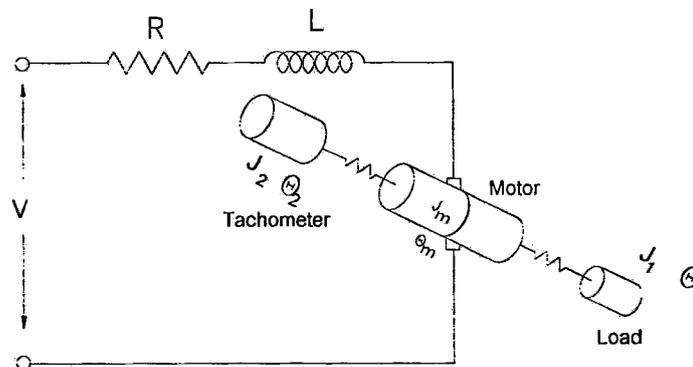


(Modal Analysis) และวิเคราะห์ระบบควบคุมแขนหุ่นยนต์โดยเฉพาะแบบจำลองการทำงานของมอเตอร์โดยวิธีการวิเคราะห์ทางสเปกตรัม (Spectrum Analysis) การออกแบบระบบควบคุมซึ่งจะเป็นระบบควบคุมแบบป้อนกลับ จะทำได้โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นก็จะกล่าวถึงการออกแบบแขนหุ่นยนต์จริงที่ใช้ในงานอุตสาหกรรมคือ บริษัทชไนเดอร์คอมเพรสเซอร์จำกัด โดยได้วิเคราะห์ ออกแบบและสร้างแขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในงาน Pressing โดยคำนึงถึงระบบควบคุมของแขนหุ่นยนต์ และความปลอดภัย และการใช้งานจริง ซึ่งหุ่นยนต์ที่สร้างขึ้นนี้ก็ยังใช้งานจริงอยู่ในโรงงาน

2. การหาสมการการเคลื่อนที่ของมอเตอร์กระแสตรงโดยวิธีการ Non-parametric System Identification

เนื่องจากการแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมนั้นส่วนใหญ่แล้วจะมีระบบขับเคลื่อนได้ 3 แบบ คือแบบ Pneumatic Actuator, Hydraulic Actuator และแบบ Motor ซึ่งส่วนใหญ่แล้วจะแบบ Motor นั้นจะค่อนข้างนิยมเนื่องจากว่าช่วง linearity นั้นค่อนข้างกว้างกว่าแบบอื่น ทำให้เราสามารถควบคุมแขนหุ่นยนต์ให้มีความแม่นยำสูงและในช่วงการทำงานที่กว้าง (High bandwidth) ในหัวข้อนี้เราจึงจะกล่าวถึงวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่ (Dynamic Model) ของมอเตอร์กระแสตรงพร้อมตัวภาวะด้วยวิธีการ Non-parametric System Identification ร่วมกับวิธีการ Spectrum Analysis เพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความแม่นยำมากขึ้นสำหรับการออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของกลไกที่ต่ออยู่กับมอเตอร์ดังกล่าว



รูปที่ 2.1 โครงสร้างการทำงานของมอเตอร์

จากรูปที่ 2.1 แสดงรูปโครงสร้างการทำงานของมอเตอร์กระแสตรง ที่มีการควบคุมแบบ Armature control เราสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของระบบดังกล่าวได้ดังนี้

สมการวงจรไฟฟ้าจะได้ว่า

$$V = L \frac{dI}{dt} + RI + K_c \dot{\theta}_m \quad (2.1)$$

โดยที่

L = armature inductance

I = armature current

K_e = Motor voltage constant

$\dot{\theta}_m$ = Motor angular velocity

$$T_g = J_m \ddot{\theta}_m + T_1 + T_2$$

โดยที่ $T_1 = J_1 \ddot{\theta}_1$

$$T_2 = J_2 \ddot{\theta}_2$$

และ

$$T_1 = k_1(\theta_m - \theta_1)$$

$$T_2 = k_2(\theta_m - \theta_2)$$

โดยที่

T_g = torque that propotional to current

$$T_g = K_T I_a$$

K_T = Motor torque Constant

ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$T_g = J_m \ddot{\theta}_m + k_1(\theta_m - \theta_1) + k_2(\theta_m - \theta_2)$$

$$T_g = J_m \ddot{\theta}_m + J_1 \ddot{\theta}_1 + J_2 \ddot{\theta}_2$$

และ

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 = k_1 \theta_m \quad (2.2)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + k_2 \theta_2 = k_2 \theta_m \quad (2.3)$$

$$K_T I = J_m \ddot{\theta}_m + D \dot{\theta}_m + J_1 \ddot{\theta}_1 + J_2 \ddot{\theta}_2 \quad (2.4)$$

D = motor damping ratio

จากสมการที่ (1)-(4) และเขียนในรูป Laplace Transform จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} Ls + R & sK_e & 0 & 0 \\ -K_T & J_m s^2 & J_1 s^2 & J_2 s^2 \\ 0 & k_1 & -(J_1 s^2 + k_1) & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & -(J_2 s^2 + k_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(s) \\ \theta_m(s) \\ \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V(s) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

