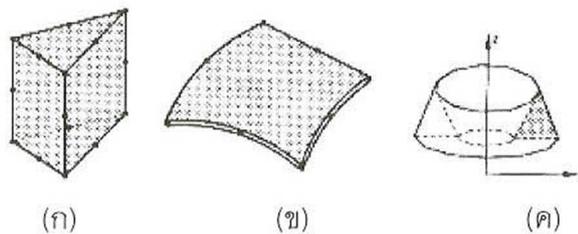


รูป ๒.๒๐ อิลิเมนต์สามมิติ

รูป ๒.๒๐ (ก) เป็นอิสิเมนต์สามมิติทรง ๖ หน้า (hexahedron) ชนิดด้านตรง (linear) ๘ จุดต่อ, ชนิดเส้นตรงกำลังสอง (straight-line quadratic) ๒๐ จุดต่อ และชนิดเส้นโค้งกำลังสอง (quadratic with curved faces) ๒๐ จุดต่อ ส่วนรูป ๒.๒๐ (ข) เป็นอิสิเมนต์สามมิติ ทรง ๔ หน้า (tetrahedra) ชนิดด้านตรง ๔ จุดต่อ ชนิดเส้นตรงกำลังสอง ๑๐ จุดต่อ และชนิดเส้นโค้งกำลังสอง ๑๐ จุดต่อ ตามลำดับ

นอกจากอิสิเมนต์สามมิติตามที่กล่าวมาแล้ว ยังมีอิสิเมนต์อีกกลุ่มหนึ่ง ดังรูป ๒.๒๑ (ก) ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะรูปทรงกระบอก ส่วนในรูป ๒.๒๑ (ข) เป็นการวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะแผ่นโค้ง (shell) และในรูป ๒.๒๑ (ค) อิสิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหารูปรวบรวมสมมาตร ซึ่งอาจจะเป็นอิสิเมนต์ชนิดสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมหมุนรอบแกนสมมาตร ( $360^\circ$ )

โดยทั่ว ๆ ไปอิสิเมนต์ที่ประกอบด้วยจำนวนจุดต่อมาก ๆ จะให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับค่าความเป็นจริงมากกว่า อิสิเมนต์ที่ประกอบด้วยจำนวนจุดต่อน้อย แต่จะเพิ่มความยุ่งยากในการแก้สมการและใช้เวลาในการคำนวณมาก ตัวอย่างเช่น อิสิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติ ประกอบด้วยจุดต่อ ๔ จะให้ผลเฉลยคลาดเคลื่อนมากกว่าอิสิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย ๘ และ ๑๖ จุดต่อ เป็นต้น



รูป ๒.๒๑ อิสิเมนต์สามมิติ

### ๒.๓.๒ ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์อิสิเมนต์

ตามที่กล่าวมาแล้ว เราสามารถใช้วิธีไฟไนต์อิสิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้าง เช่นหาการกระจัด, ความเค้น, ความเครียด และใช้วิเคราะห์ปัญหาของการถ่ายเทความร้อน การไหลของของเหลว เป็นต้น ในที่นี้จะเน้นการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อิสิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างระบบทางกล และชิ้นส่วนของเครื่องจักรกลที่ซับซ้อนที่ไม่สามารถจะหาผลเฉลยจากวิธีธรรมดาๆ ได้

สมการไฟไนต์อิลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้าง สามารถหามาได้จากวิธีพื้นฐาน ๒ วิธีคือ วิธีแรง หรือยืดหยุ่น (force or flexibility method) และ วิธีการกระจัดหรือวิธีสติฟเนส (displacement or stiffness method) วิธีแรกสามารถจะหาแรงภายในและแรงปฏิกิริยาโดยอาศัยสมการสมดุลของแรงและสมการเงื่อนไขการกระจัด (compatibility equation)

ส่วนวิธีที่สองจะสามารถหาการกระจัดที่สมมุติขึ้นโดยมีเงื่อนไขของความต่อเนื่องของอิลิเมนต์ที่แต่ละจุดต่อหรือที่ขอบบริเวณที่สัมผัสกันไม่ว่าก่อนและหลังแรงกระทำยังคงมีความต่อเนื่องเหมือนเดิม ดังนั้นสมการสมดุลจะเขียนอยู่ในเทอมของการกระจัดของแต่ละจุดต่อ และค่าของการกระจัดก็สามารถจะหาได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัด

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์นั้น นิยมใช้วิธีการกระจัดหรือวิธีสติฟเนส หาสมการไฟไนต์อิลิเมนต์มากกว่า ทั้งนี้เพราะสามารถจะหาสมการสมดุลและหาผลเฉลยได้สะดวกกว่า รวมทั้งโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวก็นิยมใช้วิธีการกระจัดด้วย

หลักการทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ก็คือ จะแบ่งโครงสร้างออกเป็นส่วนย่อย ๆ ซึ่งเรียกว่า ไฟไนต์อิลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัด (displacement function) ที่นำมาแทนอิลิเมนต์จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง แต่ละอิลิเมนต์จะโยงกันด้วยจุดต่อ (node) หรือเส้นขอบหรือผิวรอบอิลิเมนต์สัมผัสกัน และโดยอาศัยคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างหรือชิ้นงาน เราสามารถจะหาการกระจัด ความเค้น-ความเครียด ที่เกิดขึ้นที่จุดต่อต่างๆของแต่ละอิลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างหรือชิ้นงาน

ขั้นตอนต่างๆ ของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วน เช่น สปริง, ท่อนโลหะ, เพลลา, โครงข้อหมุน, โครงข้อแข็ง, แผ่นโลหะ, ถังความดัน ฯลฯ ภายใต้สภาวะต่างๆ ของแรง มีขั้นตอนต่างๆ ไปคล้ายกันดังนี้

### ๒.๓.๒.๑ การแบ่งโครงสร้างเป็นอิลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของอิลิเมนต์

การแบ่งโครงสร้างออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างเดิมคือ แบบจำลองไฟไนต์อิลิเมนต์ (finite element model) จะต้องเหมือนหรือสอดคล้องกับโครงสร้างเดิมให้มากที่สุด คือบริเวณที่เป็นส่วนเว้า ส่วนโค้ง มีรู หรือตรงบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างฉับพลันก็จำเป็นต้องแทนด้วยอิลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กเพียงพอที่จะให้ผลการวิเคราะห์ได้ถูกต้องแม่นยำ ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนักก็อาจจะแทนด้วยอิลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น แต่ถ้าแบบจำลองไฟไนต์อิลิเมนต์ประกอบด้วยจำนวนอิลิเมนต์มากเกินไปจนความจำเป็นก็จะทำให้ค่าใช้จ่ายในการคำนวณสูง และอาจจะทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ถ้าเครื่องคอมพิวเตอร์มีความละเอียดในการคำนวณไม่เพียงพอ ส่วนการเลือกใช้ชนิด

ของอีลีเมนต์นั้น จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้าง และการกระทำของแรง รวมทั้งความละเอียดของผลเฉลยที่ผู้วิเคราะห์ต้องการคืออาจจะเลือกใช้อีลีเมนต์ชนิดมิติเดียว, สองมิติ, สามมิติ หรืออีลีเมนต์ชนิดแกนสมมาตร (axisymmetric element)

### ๒.๓.๒.๒ การเลือกฟังก์ชันการกระจัด

จะต้องเลือกฟังก์ชันการกระจัดภายในอีลีเมนต์ ให้สอดคล้องกับจำนวนจุดต่อของอีลีเมนต์ หรือสอดคล้องกับระดับความเสรีของอีลีเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัดที่นิยมใช้กันคือ โพลีโนเมียลฟังก์ชัน ซึ่งอาจจะเป็นโพลีโนเมียลกำลังหนึ่ง, กำลังสอง, กำลังสาม ส่วนฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมทางเรขาคณิตสามารถเลือกใช้ได้แต่ไม่เป็นที่นิยม ทั้งนี้เพราะโพลีโนเมียลฟังก์ชัน ซึ่งอาจจะเป็นโพลีโนเมียลกำลังหนึ่ง, กำลังสอง, กำลังสาม ส่วนฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมทางเรขาคณิตก็สามารถเลือกใช้ได้แต่ไม่เป็นที่นิยม ทั้งนี้เพราะโพลีโนเมียลฟังก์ชันให้ความสะดวกในการวิเคราะห์มากกว่า ในกรณีของปัญหาสองมิติ ฟังก์ชันการกระจัดที่จุดต่อจะเขียนอยู่ในเทอมของพิกัดของระนาบ เช่น ระนาบ  $x-y$  เป็นต้น

