# ใบรับรองวิทยานิพนธ์

**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์**

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

**ปริญญา**

| | |
|---|---|
| สถิติ | สถิติ |
| **สาขา** | **ภาควิชา** |

**เรื่อง** สถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

Some Goodness of Fit Tests for Generalized Exponential Distribution

**นามผู้วิจัย** นางสาวปัจยาการ พรมแดน

**ได้พิจารณาเห็นชอบโดย**

**อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก** ....................................

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์วินัย โพธิ์สุวรรณ์, Ph.D. )

**หัวหน้าภาควิชา** ....................................

( อาจารย์อำไพ ทองธีรภาพ, Ph.D. )

**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว**

....................................

( รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr. )

**คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย**

**วันที่** .......... **เดือน** .............. **พ.ศ.** ..........

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

# สถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

# Some Goodness of Fit Tests for Generalized Exponential Distribution

โดย

นางสาวปัจยาการ พรมแดน

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2552

ปัจยาการ พรมแดน 2552: สถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์วินัย โพธิ์สุวรรณ์, Ph.D. 133 หน้า

ตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปมีหลายตัว สำหรับการวิจัยครั้งนี้จะศึกษาตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) การประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ทำการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 แล้วทำการเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ ภายใต้การแจกแจงของข้อมูลตัวอย่างที่ได้มาจากการแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงลอกนอร์มัล กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 40 และ 50 เมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐานเท่ากับ 0.10, 0.05 และ 0.01 การวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองข้อมูลด้วยวิธีแปลงผกผันตามสถานการณ์ที่กำหนดไว้ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

ผลการวิจัยพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov ตามลำดับ สำหรับตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และพบว่าตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและมีความไวสูงสุดเมื่อทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัล รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด จากการทดสอบพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

________________ ________________________ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Pajjayakarn Promdan 2009: Some Goodness of Fit Tests for Generalized Exponential Distribution. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Assistant Professor Winai Bodhisuwan, Ph.D. 133 pages.

Goodness of fit tests for the generalized exponential distribution in this research are Kolmogorov-Smirnov test, Anderson-Darling test, Cramer-von Mises test and Jarque-Bera test. Parameter estimation in this study using maximum likelihood method, some investigations on the probability of Type I error and comparison of power of the test. The studied data are consisting of Weibull distribution and log-normal distribution. The sample sizes are 10, 20, 30, 40 and 50. The specified significance levels are 0.10, 0.05 and 0.01. Random variate generation is using inverse transform technique, then simulation study based on some situations is done with 1,000 replications of each situation.

The results of these studies can be summarized as following: Anderson-Darling test is the best in controling the probability of type I error, while Cramer-von Mises test and Kolmogorov-Smirnov test can control the probability of type I error in moderate manner, but Jarque-Bera test can not control the probability of type I error at all significant levels. Most cases of Anderson-Darling test are giving high power of the test and the highest sensitivity when tested under the alternative hypothesis is log-normal distribution. The Cramer-von Mises test and Kolmogorov-Smirnov test give a moderate power of test. The power of test can be improved when large sample sizes.

____________________ ______________________________ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณาของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินัย โพธิ์สุวรรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อคิดเห็น ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดียิ่งจนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้ง และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ ที่ประสิทธิประสาทความรู้และประสบการณ์ทางด้านสถิติอันเป็นประโยชน์ต่อข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณดร.อำไพ ทองธีรภาพ ประธานการสอบและรองศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกที่เสียสละเวลามาเป็นกรรมการในการสอบวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ท้ายนี้ข้าพเจ้าใคร่ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้องและเพื่อน ที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนมาโดยตลอด

ปัจยาการ พรมแดน<br>สิงหาคม 2552

# สารบัญ

**หน้า**

# สารบัญตาราง

**ตารางที่** **หน้า**

# สารบัญตาราง (ต่อ)

**ตารางที่** **หน้า**

# สารบัญตาราง (ต่อ)

**ตารางที่** **หน้า**



**ตารางผนวกที่**

# สารบัญภาพ

# สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|

# สารบัญภาพ (ต่อ)

# สารบัญภาพ (ต่อ)

**ภาพที่** **หน้า**

# สารบัญภาพ (ต่อ)

# สถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

## Some Goodness of Fit Tests for Generalized Exponential Distribution

## คำนำ

การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (Generalized exponential distribution) ที่มีสองพารามิเตอร์นั้นเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องสำหรับตัวแปรสุ่มที่เป็นบวกเสมอ การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปมีฐานนิยมเพียงค่าเดียว โดยลักษณะเส้นโค้งของการแจกแจงเป็นแบบเบ้ขวาและมีฟังก์ชันความเสี่ยง (hazard function) แตกต่างกันโดยจะเป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นหรือลดลงขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (Gupta and Kundu, 1999) ซึ่งจะมีประโยชน์สำหรับงานด้านวิศวกรรม วิทยาศาสตร์ การควบคุมทางด้านคุณภาพ และการประยุกต์ในเรื่องความเชื่อถือได้ การแจกแจงของเวลาที่ใช้ในการรอคอยบางรูปแบบ เช่น อายุการใช้งานของเครื่องจักรของผลิตภัณฑ์หรือเครื่องใช้ไฟฟ้าบางชนิดมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

การตรวจสอบว่าข้อมูลที่ได้มีการแจกแจงแบบใดโดยใช้วิธีการทดสอบสมมติฐาน เรียกว่า การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Goodness of Fit Tests) ซึ่งเป็นกระบวนการทางสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นที่แสดงถึงลักษณะของประชากรโดยการแจกแจงที่คาดไว้อาจเป็นการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องหรือแบบต่อเนื่อง หลักการที่ใช้ในทดสอบคือวัดระยะห่างระหว่างโค้งของ $S(x)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่างหรือความถี่สะสมที่สังเกตได้ (empirical distribution function : EDF) และ $F_0(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดไว้หรือเป็นฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สะสมภายใต้สมมติฐานหลัก $H_0$ (hypothesized distribution function) ซึ่งปัจจุบันมีตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายอยู่หลายตัว เช่น ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov ตัวสถิติทดสอบ Pearson’s Chi-square (Lawless, 2003) เป็นต้น

Hegazy and Green (1975) แบ่งการทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีเป็น 4 ประเภท คือ

1. การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test) และการทดสอบเพียร์สัน (Pearson test) ซึ่งเหมาะสำหรับสมมติฐานหลักที่เป็นสมมติฐานเชิงเดี่ยวหรือประกอบ ตัวสถิติทดสอบที่ใช้คือ ตัวสถิติทดสอบ $\chi^2$ (Chi-square test)

2. การทดสอบโดยใช้ฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง (Empirical Distribution Function) ตัวสถิติทดสอบที่ใช้ คือ ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov ตัวสถิติทดสอบ Kuiper ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และตัวสถิติทดสอบ Watson

3. การทดสอบโดยใช้โมเมนต์ตัวอย่าง (Tests based on sample moments) เหมาะสำหรับสมมติฐานหลักที่เป็นสมมติฐานประกอบ โดยสถิติทดสอบ $\sqrt{b_1}$ (standard third moment) ใช้ทดสอบขนาดความเบ้ (skewness measure) สถิติทดสอบ $b_2$ (standard fourth moment) ใช้ทดสอบขนาดความโด่ง (kurtosis measure)

4. การทดสอบที่ขึ้นอยู่กับสถิติอันดับตัวอย่าง (Tests based upon sample ordered statistics) ซึ่งได้แก่ ตัวสถิติทดสอบ Shapiro-Wilk test และตัวสถิติทดสอบ D'Agostino ใช้สำหรับทดสอบการแจกแจงปกติ

สำหรับการทำวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยจะศึกษาตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood method) และทำการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) แล้วทำการเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบ (power of the test) ของตัวสถิติทดสอบ ภายใต้การแจกแจงของข้อมูลตัวอย่างที่ได้มาจากการแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงลอกนอร์มัล ซึ่งการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยการสร้างข้อมูลให้มีลักษณะตามที่ได้กำหนดไว้ด้วยวิธีการจำลอง (simulation)

## วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้ต้องการศึกษาการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) Anderson-Darling (AD) Cramer-von Mises (CM) และ Jarque-Bera (JB) โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

2. เพื่อศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

### ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยนี้มีขอบเขตในการศึกษา ดังนี้

1. กำหนดลักษณะการแจกแจงของข้อมูล มีดังนี้

1.1 การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\lambda$ =1 และ $\alpha$ = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

1.2 การแจกแจงไวบูลล์ กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta$ = 1 และ $\alpha$ = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

1.3 การแจกแจงลอกนอร์มัล กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\mu$ =1 และ $\sigma$ = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

2. ตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน มีดังนี้

2.1 ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) (Conover, 1980)

$$KS = \max_{1 \le i \le n} \left\{ D^+, D^- \right\}$$

เมื่อ $D^+ = \sup_{1 \le i \le n} \left\{ S(x_i) - F_0(x_i) \right\} = \max_{1 \le i \le n} \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right\}$

$$D^- = \sup_{1 \le i \le n} \left\{ F_0(x_i) - S(x_{i-1}) \right\} = \max_{1 \le i \le n} \left\{ F_0(x_i) - \frac{(i-1)}{n} \right\}$$

$S(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง

$F_0(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

2.2 ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) (Stephen, 1974)

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ (2i-1) \ln\left(F_0(x_i)\right) + \left(2(n-i)+1\right) \ln\left(1 - F_0(x_i)\right) \right]$$

เมื่อ $F_0(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

2.3 ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) (Anderson, 1962)

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{(2i-1)}{2n} - F(x_i)\right]^2$$

เมื่อ $F_0(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

2.4 ตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) (Jarque and Bera, 1980)

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right)$$

เมื่อ $S$ คือ สัมประสิทธิ์ความเบ้ (skewness coefficient)

$$S = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2\right)^{3/2}}$$

$K$ คือ สัมประสิทธิ์ความโด่ง (kurtosis coefficient)

$$K = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2\right)^{2}}$$

3. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 10, 20, 30, 40 และ 50

4. การวิจัยครั้งนี้จำลองค่าตัวแปรสุ่มตามลักษณะของประชากรที่ได้กำหนดพารามิเตอร์ไว้ข้างต้น โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบแปลงผกผัน (inverse transform) และใช้โปรแกรม R (R Development Core Team, 2008) ในการประมวลผลซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

5. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐานที่ $\alpha$ = 0.10, 0.05 และ 0.01

## ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทราบว่าตัวสถิติทดสอบใดมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

2. ได้ทราบถึงผลการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

3. เป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดี สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปและการแจกแจงที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน

# การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย 5 ส่วน คือ การแจกแจงที่เกี่ยวข้อง การประมาณค่าพารามิเตอร์ การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี ตัวสถิติทดสอบและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## การแจกแจงที่เกี่ยวข้อง

การแจกแจงของประชากร (population distribution) เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นที่คำนวณจากทุกหน่วยในประชากร หรือเป็นการแจกแจงของเซตของค่าสังเกต สำหรับหน่วยต่างๆ ที่สนใจศึกษาจากข้อมูลทุกหน่วยของประชากร การประมาณค่าของประชากรหรือการทดสอบสมมติฐานทางสถิติส่วนมากจะมีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า กลุ่มตัวอย่างประชากรที่สุ่มได้นั้นมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงแบบใดแบบหนึ่ง

งานวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยพิจารณาการแจกแจงของประชากร 3 การแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ คือ การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป การแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงลอกนอร์มัล

### 1. การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (Generalized Exponential Distribution)

Gupta and Kundu (1999) ได้นำเสนอการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปที่มีสองพารามิเตอร์ ซึ่งเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่แสดงระยะเวลาระหว่างเหตุการณ์ที่สนใจหรือเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่แสดงอายุการใช้งานของสิ่งที่สนใจศึกษา โดยจะศึกษาเกี่ยวกับเวลาที่รอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษาเป็นครั้งแรก การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปมีฐานนิยมเพียงค่าเดียว โดยลักษณะเส้นโค้งของการแจกแจงเป็นแบบเบ้ขวาและมีฟังก์ชันความเสี่ยง (hazard function) ที่มีลักษณะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง ($\alpha$) ซึ่งจะมีประโยชน์สำหรับการประยุกต์ใช้ในเรื่องความเชื่อถือได้ (reliability) การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปจะมีคุณสมบัติต่างๆ คล้ายกันกับการแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงแกมมา

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\lambda\left(1-e^{-\lambda x}\right)^{\alpha-1} e^{-\lambda x} & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (cdf.) ของตัวแปรสุ่ม X คือ

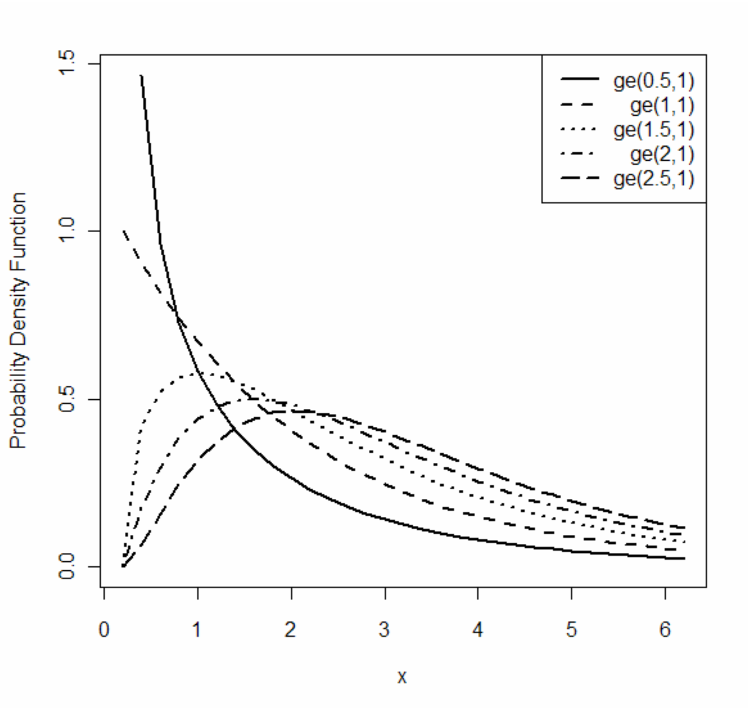
$$F(x) = \begin{cases} \left(1-e^{-\lambda x}\right)^{\alpha} & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\alpha > 0$ และ $\lambda > 0$ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยที่

1. $\alpha$ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (shape parameter) ของฟังก์ชันความหนาแน่น

2. $\lambda$ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกลหรือขนาด (scale parameter) ของฟังก์ชันความหนาแน่น

กราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น $f(x)$ เมื่อ $\lambda$ และ $\alpha$ มีค่าต่างๆ กัน สามารถแสดงได้ดังนี้




**ภาพที่ 1** เส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\lambda=1$ และ $\alpha = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5$

**2. การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)**

Rosin and Rammler (1933) ได้นำเสนอการแจกแจงไวบูลล์เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการวิเคราะห์ข้อมูลของระยะเวลาหรือข้อมูลแสดงอายุการใช้งาน (lifetime data) ของสิ่งที่สนใจโดยวัดด้วยเวลาตั้งแต่เริ่มต้น (เมื่อ t = 0) จนกระทั่งสิ่งที่สนใจนั้นเสียหรือเสื่อมสภาพลง

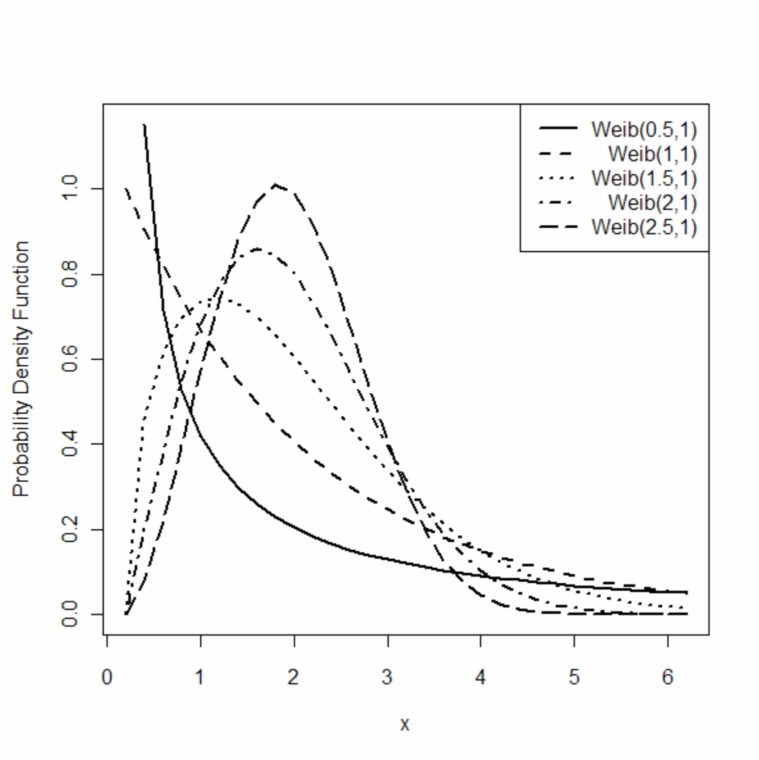
ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\alpha$ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่างและ $\beta$ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\beta}\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \le 0 \end{cases}$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (cdf.) ของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 1-\exp\left[-\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \le 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\alpha > 0$ และ $\beta > 0$




**ภาพที่ 2** เส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta$ = 1 และ $\alpha$ = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

**3. การแจกแจงลอกนอร์มัล (Log-normal Distribution)**

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\sigma$ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง และ $\mu$ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

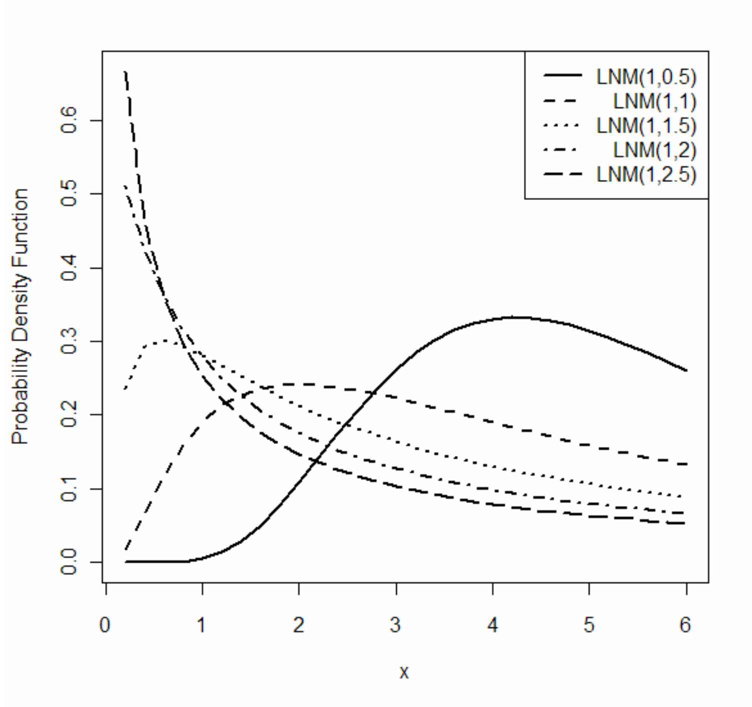
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \le 0 \end{cases}$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (cdf.) ของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} \Phi\left(\dfrac{\ln x - \mu}{\sigma}\right) & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \le 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\sigma > 0$, $\mu \in (-\infty, \infty)$

และ $\Phi$ แทนฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงปกติมาตรฐาน




**ภาพที่ 3** เส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu$ = 1 และ $\sigma$ = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

## การประมาณค่าพารามิเตอร์

**นิยามที่ 1** ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(x;\theta)$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (likelihood function) ของตัวอย่างสุ่ม คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ โดยที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ $\theta$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเขียนแทนด้วย $L$ หรือ $L(\theta)$ หรือ $L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (Bain and Engelhardt, 1991) จะพบว่า

$$
\begin{aligned}
L(\theta) &= L(\theta; x_1, x_2, \ldots x_n) \\
&= f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta)
\end{aligned}
$$

$$= f(x_1;\theta)\, f(x_2;\theta)\cdots f(x_n;\theta)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)$$

**นิยามที่ 2** ให้ $L(\theta) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n;\theta)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimator) ของพารามิเตอร์ $\theta$ คือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L(\theta)$ มีค่าสูงที่สุด (Bain and Engelhardt, 1991)

นั่นคือ $L\left(x_1, x_2, \ldots, x_n;\hat{\theta}\right) \geq L(x_1, x_2, \ldots, x_n;\theta)$ สำหรับทุกค่า $\theta \varepsilon\ \Theta$

เมื่อ $\hat{\theta}$ หาค่าได้ จะได้ว่า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $\theta$

วิธีการหาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในกรณีที่มีพารามิเตอร์สองตัว มีวิธีการดังนี้

1. หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$L(\theta_1, \theta_2) = L(\theta_1, \theta_2; x_1, \ldots x_n)$$

$$= f(x_1;\theta_1, \theta_2)\ldots f(x_n;\theta_1, \theta_2)$$

2. หา $\ln L(\theta_1, \theta_2)$

3. หา $\dfrac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} = 0$

และ $\dfrac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} = 0$

แก้สมการเพื่อหาค่า $\theta_1$ และ $\theta_2$ จะได้ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $\theta_1$ และ $\theta_2$ ตามลำดับ

ในกรณีที่หาอนุพันธ์ไม่ได้ ให้พิจารณาจาก $L(\theta_1,\theta_2)$ หรือ $\ln L(\theta_1,\theta_2)$ ว่าเป็นฟังก์ชันลดของ $\theta_1$ และ $\theta_2$ ที่ทำให้ $L(\theta_1,\theta_2)$ หรือ $\ln L(\theta_1,\theta_2)$ มีค่าสูงสุด โดยจะเลือก $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ทำให้มีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ จะได้ว่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $\theta_1$ และ $\theta_2$

เมื่อประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\lambda\left(1-e^{-\lambda x}\right)^{\alpha-1} e^{-\lambda x} & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \le 0 \end{cases}$$

หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ $\alpha$ และ $\lambda$ ได้ดังนี้

$$L(\alpha,\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\alpha,\lambda)$$

$$= \alpha^n \lambda^n \left(\prod_{i=1}^{n}\left(1-e^{-\lambda x_i}\right)\right)^{\alpha-1} e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

$$\ln L(\alpha,\lambda) = n\ln\alpha + n\ln\lambda + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1-e^{-\lambda x_i}\right) - \lambda\sum_{i=1}^{n} x_i$$

หาอนุพันธ์บางส่วนของ $\ln L(\alpha,\lambda)$ เทียบกับ $\alpha$ และ $\lambda$ แล้วเทียบให้เท่ากับ 0 ดังนี้

จะได้ว่า

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\lambda)}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^{n} \ln\left(1-e^{-\lambda x_i}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i e^{-\lambda x_i}}{\left(1-e^{-\lambda x_i}\right)} - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

ในการแก้สมการเพื่อหาค่าประมาณของ $\alpha$ และ $\lambda$ สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยเขียนโปรแกรม R

```
rge<-function(nge,shape,scale)
        {r=runif(nge)
        result=rep(0,length(r))
        for(i in 1:nge){
        result[i]=-(log(1-(r[i]^(1/shape))))/scale}
        w<-(abs(result))
        return(w)}
x.ge<-rge(30,0.5,1)
library(stats4)
ge<-function (shape,scale)
        {n<-30;
        x<-x.ge
        -(n*log(shape)+n*log(scale)+(shape-1)*sum(log(1-exp(-scale*x)))-
        (scale*sum(x)))}
e<-mle(minuslog=ge,start=list(shape=0.5,scale=1))
Warning message:
In log(shape) : NaNs produced
summary(e)

Maximum likelihood estimation
Call:
mle(minuslogl = ge, start = list(shape = 0.5, scale = 1))
Coefficients:
Estimate Std. Error

shape 0.6271931  0.1385507
scale 1.8356446  0.5004152

-2 log L: -0.3879885
```

## การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี

การทดสอบภาวะสารูปสนิทดีเป็นกระบวนการทางสถิติที่ใช้สำหรับทดสอบสมมติฐานเพื่อสรุปว่า สมมติฐานหรือสิ่งที่คาดไว้จริงหรือไม่ สิ่งที่สำคัญที่สุดคือการตั้งสมมติฐานเพื่อการทดสอบ ซึ่งจะต้องประกอบด้วยสมมติฐาน 2 ชนิดคือสมมติฐานหลัก (null hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ $H_0$ และสมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ $H_1$ การทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสามารถทดสอบได้ทั้งการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องและแบบต่อเนื่อง ซึ่งตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีมีอยู่หลายตัวด้วยกัน แต่ในการวิจัยนี้สนใจศึกษาตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) ซึ่งในกระบวนการของการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีนั้นมีความสัมพันธ์ของฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่างหรือความถี่สะสมที่สังเกตได้ (empirical distribution function : EDF) และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดไว้หรือเป็นฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สะสมภายใต้สมมติฐานหลัก $H_0$ (hypothesized distribution function)

ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด $n$ ที่เป็นอิสระกันจากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน

วิธีการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป มีขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดสมมติฐาน

$H_0$: ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

$H_1$: ประชากรไม่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

2. กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ $(\alpha)$

3. เลือกตัวสถิติทดสอบและคำนวณค่าสถิติทดสอบ

4. หาค่าวิกฤต (critical value) ของตัวสถิติทดสอบที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

5. ตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานหลัก $\left(H_0\right)$

6. สรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

## ตัวสถิติทดสอบ

### 1. ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov–Smirnov (KS)

Chakravart *et al.*(1967) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov–Smirnov (KS) เพื่อใช้ประโยชน์ในตัดสินใจว่าข้อมูลตัวอย่างมีการแจกแจงตามที่คาดไว้หรือไม่ หลักการของตัวสถิติทดสอบนี้ คือ การวัดระยะห่างระหว่างกราฟ $S\left(x_i\right)$ และ $F_0\left(x_i\right)$ โดยที่ $S\left(x_i\right)$ แทน ฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่างหรือความถี่สะสมที่สังเกตได้ อยู่ในรูป

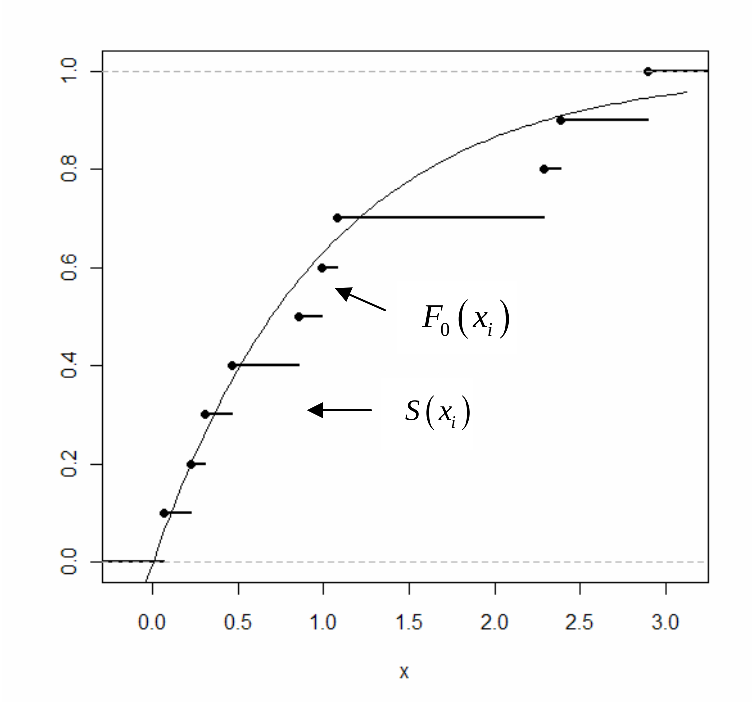
$$S\left(x_i\right)=\frac{n(i)}{N}$$

เมื่อ $n(i)$ คือ จำนวนข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $x_i$

$N$ คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

และ $F_0\left(x_i\right)$ แทน ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

ดังแสดงในภาพที่ 4




**ภาพที่ 4** กราฟฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง: $S(x_i)$ และฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สะสมภายใต้ $H_0:(F_0(x_i))$

ถ้าให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ เป็นลำดับของข้อมูลในตัวอย่างขนาด $n$ จากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง $F_0(x_i)$

Conover (1980) นำเสนอการคำนวณตัวสถิติทดสอบ KS ตามรูปแบบดังนี้

$$KS = \max_{1 \le i \le n} \left\{ D^+, D^- \right\}$$

เมื่อ $$D^+ = \sup_{1 \le i \le n} \left\{ S(x_i) - F_0(x_i) \right\} = \max_{1 \le i \le n} \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right\}$$

$$D^- = \sup_{1 \le i \le n} \left\{ F_0(x_i) - S(x_{i-1}) \right\} = \max_{1 \le i \le n} \left\{ F_0(x_i) - \frac{(i-1)}{n} \right\}$$

$F_0(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$S(x_i)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

เกณฑ์การตัดสินใจ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ เมื่อค่าสถิติทดสอบ KS ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง Kolmogorov-Smirnov (ตารางผนวกที่ ข1)

แสดงตัวอย่างการใช้ตัวสถิติทดสอบ KS ดังตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

**ตัวอย่างที่ 1** Gross and Clark (1975) เสนอตัวอย่างซึ่งได้พิจารณาจากข้อมูลระยะเวลาของการติดตามผู้ป่วย (หน่วย : ชั่วโมง) ที่ได้รับยาบรรเทาการปวดแล้วมีอาการดีขึ้นจำนวน 20 คน เป็นดังนี้ 1.1, 1.4, 1.3, 1.7, 1.9, 1.8, 1.6, 2.2, 1.7, 2.7, 4.1, 1.8, 1.5, 1.2, 1.4, 3.0, 1.7, 2.3, 1.6, 2.0 จากข้อมูลประมาณพารามิเตอร์ได้ดังนี้ $\hat{\alpha}$ = 36.67 และ $\hat{\lambda}$ = 2.24

**ตารางที่ 1** ค่าที่ใช้คำนวณค่าสถิติทดสอบ KS ของตัวอย่างที่ 1

| i | $x_i$ | $F(x_i)$ | $S(x_i)$ | $S(x_{i-1})$ | $S(x_i)-F(x_i)$ | $S(x_{i-1})-F(x_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.1 | 0.038 | 0.05 | 0 | 0.012 | 0.038 |
| 2 | 1.2 | 0.074 | 0.1 | 0.05 | 0.026 | 0.024 |
| 3 | 1.3 | 0.127 | 0.15 | 0.1 | 0.023 | 0.027 |
| 4 | 1.4 | 0.194 | 0.2 | 0.15 | 0.006 | 0.044 |
| 5 | 1.4 | 0.194 | 0.25 | 0.2 | 0.056 | 0.006 |
| 6 | 1.5 | 0.271 | 0.3 | 0.25 | 0.029 | 0.021 |
| 7 | 1.6 | 0.353 | 0.35 | 0.3 | 0.003 | 0.053 |
| 8 | 1.6 | 0.353 | 0.4 | 0.35 | 0.047 | 0.003 |
| 9 | 1.7 | 0.436 | 0.45 | 0.4 | 0.014 | 0.036 |
| 10 | 1.7 | 0.436 | 0.5 | 0.45 | 0.064 | 0.014 |
| 11 | 1.7 | 0.436 | 0.55 | 0.5 | 0.114 | 0.064 |
| 12 | 1.8 | 0.516 | 0.6 | 0.55 | 0.084 | 0.034 |
| 13 | 1.8 | 0.516 | 0.65 | 0.6 | 0.134 | 0.084 |
| 14 | 1.9 | 0.589 | 0.7 | 0.65 | 0.111 | 0.061 |
| 15 | 2 | 0.656 | 0.75 | 0.7 | 0.094 | 0.044 |
| 16 | 2.2 | 0.764 | 0.8 | 0.75 | 0.036 | 0.014 |
| 17 | 2.3 | 0.806 | 0.85 | 0.8 | 0.044 | 0.006 |
| 18 | 2.7 | 0.916 | 0.9 | 0.85 | 0.016 | 0.066 |
| 19 | 3 | 0.956 | 0.95 | 0.9 | 0.006 | 0.056 |
| 20 | 4.1 | 0.996 | 1 | 0.95 | 0.004 | 0.046 |

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จาก $D^{+} = 0.134$

และ $D^{-} = 0.084$

ดังนั้น $KS = \max_{1 \le i \le n} \left\{ D^+, D^- \right\}$

$= 0.134$

จากตาราง Kolmogorov-Smirnov (ตารางผนวกที่ ข1) จะเห็นว่า $KS_{cal} < KS$ ในทุกระดับนัยสำคัญ ดังนั้นยอมรับสมมติฐาน $H_0$ นั่นคือข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

**2. ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD)**

Stephens (1974) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) เพื่อใช้ทดสอบลักษณะของประชากรว่ามีการแจกแจงตามที่คาดหวังไว้หรือไม่ ซึ่งตัวสถิติทดสอบ AD เป็นวิธีการที่ได้มาจากการดัดแปลงจากตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov–Smirnov (KS)

การทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ AD สามารถใช้ได้กับข้อมูลที่อยู่ในสเกลอันดับ (ordinal scale) และลักษณะการแจกแจงของประชากรจากการสุ่มตัวอย่างเป็นแบบต่อเนื่อง

ถ้าให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ เป็นลำดับของข้อมูลในตัวอย่างขนาด $n$ จากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง $F_0\left(x_i\right)$

ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling คำนวณค่าได้ตามรูปแบบดังนี้

$$AD = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(2i-1\right)\ln\left(F_0\left(x_i\right)\right) + \left(2\left(n-i\right)+1\right)\ln\left(1-F_0\left(x_i\right)\right)\right]$$

เมื่อ $F_0\left(x\right)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

ซึ่งทำการดัดแปลง โดยคำนวณเป็น

$$AD^* = AD\left(1+\frac{0.75}{n}+\frac{2.25}{n^2}\right)$$

เกณฑ์การตัดสินใจ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ เมื่อค่าสถิติทดสอบ $AD^*$ ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง Anderson-Darling (ตารางผนวกที่ ข2)

แสดงตัวอย่างการใช้ตัวสถิติทดสอบ AD ดังตัวอย่างที่ 2 ดังนี้

**ตัวอย่างที่ 2** ข้อมูลจากตัวอย่างที่ 1 นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบ AD ได้ดังนี้

**ตารางที่ 2** ค่าที่ใช้คำนวณค่าสถิติทดสอบ AD ของตัวอย่างที่ 2

| i | $x_i$ | $F(x_i)$ | $\ln(F_0(x_i))$ | $\ln(1-F_0(x_i))$ | $(2i-1)\ln(F(x_i))+(2(n-i)+1)\ln(1-F_0(x_i))$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.1 | 0.038 | -3.2702 | -0.0387 | -4.7811 |
| 2 | 1.4 | 0.074 | -2.6037 | -0.0769 | -10.6557 |
| 3 | 1.3 | 0.127 | -2.0636 | -0.1358 | -15.0715 |
| 4 | 1.7 | 0.194 | -1.6399 | -0.2157 | -18.5964 |
| 5 | 1.9 | 0.194 | -1.6399 | -0.2157 | -21.4449 |
| 6 | 1.8 | 0.271 | -1.3056 | -0.3161 | -23.5284 |
| 7 | 1.6 | 0.353 | -1.0413 | -0.4354 | -25.2928 |
| 8 | 2.2 | 0.353 | -1.0413 | -0.4354 | -26.5045 |
| 9 | 1.7 | 0.436 | -0.8301 | -0.5727 | -27.2840 |
| 10 | 2.7 | 0.436 | -0.8301 | -0.5727 | -27.7989 |
| 11 | 4.1 | 0.436 | -0.8301 | -0.5727 | -28.3137 |
| 12 | 1.8 | 0.516 | -0.6616 | -0.7257 | -27.5543 |
| 13 | 1.5 | 0.516 | -0.6616 | -0.7257 | -27.4263 |
| 14 | 1.2 | 0.589 | -0.5293 | -0.8892 | -25.8510 |
| 15 | 1.4 | 0.656 | -0.4216 | -1.0671 | -23.9645 |
| 16 | 3.0 | 0.764 | -0.2692 | -1.4439 | -21.3401 |
| 17 | 1.7 | 0.806 | -0.2157 | -1.6399 | -18.5964 |
| 18 | 2.3 | 0.916 | -0.0877 | -2.4769 | -15.4556 |
| 19 | 1.6 | 0.956 | -0.0450 | -3.1236 | -11.0356 |
| 20 | 2.0 | 0.996 | -0.0040 | -5.5215 | -5.6778 |

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$AD = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(2i-1\right)\ln\left(F_0\left(x_i\right)\right)+\left(2\left(n-i\right)+1\right)\ln\left(1-F_0\left(x_i\right)\right)\right]$$

$$= -20 - \frac{1}{20}\left(-406.1734\right)$$

$$= 0.3087$$

เมื่อ $$AD^* = AD^2\left(1+\frac{0.75}{n}+\frac{2.25}{n^2}\right)$$

$$AD^* = 0.3087\left(1+\frac{0.75}{20}+\frac{2.25}{20^2}\right)$$

$$AD^* = 0.3220$$

จากตาราง Anderson–Darling (ตารางผนวกที่ ข2) จะเห็นว่า $AD^*_{cal} < AD$ ในทุกระดับนัยสำคัญ ดังนั้นยอมรับสมมติฐาน $H_0$ นั่นคือข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

**3. ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM)**

Anderson (1962) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) ซึ่งใช้หลักการประมาณระยะห่างที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดไว้ $F_0(x)$ เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง $S_i(x)$

ถ้าให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ เป็นลำดับของข้อมูลในตัวอย่างขนาด $n$ จากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง $F_0(x)$

ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises คำนวณค่าได้ตามรูปแบบดังนี้

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n} \left[ \frac{2i-1}{2n} - F_0(x_i) \right]^2$$

เมื่อ $F_0(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้ของ $x_i$ ซึ่งมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

$n$ คือ จำนวนค่าสังเกต

เกณฑ์การตัดสินใจ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ เมื่อค่าสถิติทดสอบ CM ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง Cramer-von Mises (ตารางผนวกที่ ข3)

แสดงตัวอย่างการใช้ตัวสถิติทดสอบ CM ดังตัวอย่างที่ 3 ดังนี้

**ตัวอย่างที่ 3** ข้อมูลจากตัวอย่างที่ 1 นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบ CM ได้ดังนี้

**ตารางที่ 3** ค่าที่ใช้คำนวณค่าสถิติทดสอบ CM ของตัวอย่างที่ 3

| i | $x_i$ | $F(x_i)$ | $\frac{2i-1}{2n}$ | $\left[\frac{2i-1}{2n}-F_0(x_i)\right]^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.1 | 0.038 | 0.025 | 0.00017 |
| 2 | 1.2 | 0.074 | 0.075 | 0.00000 |
| 3 | 1.3 | 0.127 | 0.125 | 0.00000 |
| 4 | 1.4 | 0.194 | 0.175 | 0.00036 |
| 5 | 1.4 | 0.194 | 0.225 | 0.00096 |
| 6 | 1.5 | 0.271 | 0.275 | 0.00002 |
| 7 | 1.6 | 0.353 | 0.325 | 0.00078 |
| 8 | 1.6 | 0.353 | 0.375 | 0.00048 |
| 9 | 1.7 | 0.436 | 0.425 | 0.00012 |
| 10 | 1.7 | 0.436 | 0.475 | 0.00152 |
| 11 | 1.7 | 0.436 | 0.525 | 0.00792 |
| 12 | 1.8 | 0.516 | 0.575 | 0.00348 |
| 13 | 1.8 | 0.516 | 0.625 | 0.01188 |
| 14 | 1.9 | 0.589 | 0.675 | 0.00740 |
| 15 | 2 | 0.656 | 0.725 | 0.00476 |
| 16 | 2.2 | 0.764 | 0.775 | 0.00012 |
| 17 | 2.3 | 0.806 | 0.825 | 0.00036 |
| 18 | 2.7 | 0.916 | 0.875 | 0.00168 |
| 19 | 3 | 0.956 | 0.925 | 0.00096 |
| 20 | 4.1 | 0.996 | 0.975 | 0.00044 |

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2i-1}{2n} - F_0\left(x_i\right)\right]^2$$

$$= \frac{1}{12*20} + \left(0.0434\right)$$

$$= 0.0476$$

จากตาราง Cramer-von Mises (ตารางผนวกที่ ข3) จะเห็นว่า $CM_{cal} < CM$ ในทุกระดับนัยสำคัญ ดังนั้นยอมรับสมมติฐาน $H_0$ นั่นคือข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

**4. ตัวสถิติทดสอบของ Jarque-Bera (JB)**

Jarque and Bera (1980) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ JB โดยนำหลักการของการวัดความเบ้ (skewness) และการวัดความโด่ง (kurtosis) โดยใช้โมเมนต์ (moments) เมื่อโมเมนต์ของตัวอย่างมีความไวต่อข้อมูลที่ผิดปกติ (outlier) ซึ่งความแปรปรวนของตัวอย่างจะส่งผลต่อข้อมูลที่ผิดปกติมากกว่าค่าเฉลี่ย (Stuart and Ord, 1987)

ตัวสถิติทดสอบ Jarque – Bera คำนวณค่าได้ตามรูปแบบดังนี้

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{\left(K-3\right)^2}{4}\right)$$

เมื่อ $S$ แทน สัมประสิทธิ์ความเบ้ (skewness coefficient)

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\left(\sigma^2\right)^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2\right)^{3/2}}$$

$K$ แทน สัมประสิทธิ์ความโด่ง (kurtosis coefficient)

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\left(\sigma^2\right)^2} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2\right)^2}$$

เกณฑ์การตัดสินใจ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $\left(H_0\right)$ เมื่อค่าสถิติทดสอบ JB ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต จากตาราง Chi-square (ตารางผนวกที่ ข4) ที่มีองศาความเป็นอิสระ เท่ากับ 2

แสดงตัวอย่างการใช้ตัวสถิติทดสอบ JB ดังตัวอย่างที่ 4 ดังนี้

**ตัวอย่างที่ 4** Lawless (1982) เสนอตัวอย่างซึ่งได้พิจารณาข้อมูลจากการแจกแจงของผลการทดสอบความทนทานของช่องที่ใส่ลูกปืนในตลับลูกปืน นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบ Jarque-Bera ได้ดังนี้

**ตารางที่ 4** ค่าที่ใช้คำนวณค่าสถิติทดสอบ JB ของตัวอย่างที่ 4

| i | $x_i$ | $(x_i - \overline{x})^3$ | $(x_i - \overline{x})^2$ | $(x_i - \overline{x})^4$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 17.88 | -160542 | 2953.876 | 8725382 |
| 2 | 28.92 | -81236.6 | 1875.719 | 3518321.2 |
| 3 | 33.00 | -60372.7 | 1538.959 | 2368395.3 |
| 4 | 41.52 | -28961.5 | 943.0777 | 889395.53 |
| 5 | 42.12 | -27296.9 | 906.5862 | 821898.55 |
| 6 | 45.60 | -18883.9 | 709.134 | 502871.03 |
| 7 | 48.80 | -12861.5 | 548.9448 | 301340.34 |
| 8 | 51.84 | -8476.65 | 415.7346 | 172835.23 |
| 9 | 51.96 | -8327.86 | 410.8555 | 168802.22 |
| 10 | 54.12 | -5939.15 | 327.9565 | 107555.48 |
| 11 | 55.56 | -4632.05 | 277.8746 | 77214.273 |
| 12 | 67.80 | -86.913 | 19.62109 | 384.98719 |
| 13 | 68.44 | -54.4214 | 14.36084 | 206.23375 |
| 14 | 68.64 | -46.2517 | 12.88501 | 166.02355 |
| 15 | 68.88 | -37.5809 | 11.21962 | 125.87985 |
| 16 | 84.12 | 1681.097 | 141.3823 | 19988.962 |
| 17 | 93.12 | 9116.794 | 436.4101 | 190453.75 |
| 18 | 98.64 | 18421.56 | 697.5108 | 486521.33 |
| 19 | 105.12 | 35580.22 | 1081.78 | 1170248.8 |
| 20 | 105.84 | 37968.39 | 1129.661 | 1276134 |
| 21 | 127.92 | 172719.6 | 3101.424 | 9618830.8 |
| 22 | 128.04 | 173838.6 | 3114.804 | 9702004.6 |
| 23 | 173.40 | 1035525 | 10235.46 | 104764558 |

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$JB = \frac{n}{6}\left( S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right)$$

$$S = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2\right)^{3/2}} = \frac{46395.47}{49255.67} = 0.941931$$

$$K = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2\right)^{2}} = \frac{6299288}{1805545} = 3.488857$$

$$JB = \frac{23}{6}\left( 0.941931^2 + \frac{(3.488857-3)^2}{4} \right)$$

$$= 3.63009$$

จากตาราง Chi-square (ตารางผนวกที่ ข4) จะเห็นว่า $JB_{cal} < \chi^2_{(2)}$ ในทุกระดับนัยสำคัญ ดังนั้นยอมรับสมมติฐาน $H_0$ นั่นคือข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

อนุสรา (2545) ได้ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบบางตัวที่ใช้ทดสอบการแจกแจงแกมมา โดยทดสอบด้วยตัวสถิติกรีนวูดที่ปรับปรุง ตัวสถิติแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ ตัวสถิติโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟและตัวสถิติคิว โดยการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล เมื่อกำหนดการแจกแจงของประชากรเป็นแบบแกมมา ไวบูลล์ ลอกนอร์มอลและแลมดาตูกีร์ ขนาดตัวอย่าง 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ภายใต้ระดับนัยสำคัญ 0.10 และ 0.05 พบว่า กรณีที่ทราบค่าพารามิเตอร์รูปร่าง ที่มีสัมประสิทธิ์ความเบ้ 0.5, 1.0 และ1.5 ตัวสถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณียกเว้นตัวสถิติกรีนวูดที่ปรับปรุง และตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดคือ ตัวสถิติแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ สำหรับสัมประสิทธิ์ความเบ้ 2.0 ตัวสถิติที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี คือ ตัวสถิติคิวและตัวสถิติโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ ซึ่งมีอำนาจการทดสอบสูงสุดด้วย และในกรณีที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์รูปร่าง ที่มีสัมประสิทธิ์ความเบ้ 0.5, 1.0 และ1.5 ตัวสถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี โดยที่ตัวสถิติกรีนวูดที่ปรับปรุงจะมีอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับสัมประสิทธิ์ความเบ้ 2.0 ตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี คือ ตัวสถิติแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ และตัวสถิติคิว ซึ่งมีอำนาจการทดสอบสูงสุดด้วย

ชิดชนก (2548) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ 4 วิธี คือ การทดสอบ Q การทดสอบ D การทดสอบ Kolmogorov – Smirnov แบบ two stage delta-corrected และการทดสอบ Anderson – Darling ภายใต้ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ที่ขนาดตัวอย่าง 3 ขนาด คือ ขนาดเล็ก (10, 20) ขนาดกลาง (30, 50)และขนาดใหญ่ (70, 100) พบว่า 1) การทดสอบ Anderson – Darling เป็นการทดสอบที่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด ที่ทุกระดับนัยสำคัญ 2) เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก การทดสอบ D และการทดสอบ Anderson – Darling มีอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน สำหรับกลุ่มขนาดกลางและขนาดใหญ่ การทดสอบ Q Statistic มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด 3) วิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ทุกระดับนัยสำคัญ สำหรับข้อมูลที่มีขนาดกลางและขนาดใหญ่ให้ผลการทดสอบส่วนใหญ่สอดคล้องกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูล

Chernobai *et al.*(2005) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีโดยประยุกต์ในกรณีที่มีการสูญหายของข้อมูลซึ่งเป็นข้อมูลประกันภัย เพื่อหาความถูกต้องในการวิเคราะห์สมมติฐานของข้อมูล ด้วยตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov, Kuiper, Anderson-Darling และ Cramer-von Mises โดยใช้เทคนิคในการตรวจสอบการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีของจำนวนการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เกณฑ์การตัดสินใจเมื่อคำนวณความเสี่ยงของข้อมูลที่มีความสมบูรณ์กับความเสี่ยงของข้อมูลที่สูญหายบางส่วน ว่าวิธีไหนมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงน้อยที่สุดซึ่งแสดงว่าวิธีการทดสอบนั้นดีที่สุด จากผลการทดสอบสรุปได้ว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงน้อยที่สุดเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่มีความสมบูรณ์

Choulakian *et al.*(1994) ได้พัฒนาตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling ให้สามารถใช้ในการทดสอบการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง กรณีข้อมูลถูกจัดกลุ่มโดยทำการแบ่งข้อมูลออกเป็น k กลุ่ม สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม โดยตัวสถิติทดสอบAnderson-Darling สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณี ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกัน แต่ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบที่สูงกว่าตัวสถิติทดสอบAnderson-Darling ในกรณีข้อมูลผิดปกติคือ มีข้อมูลตัวใดตัวหนึ่งที่มีค่าสูงหรือต่ำกว่าข้อมูลตัวอื่นๆ

