

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E41027



DISCRETE-TIME RISK MODEL IN INSURANCE  
WITH EXPONENTIAL CLAIM AND  
GEOMETRIC INTERARRIVAL

MR. TIPPATAI PONGSART

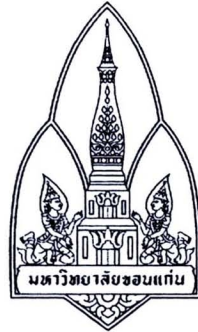
A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE  
KHON KAEN UNIVERSITY  
2011

600255421

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E41027



**DISCRETE-TIME RISK MODEL IN INSURANCE  
WITH EXPONENTIAL CLAIM AND  
GEOMETRIC INTERARRIVAL**



**MR. TIPPATAI PONGSART**

**A THESIS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE  
KHON KAEN UNIVERSITY**

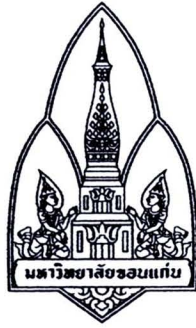
**2011**

**DISCRETE-TIME RISK MODEL IN INSURANCE  
WITH EXPONENTIAL CLAIM AND  
GEOMETRIC INTERARRIVAL**

**MR. TIPPATAI PONGSART**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE  
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF  
SCIENCE IN MATHEMATICS  
GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY**

**2011**



**THESIS APPROVAL  
KHON KAEN UNIVERSITY  
FOR  
MASTER OF SCIENCE  
IN MATHEMATICS**

**Thesis Title:** Discrete-time risk model in insurance with exponential claim and geometric interarrival

**Author:** Mr. Tippatai Pongsart

**Thesis Examination Committee**

Asst. Prof. Dr. Tawun Remsungnen	Chairperson
Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon	Member
Dr. Winate Sanhan	Member
Dr. Watcharin Klongdee	Member

**Thesis Advisor:**

..... *K. Sangaroon* Advisor

( Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon )

..... *L. Manmart*

(Assoc. Prof. Dr. Lampang Manmart)

Dean, Graduate School

..... *K. Sangaroon*

(Asst. Prof. Kiat Sangaroon)

Dean, Faculty of Science

ธิปไตย พงษ์ศาสตร์. 2554. แบบจำลองความเสี่ยงตามเวลาแบบวิยุตในการประกันภัยภายใต้  
การขอค่าสินไหมทดแทนที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล และเวลาระหว่าง  
การขอแบบเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา  
คณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์: ผศ. ดร. เกียรติ แสงอรุณ

บทคัดย่อ

**E41027**

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ศึกษาความน่าจะเป็นที่บริษัทประกันภัยจะขาดสภาพคล่องในการ  
ทำประกันภัยภายใต้แบบจำลองความเสี่ยงตามเวลาแบบวิยุตในการประกันภัย

$$U_0 = u, \quad U_n = u + c_0n - \sum_{i=1}^n X_i K_i, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่  $u$  คือ ทุนเริ่มต้นในการทำประกันภัย  $c_0 > 0$  คือ อัตราเบี้ยประกันภัยต่อหนึ่งหน่วยเวลา  
และ  $\{X_n K_n\}$  คือลำดับของกระบวนการขอค่าสินไหมทดแทน งานวิจัยนี้ศึกษาภายใต้เงื่อนไขที่  
ระยะเวลาในการขอค่าสินไหมทดแทนแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน จำนวนเงินในการขอค่าสินไหม  
ทดแทนแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน และกระบวนการขอค่าสินไหมทดแทนแต่ละครั้งเป็นอิสระ  
ต่อกัน ผลที่ได้คือ สูตรเวียนเกิดของความน่าจะเป็นที่บริษัทประกันภัยจะขาดสภาพคล่องในแต่  
ละหน่วยเวลา และศึกษาถึงกระบวนการของเวลาระหว่างการขอที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต

Tippatai Pongsart. 2011. **Discrete-time risk model in insurance with exponential claim and geometric interarrival.** Master of Science Thesis in Mathematics, Graduate School, Khon Kaen University.