### ๒.๓.๒.๓ กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด/การกระจัด และความเค้น/ความเครียด

การหาสมการไฟไนต์อีลีเมนต์ของแต่ละอีลีเมนต์ จำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัดและความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดในกรณีของปัญหามิติเดียว การยืดตัวของอีลีเมนต์ในทิศทางทิศทางหนึ่ง เช่น ทิศทาง  $x$  จะมีความสัมพันธ์กับความเครียด  $\epsilon_x$  ในกรณีที่  $\epsilon_x$  มีค่าน้อย,  $\epsilon_x = du/dx$ , และถ้าวัสดุอยู่ในช่วงยืดหยุ่นจากกฎของฮุก ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดคือ  $\sigma_x = E\epsilon_x$  ซึ่ง  $\sigma_x$  คือความเค้นในทิศทาง  $x$  และ  $E$  คือค่ามอดูลัสของการยืดหยุ่น ผลเฉลยของการกระจัด, ความเค้น, ความเครียดโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จะถูกต้องแม่นยำเพียงใด ย่อมขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่นำมาใช้ในการคำนวณ และความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด และความเค้นกับความเครียดจะมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นหรือไม่เป็นสมการเชิงเส้น

### ๒.๓.๒.๔ หาสมการพีเนสมเมทริกซ์และสมการของอีลีเมนต์

การหาสมการพีเนสมเมทริกซ์ของอีลีเมนต์และสมการของแรงของแต่ละอีลีเมนต์สามารถหาได้หลายวิธี เช่น

- วิธีสมดุลโดยตรง (direct equilibrium method)

วิธีสมดุลโดยตรงนี้เป็นวิธีที่ง่ายที่สุด เราสามารถหาสมการพีเนสมเมทริกซ์และสมการของแรงในเทอมการกระจัดที่จุดต่อของอีลีเมนต์ได้โดยใช้เงื่อนไขการสมดุลของแรงในอีลีเมนต์

ส่วนมากจะใช้หาสตีเฟนสเมทริกซ์ของอีลิเมนต์มิติเดียว เช่น อีลิเมนต์สปริง, ท่อนโลหะ, เพลลา, และคาน เป็นต้น

- วิธีงานหรือพลังงาน (work or energy method), หลักของพลังงานศักย์ต่ำสุด (principle of minimum potential energy) และทฤษฎีของแคสติกเลียโน (Castigliano's theorem) ก็สามารถจะหาสมการของอีลิเมนต์และหาสตีเฟนสของอีลิเมนต์สองและสามมิติได้โดยสะดวก สำหรับวิธีของงานสมมุติฐานสามารถจะใช้หาสตีเฟนสเมทริกซ์ของอีลิเมนต์ของวัสดุทุกชนิดและวิธีพลังงานศักย์ต่ำสุดและทฤษฎีแคสติกเลียโน ใช้หาสตีเฟนสเมทริกซ์ของอีลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นเท่านั้น อย่างไรก็ตามทั้งสามหลักการ สามารถหาสตีเฟนสเมทริกซ์ของอีลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นได้เหมือนกัน

- วิธีเวทเรซิดิว (method of weighted residuals)

วิธีเวทเรซิดิวที่นิยมกันมากก็คือ วิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin's method) ซึ่งมีประโยชน์มากสำหรับการหาสมการของอีลิเมนต์ และให้ผลเช่นเดียวกับวิธีพลังงาน ส่วนมากมักจะนิยมใช้ในกรณีที่วิธีพลังงานศักย์ต่ำสุดใช้ได้ไม่สะดวก เช่น ปัญหาการไหลของของเหลว การถ่ายเทความร้อน การเคลื่อนมวล (mass transport) เป็นต้น

โดยอาศัยวิธีใดวิธีหนึ่งจากสามวิธีตามที่กล่าวมาแล้ว เราจะได้รับสมการสมดุลของแรงในเทอมของสตีเฟนสเมทริกซ์ และการกระจัดที่จุดต่อของอีลิเมนต์สมการดังกล่าว สามารถจะเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & \cdot & \cdot & k_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdot & \cdot & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \cdot \\ \delta_n \end{Bmatrix}$$

หรือ  $\{f\} = [k]\{\delta\}$  .....(๒.๑)

ซึ่ง  $\{f\}$  คือเมทริกซ์ของแรงที่กระทำที่จุดต่อ,  $[k]$  คือ สตีเฟนสของอีลิเมนต์ และ  $\{\delta\}$  คือการกระจัดที่จุดต่อซึ่งยังไม่ทราบค่า, n คือจำนวนของระดับความเสรีของอีลิเมนต์

### ๒.๓.๒.๔ หาสมการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบ

สมการรวมของระบบโครงสร้างสามารถจะหาได้จาก การรวมสมการของแต่ละอีลิเมนต์ ในขั้นที่ ๒.๓.๒.๔ เข้าด้วยกัน ด้วยวิธีซ้อนทับ (superposition method) หรือเรียกว่า วิธีสตีฟเนสโดยตรง (direct stiffness method) โดยอาศัยหลักของการสมดุลของแรงที่จุดต่อของอีลิเมนต์ การต่อเนื่อง (continuity) ของโครงสร้าง สมการรวมของโครงสร้างของระบบโครงสร้างที่ได้รับ, เขียนในรูปของเมทริกซ์ได้คือ

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad \dots\dots\dots(๒.๒)$$

ซึ่ง  $\{F\}$  คือเมทริกซ์รวมของแรงที่จุดต่อ,  $[K]$  คือสตีฟเนสเมทริกซ์รวมของระบบ และ  $\{d\}$  คือ เมทริกซ์รวมของการกระจัดของระบบ ซึ่งอาจจะทราบค่าบางค่า และบางตัวอาจจะไม่ทราบค่า เนื่องจากเมทริกซ์  $[K]$  ในสมการ (๒.๒) เป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) ทั้งนี้เพราะตัวกำหนด (determinant) เท่ากับศูนย์ จึงจำเป็นต้องอาศัยเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) หรือเงื่อนไขบังคับ (constraints) หรือจุดรองรับ (supports) เพื่อช่วยทำให้เมทริกซ์  $[K]$  ในสมการ (๒.๒) ไม่เป็นเมทริกซ์เอกฐาน และสามารถหาค่าการกระจัดที่แต่ละจุดต่อที่ต้องการได้

### ๒.๓.๒.๖ หาการกระจัดของระบบ

หลังจากกำหนดเงื่อนไขขอบ หรือเงื่อนไขบังคับ ลงในสมการ (๒.๒) แล้ว เราสามารถจะหาการกระจัด  $\{d_1\}$   $\{d_2\}$  และ  $\{d_n\}$  , ได้โดยการแก้สมการพีชคณิตพร้อมๆ กันคือ

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \cdot \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ d_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(๒.๓)$$

การหาการกระจัด  $\{d\}$  อาจจะใช้วิธีของเกาส์ (Gauss's elimination method) หรือวิธีสมมุติ (iteration method) การกระจัด  $\{d\}$  อาจหาได้โดยการคูณสมการ (๒.๓) ด้วย  $[K]$  ( $[K]$  จะต้องไม่ใช่ เมทริกซ์เอกฐาน)