Shimokawa and Liao (1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี โดยพิจารณาจากคุณสมบัติของตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov – Smirnov, Cramer-von Mises และ Anderson – Darling สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะค่าสุดขีด (type-I extreme-value) และข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูลล์ โดยประมาณกลุ่มตัวอย่างจากการใช้เทคนิค GPT (graphical plotting technique) ซึ่งใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ คำนวณค่าสถิติทดสอบของ Kolmogorov–Smirnov, Cramer-von Mises และ Anderson–Darling โดยการจำลองข้อมูลด้วยวิธีการของมอนติคาร์โลซึ่งประกอบด้วยข้อมูล 4 ชุด สรุปได้ว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson–Darling มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดเมื่อประมาณกลุ่มตัวอย่างจากการใช้เทคนิค GPT

# อุปกรณ์และวิธีการ

## อุปกรณ์

เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม R ในการประมวลผล

## วิธีการ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ทำการจำลองค่าตัวแปรสุ่มตามลักษณะของสถานการณ์ต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบแปลงผกผันและใช้โปรแกรม R ในการประมวลผล ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood method) และทำการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) และอำนาจของการทดสอบ (power of the test) ของตัวสถิติทดสอบ ตัวสถิติทดสอบที่นำมาศึกษา ได้แก่

1. ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS)

2. ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD)

3. ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM)

4. ตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB)

สำหรับทดสอบการแจกแจงประชากรของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป การแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงลอกนอร์มัล มีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

**1. ขอบเขตการจำลองข้อมูลในการทดลอง**

กำหนดสถานการณ์ต่างๆ ในการจำลองข้อมูล มีดังนี้

1.1 ทำการเลือกตัวอย่างสุ่มจากประชากร โดยกำหนดประชากรให้มีการแจกแจง ดังนี้

1.1.1 การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป พารามิเตอร์ $\lambda$ =1 และ $\alpha$ = 0.5,1, 1.5, 2, 2.5

1.1.2 การแจกแจงไวบูลล์ พารามิเตอร์ $\beta$ = 1 และ $\alpha$ = 0.5,1, 1.5, 2, 2.5

1.1.3 การแจกแจงลอกนอร์มัล พารามิเตอร์ $\mu$ =1 และ $\sigma$ = 0.5,1, 1.5, 2, 2.5

1.2 ขนาดตัวอย่าง

ในแต่ละลักษณะของการแจกแจงจำลองขนาดของตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 40 และ 50

1.3 ระดับนัยสำคัญ

ทำการทดสอบสมมติฐานโดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ $\alpha$ = 0.10, 0.05 และ 0.01

**2. ขั้นตอนในการวิจัย**

ขั้นตอนในการวิจัยแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 สร้างการแจกแจงของประชากรตามสถานการณ์ที่กำหนดในขอบเขตการจำลองข้อมูล

สร้างตัวอย่างสุ่ม (random sample) ที่มีลักษณะการแจกแจงของประชากรตามสถานการณ์ที่กำหนดในขอบเขตการจำลองข้อมูล โดยใช้โปรแกรม R ซึ่งมีรายละเอียดในการสร้างตัวอย่างสุ่มภายใต้การแจกแจงแบบต่างๆ ดังนี้

2.1.1 การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\lambda\left(1-e^{-\lambda x}\right)^{\alpha-1} e^{-\lambda x} & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \le 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\alpha > 0$ และ $\lambda > 0$

การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป ทำได้โดยใช้หลักการของวิธีการแปลงผกผัน (inverse transform) (Law and Kelton, 1991)

สำหรับการสร้างตัวอย่างสุ่ม $X_1, X_2, ..., X_n$ ที่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปที่มีพารามิเตอร์ $\alpha$ และ $\lambda$ โดยให้ตัวแปรเลขสุ่ม $U$ มีการแจกแจงยูนิฟอร์ม (0, 1) จะได้สูตรคำนวณในการหาค่าตัวอย่างสุ่มแต่ละตัว

ขั้นตอนวิธีการสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปมีดังนี้

ขั้นที่ 1 ให้ $U \sim U(0,1)$

ขั้นที่ 2 $X = F^{-1}(U)$

$$U = \left(1-e^{-\lambda X}\right)^{\alpha}$$

$$U^{1/\alpha} = 1-e^{-\lambda X}$$

$$e^{-\lambda X} = 1-U^{1/\alpha}$$

$$-\lambda X = \ln\left(1-U^{1/\alpha}\right)$$

$$X = \frac{-\ln\left(1-U^{1/\alpha}\right)}{\lambda}$$

ขั้นที่ 3 จะได้ว่า $F^{-1}(U)$ สามารถหาค่าได้เสมอเนื่องจาก $0 \le U \le 1$ และเรนจ์ของฟังก์ชัน $F(U)$ จะอยู่บนช่วง $[0,1]$

ดังนั้นการสร้างตัวอย่างสุ่ม $X$ ของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไปจะได้ค่าจากสูตร ดังนี้

$$X_i = \frac{-\ln\left(1-U_i^{1/\alpha}\right)}{\lambda}; \quad i = 1,2,\ldots,n$$

การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป จะทำการประมวลผลด้วยโปรแกรม R ดังรายละเอียดของโปรแกรมต่อไปนี้ เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่างสุ่ม $n = 20$ ที่มีพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $\alpha = 0.5$

```
> rge<-function(nge,shape,scale){
+ r=runif(nge)
+ result=rep(0,length(r))
+ for(i in 1:nge){
+ result[i]=-(log(1-(r[i]^(1/shape))))/scale}
+ w<-(abs(result))
+ return(w)
+ }
> x.ge<-rge(20,0.5,1)
> x.ge
[1] 0.29650788 1.00119776 1.27607424 0.01899525 0.46831540 0.54268434
[7] 0.06512597 0.14034496 1.62315490 0.01386685 0.18086118 0.39353982
[13]0.52616625 0.27887655 0.07192957 0.75122299 2.57052153 0.09004186
[19]1.82550874 1.47377660
```

2.1.2 การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงไวบูลล์

การแจกแจงไวบูลล์มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\beta}\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \le 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\alpha > 0$ และ $\beta > 0$

การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงไวบูลล์ โดยใช้โปรแกรม R ในที่นี้กำหนดขนาดของตัวอย่างสุ่ม $n = 30$ ที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = a$ และ $\beta = b$ คือ $rweibull(n, a, b)$ ดังต่อไปนี้

```
x<-rweibull(30,0.5,1)
x
[1] 0.219805961 0.312121677 0.010239468 0.404571396 0.038039363 0.551501297
[7] 0.189972312 0.417372377 0.055501793 1.582232884 3.930496404 0.076570409
[13] 0.209461146 0.199470361 0.084993829 0.626217314 5.776950011 0.007396958
[19] 4.744914216 0.917933403 0.641798393 3.064259855 0.055252265 6.437118745
[25] 0.004123130 2.037061675 5.415868539 0.375015282 0.140917145 0.308472301
```

2.1.3 การสร้างตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มัล

การแจกแจงลอกนอร์มัลมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[ -\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] & \text{เมื่อ} \quad x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad x \le 0 \end{cases}$$

โดยที่ $\sigma > 0$ และ $\mu \in (-\infty, \infty)$

การสร้างตัวอย่างสุ่มของการแจกแจงลอกนอร์มัล โดยใช้โปรแกรม R ในที่นี้กำหนดขนาดของตัวอย่างสุ่ม $n = 30$ ที่มีพารามิเตอร์ $\mu = a$ และ $\sigma = b$ คือ $rlnorm(n,a,b)$ ดังต่อไปนี้

```
> x<-rlnorm(30,1,0.5)
> x
[1]6.752809 3.787332 3.087879 4.587894 2.513546 2.258598 9.134943 2.244165
[9] 2.616191 2.737054 2.602447 4.407072 3.845843 4.345795 3.980037 2.311113
[17] 1.694245 4.776289 2.628238 2.751300 1.983731 3.574275 5.743301 3.345466
[25] 6.434086 4.319731 2.931027 3.722275 1.822805 2.671647
```

2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

2.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

เมื่อสร้างตัวอย่างสุ่มตามลักษณะของการแจกแจงและขนาดตัวอย่างตามที่กำหนดไว้แล้ว นำข้อมูลที่ได้มาคำนวณค่าสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-von Mises และ Jarque-Bera เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ซึ่งคำนวณได้จากสูตรดังนี้

2.3.1 ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS)

$$KS = \max_{1\le i\le n}\left\{D^{+}, D^{-}\right\}$$

เมื่อ $$D^{+} = \sup_{1\le i\le n}\left\{S(x_i) - F_0(x_i)\right\} = \max_{1\le i\le n}\left\{\frac{i}{n} - F_0(x_i)\right\}$$

$$D^{-} = \sup_{1\le i\le n}\left\{F_0(x_i) - S(x_{i-1})\right\} = \max_{1\le i\le n}\left\{F_0(x_i) - \frac{(i-1)}{n}\right\}$$

2.3.2 ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD)

$$AD = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(2i-1\right)\ln\left(F_0\left(x_i\right)\right) + \left(2\left(n-i\right)+1\right)\ln\left(1-F_0\left(x_i\right)\right)\right]$$

2.3.3 ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM)

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2i-1}{2n} - F_0\left(x_i\right)\right]^2$$

2.3.4 ตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB)

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{\left(K-3\right)^2}{4}\right)$$

เมื่อ $$S = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2\right)^{3/2}}$$

และ $$K = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2\right)^{2}}$$

นำค่าสถิติทดสอบของแต่ละตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤต (ภาคผนวก ข) ถ้าค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $\left(H_0\right)$

2.4 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สามารถหาได้จากการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ แล้วหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังนี้

2.4.1 ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

สมมติฐานหลัก$(H_0)$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

สมมติฐานแย้ง$(H_1)$ : ประชากรไม่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

2.4.2 สุ่มตัวอย่างตามลักษณะของสถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดไว้ ตามข้อ 1.1.1 และ 1.2 ของประชากรภายใต้สมมติฐานหลัก $(H_0)$

2.4.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบตามข้อ 2.3.1-2.3.4 เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตในแต่ละตัวสถิติทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ = 0.10, 0.05 และ 0.01

2.4.4 สรุปผลการยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$

2.4.5 ทำการสุ่มข้อมูลภายใต้สถานการณ์เดิมซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้ง เมื่อครบแล้วให้นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ โดยค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดลอง คำนวณจากการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลักแล้วหารด้วยจำนวนครั้งในการทดลอง (เท่ากับ 1,000 )

จากนั้นเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่คำนวณได้ในแต่ละสถานการณ์กับเกณฑ์ของ Cochran แล้วพิจารณาสถานการณ์ใดสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และมีสถานการณ์ใดที่ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

2.5 คำนวณอำนาจการทดสอบ

การคำนวณอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ คำนวณจากการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ เมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ แล้วหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด ซึ่งมีขั้นตอนการทำงาน ดังนี้

2.5.1 ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

สมมติฐานหลัก $(H_0)$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

สมมติฐานแย้ง $(H_1)$ : ประชากรไม่มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

2.5.2 สุ่มตัวอย่างตามลักษณะการแจกแจงของประชากร ภายใต้สมมติฐานแย้ง $(H_1)$ ที่ตั้งไว้ ตามลักษณะข้อ 1.1.2-1.1.3 เมื่อแต่ละสถานการณ์มีขนาดตัวอย่าง ตามข้อ 1.2

2.5.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบตามข้อ 2.3.1-2.3.4 เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตในแต่ละตัวสถิติทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ = 0.10, 0.05 และ 0.01

2.5.4 สรุปผลการยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$

2.5.5 ทำการสุ่มข้อมูลภายใต้สถานการณ์เดิมซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้ง เมื่อครบแล้วให้นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก $(H_0)$ โดยอำนาจการทดสอบจากผลการทดลองคำนวณจากการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก แล้วหารด้วยจำนวนครั้งในการทดลองทั้งหมด

จากนั้นทำการเปรียบเทียบว่าตัวสถิติทดสอบใดมีอำนาจการทดสอบสูงสุดในสถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดไว้

**3. สถานที่และระยะเวลาในการวิจัย**

ทำการวิจัยที่ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ใช้ระยะเวลาในการวิจัยตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน 2551 ถึง สิงหาคม 2552

# ผลและวิจารณ์

## ผล

งานวิจัยนี้ศึกษาตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยพิจารณาตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood method) และวัดความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) และหาอำนาจของการทดสอบ (power of the test) ของตัวสถิติทดสอบ ใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 40 และ50 ภายใต้ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ = 0.10, 0.05 และ 0.01 โดยการจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดจำนวน 1,000 ครั้ง

นำเสนอผลการวิจัยในหัวข้อ ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

2. อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

**1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1**

การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เพื่อต้องการสรุปว่าตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ $(\alpha)$ เท่ากับ 0.10, 0.05 และ 0.01 โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของ Cochran (Game *et al.*, 1972)

เกณฑ์ของ Cochran เป็นเกณฑ์ที่ใช้ตัดสินความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ โดยกำหนดให้ $\tau$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่เกิดจากการทดลองของตัวสถิติทดสอบ ซึ่งจะควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ก็ต่อเมื่อ

ค่า $\tau$ อยู่ในช่วง [0.007, 0.015] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ค่า $\tau$ อยู่ในช่วง [0.04, 0.06] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ค่า $\tau$ อยู่ในช่วง [0.08, 0.12] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

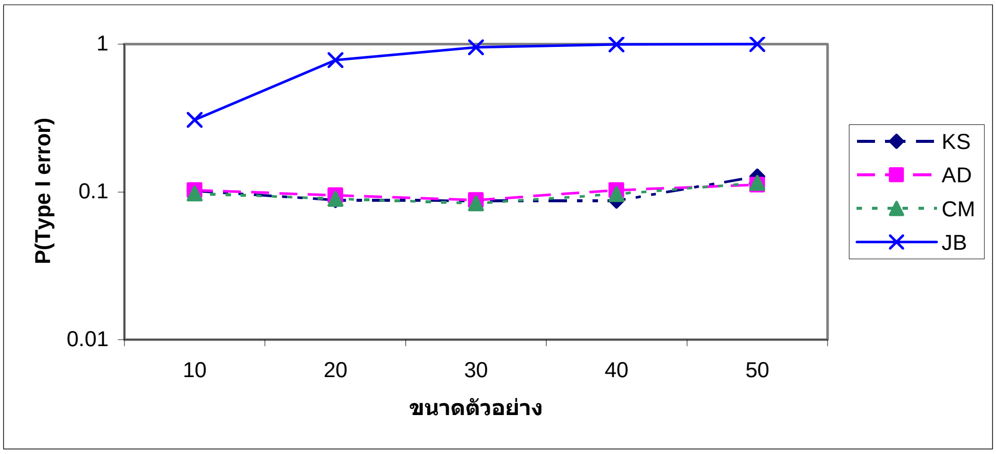
จากผลการทดลองถ้าค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดลองอยู่ในขอบเขตที่ระบุไว้ จะถือว่าการทดสอบนั้นสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ที่กำหนดไว้

สำหรับการนำเสนอค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดลอง จะนำเสนอในรูปของตารางและภาพ ดังนี้

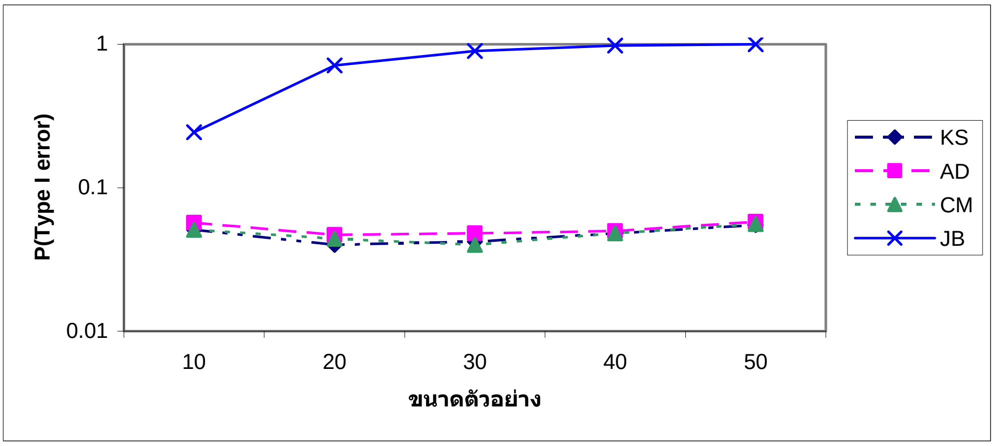
**ตารางที่ 5** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\lambda = 1$

| ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | สถิติทดสอบ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (n) | $(\alpha)$ | KS | AD | CM | JB |
| 10 | 0.10 | 0.102 | 0.103 | 0.098 | 0.307* |
| | 0.05 | 0.051 | 0.057 | 0.051 | 0.244* |
| | 0.01 | 0.011 | 0.013 | 0.009 | 0.147* |
| 20 | 0.10 | 0.088 | 0.095 | 0.090 | 0.781* |
| | 0.05 | 0.040 | 0.047 | 0.044 | 0.711* |
| | 0.01 | 0.009 | 0.010 | 0.007 | 0.586* |
| 30 | 0.10 | 0.087 | 0.088 | 0.084 | 0.950* |
| | 0.05 | 0.042 | 0.048 | 0.040 | 0.898* |
| | 0.01 | 0.010 | 0.008 | 0.010 | 0.810* |
| 40 | 0.10 | 0.087 | 0.103 | 0.097 | 0.994* |
| | 0.05 | 0.048 | 0.050 | 0.048 | 0.978* |
| | 0.01 | 0.007 | 0.008 | 0.011 | 0.933* |
| 50 | 0.10 | 0.127* | 0.112 | 0.115 | 0.999* |
| | 0.05 | 0.055 | 0.058 | 0.056 | 0.998* |
| | 0.01 | 0.008 | 0.012 | 0.013 | 0.984* |

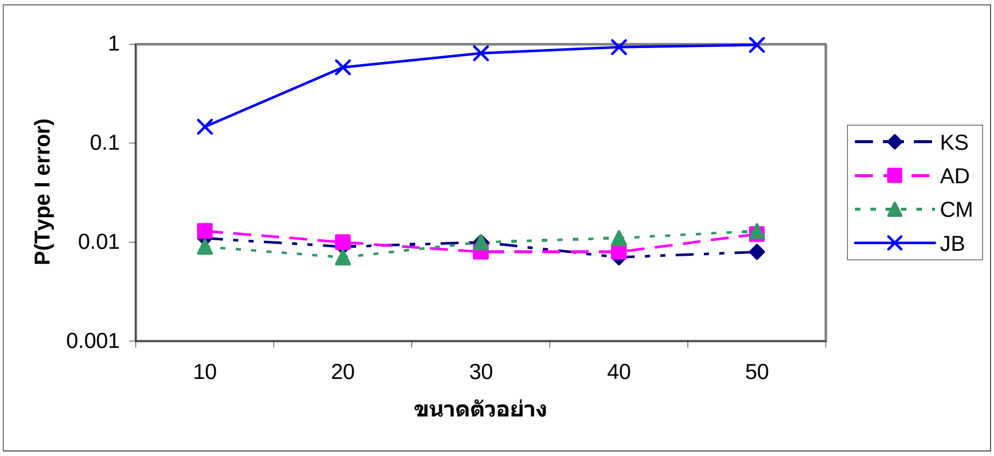
**หมายเหตุ** * กรณีที่ตัวสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้




**ภาพที่ 5** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 6** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 7** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 5 และภาพที่ 5 – 7 ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ตัวสถิติทดสอบ KS ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

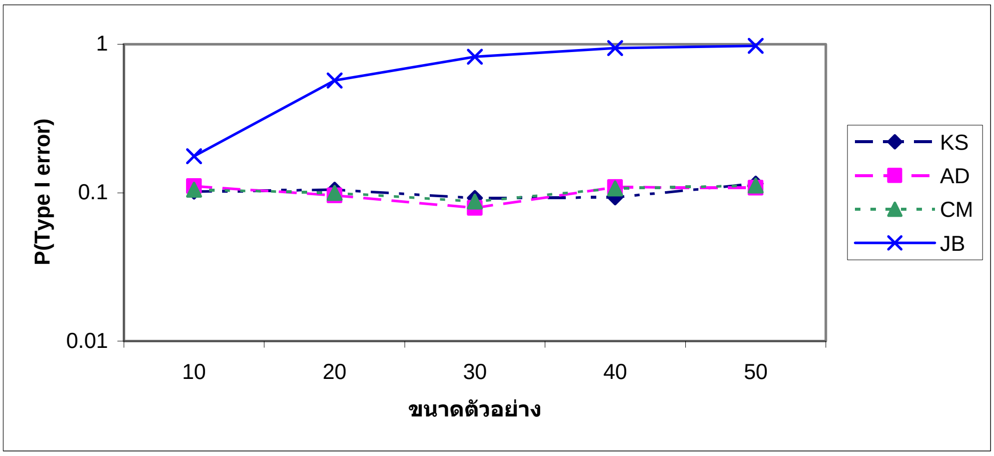
ตัวสถิติทดสอบ AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

ตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

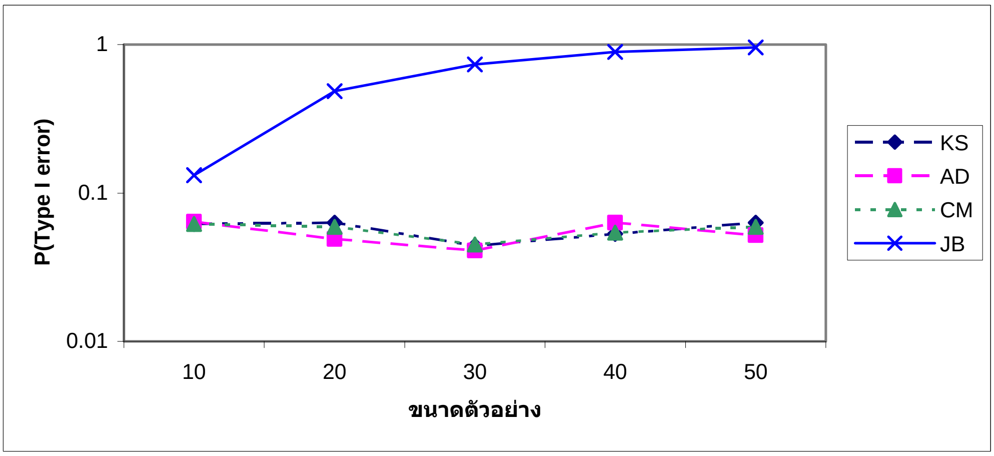
**ตารางที่ 6** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1$ และ $\lambda = 1$

| ขนาดตัวอย่าง (n) | ระดับนัยสำคัญ $(\alpha)$ | สถิติทดสอบ KS | AD | CM | JB |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0.10 | 0.102 | 0.111 | 0.105 | 0.176* |
| | 0.05 | 0.062* | 0.064* | 0.062* | 0.132* |
| | 0.01 | 0.014 | 0.015 | 0.016* | 0.065* |
| 20 | 0.10 | 0.105 | 0.096 | 0.100 | 0.570* |
| | 0.05 | 0.063* | 0.049 | 0.059 | 0.487* |
| | 0.01 | 0.010 | 0.012 | 0.013 | 0.365* |
| 30 | 0.10 | 0.092 | 0.079* | 0.087 | 0.822* |
| | 0.05 | 0.044 | 0.041 | 0.045 | 0.734* |
| | 0.01 | 0.010 | 0.007 | 0.009 | 0.590* |
| 40 | 0.10 | 0.093 | 0.109 | 0.107 | 0.944* |
| | 0.05 | 0.053 | 0.063 | 0.054 | 0.894* |
| | 0.01 | 0.007 | 0.009 | 0.011 | 0.764* |
| 50 | 0.10 | 0.115 | 0.108 | 0.112 | 0.976* |
| | 0.05 | 0.063* | 0.052 | 0.059 | 0.957* |
| | 0.01 | 0.011 | 0.014 | 0.015 | 0.868* |