จากสมการ Matrix (5) เราสามารถคำนวณหา Motor Transfer Function ระหว่างความเร็วที่วัดได้จาก Tachometer (Θ_2) หรือจากแกนมอเตอร์ (Θ_m) และ Motor Input Voltage ได้ดังนี้

$$G_m(s) = \frac{s\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{[K_T(s^2J_1 + k_1)(s^2J_2 + k_2)]}{\Delta}$$

$$G_2(s) = \frac{s\Theta_2(s)}{V(s)} = \frac{[K_T k_2 (s^2J_1 + k_1)]}{\Delta}$$

โดยที่

$$\Delta = (sL + R)[(sJ_m + D)(s^2J_1 + k_1)(s^2J_2 + k_2) + sJ_2(s^2J_1 + k_1)k_2 + sJ_1k_1(s^2J_2 + k_2)] + K_e K_T (s^2J_1 + k_1)(s^2J_2 + k_2)$$

กำหนดให้

$$R_1(s) = s^2J_1 + k_1$$

$$R_2(s) = s^2J_2 + k_2$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$G_m(s) = \frac{[K_T R_1(s) R_2(s)]}{\Delta} \quad G_2(s) = \frac{[K_T R_2(s) R_1(s)]}{\Delta}$$

$$\Delta = (sL + R)[(sJ_m + D)R_1(s)R_2(s) + sJ_2R_1(s)k_2 + sJ_1k_1R_2(s)] + K_e K_T R_1(s)R_2(s)$$

จะเห็นว่าสมการ Transfer Function ทั้ง 2 นั้นมีสมการ characteristic เหมือนกัน โดยที่สมการ Tachometer velocity transfer function ($G_2(s)$) จะมีค่า zeros อยู่ที่

$$Z_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{k_1}{J_1}}$$

ส่วนค่า poles หาได้โดยคำนวณหาค่ารากของสมการ characteristic equation

$$\Delta = 0$$

ที่ความถี่ต่ำ (Low frequency)

$$R_1(s) = s^2 J_1 + k_1 \approx k_1$$

$$R_2(s) = s^2 J_2 + k_2 \approx k_2$$

$$sL + R \approx R$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$sRk_1k_2(J_m + J_1 + J_2) + RDk_1k_2 + K_eK_Tk_1k_2 = 0$$

$$[sR(J_m + J_1 + J_2) + RD + K_eK_T]k_1k_2 = 0$$

ซึ่งสามารถคำนวณหา Machine time constant (ค่าบวก) หรือ Mechanical time constant ได้ดังนี้คือ

$$P_1 = -\tau_1 = -\frac{K_eK_T + RD}{RJ} \quad \text{where } J = (J_m + J_1 + J_2)$$

พิจารณากรณี poles ที่มีความถี่สูงกว่า τ_1 มาก ๆ สมมติว่ามีค่าคือ

$$|s| \gg \frac{J}{J_m} |\tau_1| = \frac{K_eK_T + RD}{RJ_m}$$

ดังนั้น

$$|s|RJ_m \gg K_eK_T \quad \text{หรือ} \quad |s|RJ_mR_1R_2 \gg K_eK_TR_1R_2$$

$$|s|RJ_m \gg RD$$

ดังนั้นจากสมการ Characteristic เราสามารถลดรูปได้ดังนี้

$$\Delta = (sL + R)[sJ_mR_1(s)R_2(s) + sJ_2R_1(s)k_2 + sJ_1k_1R_2(s)]$$

$$= s(sL + R)(J_mR_1R_2 + J_2R_1k_2 + J_1k_1R_2)$$

ดังนั้นเราสามารถเขียน Electrical time constant ได้ดังนี้

$$P_2 = -\tau_2 = -\frac{R}{L}$$

ส่วน poles อีก 4 poles ที่เหลือสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$(J_mR_1R_2 + J_2R_1k_2 + J_1k_1R_2) = 0$$

ถ้า $J_2 \ll J_m$ เราจะได้ว่า

$$(J_m R_1 + J_1 k_1) R_2 = 0$$

หรือ

$$(J_m (s^2 J_1 + k_1) J_1 k_1) (s^2 J_2 + k_2) = 0$$

$$P_{3,4} = \pm i \sqrt{\frac{k_2}{J_2}}$$

ดังนั้นเราสามารถหาความถี่ของ Poles ของ tachometer (the frequency of the tachanometer poles) ได้ดังนี้

$$\omega_T \approx \sqrt{\frac{k_2}{J_2}} \text{ rad/sec}$$

และ

$$(J_m (s^2 J_1 + k_1) J_1 k_1) = 0$$

สามารถคำนวณหา poles ได้ดังนี้

$$P_{5,6} = \pm i \sqrt{\frac{k_1}{J_e}} \quad ; \quad J_e = \frac{J_1 J_m}{J_1 + J_m}$$

และสามารถคำนวณหาความถี่ได้คือ

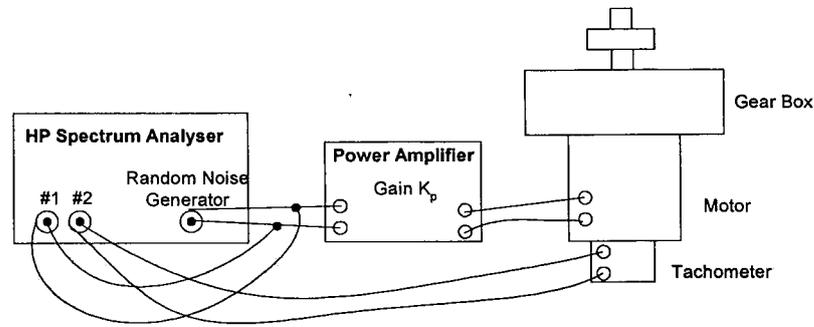
$$\omega_L \approx \sqrt{\frac{k_1}{J_e}} \text{ rad/sec}$$