### ๒.๓.๒.๗ การหาค่าความเครียดและความเค้น

ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกล นอกจากต้องการทราบค่าการกระจัดแล้วยังต้องทราบค่าของความเครียด, ความเค้น หรือค่าของโมเมนต์ และแรงเฉือน ค่าต่างๆเหล่านี้สามารถจะคำนวณหาได้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง อาทิเช่น ปัญหามิติเดียว ถ้าทราบค่าการกระจัด  $u$  ก็สามารถหาความเครียดจาก  $\epsilon_x = du/dx$  และหาความเค้นจาก  $\sigma_x = E\epsilon_x$  ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในขั้นตอนที่ ๒.๓.๒.๓

### ๒.๓.๒.๘ การตีความผลลัพธ์

จากผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ ๒.๓.๒.๖ และ ๒.๓.๒.๗ ก็สามารถจะทราบได้ว่าที่จุดใดใดของอิลิเมนต์ หรือบริเวณใดของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนที่จะต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ เช่น บริเวณที่มีการกระจัดสูง หรือบริเวณใดมีความเค้นสูง และเราสามารถจะลดขนาดของการกระจัด และความเค้นนั้นได้อย่างไร ทั้งนี้จะต้องเปลี่ยนแปลงรูปร่างลักษณะหรือมิติของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนให้เหมาะสมยิ่งขึ้นหรืออาจจะต้องเลือกใช้วัสดุชนิดอื่นที่เหมาะสมกว่า

## ๒.๔ ความรู้พื้นฐานทางพลศาสตร์ของโครงสร้าง

### ๒.๔.๑ ความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency, $f_n$ )

ความถี่ธรรมชาติของการสั่นไหว คือจำนวนรอบของการเคลื่อนที่ของโครงสร้างในระยะเวลา ๑ วินาที มีหน่วยเป็น เฮิรตซ์ (Hz, รอบต่อวินาที) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับคาบการสั่นไหวธรรมชาติ ( $T_n$ ) ดังสมการ (๒.๔) โดยที่คาบการสั่นไหวธรรมชาติ คือระยะเวลาการแกว่งตัวของโครงสร้างตามธรรมชาติครบ ๑ รอบ มีหน่วยเป็นวินาที

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad \dots\dots\dots(๒.๔)$$

คาบการสั่นไหวและความถี่ธรรมชาติมีความสัมพันธ์กับค่าความถี่ธรรมชาติเชิงมุมของการสั่นไหว (circular natural frequency,  $\omega_n$ ) แสดงดังสมการ (๒.๕) และ (๒.๖)

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad \dots\dots\dots(๒.๕)$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad \dots\dots\dots(๒.๖)$$

ค่าของความถี่ธรรมชาติ,  $f_n$  คาบการสั่นไหวธรรมชาติ,  $T_n$  และความถี่ธรรมชาติเชิงมุม,  $\omega_n$  ล้วนขึ้นอยู่กับมวล ( $m$ ) และสติฟเนส ( $k$ ) ของโครงสร้างนั้นๆ ดังสมการ (๒.๗)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots\dots\dots(๒.๗)$$

### ๒.๔.๒ สมการการเคลื่อนที่ (Equation of Motion)

ในภาวะปกติตามธรรมชาติแล้วอาคารจะมีการสั่นไหวอยู่ตลอดเวลา แม้ว่าจะไม่มีแรงใดๆ มากระทำกับโครงสร้างเรียกว่า การสั่นไหวอิสระ (Free vibration) โดยการสั่นไหวอิสระของระบบถูกควบคุมด้วยสมการการเคลื่อนที่ สมการ (๒.๘)

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad \dots\dots\dots(๒.๘)$$

เมื่อ  $m$  คือเมตริกซ์รวมของมวล

$\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $u$  คือเมตริกซ์รวมของความเร่ง, ความเร็ว และการเคลื่อนที่ตามลำดับ

$c$  คือเมตริกซ์รวมของความหน่วง

$k$  คือสติฟเนสเมตริกซ์รวมของระบบ

หากโครงสร้างถูกกระทำด้วยแรงแผ่นดินไหว ลักษณะการตอบสนองของโครงสร้างจะประกอบไปด้วย การเสียรูป และเกิดแรงภายในของโครงสร้าง ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะการสั่นไหวของพื้นดิน ที่มีความเร่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา  $\ddot{u}_g(t)$  สมการการเคลื่อนที่ของระบบภายใต้แรงแผ่นดินไหวแสดงดังสมการ (๒.๙)

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad \dots\dots\dots(๒.๙๙)$$

- เมื่อ  $m\ddot{u}$  คือแรงที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของมวล ( $f_i$ )  
 $c\dot{u}$  คือแรงที่เกิดจากความหน่วงในโครงสร้าง ( $f_D$ )  
 $ku$  คือแรงที่เกิดจากสติเฟนสของโครงสร้าง ( $f_s$ )  
 $p(t)$  คือแรงแผ่นดินไหวที่มากระทำ เท่ากับ  $-m\ddot{u}_g(t)$

การวิเคราะห์และออกแบบเพื่อต้านทานแรงแผ่นดินไหว แบ่งออกเป็น ๓ วิธีคือ วิธีแรงสถิตเทียบเท่า (Equivalent Static Force Method), Response Spectrum Analysis และ Time History Analysis ในงานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์ด้วยวิธี Time History Analysis เนื่องจากวิธีนี้เหมาะสมกับการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงตามข้อมูลความเร่งของพื้นดิน สมการการเคลื่อนที่ใช้วิธีการหาผลตอบสนองได้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขของ Newmark Beta Method มีขั้นตอนดังนี้

Step ๑ คำนวณความเร่ง ณ เวลาเริ่มต้น  $t = 0$  สมการ (๒.๑๐)

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad \dots\dots\dots(๒.๑๐)$$

Step ๒ กำหนดช่วงเวลา  $\Delta t$  เช่น ๐.๐๒ วินาที

Step ๓ คำนวณหาค่า  $\hat{k}$  สมการ (๒.๑๑)

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m \quad \dots\dots\dots(๒.๑๑)$$

เมื่อ  $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$  สำหรับ Average acceleration method

$\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}$  สำหรับ Linear acceleration method

Step ๔ คำนวณหาค่าคงที่ a และ b สมการ (๒.๑๒) และ (๒.๑๓)

$$a = \frac{1}{\beta\Delta t}m + \frac{\gamma}{\beta}c \quad \dots\dots\dots(๒.๑๒)$$

$$b = \frac{1}{2\beta}m + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)c \quad \dots\dots\dots(๒.๑๓)$$

Step ๕ คำนวณหาค่าต่างๆ ตามสมการ (๒.๑๔) ถึง (๒.๑๘)

$$\Delta\hat{p}_i = \Delta p_i + au_i + b\ddot{u}_i \quad \dots\dots\dots(๒.๑๔)$$

$$\Delta u_i = \frac{\Delta\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad \dots\dots\dots(๒.๑๕)$$

$$\Delta\dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{u}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{u}_i \quad \dots\dots\dots(๒.๑๖)$$

$$\Delta\ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta u_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{u}_i \quad \dots\dots\dots(๒.๑๗)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i, \dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta\dot{u}_i, \ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta\ddot{u}_i \quad \dots\dots\dots(๒.๑๘)$$

Step ๖ กลับไปคำนวณหาค่าต่างๆ ในเวลาถัดไป  $i+1$  ตามสมการ (๒.๑๑) ถึง (๒.๑๘) แล้วจะได้ค่าการตอบสนองของโครงสร้าง

### ๒.๔.๓ รูปแบบการสั่นไหว (Vibration Mode Shape)

รูปแบบการสั่นไหว หรือ mode shape หาได้จากสมการดังต่อไปนี้ เมื่อเมตริกซ์รวมของการเคลื่อนที่ที่สามารถเขียนในรูปของ mode shape ได้ดังสมการ (๒.๑๙)

$$u(t) = q_n(t)\phi_n \quad \dots\dots\dots(๒.๑๙)$$

เมื่อ  $\phi_n$  คือรูปแบบการสั่นไหวธรรมชาติ

$q_n(t)$  คือการเคลื่อนที่ที่ธรรมชาติเป็นฟังก์ชันของเวลา ( $t$ ) สมการ (๒.๒๐)

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \quad \dots\dots\dots(๒.๒๐)$$