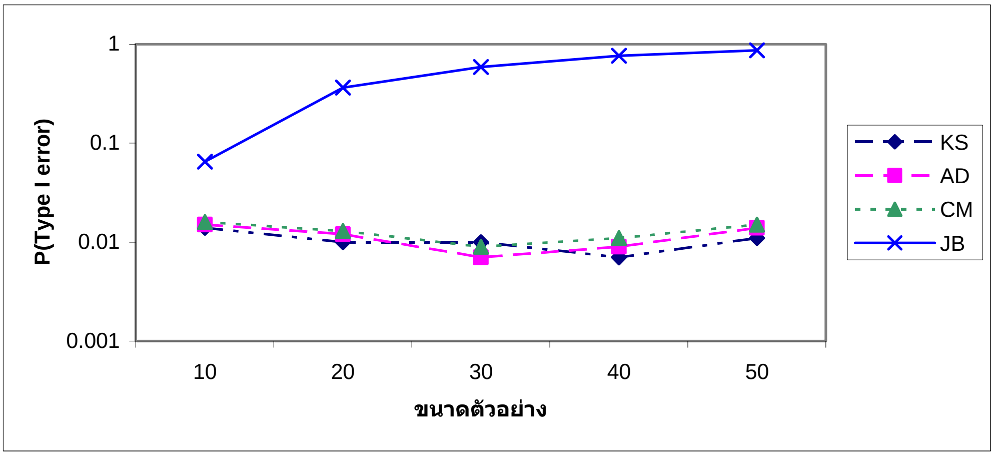
**หมายเหตุ** * กรณีที่ตัวสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้




**ภาพที่ 8** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 9** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 10** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 6 และภาพที่ 8 – 10 ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ตัวสถิติทดสอบ KS ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20 และ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ AD ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

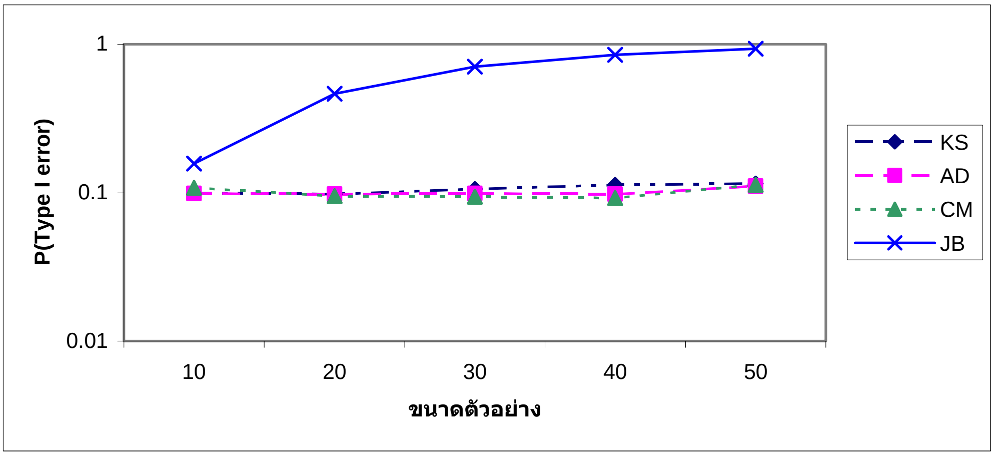
ตัวสถิติทดสอบ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

ตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

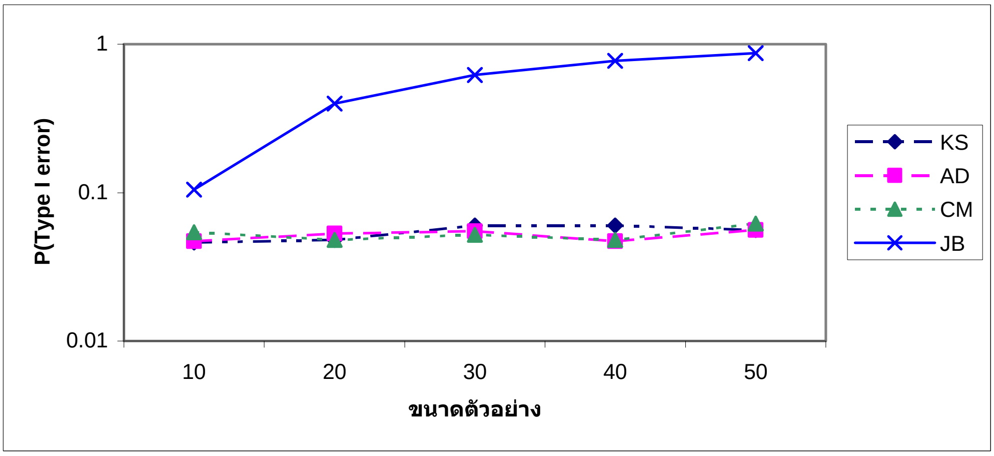
**ตารางที่ 7** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB
เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1.5$ และ $\lambda = 1$

| ขนาดตัวอย่าง (n) | ระดับนัยสำคัญ $(\alpha)$ | สถิติทดสอบ KS | AD | CM | JB |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0.10 | 0.100 | 0.099 | 0.108 | 0.157* |
| | 0.05 | 0.046 | 0.047 | 0.054 | 0.105* |
| | 0.01 | 0.018* | 0.009 | 0.010 | 0.051* |
| 20 | 0.10 | 0.098 | 0.098 | 0.095 | 0.464* |
| | 0.05 | 0.048 | 0.053 | 0.048 | 0.398* |
| | 0.01 | 0.007 | 0.008 | 0.010 | 0.279* |
| 30 | 0.10 | 0.106 | 0.099 | 0.094 | 0.704* |
| | 0.05 | 0.060 | 0.055 | 0.052 | 0.621* |
| | 0.01 | 0.013 | 0.009 | 0.009 | 0.494* |
| 40 | 0.10 | 0.113 | 0.098 | 0.092 | 0.849* |
| | 0.05 | 0.060 | 0.047 | 0.048 | 0.773* |
| | 0.01 | 0.011 | 0.009 | 0.012 | 0.627* |
| 50 | 0.10 | 0.115 | 0.111 | 0.113 | 0.934* |
| | 0.05 | 0.056 | 0.056 | 0.062* | 0.870* |
| | 0.01 | 0.008 | 0.007 | 0.008 | 0.777* |

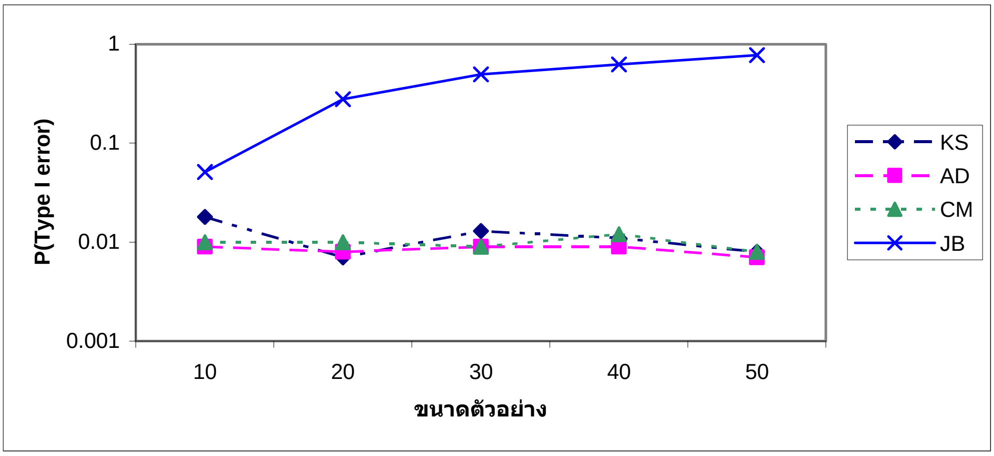
**หมายเหตุ** * กรณีที่ตัวสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้




**ภาพที่ 11** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 12** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 13** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 1.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 7 และภาพที่ 11 – 13 ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ตัวสถิติทดสอบ KS สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวสถิติทดสอบ AD สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

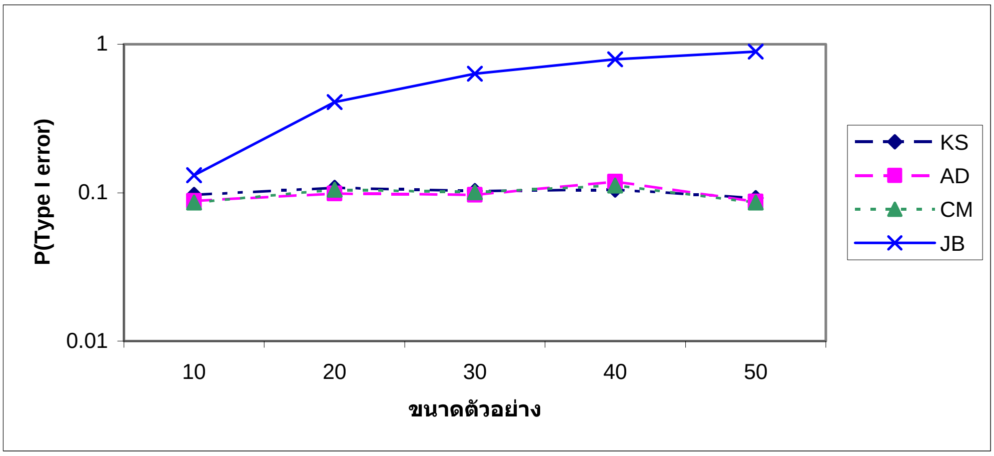
ตัวสถิติทดสอบ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

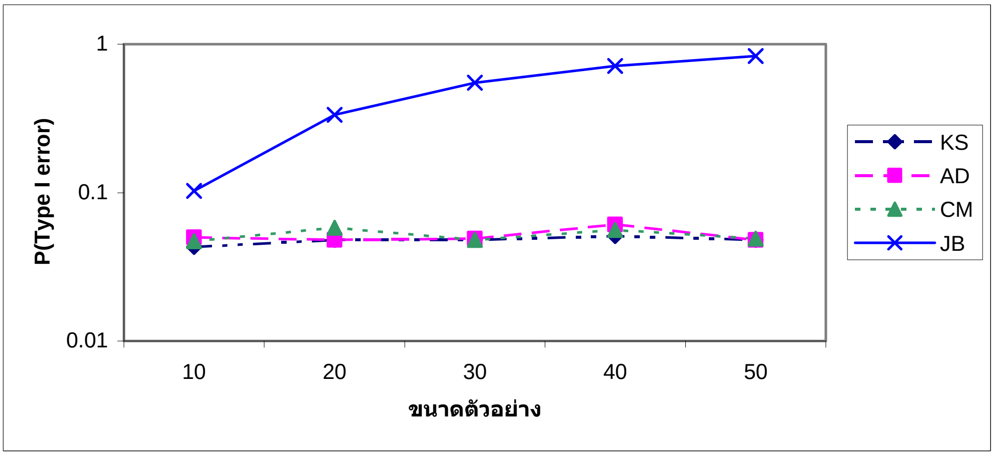
**ตารางที่ 8** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2$ และ $\lambda = 1$

| ขนาดตัวอย่าง (n) | ระดับนัยสำคัญ $(\alpha)$ | สถิติทดสอบ KS | AD | CM | JB |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0.10 | 0.097 | 0.088 | 0.086 | 0.131* |
| | 0.05 | 0.043 | 0.050 | 0.047 | 0.103* |
| | 0.01 | 0.005* | 0.008 | 0.010 | 0.046* |
| 20 | 0.10 | 0.108 | 0.099 | 0.105 | 0.408* |
| | 0.05 | 0.048 | 0.048 | 0.058 | 0.335* |
| | 0.01 | 0.011 | 0.006* | 0.011 | 0.242* |
| 30 | 0.10 | 0.103 | 0.097 | 0.101 | 0.632* |
| | 0.05 | 0.048 | 0.049 | 0.048 | 0.551* |
| | 0.01 | 0.008 | 0.009 | 0.009 | 0.413* |
| 40 | 0.10 | 0.105 | 0.119 | 0.112 | 0.792* |
| | 0.05 | 0.051 | 0.061* | 0.056 | 0.712* |
| | 0.01 | 0.010 | 0.009 | 0.009 | 0.583* |
| 50 | 0.10 | 0.092 | 0.087 | 0.086 | 0.891* |
| | 0.05 | 0.048 | 0.048 | 0.049 | 0.831* |
| | 0.01 | 0.009 | 0.009 | 0.006 | 0.699* |

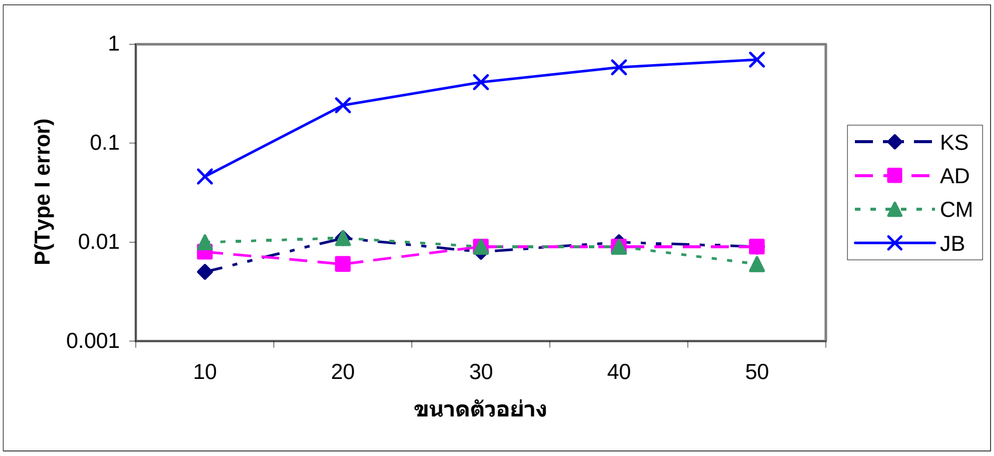
**หมายเหตุ** * กรณีที่ตัวสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้




**ภาพที่ 14** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 15** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 16** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 8 และภาพที่ 14 – 16 ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ตัวสถิติทดสอบ KS สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวสถิติทดสอบ AD ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

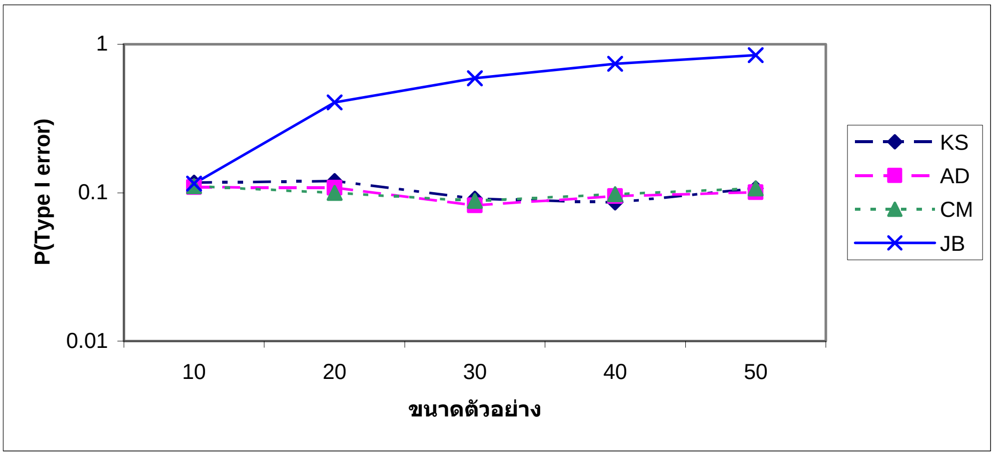
ตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับนัยสำคัญ

**ตารางที่ 9** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB

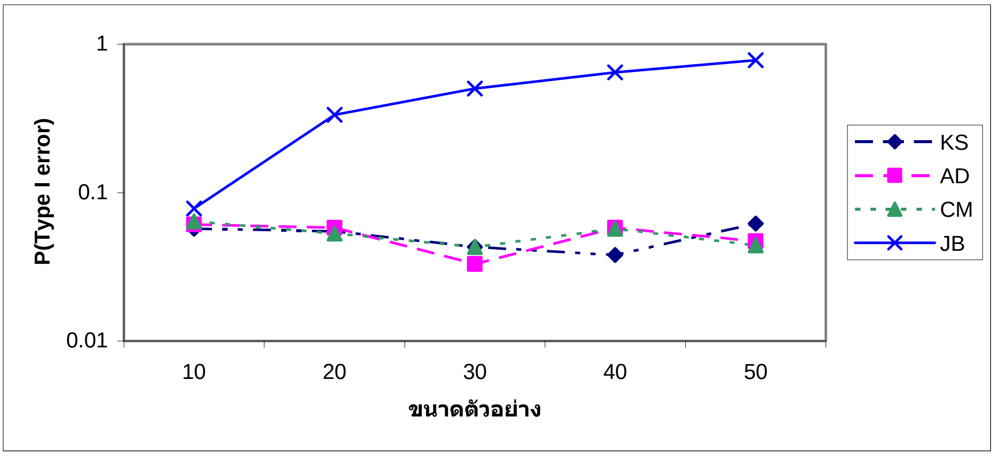
เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2.5$ และ $\lambda = 1$

| ขนาดตัวอย่าง (n) | ระดับนัยสำคัญ $(\alpha)$ | สถิติทดสอบ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | KS | AD | CM | JB |
| 10 | 0.10 | 0.117 | 0.109 | 0.111 | 0.115 |
| | 0.05 | 0.057 | 0.061* | 0.064* | 0.078* |
| | 0.01 | 0.012 | 0.011 | 0.011 | 0.034* |
| 20 | 0.10 | 0.120 | 0.108 | 0.100 | 0.406* |
| | 0.05 | 0.055 | 0.058 | 0.053 | 0.334* |
| | 0.01 | 0.010 | 0.008 | 0.010 | 0.236* |
| 30 | 0.10 | 0.091 | 0.082 | 0.088 | 0.591* |
| | 0.05 | 0.043 | 0.033* | 0.043 | 0.502* |
| | 0.01 | 0.015 | 0.008 | 0.012 | 0.371* |
| 40 | 0.10 | 0.086 | 0.095 | 0.098 | 0.738* |
| | 0.05 | 0.038* | 0.058 | 0.057 | 0.645* |
| | 0.01 | 0.011 | 0.008 | 0.008 | 0.500* |
| 50 | 0.10 | 0.107 | 0.101 | 0.107 | 0.845* |
| | 0.05 | 0.062* | 0.047 | 0.044 | 0.779* |
| | 0.01 | 0.014 | 0.010 | 0.011 | 0.628* |

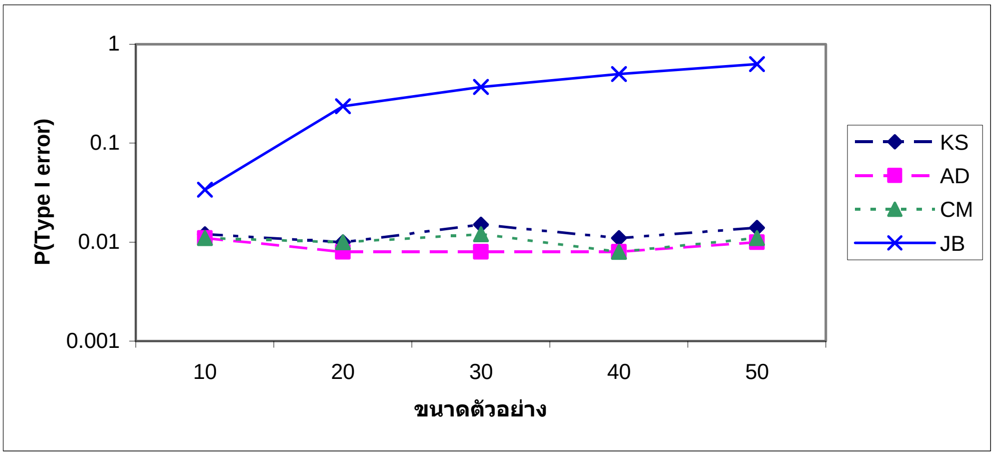
**หมายเหตุ** * กรณีที่ตัวสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้




**ภาพที่ 17** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 18** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 19** ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เมื่อ $\alpha = 2.5$ และ $\lambda = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 9 และภาพที่ 17 – 19 ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ตัวสถิติทดสอบ KS ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ AD ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบ JB สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

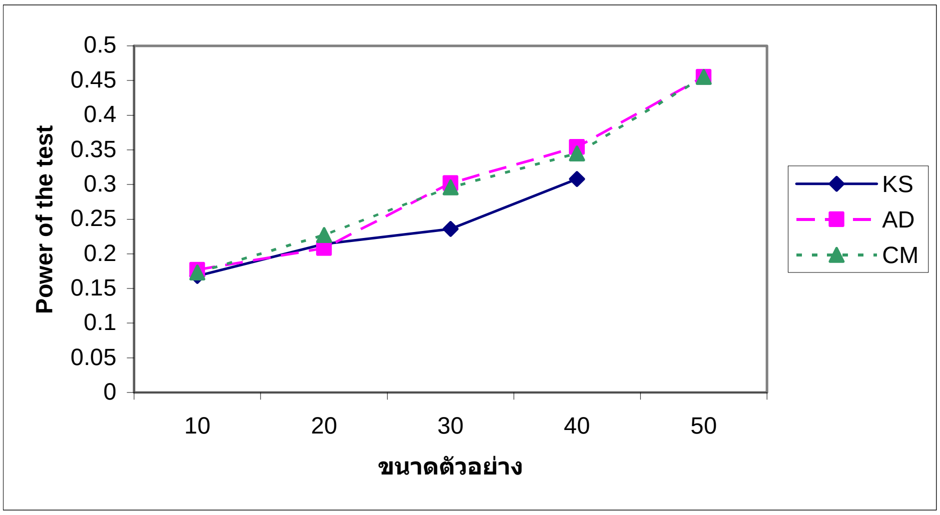
**2. อำนาจการทดสอบ**

อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ คือ การหาตัวสถิติทดสอบที่มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยทำการทดสอบสมมติฐานสำหรับการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี ด้วยตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB)

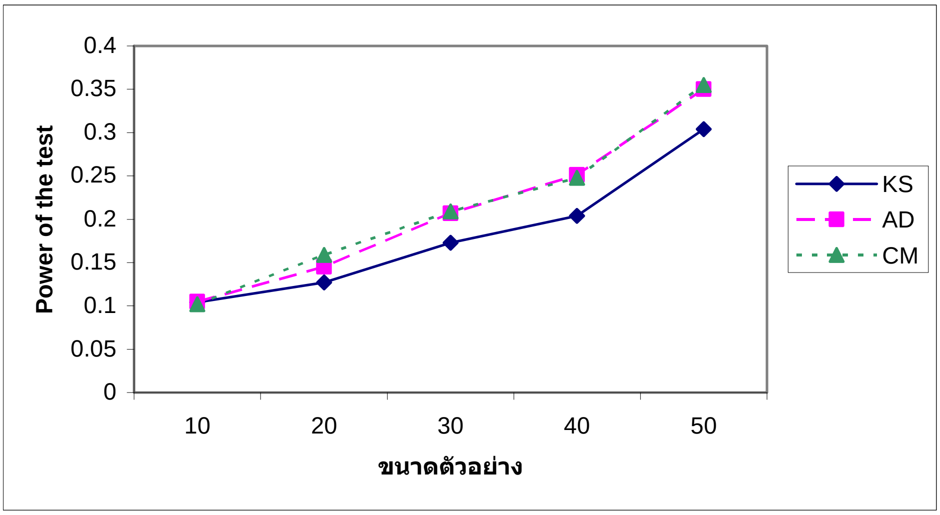
การนำเสนออำนาจการทดสอบที่ได้จากการทดลอง ได้นำเสนอในรูปของตารางและภาพ ดังนี้

**ตารางที่ 10** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.5$

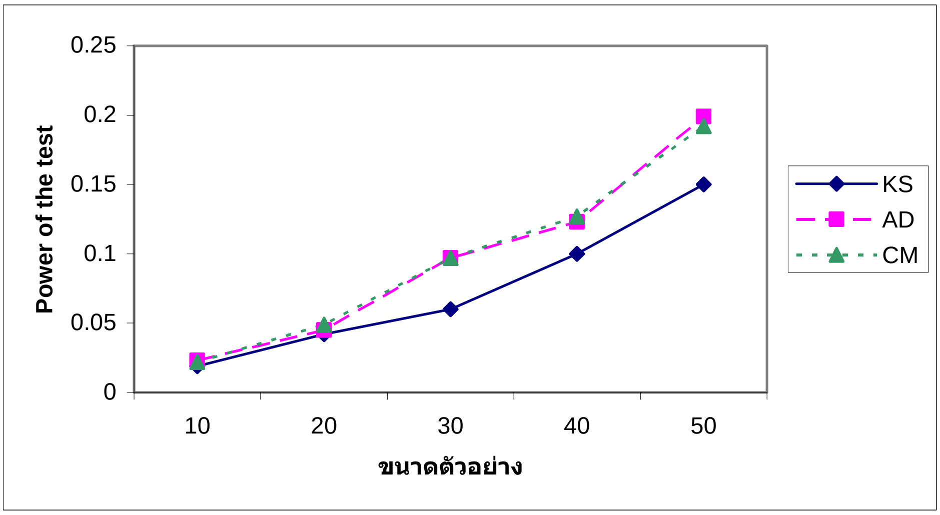
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.168 | 0.214 | 0.236 | 0.308 | - |
| | AD | 0.177 | 0.208 | 0.302 | 0.354 | 0.455 |
| | CM | 0.173 | 0.227 | 0.296 | 0.345 | 0.455 |
| 0.05 | KS | 0.104 | 0.127 | 0.173 | 0.204 | 0.304 |
| | AD | 0.105 | 0.145 | 0.207 | 0.251 | 0.350 |
| | CM | 0.102 | 0.159 | 0.209 | 0.248 | 0.355 |
| 0.01 | KS | 0.019 | 0.042 | 0.060 | 0.100 | 0.150 |
| | AD | 0.023 | 0.045 | 0.097 | 0.123 | 0.199 |
| | CM | 0.022 | 0.049 | 0.097 | 0.127 | 0.192 |