จะเห็นว่าจากสมการ Transfer Function ระหว่าง motor voltage และ Tachometer จะประกอบด้วย 2 zeros และ 6 poles แต่เราสามารถละทิ้ง Electrical Time Constant หรือ P_2 ได้ ซึ่งมีค่าน้อยมากเนื่องจากค่า Inductant หรือ L มีค่าน้อยกว่าค่าความต้านทานหรือ R มาก

ดังนั้นเราจะได้สมการ Transfer function ดังนี้

$$G_2(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5)(s - p_6)}$$

การทดลอง



รูปที่ 2.2 อุปกรณ์สำหรับทดสอบหาสมการ Transfer function ระบบขับเคลื่อนแบบมอเตอร์

รูปที่ 2.2 เป็นรูปแสดงการทดลองหาสมการ Transfer function ระหว่างสัญญาณ Input voltage และสัญญาณความเร็วที่วัดจากตัว Tachometer โดยใช้เครื่อง HP Spectrum Analyser เพื่อหา Bode plot ดังนี้คือ

รูปที่ 2.3 เป็นรูป Magnitude ของ Bode plot ของตัว Power Amplifier จากรูปนี้เราสามารถหาค่า เกนของตัว Amplifier ได้ดังนี้คือ

$$20 \log(\text{Mag}) \approx 8 \text{ db}$$

$$\text{Mag} = 2.51$$

หรือ

$$K_p = 2.51$$

รูปที่ 2.4 เป็นรูป Phase angle ของ Bode plot ของตัว Power Amplifier จะเป็นว่าค่ามุม Phase จะมีค่าประมาณเท่ากับ 180 องศา

รูปที่ 2.5 เป็นรูป Bode plot ของตัว Motor และ Tachometer

$$20 \log(\text{Mag}) \text{ (db) .VS. Log Hz}$$

$$\text{Phase .VS. Hz}$$

รูปที่ 2.6 เป็นรูป Bode diagram ของระบบรวม Motor, Tachometer และ Amplifier

$$20 \log(\text{Mag}) \text{ (db) .VS. Log Hz}$$

$$\text{Phase .VS. Log Hz}$$

Fig 2.3 Amplifier (Log(Mag) .VS. Log Hz)