แทนสมการ (๒.๑๙) และ (๒.๒๐) ในสมการ (๒.๔) จะได้

$$\left[ -\omega_n^2 m \phi_n + k \phi_n \right] q_n(t) = 0 \quad \dots\dots\dots(๒.๒๑)$$

$$k \phi_n = \omega_n^2 m \phi_n \quad \dots\dots\dots(๒.๒๒)$$

$$\left[ k - \omega_n^2 m \right] \phi_n = 0 \quad \dots\dots\dots(๒.๒๓)$$

สมการ (๒.๒๓)– รูปแบบการสั่นไหวธรรมชาติไม่สามารถเป็น 0 ได้คือ  $\phi_n \neq 0$

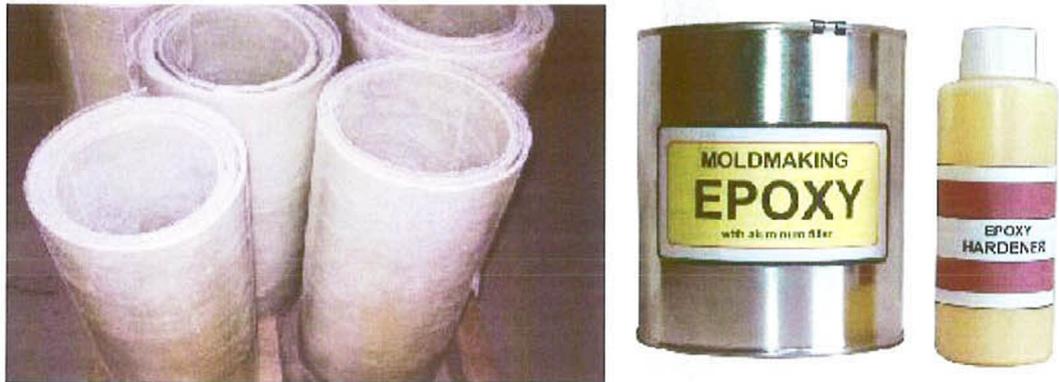
$$\text{ดังนั้น} \quad \det \left[ k - \omega_n^2 m \right] = 0 \quad \dots\dots\dots(๒.๒๔)$$

เมื่อทราบค่าความถี่ธรรมชาติจากสมการ (๒.๒๔) จะสามารถหารูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างในสมการ (๒.๒๓) ได้

นอกจากวิธีการคำนวณแล้ว ปัจจุบันยังมีเครื่องมือในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้าง ซึ่งมีการนำมาใช้ในการตรวจวัดการสั่นไหวของอาคารเป็นจำนวนมาก ในงานวิจัยนี้ได้นำเครื่องมือดังกล่าวมาตรวจวัดการสั่นไหวของเจดีย์ เพื่อตรวจสอบแบบจำลองที่สร้างขึ้น

## ๒.๕ การเสริมกำลังด้วยวัสดุคอมโพสิต

ในปัจจุบันการเสริมกำลังโครงสร้างในงานวิศวกรรมโยธาด้วยวัสดุคอมโพสิต (Composites) ประเภท Polymer–Matrix Composites หรือ Fiber Reinforced Plastic (FRP) เป็นที่รู้จักและนิยมใช้งานกันอย่างกว้างขวางทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ เนื่องมาจากวัสดุดังกล่าวมีความสะดวกในการติดตั้งและประยุกต์ใช้ได้หลากหลายรูปแบบ โดยสามารถเลือกใช้เส้นใยแรงดึงสูง (High Tensile Strength Fiber) หลายชนิด เช่น Carbon fiber, Glass fiber, หรือ Aramid fiber และวัสดุประสานยึดเกาะ (Polymer–Matrix) หลายชนิด เช่น Epoxy Resin, Vinyl–Ester Resin หรือ Polyester Resin ตามความเหมาะสมของคุณสมบัติเชิงกลและราคาที่แตกต่างกัน ดังที่ยกตัวอย่างแสดงไว้ในรูปที่ ๒.๒๒



รูปที่ ๒.๒๒ วัสดุเส้นใยแรงดึงสูง และ วัสดุประสานยึดเกาะ

อย่างไรก็ตามวัสดุ Polymer–Matrix Composites แม้ว่าจะมีคุณสมบัติด้านการรับแรงดึงในแนวตรงที่สูงกว่าเหล็กกล้าหลายเท่า แต่ก็ยังมีข้อจำกัดในด้านการรับแรงอัดและแรงที่กระทำในทิศทางอื่นๆซึ่งไม่ขนานแนวการจัดเรียงเส้นใย นอกจากนี้ ยังมีข้อจำกัดของการใช้ Polymer Matrix (หรือ Adhesive) ที่สำคัญ ๓ ประการคือ

- ๑) ไม่สามารถทนต่ออุณหภูมิที่สูงตั้งแต่ระดับประมาณ ๓๐–๔๐ C ขึ้นไป ซึ่งเป็นระดับอุณหภูมิ Glass Transition Temperature (Tg) ของวัสดุ Polymer Matrix โดยทั่วไป ซึ่งจะทำให้เกิดการเสื่อมสภาพและสูญเสียกำลัง (Strength) ในทันที
- ๒) สูญเสียกำลังการยึดเกาะ (Bonding) จากความชื้นบนพื้นผิวคอนกรีต ซึ่งการสูญเสียกำลังการยึดเกาะนี้สามารถเกิดขึ้นได้ทั้งในระหว่างการติดตั้งและภายหลังการใช้งานอย่างต่อเนื่องในสภาวะที่มีความชื้นสูง
- ๓) ปัญหาความเข้ากันได้ (Compatibility) ของวัสดุ Polymer Matrix และผิวคอนกรีตที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน เช่น Modulus, Coefficient of Thermal Expansion (CTE), Vapor Transmission เป็นต้น ซึ่งในบางกรณีอาจจะทำให้เกิดการแยกตัวออกจากกัน

ถึงแม้จะข้อจำกัดดังกล่าวแต่ คาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์-[CFRP] ได้พิสูจน์ตลอดช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมาว่าเป็นวัสดุที่ใช้ในการประยุกต์วิศวกรรมโครงสร้างได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งในแวดวงนักวิชาการที่ศึกษาศักยภาพของวัสดุดังกล่าวและในการประยุกต์ใช้จริงในวงการก่อสร้าง คาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์ได้พิสูจน์ว่ามีประโยชน์ในหลายแง่มุม ทั้ง การเพิ่มประสิทธิภาพของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ความสะดวกในการก่อสร้าง และ ใช้ในอุตสาหกรรมที่เกี่ยวข้องกับการเสริมกำลังให้โครงสร้างที่มีอยู่ ซึ่งเป็นอีก

ทางเลือกหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการปรับปรุงและเสริมกำลัง แทนที่การใช้เหล็กหรือวัสดุอื่นๆ ที่มีความลำบากในการติดตั้งและมีน้ำหนักรวมถึงมีต้นทุนที่สูง

จากเหตุผลดังกล่าวทำให้คาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์กลายเป็นที่นิยมในชื่อวัสดุที่ใช้ในการซ่อมแซมหรือปรับปรุงโครงสร้างในงานวิศวกรรมโยธา และรวมถึงการเพิ่มความสามรถในการต้านทานแรงแผ่นดินไหวในโครงสร้างที่ก่อสร้างโดยไม่ได้พิจารณาหรือพิจารณาแรงกระทำแผ่นดินไหวไว้ต่ำกว่าที่คาดว่าจะเกิดในปัจจุบัน การนำคาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์ไปประยุกต์ใช้กับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กนั้น โดยทั่วไปจะนำไปยึดติดเสริมไว้ในบริเวณที่เป็นจุดอ่อนของโครงสร้างดังที่แสดงในรูปที่ ๒.๒๓ ซึ่งวิธีดังกล่าวเมื่อทำแล้วจะมีผลกระทบต่อความแข็งแรงโดยอาจจะเพิ่มความแข็งแรงขึ้นถึง ๑๐%