**ภาพที่ 20** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 21** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 22** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 10 และภาพที่ 20 – 22 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ CM แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

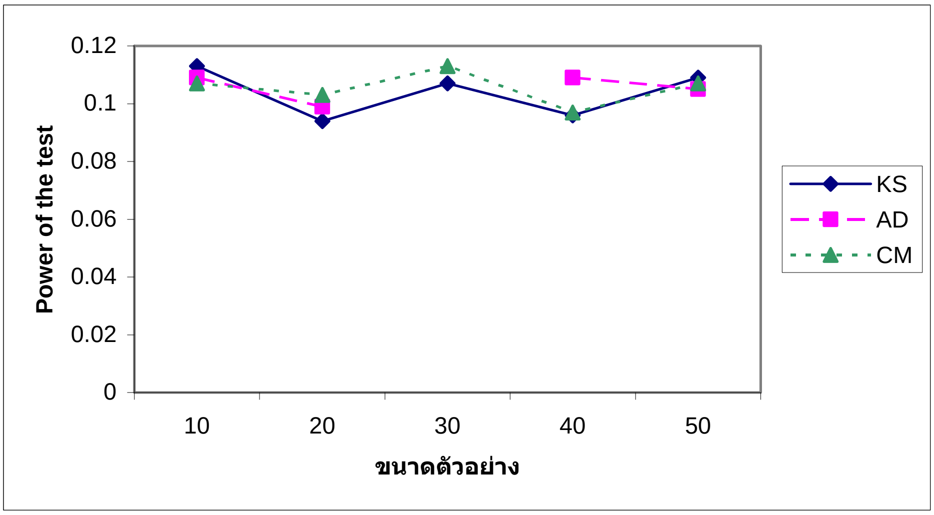
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ AD แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 40 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 40 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ AD และ CM มีอำนาจการทดสอบเท่ากัน

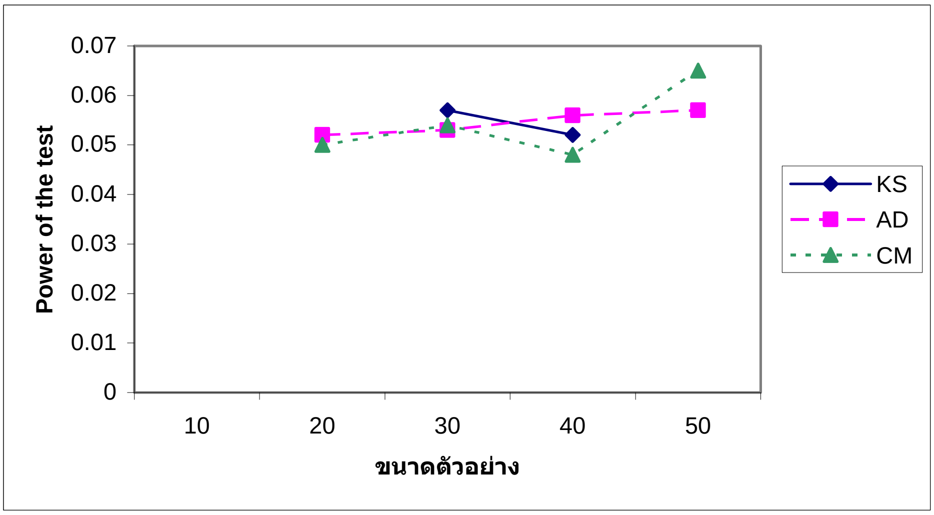
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 11** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1$

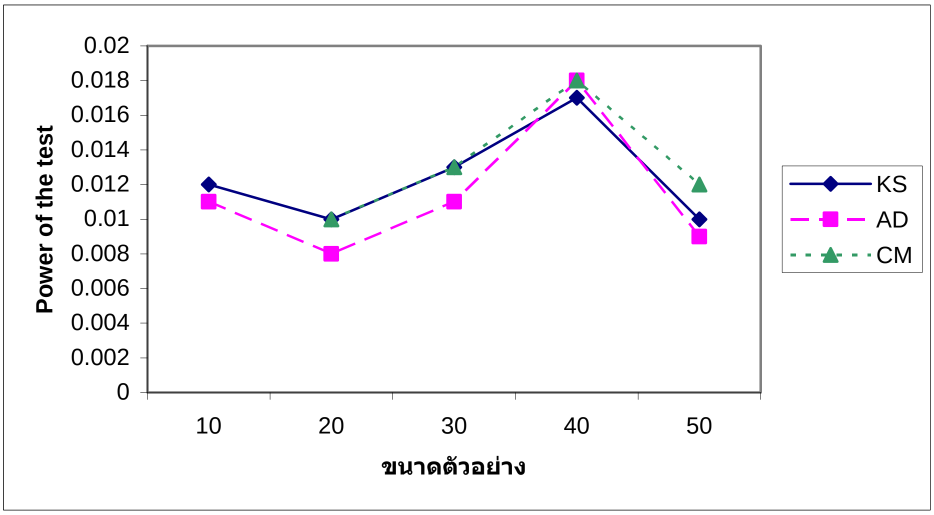
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.113 | 0.094 | 0.107 | 0.096 | 0.109 |
| | AD | 0.109 | 0.099 | - | 0.109 | 0.105 |
| | CM | 0.107 | 0.103 | 0.113 | 0.097 | 0.107 |
| 0.05 | KS | - | - | 0.057 | 0.052 | - |
| | AD | - | 0.052 | 0.053 | 0.056 | 0.057 |
| | CM | - | 0.050 | 0.054 | 0.048 | 0.065 |
| 0.01 | KS | 0.012 | 0.010 | 0.013 | 0.017 | 0.010 |
| | AD | 0.011 | 0.008 | 0.011 | 0.018 | 0.009 |
| | CM | - | 0.010 | 0.013 | 0.018 | 0.012 |




**ภาพที่ 23** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 24** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 25** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 11 และภาพที่ 23 – 25 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

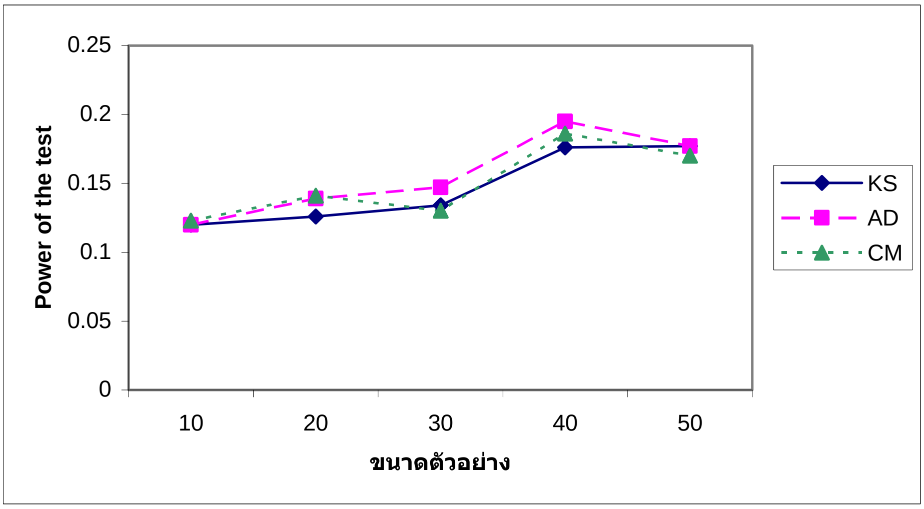
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบสูงสุดแต่ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

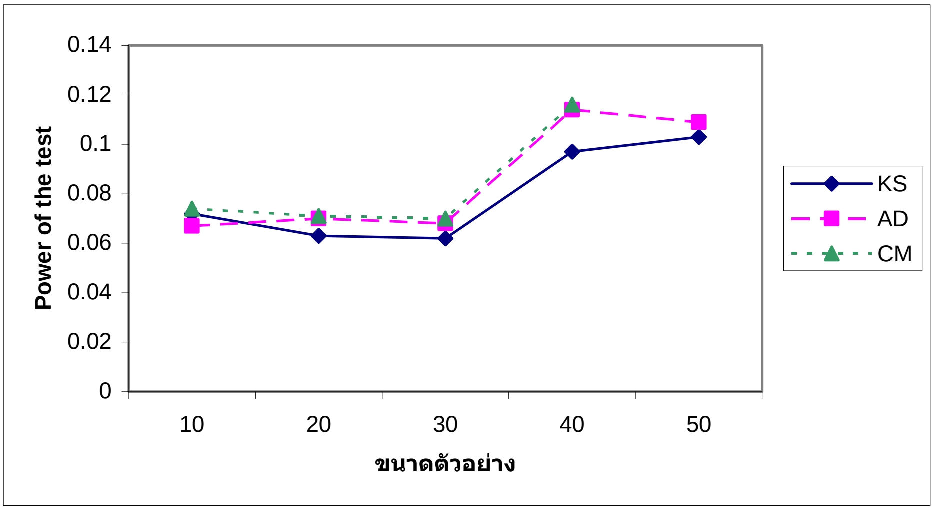
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 ตัวสถิติทดสอบ KS และ CM มีอำนาจการทดสอบเท่ากัน เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 ตัวสถิติทดสอบ CM และ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและเท่ากันและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

**ตารางที่ 12** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1.5$

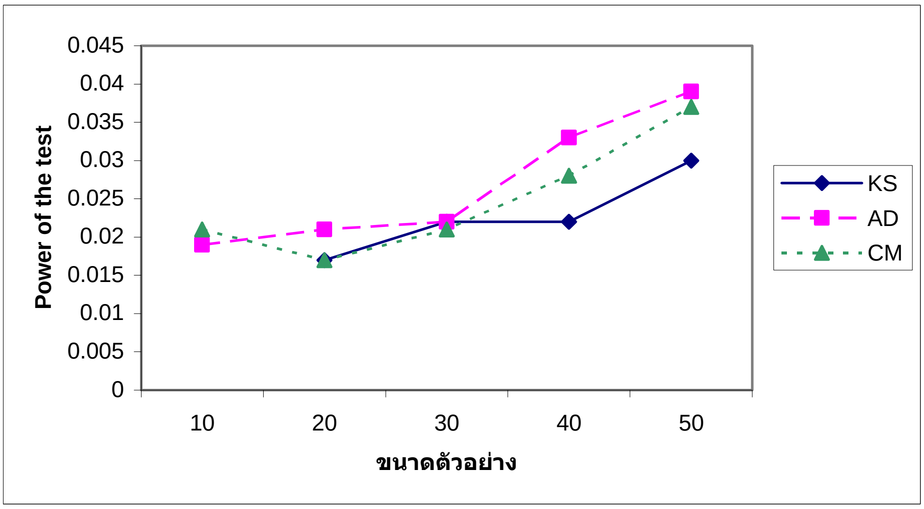
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.120 | 0.126 | 0.134 | 0.176 | 0.177 |
| | AD | 0.120 | 0.139 | 0.147 | 0.195 | 0.177 |
| | CM | 0.123 | 0.141 | 0.130 | 0.186 | 0.170 |
| 0.05 | KS | 0.072 | 0.063 | 0.062 | 0.097 | 0.103 |
| | AD | 0.067 | 0.070 | 0.068 | 0.114 | 0.109 |
| | CM | 0.074 | 0.071 | 0.070 | 0.116 | - |
| 0.01 | KS | - | 0.017 | 0.022 | 0.022 | 0.030 |
| | AD | 0.019 | 0.021 | 0.022 | 0.033 | 0.039 |
| | CM | 0.021 | 0.017 | 0.021 | 0.028 | 0.037 |




**ภาพที่ 26** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 27** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 28** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 12 และภาพที่ 26 – 28 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

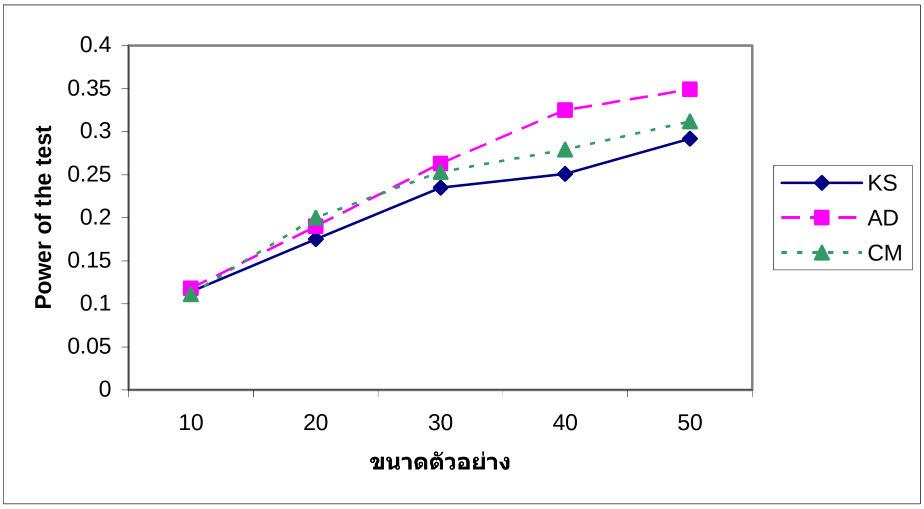
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 20 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบ AD และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ทุกขนาดตัวอย่างตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ KS

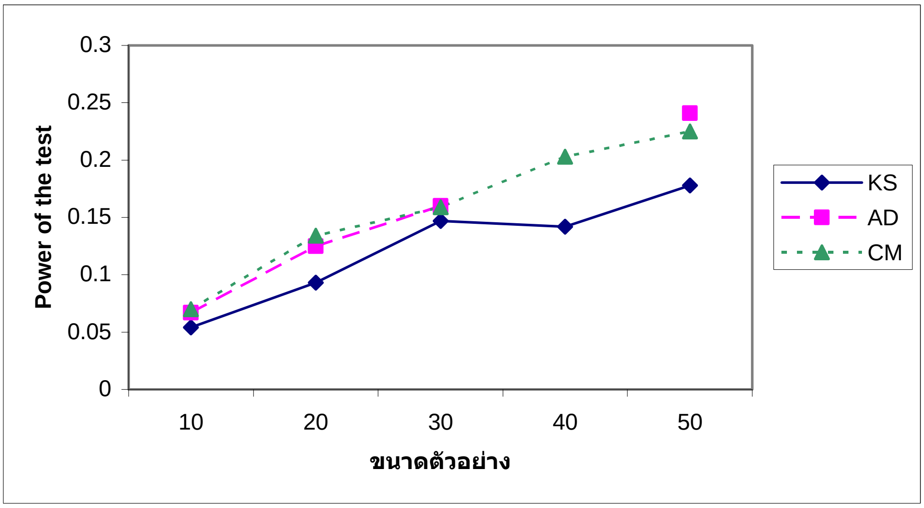
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและมีอำนาจเท่ากับตัวสถิติทดสอบ KS เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

**ตารางที่ 13** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2$

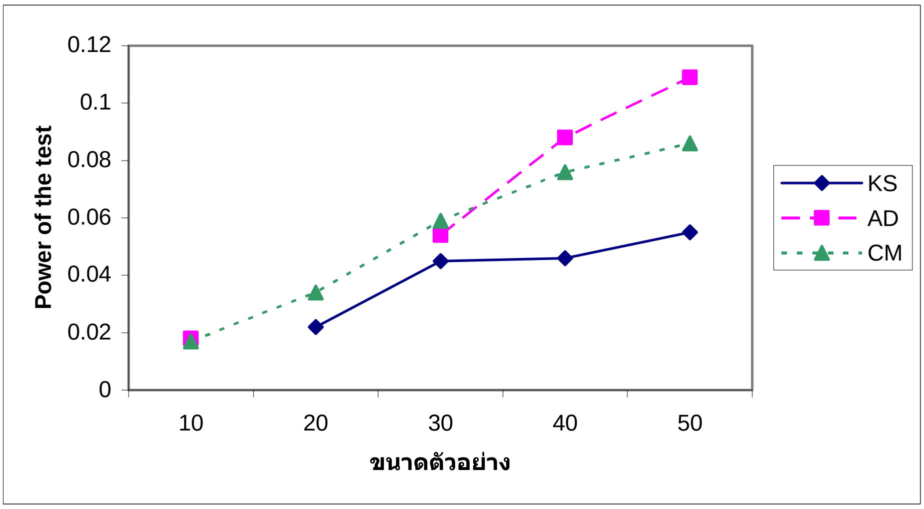
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.114 | 0.175 | 0.235 | 0.251 | 0.292 |
| | AD | 0.118 | 0.190 | 0.263 | 0.325 | 0.349 |
| | CM | 0.111 | 0.200 | 0.253 | 0.279 | 0.312 |
| 0.05 | KS | 0.054 | 0.093 | 0.147 | 0.142 | 0.178 |
| | AD | 0.067 | 0.125 | 0.160 | - | 0.241 |
| | CM | 0.070 | 0.134 | 0.159 | 0.203 | 0.225 |
| 0.01 | KS | - | 0.022 | 0.045 | 0.046 | 0.055 |
| | AD | 0.018 | - | 0.054 | 0.088 | 0.109 |
| | CM | 0.017 | 0.034 | 0.059 | 0.076 | 0.086 |




**ภาพที่ 29** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 30** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 31** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 13 และภาพที่ 29 – 31 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

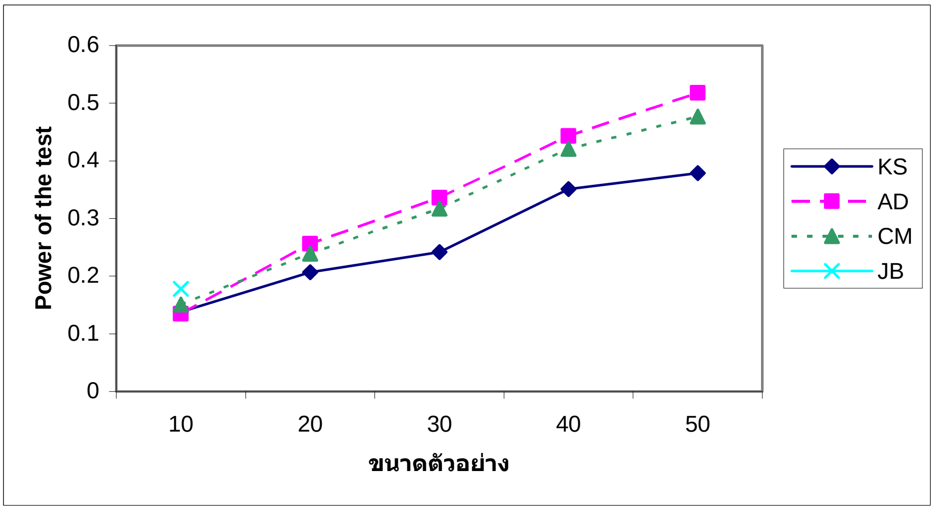
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20 และ 40 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ AD แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ CM แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

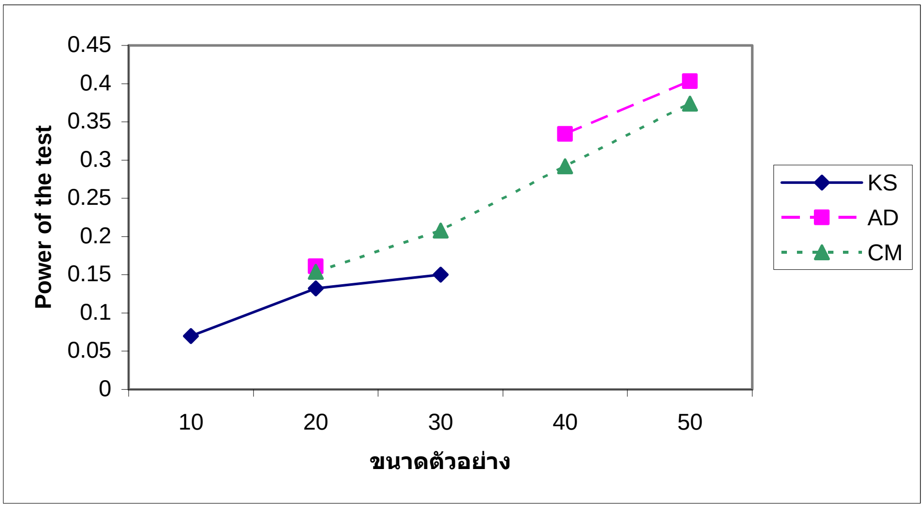
อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 14** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2.5$

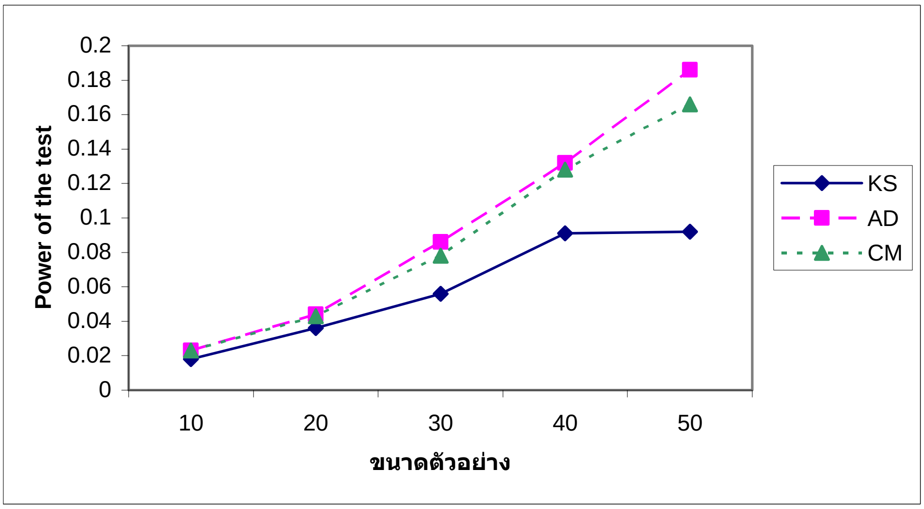
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.138 | 0.207 | 0.242 | 0.351 | 0.379 |
| | AD | 0.135 | 0.256 | 0.336 | 0.443 | 0.518 |
| | CM | 0.151 | 0.239 | 0.317 | 0.421 | 0.477 |
| | JB | 0.178 | - | - | - | - |
| 0.05 | KS | 0.070 | 0.132 | 0.150 | - | - |
| | AD | - | 0.161 | - | 0.334 | 0.403 |
| | CM | - | 0.154 | 0.208 | 0.292 | 0.374 |
| 0.01 | KS | 0.018 | 0.036 | 0.056 | 0.091 | 0.092 |
| | AD | 0.023 | 0.044 | 0.086 | 0.132 | 0.186 |
| | CM | 0.023 | 0.043 | 0.078 | 0.128 | 0.166 |




**ภาพที่ 32** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 33** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 34** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ เมื่อ $\beta = 1$ และ $\alpha = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 14 และภาพที่ 32 – 34 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ทุกขนาดตัวอย่างตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ JB มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ CM เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทุกขนาดตัวอย่างตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ AD และ CM มีค่าเท่ากัน

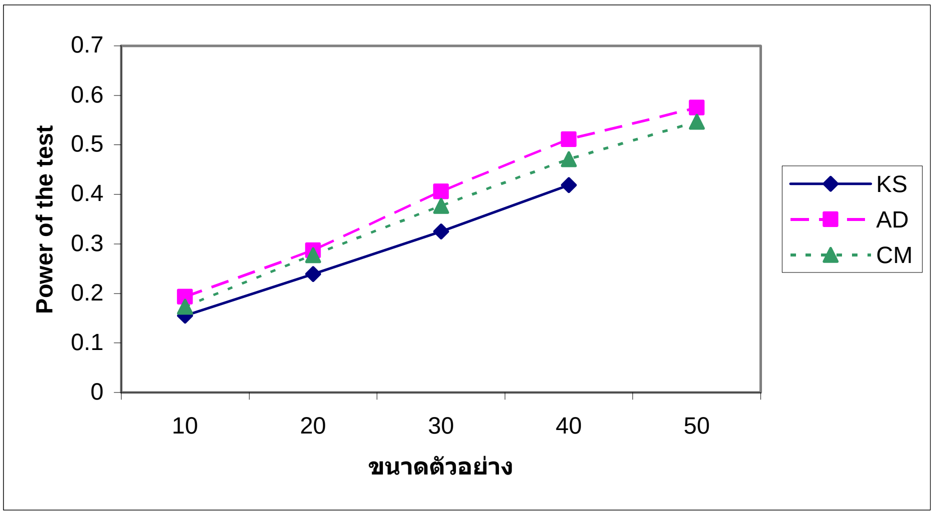
ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญ ยกเว้นอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov