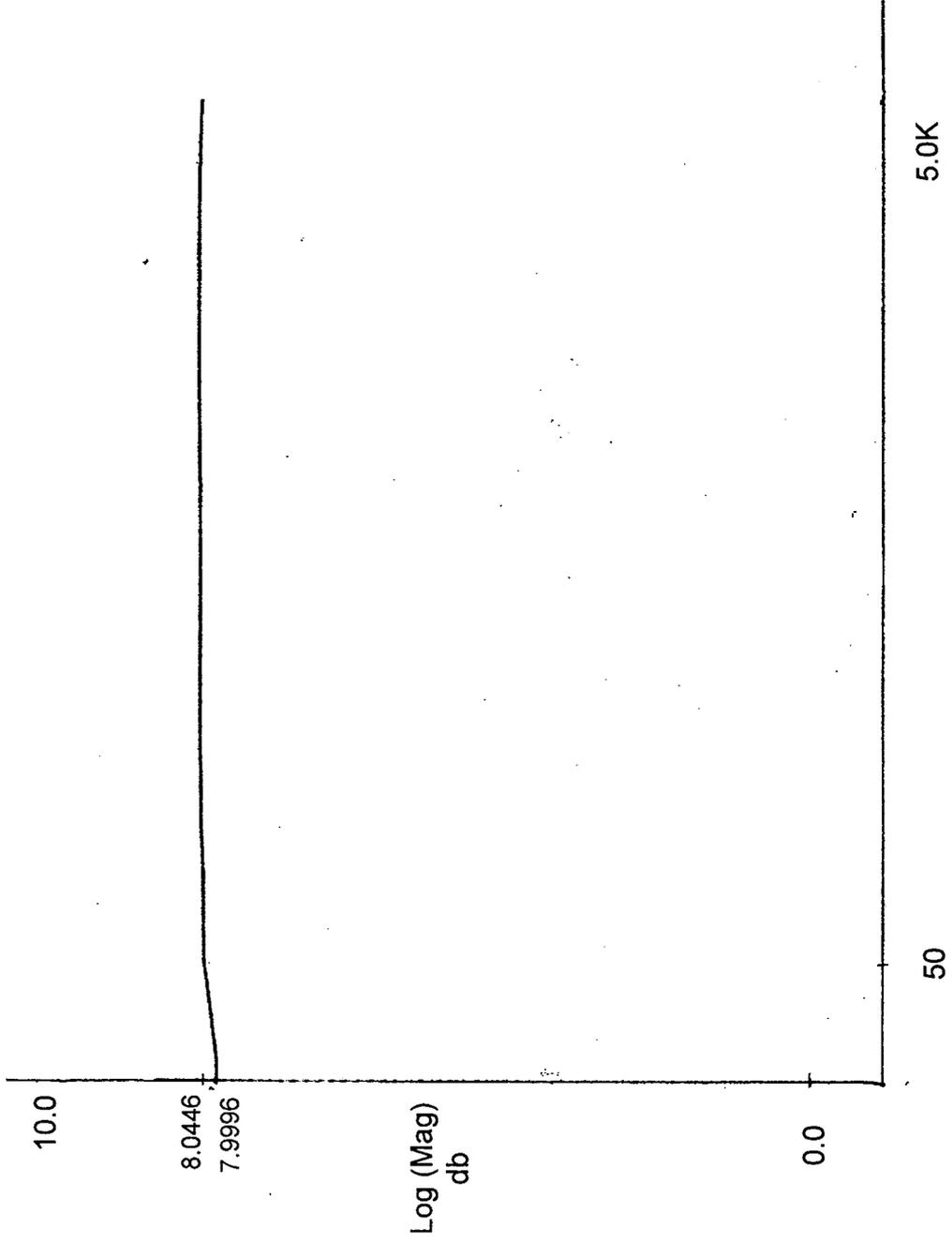


Fig 2.4 Amplifier (Phase .VS. Log Hz