รูปที่ ๒.๒๓ คาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์ในการประยุกต์ใช้ในงานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ในการประยุกต์ใช้เพื่อเพิ่มความแข็งแรงโดยใช้วัสดุ CFRP ในงานคอนกรีตเสริมเหล็กสามารถพบได้ในงานต่อหม้อสะพาน และ โครงสร้างเสาของอาคาร โดยการพันรอบส่วนดังกล่าวซึ่งจะส่งผลถึงความแข็งแรง นอกจากนี้ยังสามารถเพิ่มความเหนียวให้กับโครงสร้างดังกล่าว ดังรูปที่ ๒.๒๔ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นการเพิ่มความต้านทานต่อความแรงกระทำจากแผ่นดินไหวที่รุนแรงได้ ซึ่งถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงและมีความคุ้มค่าในแง่การลงทุน เนื่องจากวัสดุ CFRP ขี้ดได้เปรียบ คือมีน้ำหนักเบา และต้านการกัดกร่อน และสะดวกในการติดตั้งเนื่องจากมีวิธีการติดตั้งที่ง่ายและไม่ซับซ้อน



รูปที่ ๒.๒๔ คาร์บอนไฟเบอร์เสริมแรงพอลิเมอร์ในการประยุกต์ใช้ในส่วนเสาของอาคาร

ปัจจุบันมีการใช้ CFRP ในงานปรับปรุงซ่อมแซมแก้ไขและเสริมกำลังโครงสร้างอาคารประเภทต่างๆ อย่างแพร่หลายทั่วไป และมีมาตรฐานในการออกแบบ ACI ๔๔๐.๒R ซึ่งใช้เป็นสากล CFRP ที่ใช้ทั่วไปมี ๒ ประเภทได้แก่ แบบแผ่น (Sheet) ความหนาประมาณ ๐.๑๑-๐.๑๗ มม. และแบบลามิเนต (Laminate) ความหนาประมาณ ๑.๒-๑.๔ มม. โดยแบบลามิเนตเป็นการนำแบบแผ่นบางจำนวน ๕-๖ ชั้นมาประสานกันด้วยอีพ็อกซีเรซินจนเป็นแผ่นแข็งชิ้นเดียวกัน ซึ่งจะมีความสามารถรับกำลังได้ดีกว่าแบบแผ่น แต่ค่าติดตั้งก็จะสูงกว่าตามไปด้วย ดังนั้นในการใช้งาน CFRP จะต้องมีการสำรวจตรวจสอบและวิเคราะห์คำนวณออกแบบโครงสร้างที่จะใช้งานจริงถึงความเหมาะสมโดยวิศวกรโครงสร้าง เพื่อให้การติดตั้ง CFRP ได้ถูกต้องเหมาะสม และโครงสร้างอาคารมีความปลอดภัยในการใช้งานตามหลักวิศวกรรม

## ๒.๖ เจดีย์

### ๒.๖.๑ ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับเจดีย์



เจดีย์ที่สร้างในพุทธศาสนามีกำเนิดอยู่ในประเทศอินเดียโบราณ ต่อมาได้แพร่หลายออกมาสู่ ดินแดนต่างๆ และมีความหลากหลายมากขึ้นเนื่องจากการปรับปรุงให้เข้ากับแนวความคิด ความ ต้องการ และสุนทรียภาพของแต่ละพื้นที่ การติดต่อสัมพันธ์ระหว่าง

ดินแดนใกล้เคียงยังก่อให้เกิด การถ่ายรับอิทธิพลทางศิลปวัฒนธรรมซึ่งกันและกันด้วย โดยในแต่ละท้องถิ่นก็ยังคงความเป็น เอกลักษณ์เฉพาะท้องถิ่นของตนไว้

ตามตำราในพุทธศาสนาได้แบ่ง พระเจดีย์ หรือที่เรียกสั้นๆ ว่า เจดีย์ ออกเป็น ๔ ประเภท คือ *ธาตุเจดีย์* หมายถึงสิ่งก่อสร้างที่บรรจุพระบรมธาตุของพระพุทธเจ้า พระมหากษัตริย์ จักรพรรดิ *ปริโภคเจดีย์* หมายถึงสังเวชนียสถานอันเป็นสถานที่สำคัญทางพุทธศาสนา หรือที่ซึ่งพระพุทธเจ้า เคยประทับ เช่น ที่ประสูติ ตรัสรู้ ปฐมเทศนา และปรินิพพาน *ธรรมเจดีย์* หมายถึงคาถาแสดงอริยสัจ หรือคัมภีร์ในพระพุทธศาสนา เช่น พระไตรปิฎก อุเทศิกะเจดีย์ คือของที่สร้างขึ้นโดยเจตนาอุทิศแต่ พระพุทธเจ้า เจดีย์มีความหมายพ้องกับคำว่า *สถูป* ซึ่งเป็นสิ่งก่อสร้างเหนือหลุมฝังศพ หรือสร้างเพื่อ บรรจุอัฐิธาตุ แต่โดยทั่วไปนิยมใช้คำว่าเจดีย์มากกว่า

เจดีย์ในที่นี้หมายถึงสิ่งก่อสร้างในพุทธศาสนาอันควรแก่การเคารพบูชา มีทั้งสร้างขึ้นเพื่อ บรรจุอัฐิธาตุหรือเพื่อประดิษฐานพระพุทธรูป หรือเพื่อเป็นที่ระลึก เป็นต้น วัสดุที่ใช้ในการก่อสร้าง เจดีย์ ได้แก่ ศิลา ศิลาแลง และอิฐซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันมากที่สุด เจดีย์ที่ก่อด้วยศิลาแลงและที่ก่อด้วย อิฐจะมีการฉาบปูนทับ (สันติ, ๒๕๓๘)

ประเภทของเจดีย์ได้แบ่งออกเป็น ๒ ประเภท ได้แก่ *ประเภทแรก* คือเจดีย์ที่ให้ความหมาย ทางด้านตำแหน่งที่ตั้ง หรือการใช้งาน ได้แก่ เจดีย์ประธาน เจดีย์ราย *ประเภทที่สอง* คือเจดีย์ที่ให้ ความหมายทางด้านรูปแบบ ซึ่งนิยมใช้มากกว่าประเภทแรก ได้แก่ เจดีย์ทรงระฆัง เจดีย์ทรงปราสาท เจดีย์ทรงปรางค์ เจดีย์ทรงปราสาท เป็นต้น

รูปแบบของเจดีย์ในแต่ละท้องถิ่นจะมีความแตกต่างกันออกไป แล้วแต่สภาพความเขินอยู่ การได้รับอิทธิพลทางศิลปวัฒนธรรมจากพื้นที่ข้างเคียง สำหรับเจดีย์เมืองเชียงใหม่ หรือที่เรียกว่าเจดีย์ล้านนานั้น ได้มีนักวิชาการหลายท่านศึกษาเรื่องรูปแบบเจดีย์เมืองเชียงใหม่ มีการแบ่งรูปแบบ ของเจดีย์แตกต่างกันไปดังนี้

ในปี พ.ศ. ๒๕๑๐ พิเศษ เจียจันทร์พงษ์ และขนิษฐา อัดถัมภ์คุณณะ (พิเศษ และขนิษฐา, ๒๕๑๐) ได้แบ่งเจดีย์เชียงใหม่ออกเป็น ๔ ระยะเวลาคือ

- **ระยะแรก** ในช่วงรัชกาลของพญามังรายถึงพญาญู เป็นเจดีย์ที่ประกอบด้วยฐานบัวลูกแก้วย่อ เก็จ ตั้งอยู่บนฐานเขียงสี่เหลี่ยมจัตุรัสเตี้ยรองรับฐานเขียงกลมสามชั้น ถัดไปเป็นนมาลัยเถาที่แปลงมา จากฐานบัวลูกแก้วย่อเก็จแต่ทำเป็นฐานกลมซ้อนกันสามชั้น เหนือขึ้นไปเป็นองค์ ระฆังขนาดเล็ก เช่น เจดีย์วัดพระสิงห์ เป็นต้น นอกจากนั้นยังมีเจดีย์เหลี่ยมที่สืบทอดจากหริภุญชัย คือเจดีย์เหลี่ยมที่ เวียงกุมกาม อ.สารภี จ.เชียงใหม่