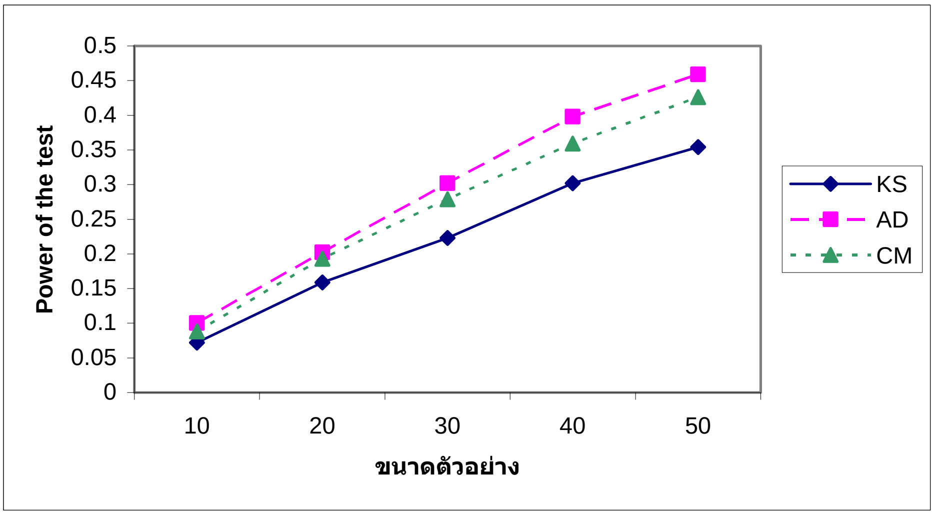
อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 15** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.5$

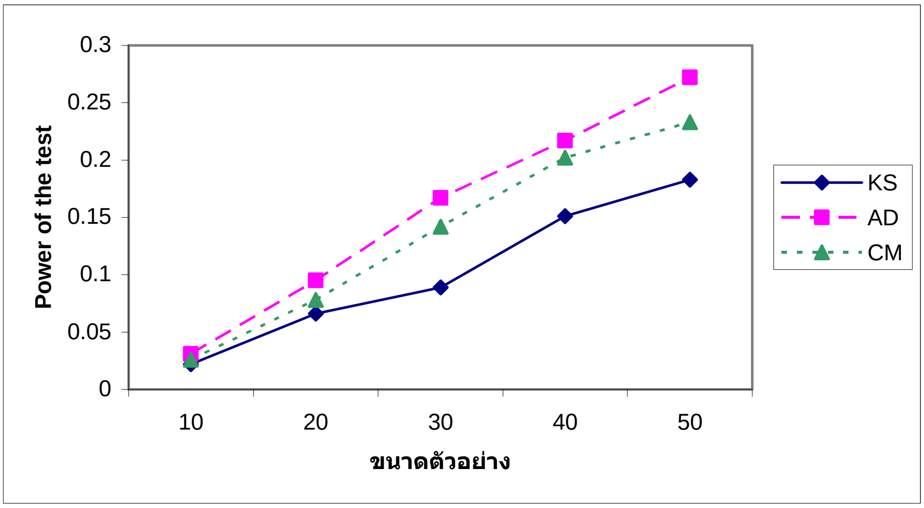
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.155 | 0.239 | 0.325 | 0.419 | - |
| | AD | 0.193 | 0.287 | 0.406 | 0.511 | 0.575 |
| | CM | 0.173 | 0.277 | 0.377 | 0.471 | 0.547 |
| 0.05 | KS | 0.072 | 0.159 | 0.223 | 0.302 | 0.354 |
| | AD | 0.100 | 0.202 | 0.302 | 0.398 | 0.459 |
| | CM | 0.088 | 0.193 | 0.279 | 0.359 | 0.426 |
| 0.01 | KS | 0.022 | 0.066 | 0.089 | 0.151 | 0.183 |
| | AD | 0.031 | 0.095 | 0.167 | 0.217 | 0.272 |
| | CM | 0.026 | 0.078 | 0.142 | 0.202 | 0.233 |




**ภาพที่ 35** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 36** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 37** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 15 และภาพที่ 35 – 37 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

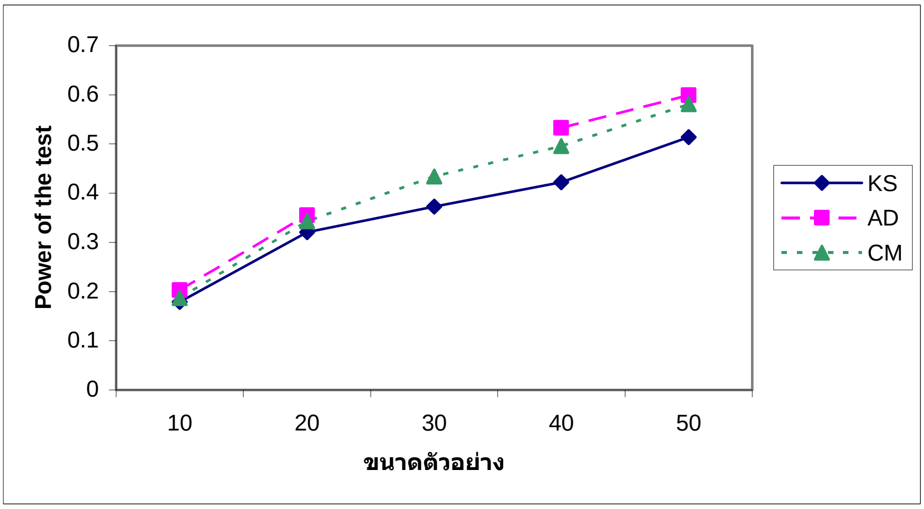
ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM สำหรับทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง

ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง

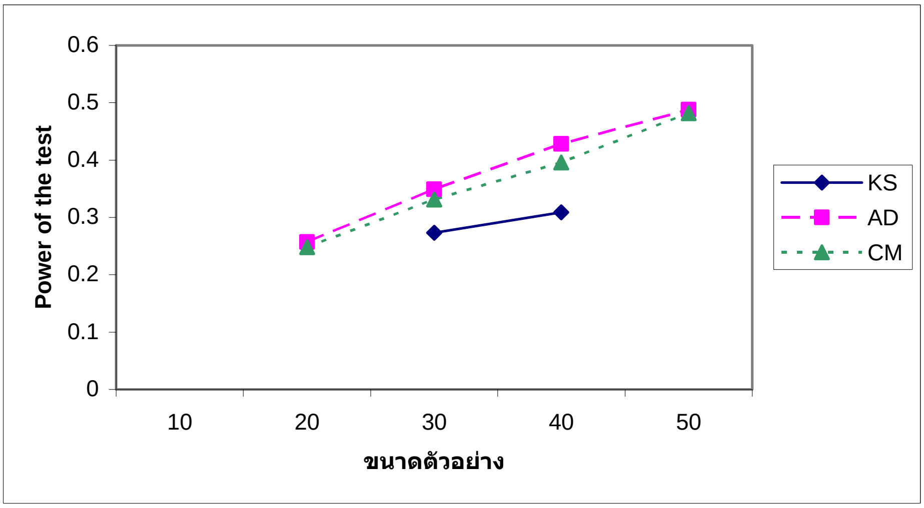
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 16** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1$

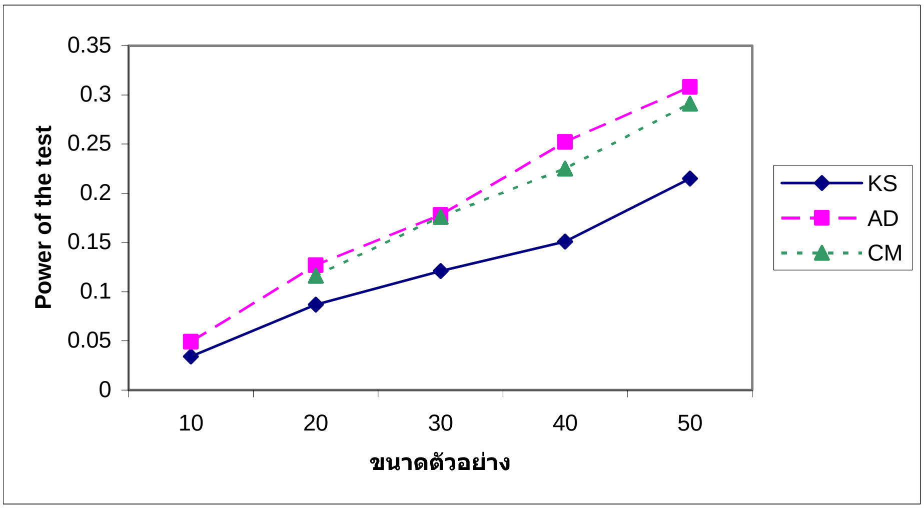
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.179 | 0.321 | 0.373 | 0.422 | 0.514 |
| | AD | 0.203 | 0.355 | - | 0.533 | 0.599 |
| | CM | 0.187 | 0.343 | 0.434 | 0.496 | 0.581 |
| 0.05 | KS | - | - | 0.273 | 0.309 | - |
| | AD | - | 0.257 | 0.349 | 0.428 | 0.488 |
| | CM | - | 0.248 | 0.331 | 0.396 | 0.482 |
| 0.01 | KS | 0.034 | 0.087 | 0.121 | 0.151 | 0.215 |
| | AD | 0.049 | 0.127 | 0.178 | 0.252 | 0.308 |
| | CM | - | 0.116 | 0.176 | 0.225 | 0.291 |




**ภาพที่ 38** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 39** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 40** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 16 และภาพที่ 38 – 40 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 และ 0.05 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

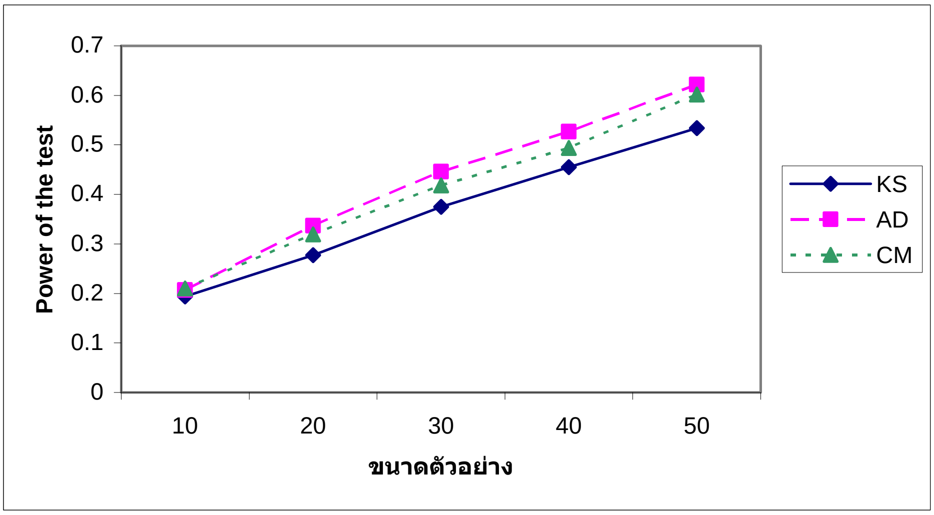
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง

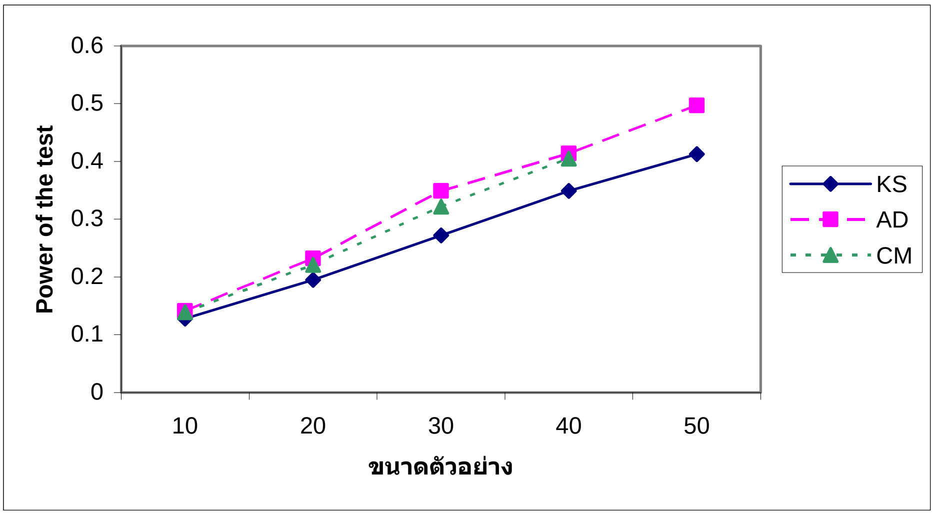
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 17** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1.5$

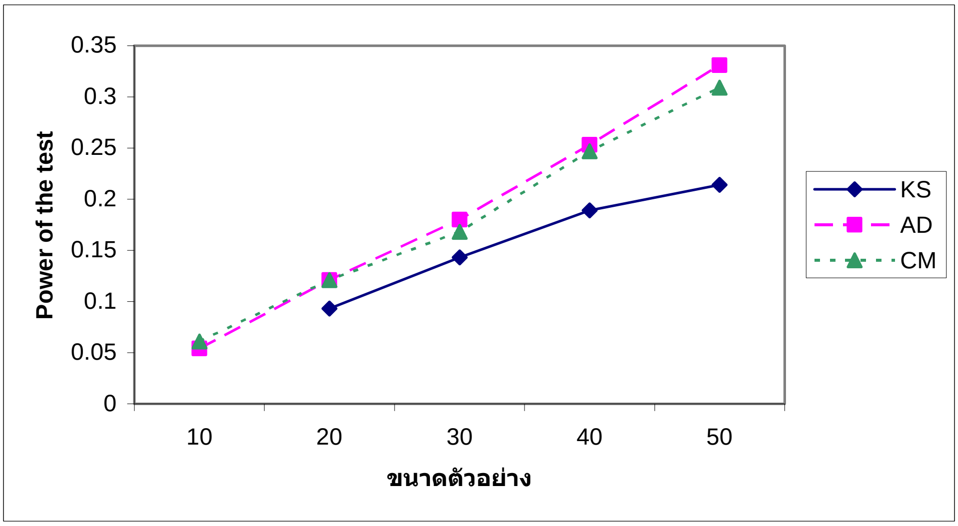
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.194 | 0.277 | 0.375 | 0.455 | 0.534 |
| | AD | 0.207 | 0.337 | 0.446 | 0.527 | 0.622 |
| | CM | 0.210 | 0.319 | 0.418 | 0.494 | 0.602 |
| 0.05 | KS | 0.128 | 0.195 | 0.272 | 0.349 | 0.413 |
| | AD | 0.141 | 0.232 | 0.349 | 0.414 | 0.497 |
| | CM | 0.139 | 0.221 | 0.322 | 0.405 | - |
| 0.01 | KS | - | 0.093 | 0.143 | 0.189 | 0.214 |
| | AD | 0.054 | 0.121 | 0.180 | 0.253 | 0.331 |
| | CM | 0.061 | 0.121 | 0.168 | 0.247 | 0.309 |




**ภาพที่ 41** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 42** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$: ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 43** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$: ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 1.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 17 และภาพที่ 41 – 43 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ทุกขนาดตัวอย่างตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ทุกขนาดตัวอย่างตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 50 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบรองลงมา

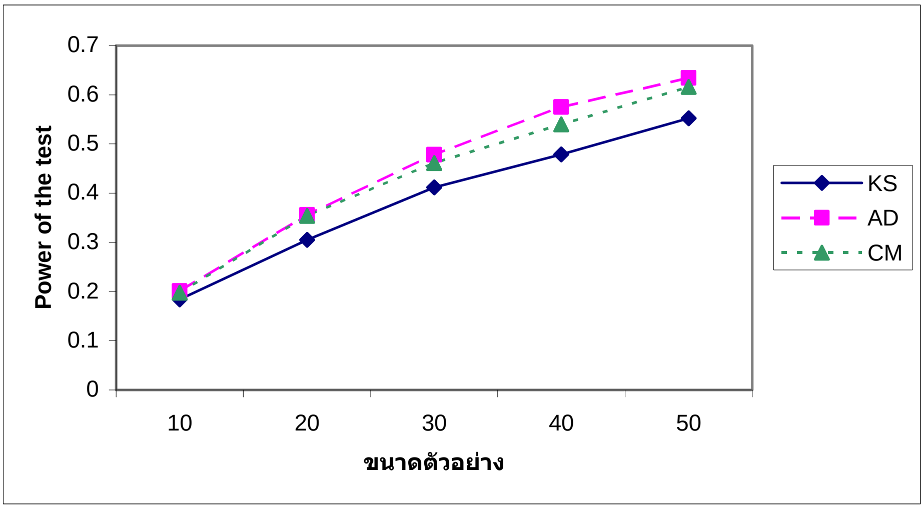
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ตัวสถิติทดสอบ AD และ CM มีอำนาจการทดสอบเท่ากันและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง

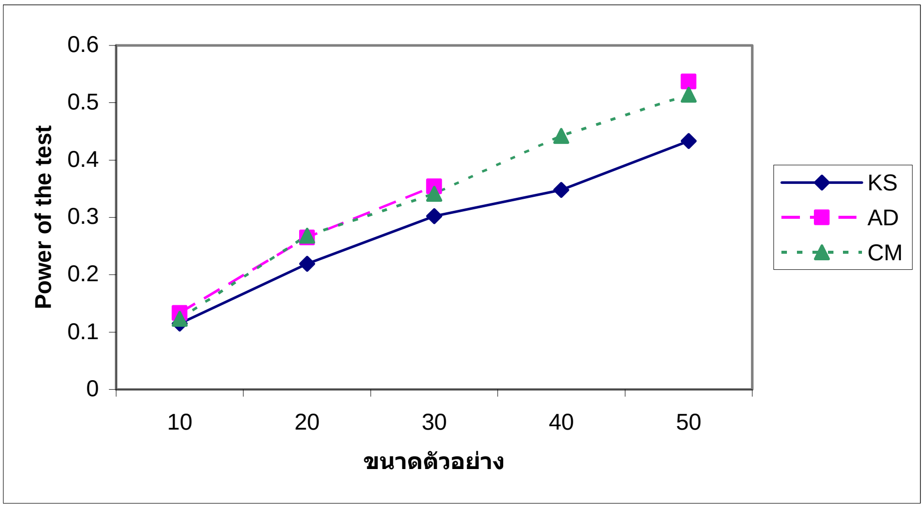
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 18** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2$

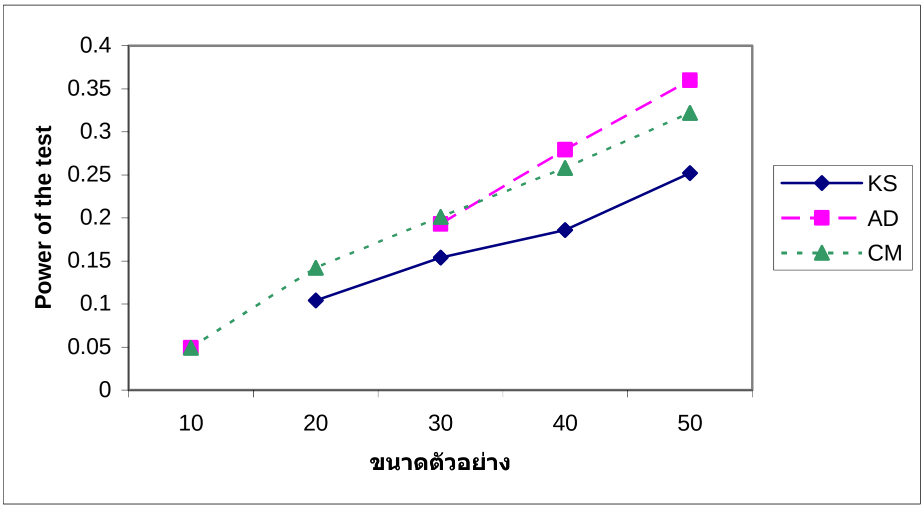
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.184 | 0.305 | 0.412 | 0.479 | 0.552 |
| | AD | 0.201 | 0.356 | 0.478 | 0.575 | 0.634 |
| | CM | 0.198 | 0.354 | 0.461 | 0.540 | 0.616 |
| 0.05 | KS | 0.115 | 0.219 | 0.302 | 0.348 | 0.433 |
| | AD | 0.133 | 0.265 | 0.354 | - | 0.537 |
| | CM | 0.123 | 0.268 | 0.341 | 0.442 | 0.514 |
| 0.01 | KS | - | 0.104 | 0.154 | 0.186 | 0.252 |
| | AD | 0.049 | - | 0.193 | 0.279 | 0.360 |
| | CM | 0.049 | 0.142 | 0.201 | 0.258 | 0.322 |




**ภาพที่ 44** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 45** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 46** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 18 และภาพที่ 44 – 46 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 40 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

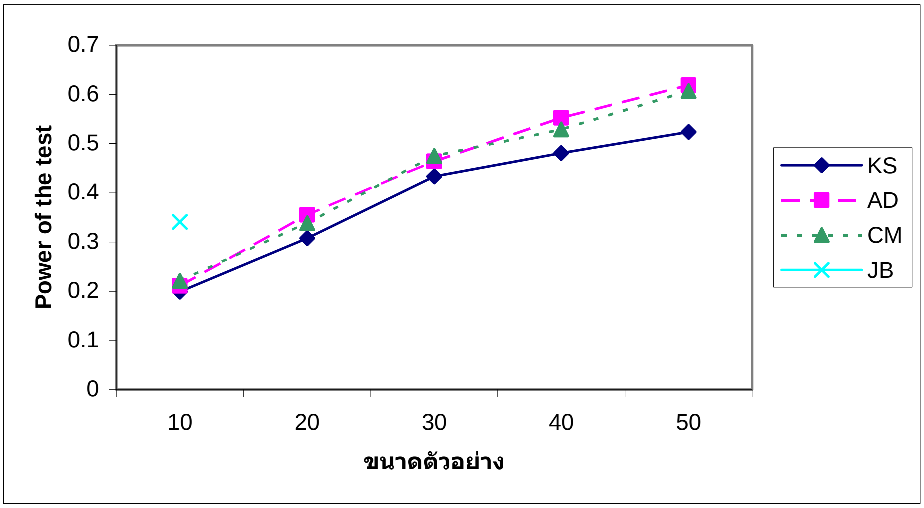
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ AD และ CM มีค่าเท่ากัน

ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง

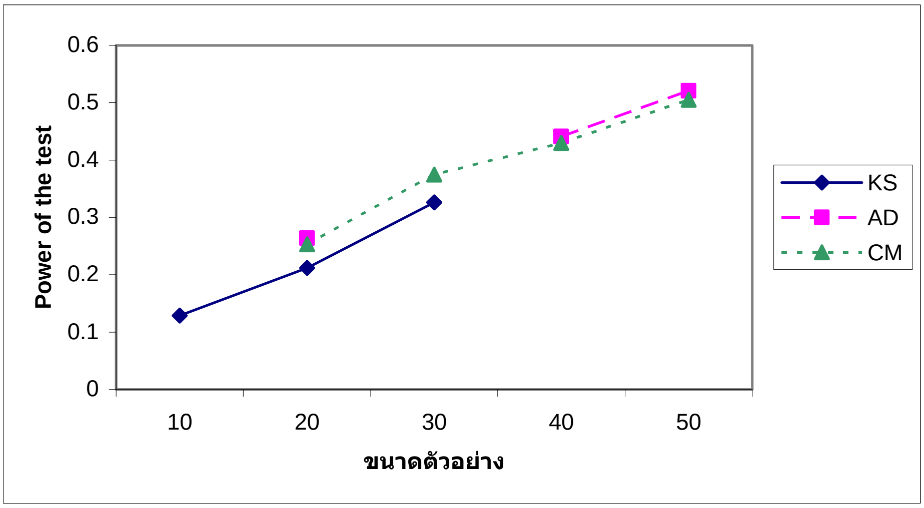
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

**ตารางที่ 19** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD, CM และ JB เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2.5$