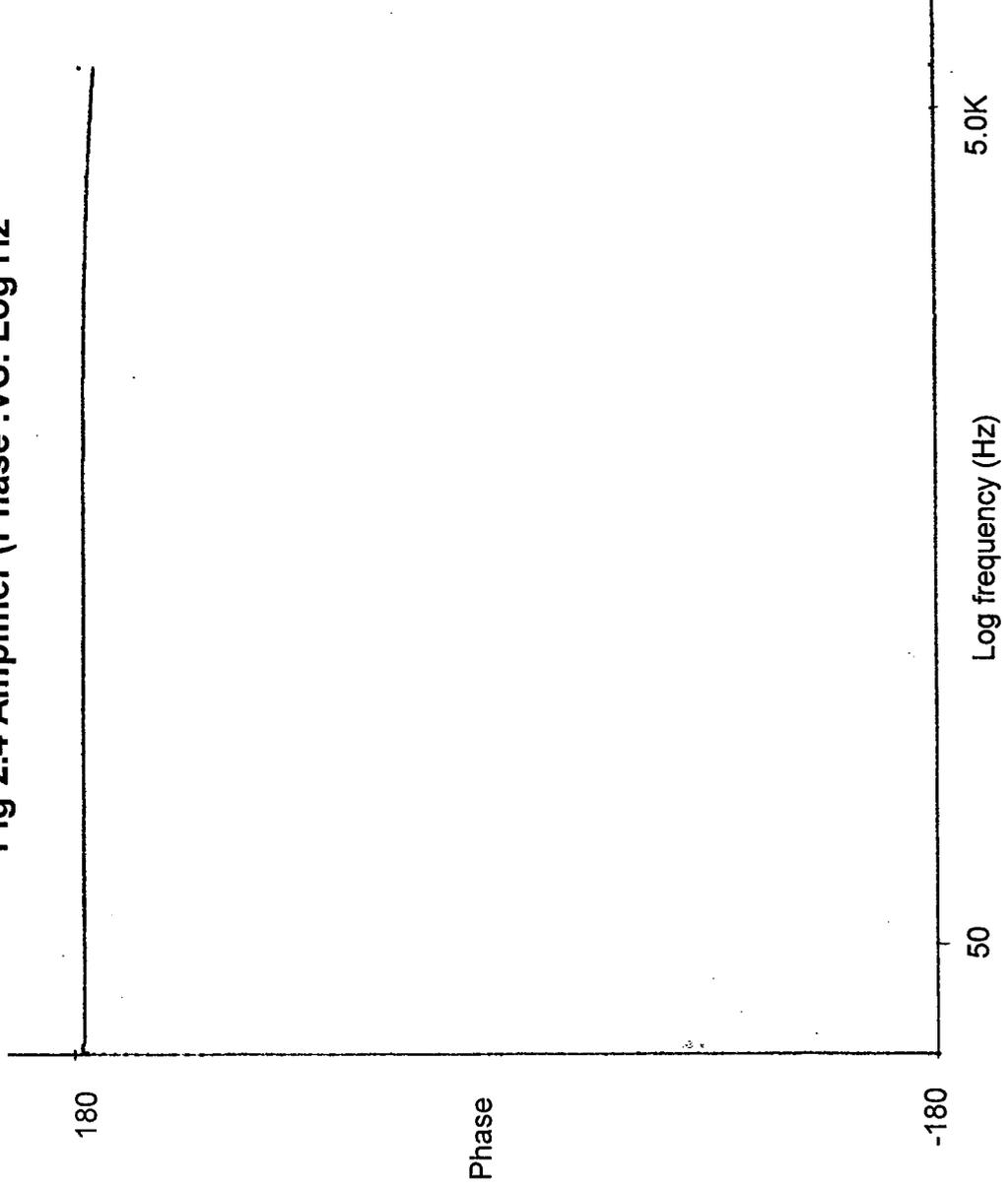


Fig 2.5 Bode diagram of the motor and Tachometer