- **ระยะที่สอง** ระหว่างรัชกาลพญากือนาถึงพระเจ้าสามฝั่งแกน ซึ่งแยกเป็น ๒ แบบ คือแบบ แรกได้รับอิทธิพลขององค์ระฆัง และแผนผังที่ประกอบด้วยฐานทักษิณรวมทั้งเจดีย์

ทิศจากเมือง นครศรีธรรมราช ได้แก่ เจดีย์วัดสวนดอก แบบที่สองเป็นอิทธิพลจากศิลปะพม่า ลักษณะเด่นคือ ท้องไม้ของมาลัยเถามีช่องสี่เหลี่ยมเจาะเป็นระยะๆ เช่น เจดีย์วัดอุโมงค์เชิงดอยสุเทพ

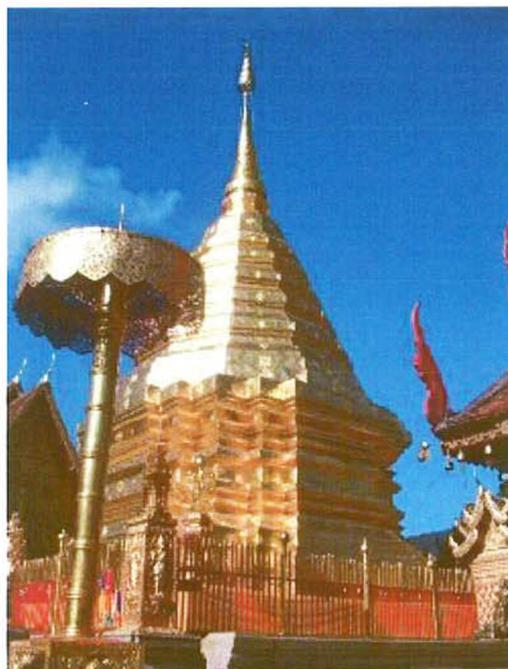
- **ระยะที่สาม** เป็นเจดีย์มณฑปผสมทรงกลมที่เริ่มสร้างตั้งแต่รัชกาลของพระเจ้าติโลกราชถึง พระเกตุเกล้า ลักษณะเป็นเจดีย์ที่มีการผสมกันระหว่างมณฑปกับเจดีย์ทรงกลมแบบสุโขทัย โดย พิจารณาชั้นมาลัยเถาและองค์ระฆังเป็นสำคัญ

- **ระยะที่สี่** ตั้งแต่รัชกาลพระเกตุเกล้าลงมา ได้มีความนิยมสร้างเจดีย์ย่อมนรอยตามแบบเจดีย์ ระยะแรก แต่ดัดแปลงมาลัยเถาเป็นสี่เหลี่ยมรวมทั้งจำนวนชั้นที่มากขึ้น เช่น เจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพ เป็นต้น

**สันติ เล็กสุขุม (๒๕๓๘)** ได้จัดกลุ่มเจดีย์ล้านนาเป็น ๒ กลุ่มใหญ่ๆ คือเจดีย์ทรงระฆังและเจดีย์

ทรงปราสาท เจดีย์ทรงระฆัง ได้แก่ เจดีย์วัดอุโมงค์เถรจันทร์ เจดีย์วัดพระธาตุดอยสุเทพ เจดีย์วัดหม้อคำตวง เป็นต้น เจดีย์ทรงปราสาท ได้แก่ เจดีย์เหลี่ยมเวียงกุมกาม เจดีย์วัดโลกโมฬี เจดีย์วัดป็น สารท เป็นต้น

#### ๒.๖.๒ เจดีย์พระธาตุดอยสุเทพ



รูป ๒.๒๕ เจดีย์พระธาตุดอยสุเทพ

จากตำนานวัดธาตุคอกยสุเทพราชวรวิหาร พระธาตุคอกยสุเทพในปัจจุบัน(รูป ๒.๒๕) สร้างขึ้นครั้งแรกในราวปี พ.ศ. ๑๙๒๗ สมัยพระเจ้าเกื้อนา โดยนำพระบรมธาตุส่วนหนึ่งจากวันสวนตอกมาฝังในหลุมขุดลึก ๖ ศอก กว้าง ๑ วา ๓ ศอก บนยอดคอกยสุเทพ และก่อเจดีย์สูง ๕ วา ๓ ศอก ต่อมาในสมัยพระเจ้าเกษเกล้า พ.ศ. ๒๐๘๐ ได้ทำการเสริมเจดีย์ให้ใหญ่กว่าเดิมเท่าขนาดปัจจุบัน ซึ่งหลักฐานระบุว่า “กว้าง ๖ วา สูง ๑๑ วา มี ๔ มุม มีรูปโหนดอกบัวตั้งอยู่ ๔ มุม แทนหลวงบริพัตร ๔ เหลี่ยม ท้องสูง ๒ ชั้น แต่หนาแทนหลวงถึงปากแทนแก้วมีกระดุกชั้นเดียว แต่คอกยสุเทพถึงยอดโกสุมลุมสูงระรายนัยมี ๑๑ ลุก” พระเจ้าเกล้าได้พระราชทานทองคำทำเป็นดอกบัวทองคำ ขจิตด้วยแก้วใสบนยอดเจดีย์ และในพ.ศ. ๒๐๘๑ ท้าวชายคำ พระโอรสพระเจ้าเกษเกล้า ได้พระราชทานทองคำหนัก ๑๗๐๐ บาท ตีเป็นแผ่นทองจั่งไก่ ดาดมียวงค์เจดีย์ ต่อมา ใน พ.ศ. ๒๐๘๘ ได้มีการสร้างวิหารด้านหน้าและด้านหลัง และระเบียงรอบพระธาตุ ซึ่งปัจจุบันได้ซ่อมขึ้นใหม่ ตำนานได้บรรยายลักษณะ ขนาดพื้นที่ และอาคารประกอบองค์พระธาตุไว้ดังนี้

พระเจดีย์บรรจุพระบรมธาตุ มีเนื้อที่ด้านละ ๖ วา ๔ ด้าน รวม ๒๔ วา ลำเลียงเหล็ก (รั้วเหล็ก) ด้านละ ๗ วา ๖ ศอก ๔ ด้าน รวม ๓๐ วา เหล็กลำเลียงด้านตะวันออกมี ๑๒๐ เล่ม ด้านตะวันออกมี ๑๒๐ เล่ม ด้านตะวันตก ๑๒๐ เล่ม ด้านใต้มี ๑๓๒ เล่ม ด้านเหนือมี ๑๓๒ เล่ม ๔ ด้าน รวม ๕๐๔ เล่ม มีประสาททั้ง ๔ มุม ราวเทียนด้านละ ๗ วา ๔ ด้าน รวม ๓๖ วา ด้านตะวันออกมีประทีปทองเหลือง ๑๘ ดวง ด้านตะวันตก ๒๗ ดวง ด้านใต้ ๒๗ ดวง พระวิหารด้านหน้าและด้านหลังมี ๗ แปะ ๒ ชายชด (มุข) หลัง ชดหน้ามีชดละห้อง ชดหลัง ๒ ห้อง รวมทั้งหมดเป็น ๔ ห้อง ๒ ห้อง เป็น ๘ ห้อง ระเบียงตะวันออกทั้ง ๒ ข้าง มี ๗ ห้อง ตะวันตกทั้ง ๒ ข้างมี ๗ ห้อง ด้านใต้ ๑๒ ห้อง ด้านเหนือ ๑๒ ห้อง ๔ ด้านมี ๓๘ ห้อง นับทั้งวิหารมี ๔๖ ห้อง บริเวณภายในฝาแต่ด้านเหนือถึงด้านใต้มี ๑๙ วา ๒ ศอก แต่ด้านตะวันออกถึงด้านตะวันตกมี ๒๒ วา แต่ประตูบริเวณถึงเทวดา ๒ องค์ (บัดนี้ย้ายไปไว้นอกประตูบริเวณแล้ว) มี ๙ วา นาคยาว ๖๐ วา บันไดมี ๑๗/๓ ชั้น (เวลานี้มี ๓๐๑ ชั้นลำเลียงไม้ชั้นล่างไปทางตะวันตกและตะวันออก ๕๐ วา