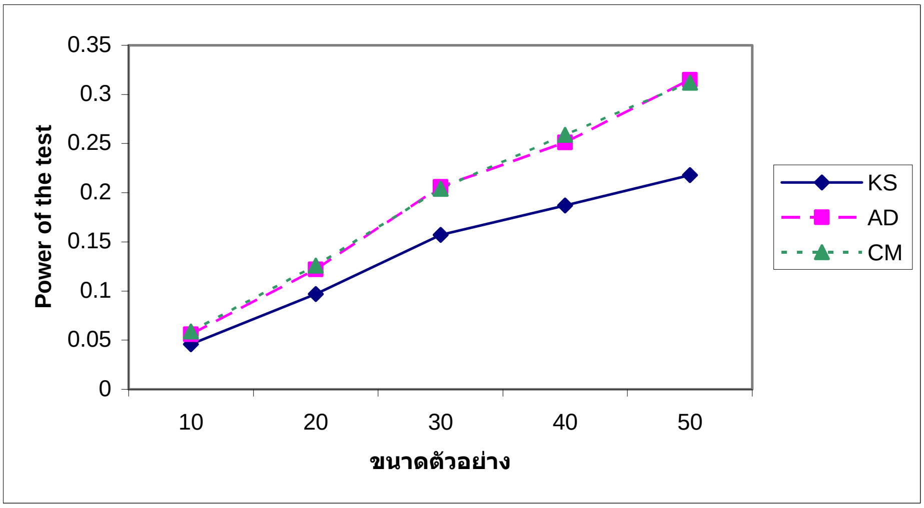
| $\alpha$ | ตัวสถิติ | ขนาดตัวอย่าง | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 0.10 | KS | 0.199 | 0.308 | 0.433 | 0.481 | 0.524 |
| | AD | 0.211 | 0.355 | 0.464 | 0.552 | 0.619 |
| | CM | 0.221 | 0.338 | 0.475 | 0.529 | 0.607 |
| | JB | 0.341 | - | - | - | - |
| 0.05 | KS | 0.129 | 0.212 | 0.326 | - | - |
| | AD | - | 0.264 | - | 0.441 | 0.521 |
| | CM | - | 0.253 | 0.375 | 0.430 | 0.505 |
| 0.01 | KS | 0.046 | 0.097 | 0.157 | 0.187 | 0.218 |
| | AD | 0.056 | 0.122 | 0.206 | 0.251 | 0.315 |
| | CM | 0.059 | 0.126 | 0.204 | 0.259 | 0.312 |




**ภาพที่ 47** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10




**ภาพที่ 48** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$: ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05




**ภาพที่ 49** อำนาจการทดสอบ เมื่อ $H_1$: ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล เมื่อ $\mu = 1$ และ $\sigma = 2.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 19 และภาพที่ 47 – 49 อำนาจของตัวสถิติทดสอบ จำแนกตามระดับนัยสำคัญ พบว่า

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ JB มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20 และ 40 ตัวสถิติทดสอบ CM มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ AD เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ตัวสถิติทดสอบ AD มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมา คือ ตัวสถิติทดสอบ CM

ตัวสถิติทดสอบ KS มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS มีค่าสูงสุด

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะเพิ่มขึ้นทุกระดับนัยสำคัญและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะสูงขึ้นเมื่อเพิ่มค่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

## วิจารณ์

จากผลการทดลองตัวสถิติทดสอบที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ในแต่ละลักษณะของการแจกแจง ผลปรากฏว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson – Darling มีประสิทธิภาพสูงสุด เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และมีอำนาจการทดสอบสูงสุด ซึ่งสอดคล้องกับของ (Shimokawa and Liao, 1999)

# สรุปและข้อเสนอแนะ

## สรุป

จากการทดลองเพื่อศึกษาตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปสนิทดีเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป โดยจะศึกษาตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) และตัวสถิติทดสอบ Jarque-Bera (JB) โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood method) และทำการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) และอำนาจของการทดสอบ (power of the test) ของตัวสถิติทดสอบ การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เปรียบเทียบกับการแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงลอกนอร์มัล โดยกำหนดพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $(\alpha)$ ให้แตกต่างกัน ใช้ขนาดตัวอย่าง 10, 20, 30, 40 และ50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10, 0.05 และ 0.01 โดยการจำลองข้อมูลตามลักษณะที่กำหนดไว้จำนวน 1,000 ครั้ง

เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากรณีที่ค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $(\alpha)$ มีค่าแตกต่างกัน ดังนั้นในบทนี้จึงขอสรุปความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเมื่อจัดกลุ่มโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงที่มีความคล้ายกันได้ 3 กลุ่ม ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

1.1 ที่พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $\alpha = 0.5$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญ

1.2 ที่พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $\alpha = 1$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ KS และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ KS และ AD สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญ

1.3 ที่พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $\alpha = 1.5$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบ KS และ AD สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญ

1.4 ที่พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $\alpha = 2$

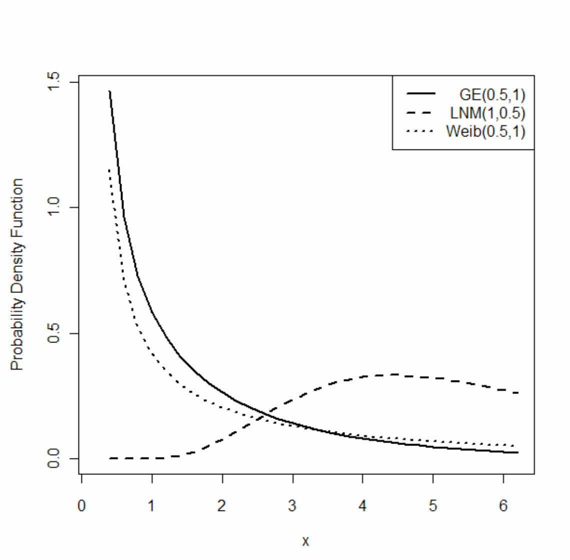
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบ KS และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และตัวสถิติทดสอบ JB ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญ

1.5 ที่พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $\alpha = 2.5$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติทดสอบ JB สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

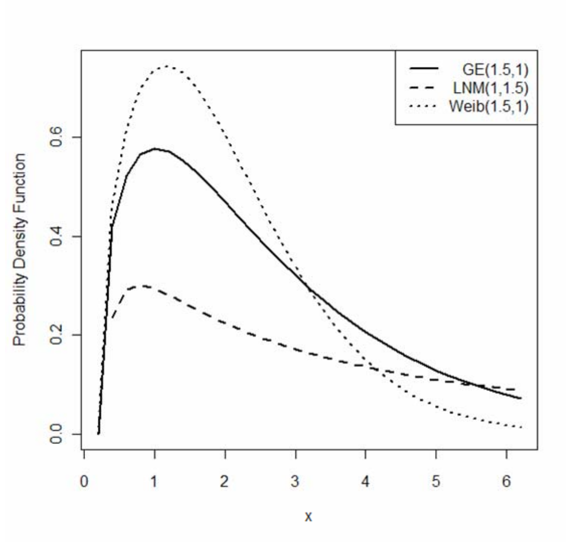
2. อำนาจการทดสอบ

จากผลการทดลองทั้งหมดเมื่อจัดกลุ่มโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงที่นำมาทดสอบตามลักษณะความคล้ายกันได้ 3 กลุ่ม มีลักษณะดังต่อไปนี้

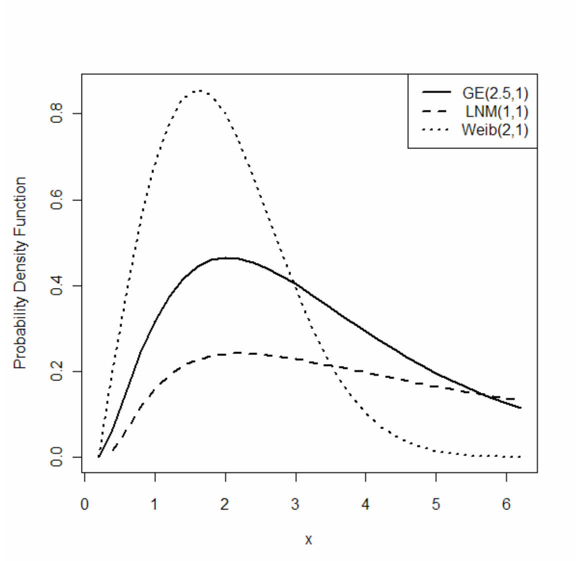



กลุ่มที่ 1

**ภาพที่ 50** เส้นโค้งที่คล้ายกันของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงทั้งสามกลุ่ม




กลุ่มที่ 2




กลุ่มที่ 3

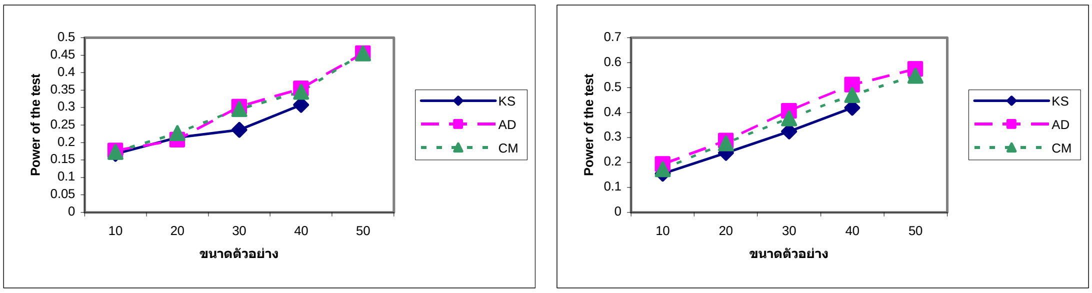
**ภาพที่ 50** (ต่อ)

จากภาพที่ 50 ทำการศึกษาเพื่อให้ทราบถึงประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) และตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM) ที่มีความไวต่อการทดสอบการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

โดยพิจารณาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบตามลักษณะโค้งที่มีความคล้ายกันของการแจกแจงทั้งสาม ได้ผลดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 20** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(0.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,0.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.168 | 0.177 | 0.173 | 0.155 | 0.193 | 0.173 |
| 20 | 0.214 | 0.208 | 0.227 | 0.239 | 0.287 | 0.277 |
| 30 | 0.236 | 0.302 | 0.296 | 0.325 | 0.406 | 0.377 |
| 40 | 0.308 | 0.354 | 0.345 | 0.419 | 0.511 | 0.471 |
| 50 | - | 0.455 | 0.455 | - | 0.575 | 0.547 |



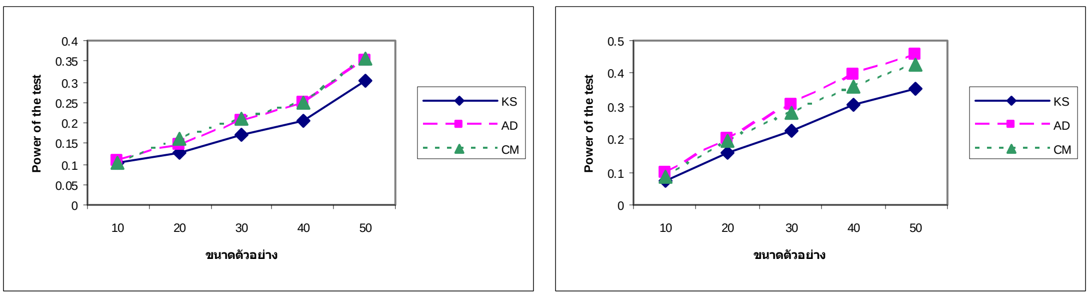

$H_1$ : Weib(0.5,1) $H_1$ : LNM(1,0.5)

**ภาพที่ 51** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

จากตารางที่ 20 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(0.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(0.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,0.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises และ Kolmogorov-Smirnov โดยตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 21** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(0.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,0.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.104 | 0.105 | 0.102 | 0.072 | 0.100 | 0.088 |
| 20 | 0.127 | 0.145 | 0.159 | 0.159 | 0.202 | 0.193 |
| 30 | 0.173 | 0.207 | 0.209 | 0.223 | 0.302 | 0.279 |
| 40 | 0.204 | 0.251 | 0.248 | 0.302 | 0.398 | 0.359 |
| 50 | 0.304 | 0.350 | 0.355 | 0.354 | 0.459 | 0.426 |



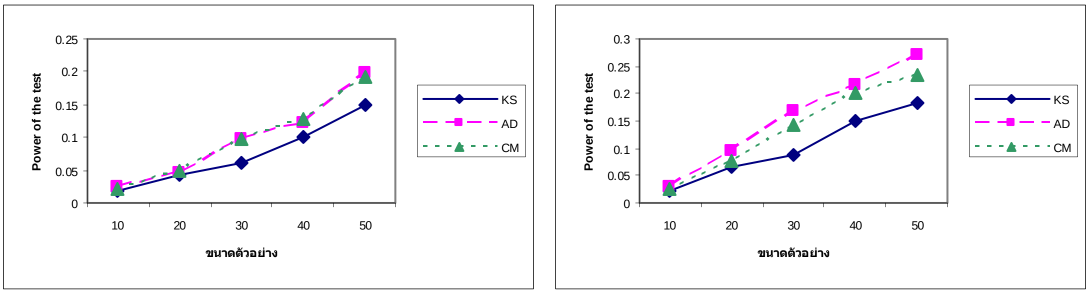

$H_1$ : Weib(0.5,1) $H_1$ : LNM(1,0.5)

**ภาพที่ 52** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตารางที่ 21 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(0.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(0.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,0.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน เมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงไวบูลล์และเมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัล ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทำให้ได้ว่าตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 22** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(0.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,0.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.019 | 0.023 | 0.022 | 0.022 | 0.031 | 0.026 |
| 20 | 0.042 | 0.045 | 0.049 | 0.066 | 0.095 | 0.078 |
| 30 | 0.060 | 0.097 | 0.097 | 0.089 | 0.167 | 0.142 |
| 40 | 0.100 | 0.123 | 0.127 | 0.151 | 0.217 | 0.202 |
| 50 | 0.150 | 0.199 | 0.192 | 0.183 | 0.272 | 0.233 |



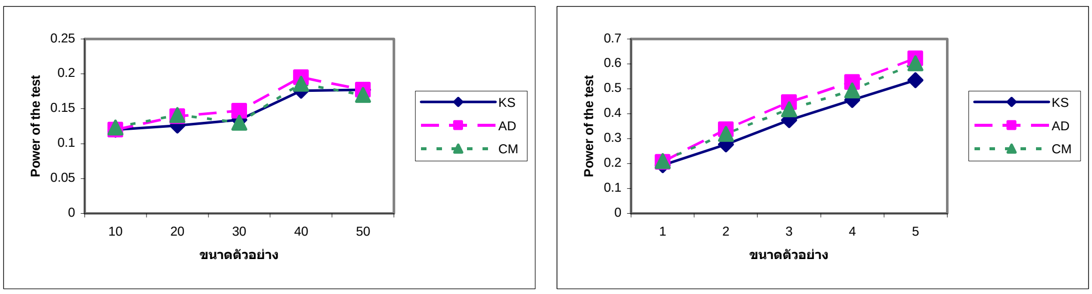

$H_1$ : Weib(0.5,1)　　　　$H_1$ : LNM(1,0.5)

**ภาพที่ 53** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 22 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(0.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(0.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,0.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันเมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงไวบูลล์และเมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัล ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทำให้ได้ว่าตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 23** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(1.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.120 | 0.120 | 0.123 | 0.194 | 0.207 | 0.210 |
| 20 | 0.126 | 0.139 | 0.141 | 0.277 | 0.337 | 0.319 |
| 30 | 0.134 | 0.147 | 0.130 | 0.375 | 0.446 | 0.418 |
| 40 | 0.176 | 0.195 | 0.186 | 0.455 | 0.527 | 0.494 |
| 50 | 0.177 | 0.177 | 0.170 | 0.534 | 0.622 | 0.602 |



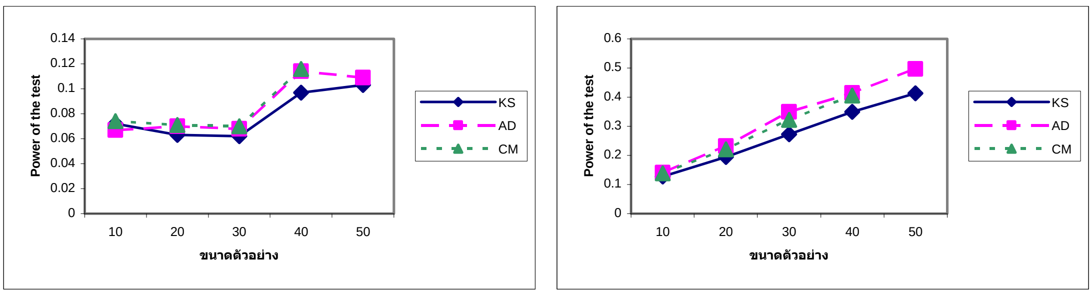

$H_1$ : Weib(1.5,1)        $H_1$ : LNM(1,1.5)

**ภาพที่ 54** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

จากตารางที่ 23 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(1.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(1.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุดแต่เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก (n=10) ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบสูงสุด โดยตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบการแจกแจงลอกนอร์มัลอย่างชัดเจนและพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 24** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(1.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.072 | 0.067 | 0.074 | 0.128 | 0.141 | 0.139 |
| 20 | 0.063 | 0.070 | 0.071 | 0.195 | 0.232 | 0.221 |
| 30 | 0.062 | 0.068 | 0.070 | 0.272 | 0.349 | 0.322 |
| 40 | 0.097 | 0.114 | 0.116 | 0.349 | 0.414 | 0.405 |
| 50 | 0.103 | 0.109 | - | 0.413 | 0.497 | - |



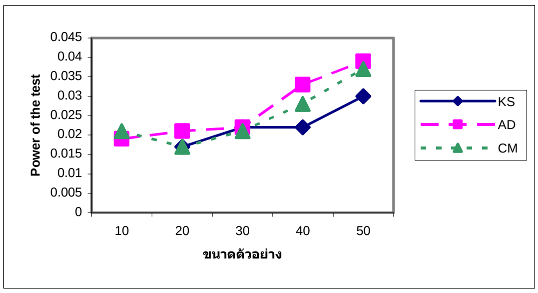

$H_1$ : Weib(1.5,1) $H_1$ : LNM(1,1.5)

**ภาพที่ 55** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

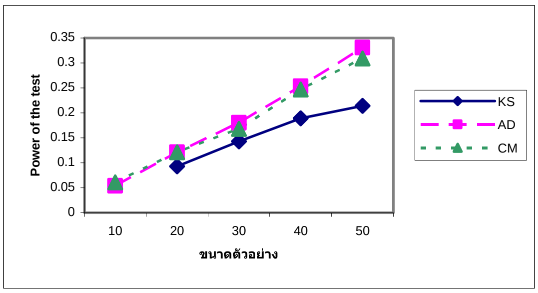
จากตารางที่ 24 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(1.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(1.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันเมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงไวบูลล์และเมื่อทำการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัล ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทำให้ได้ว่าตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 25** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(1.5,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1.5) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | - | 0.019 | 0.021 | - | 0.054 | 0.061 |
| 20 | 0.017 | 0.021 | 0.017 | 0.093 | 0.121 | 0.121 |
| 30 | 0.022 | 0.022 | 0.021 | 0.143 | 0.180 | 0.168 |
| 40 | 0.022 | 0.033 | 0.028 | 0.189 | 0.253 | 0.247 |
| 50 | 0.030 | 0.039 | 0.037 | 0.214 | 0.331 | 0.309 |




$H_1$ : Weib(1.5,1)



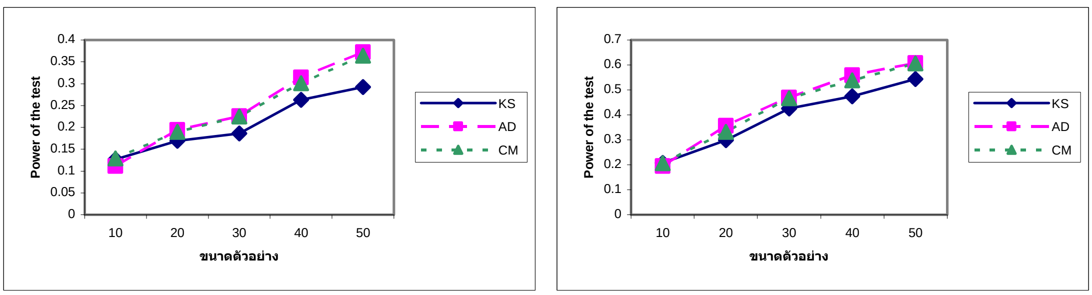

$H_1$ : LNM(1,1.5)

**ภาพที่ 56** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 25 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(1.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(1.5,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1.5)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก (n=10, 20 และ 30) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น (n= 40 และ 50) ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทำให้ได้ว่าตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 26** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(2,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.127 | 0.111 | 0.129 | 0.208 | 0.195 | 0.207 |
| 20 | 0.169 | 0.194 | 0.190 | 0.299 | 0.356 | 0.332 |
| 30 | 0.186 | 0.226 | 0.225 | 0.426 | 0.469 | 0.467 |
| 40 | 0.263 | 0.314 | 0.301 | 0.475 | 0.559 | 0.539 |
| 50 | 0.292 | 0.372 | 0.364 | 0.544 | 0.608 | 0.606 |



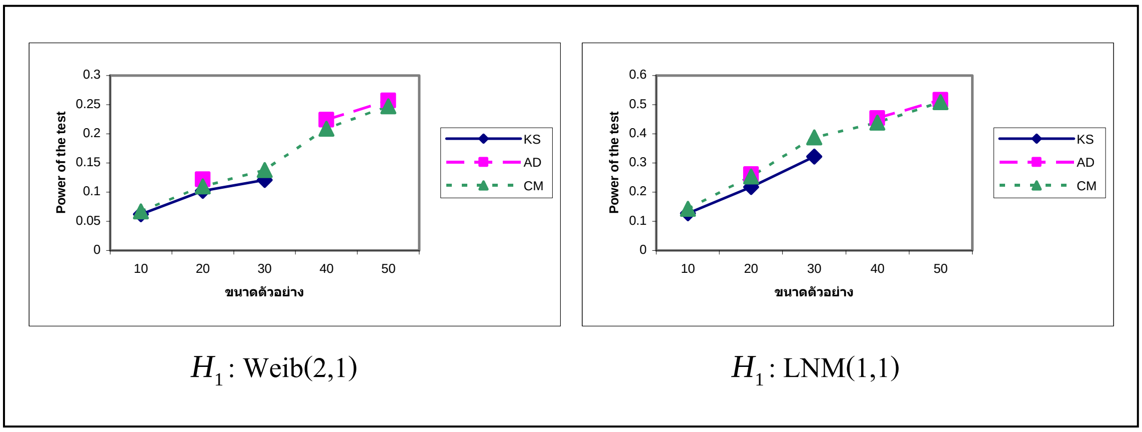

$H_1$ : Weib(2,1) $H_1$ : LNM(1,1)

**ภาพที่ 57** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

จากตารางที่ 26 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(2.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(2,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลอย่างชัดเจน ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกกรณี และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 27** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(2,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.062 | - | 0.067 | 0.128 | - | 0.143 |
| 20 | 0.102 | 0.122 | 0.110 | 0.218 | 0.261 | 0.254 |
| 30 | 0.121 | - | 0.138 | 0.322 | - | 0.388 |
| 40 | - | 0.224 | 0.209 | - | 0.454 | 0.438 |
| 50 | - | 0.257 | 0.247 | - | 0.517 | 0.509 |

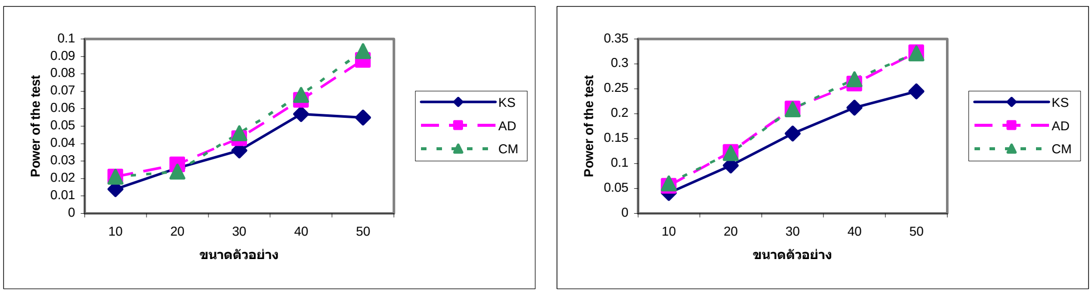



**ภาพที่ 58** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตารางที่ 27 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(2.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(2,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในกรณีที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ซึ่งจะมีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลมากกว่าการแจกแจงไวบูลล์เช่นกัน ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกกรณี และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

**ตารางที่ 28** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ KS, AD และ CM สำหรับกลุ่ม 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาดตัวอย่าง | อำนาจการทดสอบ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_1$ : Weib(2,1) | | | $H_1$ : LNM(1,1) | | |
| | KS | AD | CM | KS | AD | CM |
| 10 | 0.014 | 0.021 | 0.021 | 0.041 | 0.055 | 0.060 |
| 20 | 0.026 | 0.028 | 0.024 | 0.096 | 0.123 | 0.121 |
| 30 | 0.036 | 0.043 | 0.046 | 0.160 | 0.210 | 0.209 |
| 40 | 0.057 | 0.065 | 0.068 | 0.212 | 0.260 | 0.269 |
| 50 | 0.055 | 0.088 | 0.093 | 0.245 | 0.323 | 0.321 |




$H_1$ : Weib(2,1) $H_1$ : LNM(1,1)

**ภาพที่ 59** อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบสำหรับกลุ่มที่ 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 28 สมมติฐานของการทดสอบคือ $H_0$ : ประชากรมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป (GE(2.5,1)) เมื่อ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงไวบูลล์ (Weib(2,1)) และ $H_1$ : ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มัล (LNM(1,1)) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อทดสอบพบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling และ Cramer-von Mises มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling มีความไวต่อการทดสอบด้วยการแจกแจงลอกนอร์มัลอย่างชัดเจน ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทุกกรณี และพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นด้วย

## ข้อเสนอแนะ

1. ด้านการเลือกตัวสถิติทดสอบ

ควรเลือกตัวสถิติทดสอบ Anderson – Darling (AD) มาใช้ในการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีสำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เนื่องจากผลการวิจัย พบว่า ตัวสถิติทดสอบ Anderson – Darling (AD) สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีและมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CM)

2. ด้านการศึกษาและวิจัยต่อไป

ควรศึกษาวิจัยตัวสถิติทดสอบอื่นๆ ที่ใช้สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป เช่น Watson Test, Shapiro-Wilk Test , Shapiro-Francia Test หรือตัวสถิติทดสอบอื่นๆ ที่ได้เสนอหรือพัฒนาขึ้นมาใหม่ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับตัวสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยได้ศึกษาไว้ นอกจากนี้อาจเปลี่ยนแปลงลักษณะของข้อมูลที่ทำการทดสอบแบบอื่น เช่น การแจกแจงแกมมา หรือลักษณะของข้อมูลที่กำหนดค่าความเบ้และความโด่งในระดับต่างๆ

# เอกสารและสิ่งอ้างอิง

ชิดชนก ชาญณรงค์. 2548. **การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ 4 วิธี.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อนุสรา หิรัญวงษ์. 2545. **การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบบางตัว ที่ใช้ทดสอบการแจกแจงแกมมา.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

Anderson, T.W. 1962. On the Distribution of the Two-Sample Cramer-von Mises Criterion. **The Annals of Mathematical Statistics.** 33 (3): 1148-1159.