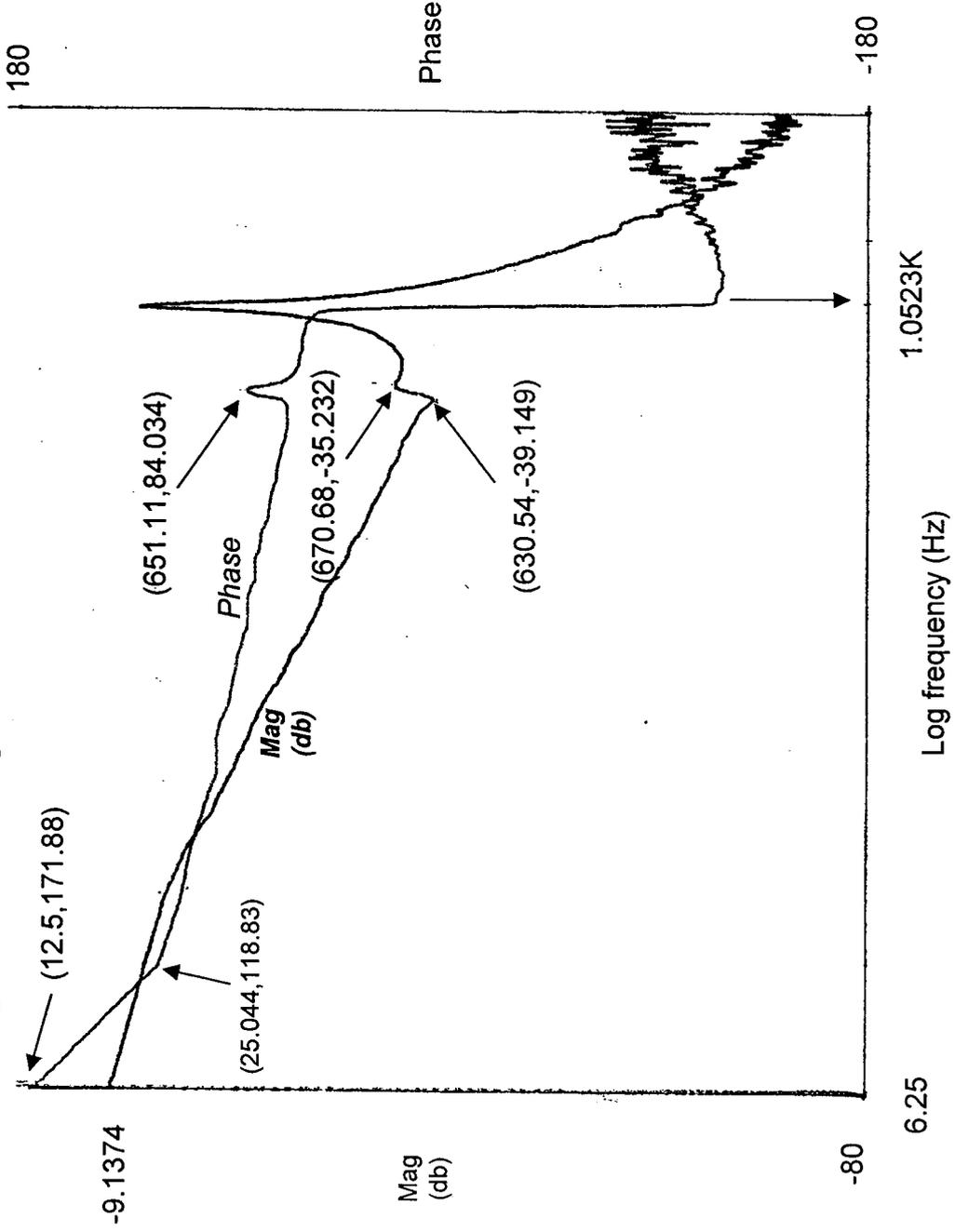
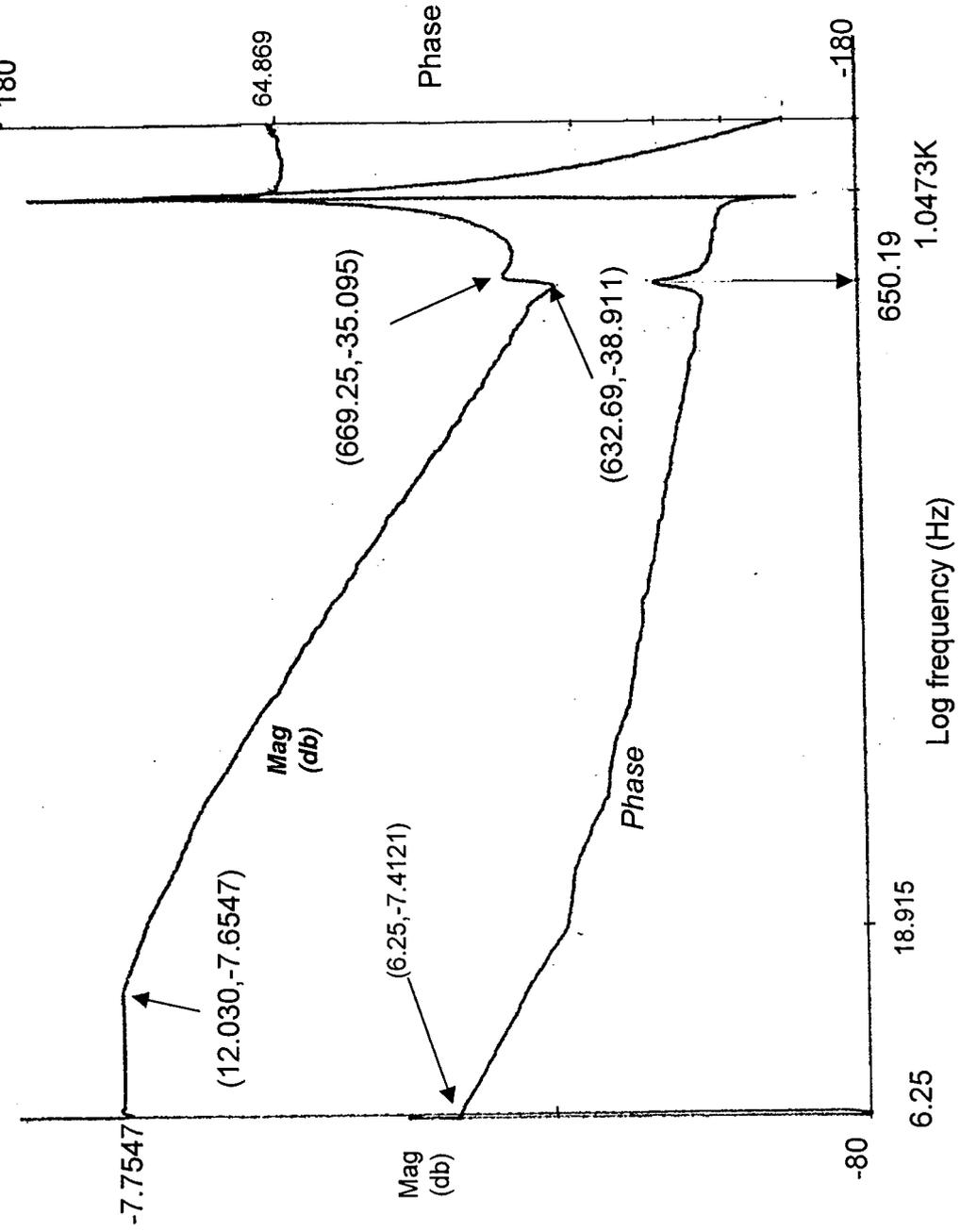