ในปี พ.ศ. ๒๔๗๕ ได้มีการเปลี่ยนแปลงการปกครองจากระบบสมบูรณาญาสิทธิราชมาเป็นประชาธิปไตยคณะสงฆ์ได้รับมอบหมายให้เป็นผู้ดูแลพระธาตุ ทางคณะสงฆ์ได้คัดเลือกครูบาเถิ้มวัดแสนผางไปเป็นผู้ดูแลรักษาพระธาตุฯ ท่านจึงเป็นเจ้าของอาวาสรูปแรกของวัดพระธาตุคอกยสุเทพ ท่านได้ร่วมกับครูบาตรีวิชัย สร้างถนนขึ้นคอกยสุเทพ สำเร็จลงในปี พ.ศ. ๒๔๗๗-๘ ต่อมา ในปี พ.ศ. ๒๔๙๒ พระครูอนุสรณ์ เจ้าอาวาสรูปที่ ๓ ทำการต่อท่อน้ำจากห้วยถ้ำมาใช้น้ำในวัด เป็นประปาภูเขา และสร้างบันไดนาค มี ๗ เศียร สวยงามได้สัดส่วนทั้งหัวและลำตัว มี

บันทึกว่าดินวัดที่ลาดชันลงไปด้านมุมศาลาระเบียงด้านตะวันออกเฉียงเหนือเกิดพังเข้ามาเกือบถึงมุมศาลาประมาณ ๒ เมตร ครั้งแรกขอร่องทางสถาปนิกจังหวัดมาจัดทำให้ ถึงฤดูฝนพังอีก ท่านจึงลงมือเองจนสำเร็จ ในปี พ.ศ. ๒๔๙๔ พระครูญาณลังกา (ต่อมาได้เลื่อนสมณะศักดิ์เป็นเทพวิสุทธิทนาย) วัดทุ่งยู เจ้าอาวาสรูปที่ ๕ ขอยกฐานะของพระธาตุคอกยสุเทพ เป็นวัดที่มีพระสงฆ์อยู่ (ก่อนนี้เป็นปูชนียสถาน) ท่านได้สร้างอุโบสถขึ้นใหม่ ย้ายอนุสาวรีย์ช้างเผือก จากหลังอุโบสถมาก่อนฐานไว้ที่ต้นขนุน ซ่อมแซมวิหาร ศาลาพระธาตุ และก่อนฐานพระรอบศาลา ระเบียง ๔๕ ฐาน ไปขอพระพุทธรูปตามวัดร้างและวัดที่มีพระพุทธรูปหลายองค์มาประดิษฐานไว้บนฐานนั้น วาดภาพพุทธประวัติรอบฝาผนัง สร้างกุฎิศาลาปี พ.ศ. ๒๔๙๙ ทางราชการทำการฉลอง ๒๕ พุทธศตวรรษ ๒๕๐๐ ทางรัฐบาลได้ให้งบประมาณวัดพระธาตุคอกยสุเทพ ๑,๕๐๐,๐๐๐ บาท ใช้ปรับปรุงถนน ลงหิน ลาดยาง ๑,๐๐๐,๐๐๐ บาท บูรณะวัด ๕๐๐,๐๐๐ บาท

พระสุเทพสิทธาจารย์ เจ้าอาวาสรูปที่ ๖ (ปัจจุบัน) ได้ประสานงานต่อ โดยเมื่อวันที่ ๒๔ พฤศจิกายน ๒๕๒๖ ได้ลงมือสร้างรรางเคเบิลขึ้นพระธาตุ ปรับปรุงลานพระธาตุ สร้างหอระฆังครอบระฆังใหญ่และหอระฆัง ๔ มุม ศาลาระเบียง ซุ้มประตูทางพญานาค ซุ้มเจ้าพ่อยักษ์ และกุ่มกัณฑ์ ให้เป็นศิลปะสมัยอดมัตร์ (ตั้งอยู่ด้านล่างคอกย)

### ๒.๖.๒.๑ ภัยพิบัติ

บันทึกหลักฐานเกี่ยวกับภัยพิบัติ ระบุว่า เมื่อวันที่ ๓๐ สิงหาคม ๒๕๓๒ เกิดแผ่นดินไหว ทำให้ยอดฉัตรซ่อหางหงส์หัก เพราะแกนฉัตรชั้นสุดท้ายถูกสั่นล้มเดียว แต่บังเอิญซ่อมแซม ปี ๒๕๓๙ ได้เอาลวดสลิงมัดไว้ เมื่อหักก็ไม่ตกถึงพื้น จึงได้ทำการผูกนั่งร้านเอายอดฉัตรลงมา พร้อมทั้งยกฉัตรทั้งหมดลงมาด้วยและซ่อมแซมใหม่ เพิ่มทองคำใบฉัตรอีก วันที่ ๗ พฤศจิกายน ๒๕๓๒ ก็ได้ฉัตรเชิญขึ้นบนยอดพระเจดีย์ ต่อมาเมื่อวันที่ ๑๒ กรกฎาคม ๒๕๓๔ เวลา ๐๔.๔๕ น. เกิดแผ่นดินไหวอีก คราวนี้ลูกแก้วบนยอดฉัตรตกลงมากระทบพื้น ทำให้ฐานของลูกแก้วที่ใช้ขนาดเตยรัตนันแตก แต่ตัวแก้วยังติดอยู่ ซึ่งต่อมาในวันที่ ๓ มีนาคม พ.ศ. ๒๕๓๙ ได้มีพิธีอัญเชิญลูกแก้วพระราชทานซึ่งทำการประดิษฐ์ตกแต่งประกอบเข้ากับยอดฉัตรใหม่ ขึ้นประดิษฐานบนยอดเจดีย์ นอกจากบันทึกความเสียหายจากแผ่นดินไหว ๒ ครั้งที่กล่าวแล้ว ในบันทึก (بابสา) สมุดข่อยว่า เมื่อปี ๒๓๔๔ เดือนยี่เหนื่อเวลาเช้ามีตเกิดแผ่นดินไหว ลูกแก้วบนยอดฉัตรพระธาตุคอกยเจ้าก็ได้ตกลงมา ปี ๒๓๔๖ วันวิสาขะก็ได้ยกขึ้นพร้อมได้ตกแต่งฉัตรทั้งหมดด้วย ส่วนใหญ่แผ่นดินไหวใหญ่ในปี พ.ศ. ๒๐๘๘ ซึ่งทำให้ส่วนบนของพระ