**Thesis Advisor:** Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon

## ABSTRACT

**E41027**

In this thesis, we study the discrete-risk model (surplus process) in insurance by considering the ruin probability of the discrete-time surplus process

$$U_0 = u, \quad U_n = u + c_0 n - \sum_{i=1}^n X_i K_i, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

where  $u$  is an initial capital,  $\{X_n K_n\}$  is a claim size process and  $c_0 > 0$  is a premium rate for one unit time. Based on this result, we assume that processes  $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$  and  $\{K_n, n \in \mathbb{N}\}$  are independent and identically distributed and the process  $\{X_n K_n, n \in \mathbb{N}\}$  is mutually independent and identically distributed. The main result of this thesis, we obtain the recursive formula for finite-time ruin probabilities of this model. Further, we study the interarrival time process with geometric distribution.

**I dedicate this thesis to Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon,  
Dr. Watcharin Klongdee and my parents,  
with thanks for their support and  
encouragement and especially  
for their patience.**

## ACKNOWLEDGEMENTS

I wish to express my deepest and sincere gratitude to Asst. Prof. Dr. Kiat Sangaroon and Dr. Watcharin Klongdee for their initial idea, guidance and encouragement which enable me to carry out my study successfully.

Thanks for their constructive comments and suggestion to Asst. Prof. Dr. Tawun Remsungnen, Dr. Winate Sahhan and Dr. Watcharin Klongdee.

I extend my thanks to all my teachers for my knowledge and skill.

I would like to express my sincere gratitude to my beloved parents, my friends who continuously encourage me.

Finally, I would like to thank all graduate students, staffs at the Department of Mathematics who have been giving me good experiences, and the Human Resource Development in Science Project for supporting on this preparation of the thesis.

Tippatai Pongsart

# TABLE OF CONTENTS

	<b>Page</b>
ABSTRACT (IN THAI)	i
ABSTRACT (IN ENGLISH)	ii
DEDICATION	iii
ACKNOWLEDGEMENTS	iv
LIST OF TABLES	vi
LIST OF FIGURES	vii
CHAPTER I INTRODUCTION	1
CHAPTER II PRELIMINARIES	4
2.1 Insurance	4
2.2 Risk-Based Capital Framework	4
2.2.1 Aims of Risk-Based Capital of Thailand	5
2.2.2 Principle of Risk-Based Capital and Applicability	6
2.2.3 The Formula for the Capital Requirement	7
2.3 The Discrete-Time Risk Model	9
CHAPTER III MAIN RESULTS	11
3.1 Model Descriptions	11
3.2 Ruin Probability Behaviors	12
3.2.1 Ruin and Survival Probability	12
3.2.2 Exponential Claims	19
3.3 Numerical Results	21
3.4 Geometric Interarrival Time Process	26
CHAPTER IV CONCLUSIONS	30
REFERENCES	33
APPENDICES	35
VITAE	42

## LIST OF TABLES

	<b>Page</b>
Table 3.1 Ruin Probabilities ( $\Phi_N(u)$ ) in the Discrete-Time Risk Model with exponential Claims	21

## LIST OF FIGURES

	<b>Page</b>
Figure 3.1 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 0$ and $\theta = 0.10$ )	22
Figure 3.2 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 0$ and $\theta = 0.25$ )	22
Figure 3.3 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 5$ and $\theta = 0.10$ )	23
Figure 3.4 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 5$ and $\theta = 0.25$ )	23
Figure 3.5 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 0$ and various values of $\theta$ )	24
Figure 3.6 Ruin Probabilities in the Discrete-Time Risk Model with Exponential Claims ( $\lambda = 1, p = 0.5, u = 5$ and various values of $\theta$ )	25