Fig 2.6 Bode diagram of the Motor, Amplifier and Tachometer



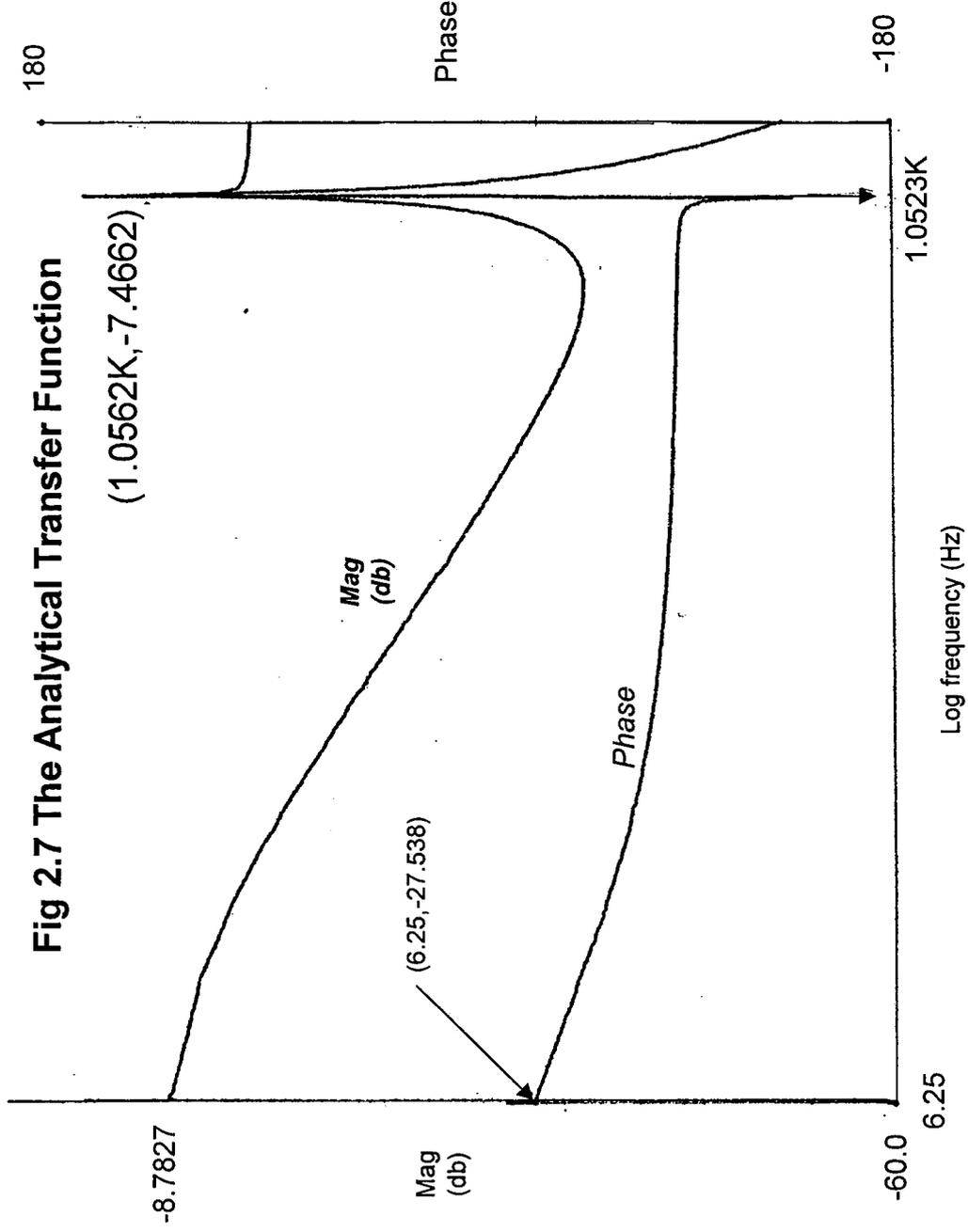
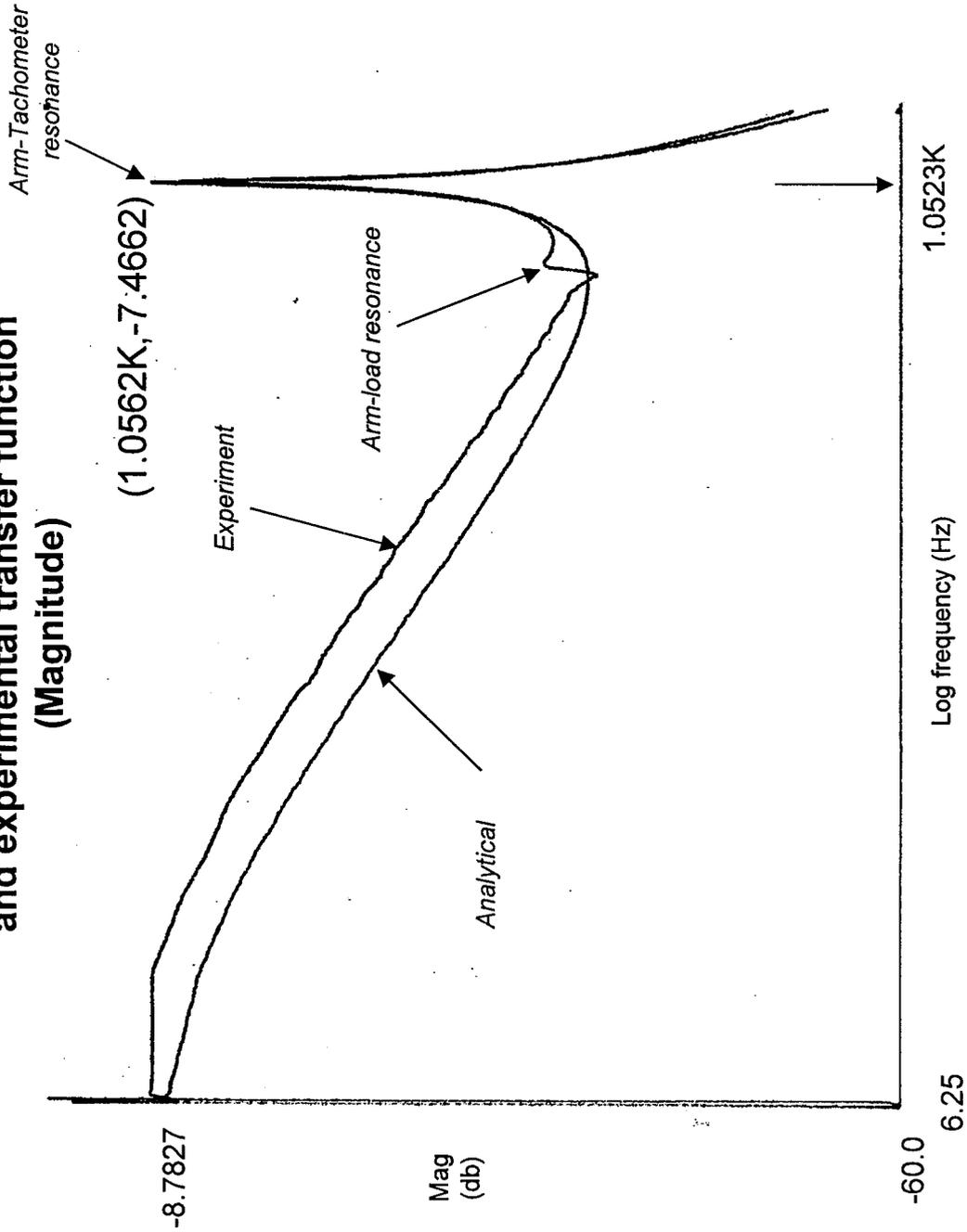