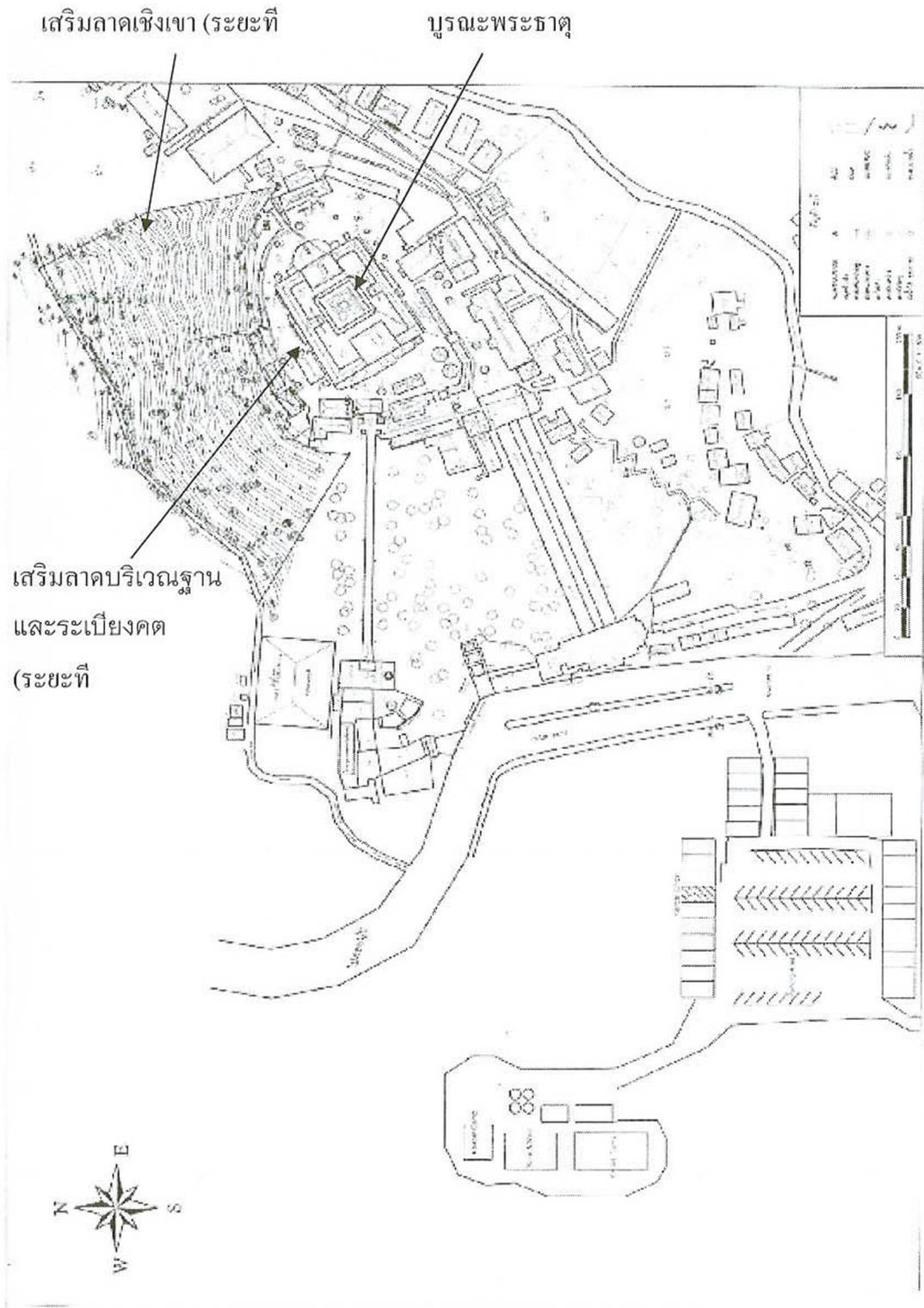
เจดีย์หลวงในพื้นที่ราบเมืองเชียงใหม่ได้พังทลายลงมา ไม่มีบันทึกระบุว่าพระธาตุดอยสุเทพฯ ซึ่ง  
นับเวลาแล้ว ช่วงนั้นเพิ่งสร้างแล้วเสร็จ

### ๒.๖.๒.๒ การบูรณะ

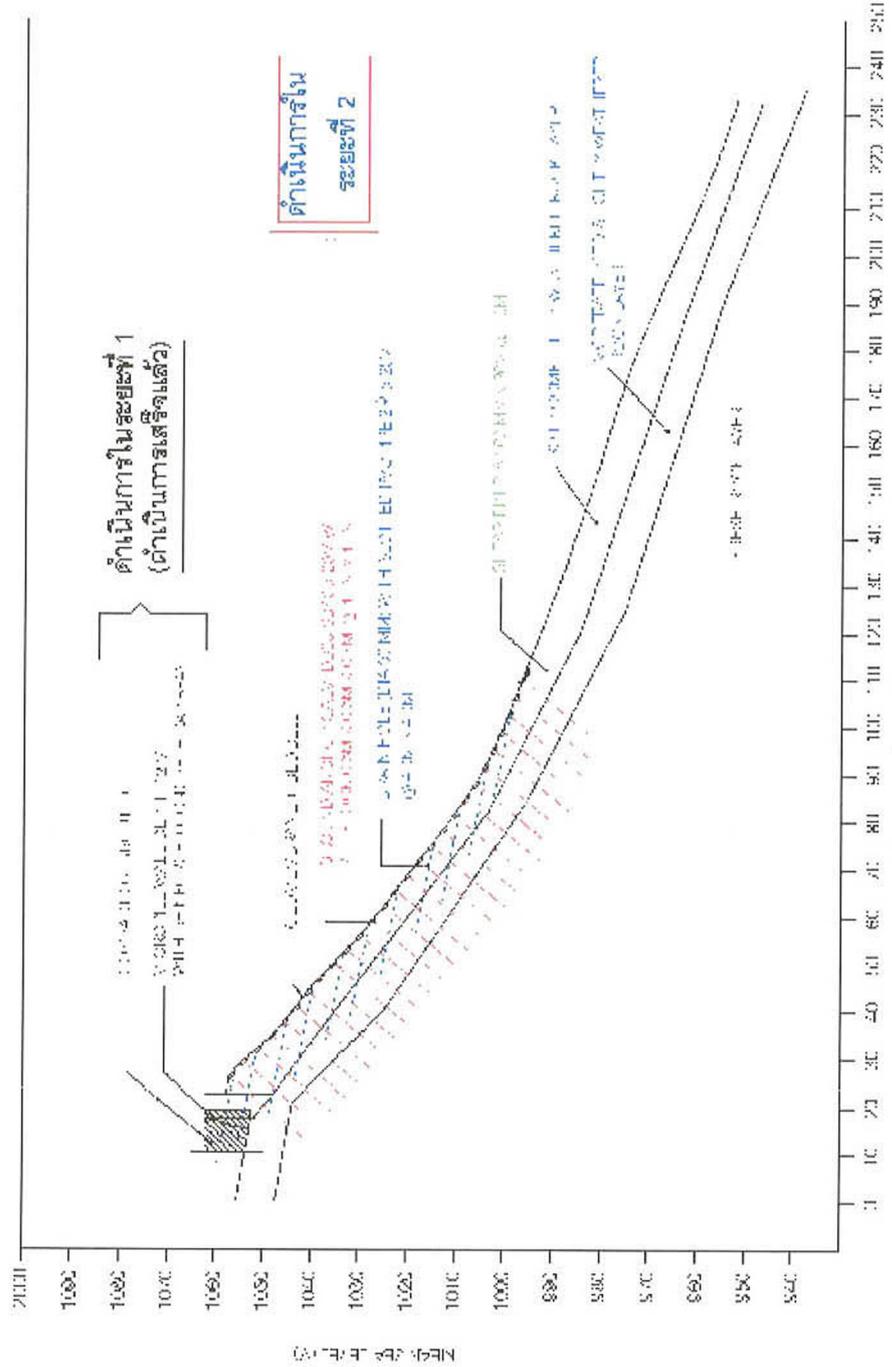
ในปี พ.ศ. ๒๕๕๑ ต่อเนื่องมาถึง ๒๕๕๔ ได้มีการบูรณะส่วนขององค์พระธาตุ (รูปที่  
๒.๒๖) และลาดดินที่เป็นส่วนของฐานทางทิศเหนือ (รูปที่ ๒.๒๗ และ ๒.๒๘) เนื่องจากมีการ  
พบว่าในพื้นที่ดังกล่าวในช่วงฤดูฝน ดินบริเวณฐานอ่อนตัวไหลออกจากคันทันดินมากขึ้น ใน  
ขณะเดียวกัน ยังพบว่า ฐานรากชั้นที่ ๒ มี รอยร้าว ส่งผลให้ฐาน และพื้นที่บริเวณระเบียงคต  
รอบองค์พระธาตุเกิดรอยร้าวและทรุดตัวได้ หากเกิดฝนตกหนักระดับน้ำใต้ดินสูงขึ้น ประกอบ  
กับมีแผ่นดินไหวเกิน ๕ ริกเตอร์



รูปที่ ๒.๒๖ การบูรณะพระธาตุดอยสุเทพ



รูปที่ ๒.๒๓ พื้นที่การบูรณะ



รูปที่ ๒.๒๘ การเสริมกำลังลาดเชิงเขา (ระยะที่ ๒)