Bain, L.J. and M. Engelhardt. 1991. **Introduction to Probability and Mathematical Statistics.** 2nd ed. Duxbury Press, New York.

Chakravarti, I.M., R.G. Laha and J. Roy. 1967. **Handbook of Methods of Applied Statistics.** 1st ed. John Wiley & Sons, New York.

Chernobai, A., S. Rachev and F. Fabozzi. 2005. **Composite goodness-of-fit tests for left-truncated loss samples.** Technical report, University of California Santa Barbara.

Choulakian, V., R.A. Lockhart and M.A. Stephen. 1994. Cramer-von Mises test of discrete distribution. **The Canadian Journal of Statistics.** (22): 125-137.

Conover, W.J. 1980. **Practical Nonparametric Statistics.** 2nd ed. John Wiley & Sons, New York.

Game, P.A., H.R. Winkler and D.A. Probert. 1972. Robust tests for homogeneity of variance. **Educational and Psychological Measurement** (32): 887-909.

Grosh, D. L. 1989. **A Primer of Reliability Theory.** John Wiley & Sons, New York.

Gross, A.J. and V.A. Clark. 1975. **Survival Distributions: Reliability Applications in the biomedical Sciences.** John Wiley & Sons, New York.

Gupta, R.D. and D. Kundu. 1999. Generalized Exponential Distributions. **Australian and New Zealand Journal of Statistics** 41(2): 173-188.

Hegazy, Y.A.S. and J.R. Green. 1975. Some New Goodness-of-fit Tests Using Order Statistics. **Applied Statistics** 24 (3): 299-308.

Jarque, C.M. and A.K. Bera. 1980. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. **Economics Letters** (6): 255-259.

Lawless, J.F. 1982. **Statistical Models and Methods for Lifetime data.** John Wiley & Sons, New York.

Lawless, J.F. 2003. **Statistical Models and Methods for Lifetime data.** 2nd ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.

Law, A.M. and W.D. Kelton. 1991. **Simulation Modeling & Analysis.** 2nd ed. Mc Graw Hill, Inc., New York.

Rosin, P. and E. Rammler. 1933. The laws governing the fiteness of broken coal. **Journal of the Institute of Fuel** (7): 29-36.

R Development Core Team. 2008. **A Language and Environment for Statistical Computing**. R Foundation for Statistical Computing Vienna, Austria.

Shimokawa, T. and M. Liao. 1999. Goodness-of-fit tests for type-I extreme-value and 2-parameter weibull distributions. **IEEE Transactions on Reliability** (48): 79-86.

Stephens, M.A. 1974. EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons. **Journal of the American Statistical Association** September (69): 730-737.

Stuart, A. and K. Ord. 1987. **Kendall's Advanced Theory of Statistics.** $5^{th}$ ed. Oxford University Press, New York.

# ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก**

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

```
################################################################################
                         Program for Type I error
################################################################################
library(stats4)
adtest.ge<-function(x.ge,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.ge)
n<-length(x)
z<-(1-exp(-(lamda.hat*x)))^alpha.hat
z.log <- log(z)
y <- (2*(1:n) - 1)/n
v <- log(1-z[n+1-(1:n)])
a <- y * (z.log + v)
ad.star <- -sum(a)-n
ad.star <- ad.star*(1+(0.75/n)+(2.25/n^2))
result <- NULL
result[1] <- ad.star
        if(ad.star<0.6897) {
                result[2] = 0
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ad.star<0.8163) {
                result[2] = 1
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ad.star<1.1151) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 0
        } else if(ad.star>=1.1151) {
```

```
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 1
        }
        return(result)
}
kstest.ge<-function(x.ge,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.ge)
n<-length(x.ge)
F<-(1-(exp(-(lamda.hat*x))))^alpha.hat
s<-(1:n)/n
si<-(1:n-1)/n
D<-max(abs(s-F))
d<-max(abs(si-F))
ks<-max(D,d)
result <- NULL
result[1] <- ks
        if(ks<0.2487) {
                result[2] = 0
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ks<0.2698) {
                result[2] = 1
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ks<0.3123) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 0
        }else if(ks>=0.3123) {
```

```
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 1
        }
        return(result)
}
cmtest.ge<-function(x.ge,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.ge)
n<-length(x.ge)
F<-(1-(exp(-(lamda.hat*x))))^alpha.hat
s<-((2*(1:n))-1)/(2*n)
T<-sum((F-s)^2)
cm<-(1/(12*n))+T
result <- NULL
result[1] <- cm
        if(cm<0.1049) {
                result[2] = 0
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(cm<0.1278) {
                result[2] = 1
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(cm<0.1797) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 0
        }else if(cm>=0.1797) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 1
```

```
        }
        return(result)
}
jbtest.ge<-function(x.ge,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.ge)
n<-length(x)
xbar<-mean(x)
m3<-mean((x-xbar)^3)
m2<-mean((x-xbar)^2)
s<-(m3/(m2)^(3/2))
m4<-mean((x-xbar)^4)
k<-(m4/(m2)^2)
jb<-(n/6)*((s^2)+((k-3)^2)/4)
result <- NULL
result[1] <- jb
        if(jb<4.605) {
                result[2] = 0
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(jb<5.991) {
                result[2] = 1
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(jb<9.210) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 0
        }else if(jb>=9.210) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 1
```

```
        }
        return(result)
}
run_ge10 <- function(nge, alpha, lamda, n = 1000) {
        result.adtest <<- array(0, c(n,4))
        result.kstest <<- array(0, c(n,4))
        result.cmtest <<- array(0, c(n,4))
        result.jbtest <<- array(0, c(n,4))
for(i in 1:n) {
        rge<-function(nge,alpha,lamda){
        r=runif(nge)
        result=rep(0,length(r))
        for(i in 1:nge){
        result[i]=-(log(1-(r[i]^(1/alpha))))/lamda}
        w<-(abs(result))
        return(w)
        }
        x.ge<-rge(nge,alpha,lamda)
        x<-sort(x.ge)
        ge<-function (alpha,lamda)
        {n<-nge;
        x<-x.ge
        -(n*log(alpha)+n*log(lamda)+(alpha-1)*sum(log(1-exp(-lamda*x)))-(lamda*sum(x)))
        }
        e<-mle(minuslog=ge,start=list(alpha=1.5,lamda=1))
        alpha.hat<-coef(e)[1]
        lamda.hat<-coef(e)[2]

        temp <- adtest.ge(x.ge,alpha.hat,lamda.hat)
        result.adtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])
```

```
        temp <- kstest.ge(x.ge,alpha.hat,lamda.hat)
        result.kstest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])

        temp <- cmtest.ge(x.ge,alpha.hat,lamda.hat)
        result.cmtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])

        temp <- jbtest.ge(x.ge,alpha.hat,lamda.hat)
        result.jbtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])
}
        adtest1  <<- c(sum(result.adtest[,2])/n, sum(result.adtest[,3])/n, sum(result.adtest[,4])/n)
        kstest1  <<- c(sum(result.kstest[,2])/n, sum(result.kstest[,3])/n, sum(result.kstest[,4])/n)
        cmtest1 <<- c(sum(result.cmtest[,2])/n, sum(result.cmtest[,3])/n,
sum(result.cmtest[,4])/n)
        jbtest1  <<- c(sum(result.jbtest[,2])/n, sum(result.jbtest[,3])/n, sum(result.jbtest[,4])/n)
}
run_ge10(10,1.5,1)
```

```
#################################################################################
                          Program for power of the test
#################################################################################
library(stats4)
adtest.ge<-function(x.wei,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.wei)
n<-length(x)
z<-(1-exp(-(lamda.hat*x)))^alpha.hat
z.log <- log(z)
y <- (2*(1:n) - 1)/n
v <- log(1-z[n+1-(1:n)])
a <- y * (z.log + v)
ad.star <- -sum(a)-n
ad.star <- ad.star*(1+(0.75/n)+(2.25/n^2))
result <- NULL
result[1] <- ad.star
        if(ad.star<0.7137) {
                result[2] = 0
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ad.star<0.8518) {
                result[2] = 1
                result[3] = 0
                result[4] = 0
        } else if(ad.star<1.1697) {
                result[2] = 1
                result[3] = 1
                result[4] = 0
        } else if(ad.star>=1.1697) {
```

```
		result[2] = 1
		result[3] = 1
		result[4] = 1
	}
	return(result)
}
kstest.ge<-function(x.wei,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.wei)
n<-length(x.wei)
F<-(1-(exp(-(lamda.hat*x))))^alpha.hat
s<-(1:n)/n
si<-(1:n-1)/n
D<-max(abs(s-F))
d<-max(abs(si-F))
ks<-max(D,d)
result <- NULL
result[1] <- ks
	if(ks<0.2598) {
		result[2] = 0
		result[3] = 0
		result[4] = 0
	} else if(ks<0.2837) {
		result[2] = 1
		result[3] = 0
		result[4] = 0
	} else if(ks<0.3360) {
		result[2] = 1
		result[3] = 1
		result[4] = 0
	}else if(ks>=0.3360) {
```

```
			result[2] = 1
			result[3] = 1
			result[4] = 1
		}
		return(result)
}
cmtest.ge<-function(x.wei,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.wei)
n<-length(x.wei)
F<-(1-(exp(-(lamda.hat*x))))^alpha.hat
s<-((2*(1:n))-1)/(2*n)
T<-sum((F-s)^2)
cm<-(1/(12*n))+T
result <- NULL
result[1] <- cm
		if(cm<0.1165) {
			result[2] = 0
			result[3] = 0
			result[4] = 0
		} else if(cm<0.1429) {
			result[2] = 1
			result[3] = 0
			result[4] = 0
		} else if(cm<0.2057) {
			result[2] = 1
			result[3] = 1
			result[4] = 0
		}else if(cm>=0.2057) {
			result[2] = 1
			result[3] = 1
			result[4] = 1
```

```
	}
	return(result)
}
jbtest.ge<-function(x.wei,alpha.hat,lamda.hat){
x<-sort(x.wei)
n<-length(x)
xbar<-mean(x)
m3<-mean((x-xbar)^3)
m2<-mean((x-xbar)^2)
s<-(m3/(m2)^(3/2))
m4<-mean((x-xbar)^4)
k<-(m4/(m2)^2)
jb<-(n/6)*((s^2)+((k-3)^2)/4)
result <- NULL
result[1] <- jb
	if(jb<4.605) {
		result[2] = 0
		result[3] = 0
		result[4] = 0
	} else if(jb<5.991) {
		result[2] = 1
		result[3] = 0
		result[4] = 0
	} else if(jb<9.210) {
		result[2] = 1
		result[3] = 1
		result[4] = 0
	}else if(jb>=9.210) {
		result[2] = 1
		result[3] = 1
		result[4] = 1
```

```
		}
		return(result)
}
run_powwei10 <- function(nweibull, shape, scale, n = 1000) {
		result.adtest <<- array(0, c(n,4))
		result.kstest <<- array(0, c(n,4))
		result.cmtest <<- array(0, c(n,4))
		result.jbtest <<- array(0, c(n,4))
for(i in 1:n) {

		x.wei<-rweibull(nweibull, shape, scale)
		x<-sort(x.wei)
		ge<-function (shape, scale)
		{n<-nweibull;
		x<-x.wei
		-(n*log(shape)+n*log(scale)+(shape-1)*sum(log(1-exp(-scale*x)))-(scale*sum(x)))
		}
		e<-mle(minuslog=ge,start=list(shape=0.5,scale=1))

		alpha.hat<-coef(e)[1]
		lamda.hat<-coef(e)[2]

		temp <- adtest.ge(x.wei,alpha.hat,lamda.hat)
		result.adtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])

		temp <- kstest.ge(x.wei,alpha.hat,lamda.hat)
		result.kstest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])

		temp <- cmtest.ge(x.wei,alpha.hat,lamda.hat)
		result.cmtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])
```

```
        temp <- jbtest.ge(x.wei,alpha.hat,lamda.hat)
        result.jbtest[i,] <<- c(temp[1],temp[2],temp[3],temp[4])
}
        adtest1  <<- c(sum(result.adtest[,2])/n, sum(result.adtest[,3])/n, sum(result.adtest[,4])/n)
        kstest1  <<- c(sum(result.kstest[,2])/n, sum(result.kstest[,3])/n, sum(result.kstest[,4])/n)
        cmtest1 <<- c(sum(result.cmtest[,2])/n, sum(result.cmtest[,3])/n,
sum(result.cmtest[,4])/n)
        jbtest1  <<- c(sum(result.jbtest[,2])/n, sum(result.jbtest[,3])/n, sum(result.jbtest[,4])/n)
}
run_powwei10(10,shape=0.5,scale=1)
```

**ภาคผนวก ข**

ตารางสถิติ

**ตารางผนวกที่ ข1** แสดงค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(0.5,1) | 10 | 0.7137 | 0.8518 | 1.1697 |
| | 20 | 0.7145 | 0.8507 | 1.1874 |
| | 30 | 0.7029 | 0.8536 | 1.1992 |
| | 40 | 0.6963 | 0.8462 | 1.2077 |
| | 50 | 0.7058 | 0.8462 | 1.2060 |
| GE(1,1) | 10 | 0.6831 | 0.8172 | 1.1247 |
| | 20 | 0.6766 | 0.7976 | 1.1041 |
| | 30 | 0.6782 | 0.8039 | 1.1301 |
| | 40 | 0.6638 | 0.7862 | 1.1106 |
| | 50 | 0.6707 | 0.8019 | 1.1203 |
| GE(1.5,1) | 10 | 0.6897 | 0.8163 | 1.1151 |
| | 20 | 0.6623 | 0.7963 | 1.0811 |
| | 30 | 0.6529 | 0.7788 | 1.1057 |
| | 40 | 0.6565 | 0.7805 | 1.0798 |
| | 50 | 0.6632 | 0.7948 | 1.0826 |
| GE(2,1) | 10 | 0.6874 | 0.8052 | 1.1006 |
| | 20 | 0.6658 | 0.7954 | 1.1239 |
| | 30 | 0.6602 | 0.7924 | 1.1109 |
| | 40 | 0.6410 | 0.7653 | 1.0470 |
| | 50 | 0.6500 | 0.7741 | 1.0510 |

**ตารางผนวกที่ ข1 (ต่อ)**

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(2.5,1) | 10 | 0.6898 | 0.8012 | 1.0680 |
| | 20 | 0.6555 | 0.7815 | 1.0902 |
| | 30 | 0.6541 | 0.7827 | 1.0610 |
| | 40 | 0.6453 | 0.7630 | 1.0821 |
| | 50 | 0.6503 | 0.7713 | 1.0824 |

**ตารางผนวกที่ ข2** แสดงค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(0.5,1) | 10 | 0.2598 | 0.2837 | 0.3360 |
| | 20 | 0.1893 | 0.2066 | 0.2425 |
| | 30 | 0.1588 | 0.1722 | 0.2034 |
| | 40 | 0.1368 | 0.1496 | 0.1756 |
| | 50 | 0.1223 | 0.1357 | 0.1583 |
| GE(1,1) | 10 | 0.2535 | 0.2760 | 0.3230 |
| | 20 | 0.1834 | 0.1986 | 0.2321 |
| | 30 | 0.1515 | 0.1653 | 0.1939 |
| | 40 | 0.1333 | 0.1462 | 0.1712 |
| | 50 | 0.1186 | 0.1294 | 0.1523 |
| GE(1.5,1) | 10 | 0.2487 | 0.2698 | 0.3123 |
| | 20 | 0.1821 | 0.1980 | 0.2303 |
| | 30 | 0.1501 | 0.1638 | 0.1897 |
| | 40 | 0.1298 | 0.1419 | 0.1660 |
| | 50 | 0.1180 | 0.1286 | 0.1507 |
| GE(2,1) | 10 | 0.2493 | 0.2714 | 0.3169 |
| | 20 | 0.1805 | 0.1966 | 0.2266 |
| | 30 | 0.1494 | 0.1618 | 0.1889 |
| | 40 | 0.1301 | 0.1422 | 0.1652 |
| | 50 | 0.1169 | 0.1274 | 0.1480 |

**ตารางผนวกที่ ข2** (ต่อ)

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(2.5,1) | 10 | 0.2458 | 0.2680 | 0.3123 |
| | 20 | 0.1813 | 0.1964 | 0.2270 |
| | 30 | 0.1479 | 0.1608 | 0.1872 |
| | 40 | 0.1291 | 0.1401 | 0.1624 |
| | 50 | 0.1167 | 0.1267 | 0.1478 |

**ตารางผนวกที่ ข3** แสดงค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises สำหรับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลวางนัยทั่วไป

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(0.5,1) | 10 | 0.1165 | 0.1429 | 0.2057 |
| | 20 | 0.1180 | 0.1448 | 0.2140 |
| | 30 | 0.1212 | 0.1491 | 0.2173 |
| | 40 | 0.1208 | 0.1519 | 0.2187 |
| | 50 | 0.1207 | 0.1515 | 0.2246 |
| GE(1,1) | 10 | 0.1097 | 0.1332 | 0.1906 |
| | 20 | 0.1095 | 0.1325 | 0.1923 |
| | 30 | 0.1110 | 0.1358 | 0.1966 |
| | 40 | 0.1139 | 0.1388 | 0.2004 |
| | 50 | 0.1112 | 0.1358 | 0.1972 |
| GE(1.5,1) | 10 | 0.1049 | 0.1278 | 0.1797 |
| | 20 | 0.1077 | 0.1315 | 0.1837 |
| | 30 | 0.1103 | 0.1326 | 0.1911 |
| | 40 | 0.1089 | 0.1316 | 0.1880 |
| | 50 | 0.1108 | 0.1346 | 0.1936 |
| GE(2,1) | 10 | 0.1061 | 0.1283 | 0.1819 |
| | 20 | 0.1063 | 0.1265 | 0.1775 |
| | 30 | 0.1070 | 0.1327 | 0.1868 |
| | 40 | 0.1077 | 0.1288 | 0.1836 |
| | 50 | 0.1082 | 0.1313 | 0.1888 |

**ตารางผนวกที่ ข3** (ต่อ)

| การแจกแจง | ขนาดตัวอย่าง | ระดับนัยสำคัญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
| GE(2.5,1) | 10 | 0.1032 | 0.1249 | 0.1733 |
| | 20 | 0.1071 | 0.1294 | 0.1844 |
| | 30 | 0.1052 | 0.1263 | 0.1803 |
| | 40 | 0.1059 | 0.1274 | 0.1789 |
| | 50 | 0.1064 | 0.1293 | 0.1826 |

**ตารางผนวกที่ ข4** แสดงค่าวิกฤต Chi-square

| d.f. | $\chi^2_{.25}$ | $\chi^2_{.10}$ | $\chi^2_{.05}$ | $\chi^2_{.025}$ | $\chi^2_{.010}$ | $\chi^2_{.005}$ | $\chi^2_{.001}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.323 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |
| 2 | 2.773 | 4.605 | 5.991 | 7.378 | 9.210 | 10.597 | 13.815 |
| 3 | 4.108 | 6.251 | 7.815 | 9.348 | 11.345 | 12.838 | 16.266 |
| 4 | 5.385 | 7.779 | 9.488 | 11.143 | 13.277 | 14.860 | 18.467 |
| 5 | 6.626 | 9.236 | 11.070 | 12.833 | 15.086 | 16.750 | 20.515 |
| 6 | 7.841 | 10.645 | 12.592 | 14.449 | 16.812 | 18.548 | 22.458 |
| 7 | 9.037 | 12.017 | 14.067 | 16.013 | 18.475 | 20.278 | 24.322 |
| 8 | 10.219 | 13.362 | 15.507 | 17.535 | 20.090 | 21.955 | 26.124 |
| 9 | 11.389 | 14.684 | 16.919 | 19.023 | 21.666 | 23.589 | 27.877 |
| 10 | 12.549 | 15.987 | 18.307 | 20.483 | 23.209 | 25.188 | 29.588 |
| 11 | 13.701 | 17.275 | 19.675 | 21.920 | 24.725 | 26.757 | 31.264 |
| 12 | 14.845 | 18.549 | 21.026 | 23.337 | 26.217 | 28.300 | 32.909 |
| 13 | 15.984 | 19.812 | 22.362 | 24.736 | 27.688 | 29.819 | 34.528 |
| 14 | 17.117 | 21.064 | 23.685 | 26.119 | 29.141 | 31.319 | 36.123 |
| 15 | 18.245 | 22.307 | 24.996 | 27.488 | 30.578 | 32.801 | 37.697 |
| 16 | 19.369 | 23.542 | 26.296 | 28.845 | 32.000 | 34.267 | 39.252 |
| 17 | 20.489 | 24.769 | 27.587 | 30.191 | 33.409 | 35.718 | 40.790 |
| 18 | 21.605 | 25.989 | 28.869 | 31.526 | 34.805 | 37.156 | 42.312 |
| 19 | 22.718 | 27.204 | 30.144 | 32.852 | 36.191 | 38.582 | 32.820 |
| 20 | 23.828 | 28.412 | 31.410 | 34.170 | 37.566 | 39.997 | 45.315 |
| 30 | 34.800 | 40.256 | 43.773 | 46.979 | 50.892 | 53.672 | 59.703 |
| 50 | 56.334 | 63.167 | 67.505 | 71.420 | 76.154 | 79.490 | 86.661 |

ที่มา: Grosh (1989)

**ประวัติการศึกษา และการทำงาน**

| | |
|---|---|
| ชื่อ –นามสกุล | นางสาวปัจยาการ พรมแดน |
| วัน เดือน ปี ที่เกิด | วันที่ 17 มีนาคม 2526 |
| สถานที่เกิด | อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต |
| ประวัติการศึกษา | วท.บ.(สถิติ) มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ |
| ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน | - |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน | - |
| ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ | - |
| ทุนการศึกษาที่ได้รับ | - |