Fig 2.7 The Analytical Transfer Function

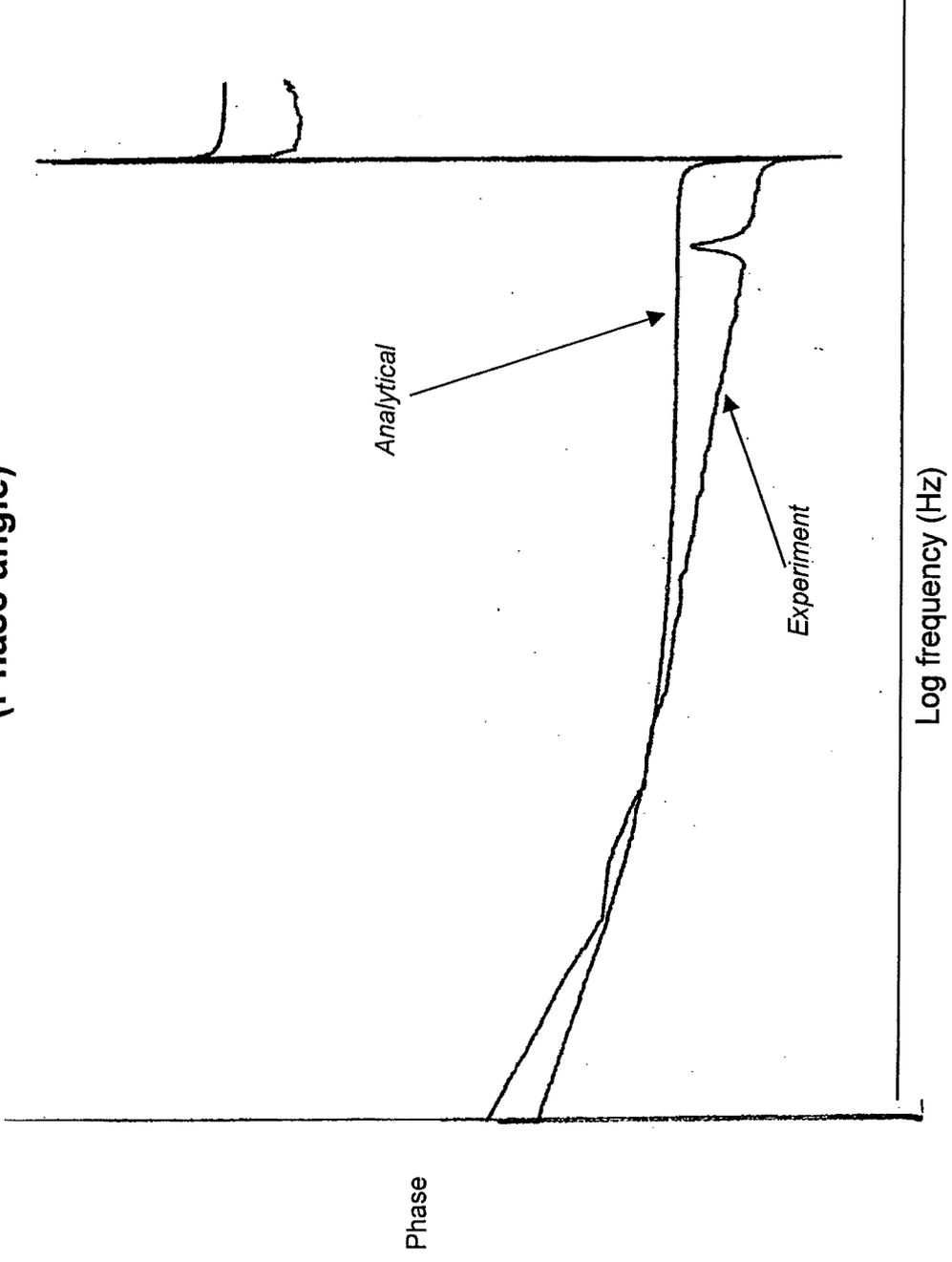


Fig 2.8 Compare between the analytical and experimental transfer function (Magnitude)



สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
 ห้องสมุด
 วันที่..... 5 ส.ค. 2545.....
 เลขทะเบียน..... 126548.....
 เลขเรียกหนังสือ.....

**Fig 2.9 Compare between the analytical
and experimental transfer function
(Phase angle)**



เมื่อเราทำการเปรียบเทียบค่า Magnitude และ Phase angle ของระบบเมื่อสัญญาณอินพุต เป็น Random และ Sinusoidal ดังแสดงในตารางข้างล่างนี้

Random Excitation

Hz (Bandwidth)	Mag	Phase
6.25	0.410	-7.4
12.2	0.415	-35.0
100.0	0.078	-88.9
650	0.014	-93.9
1047	0.310	273

Sinusoidal Excitation

Hz	Mag	Phase
6.25	$(0.85 \times 0.2) / (1.6 \times 0.2) = 0.539$	$(0.2 / 3.3) (-360) = -21.8$
12.2	0.438	-36.0
100.0	0.078	-90.0
650	0.016	-112.5
1047	0.375	104

จะเห็นว่าค่าเปรียบเทียบระหว่างสัญญาณอินพุตคือ Random และ Sinusoidal จะมีค่าเข้าใกล้กันเมื่อ ความถี่อยู่ระหว่าง 12.2 Hz กับความถี่ resonant frequency, 1047 Hz ทั้งนี้เนื่องจากการเปลี่ยนแปลง อย่างรวดเร็ว (rapid change) ในกรณีของ Random excitation

การหาสมการ Transfer function ชนิด Third order system จากข้อมูลที่ทำทดลอง สามารถหาได้ดังนี้

รูปแบบสมการชนิด Third order system สามารถเขียนได้คือ

$$G(s) = \frac{K}{(\tau s + 1) \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + 1 \right)}$$

หรือ

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2 / \tau}{\left(s + \frac{1}{\tau} \right) (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$

จากข้อมูลในรูปที่ 2.6 เราสามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$20\log(K) \approx -7.7547\text{db}$$

$$K = 0.410$$

$$\frac{1}{\tau} = 12.030 \times 2\pi = 75.589$$

ให้ Peak key ของเครื่อง HP spectrum analyser เราสามารถหาค่าพารามิเตอร์

$$\xi = 0.0052594 \quad \omega_n = 1.05533K$$

ดังนั้น

$$K\omega_n^2 / \tau = 0.410(1055.33 \times 2\pi)^2 \times 12.030 \times 2\pi = 1.363 \times 10^9$$

$$2\xi\omega_n = 2(0.0052594)(1055.33 \times 2\pi) = 69.748$$

$$\omega_n^2 = (1055.33 \times 2\pi)^2 = 4.397 \times 10^7$$

$$G(s) = \frac{1.363 \times 10^9}{(s + 75.589)(s(s + 69.748) + 4.397 \times 10^7)}$$

เราสามารถสร้าง Bode plot ของสมการ Transfer function จากสมการข้างบนนี้ (ดังแสดงในรูปที่ 2.7) และเปรียบกับข้อมูลที่วัดได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.8 ในกรณี Magnitude (db) และรูปที่ 2.9 ในกรณี Phase angle

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าสมการ Transfer function ระหว่าง motor voltage และความเร็วจาก Tachometer นั้นจะมีค่า zeros อยู่ 2 ตัว และมีค่า poles อยู่ 6 ตัว จะได้ว่าความถี่ของ poles ของ tachometer จะมีค่า

$$\omega_T \approx \sqrt{\frac{k_2}{J_2}} \text{ rad/sec} \quad \text{Armature-Tachometer resonance}$$

และความถี่ของ poles ของ motor และ load จะมีค่า

$$\omega_L \approx \sqrt{\frac{k_1}{J_e}} \text{ rad/sec} \quad \text{Armature-load resonance}$$

ซึ่งสามารถแสดงได้ดังในรูปที่ 2.8 และ 2.9