

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E42166



MULTIVARIATE CONTROL CHART BASED ON RANKED SET SAMPLING
FOR MULTIPLE CHARACTERISTICS

MR. PEERAWUT SONTISAMRAN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY THONBURI

2010



E42166



MULTIVARIATE CONTROL CHART BASED ON RANKED SET SAMPLING
FOR MULTIPLE CHARACTERISTICS



MR. PEERAWUT SONTISAMRAN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY THONBURI
2010

Multivariate Control Chart based on Ranked Set Sampling
for Multiple Characteristics

Mr. Peerawut Sontisamran B.Sc. (Applied Statistics)

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for
the Degree of Master of Science (Applied Mathematics)
Department of Mathematics
Faculty of Science
King Mongkut's University of Technology Thonburi
2010

Thesis Committee



Montip Tiensuwan
.....
(Assoc. Prof. Montip Tiensuwan, Ph.D.)

Chairman of Thesis Committee

Adisak Pongpullponsak
.....
(Assoc. Prof. Adisak Pongpullponsak, M.Sc.)

Member and Thesis Advisor

Settapat Chinviriyasit
.....
(Asst. Prof. Settapat Chinviriyasit, Ph.D.)

Member

Sukuman Sarikavanij
.....
(Lect. Sukuman Sarikavanij, Ph.D.)

Member

Thesis Title	Multivariate Control Chart based on Ranked Set Sampling for Multiple Characteristics
Thesis Credits	12
Candidate	Mr. Peerawut Sontisamran
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Adisak Pongpullponsak
Program	Master of Science
Field of Study	Applied Mathematics
Department	Mathematics
Faculty	Science
B.E.	2553

Abstract

E 42166

The objectives of this research are to construct multivariate control chart from monitoring product by using ranked set sampling for multiple characteristics (RSSMC), and to compare the efficiency of multivariate control chart for mean from (RSSMC) with simple random sampling (SRS) by using Hotelling's T^2 statistic. The efficiencies of control chart are determined by the average run length (ARL) at shift 0.5σ to 3.0σ . In this research, the data are obtained through the Monte Carlo Simulation technique was applied to obtain the data and the experiment was constructed from 10,000 samples and it was repeated 1,000 times for each case. The result showed that the ARL for RSSMC method is less than the ARL for SRS method when the shift on the process mean occurs. Consequently, the newly developed Hotelling's control chart is more efficient than the Hotelling's control chart based on simple random sampling.

Keywords : Multivariate control chart/ Matrix/ Average run length (ARL)/
Ranked set sampling for multiple characteristics (RSSMC)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	แผนภูมิควบคุมหลายตัวแปรบนพื้นฐานการสุ่มตัวอย่างแบบเขตลำดับ หลายคุณลักษณะ
หน่วยกิต	12
ผู้เขียน	นายพีระวุฒิ สนธิสำราญ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ. อคิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์
หลักสูตร	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
พ.ศ.	2553

บทคัดย่อ

E42166

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมหลายตัวแปรจากการสุ่มตัวอย่างผลิตภัณฑ์แบบเขตลำดับหลายคุณลักษณะ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยหลายตัวแปรโดยใช้สถิติไฮเทลล์จากการสุ่มตัวอย่างแบบเขตลำดับหลายคุณลักษณะกับการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย สำหรับค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิ จะใช้ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยก่อนตกออกนอกการควบคุมที่พิจารณาจากระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงอยู่ระหว่าง 0.5σ ถึง 3σ ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จำนวน 10,000 ตัวอย่าง ทำซ้ำจำนวน 1,000 รอบ ผลการวิจัย พบว่า ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยก่อนตกออกนอกการควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุมไฮเทลล์จากการสุ่มตัวอย่างแบบเขตลำดับหลายคุณลักษณะจะต่ำกว่าแผนภูมิควบคุมไฮเทลล์จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยภายในกระบวนการ จึงกล่าวได้ว่า แผนภูมิควบคุมไฮเทลล์จากการสุ่มตัวอย่างแบบเขตลำดับหลายคุณลักษณะที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพมากกว่าแผนภูมิควบคุมไฮเทลล์จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมหลายตัวแปร/ เมทริกซ์/ ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยก่อนตกออกนอกการควบคุม/
การสุ่มตัวอย่างแบบเขตลำดับหลายคุณลักษณะ

Acknowledgements

The author expresses the deepest gratitude to Assoc. Prof. Adisak Pongpullponsak for his invaluable help, continued guidance, suggestions, comment, and discussions. The author also is gratefully indebted to the members of the examination committee, Assoc. Prof. Dr. Montip Tiensuwan, Asst. Prof. Dr. Settapat Chinviriyasit and Dr. Sukuman Sarikavanij. Moreover, I am grateful to all the lecturers who taught me. Thank also to the Department of Mathematics, Faculty of Science, King Monkut's University of Technology Thonburi. Finally, I express my deep gratitude to my family who supported me during my study with their love.

Contents

	Page
ENGLISH ABSTRACT	ii
THAI ABSTRACT	iii
ACKNOWLEDGEMENTS	iv
CONTENTS	v
LIST OF TABLES	vii
LIST OF FIGURES	viii
CHAPTER	
1. INTRODUCTION	1
1.1 Introduction	1
1.2 Objectives of research	1
1.3 Scope of research	2
1.4 Expected result	2
2. THEORY AND LITERATURE REVIEW	3
2.1 Theoretical Background	3
2.1.1 Principle of quality control chart	3
2.1.2 Expected Value	6
2.1.3 Normal distribution	6
2.1.4 Ranked set sampling	7
2.1.5 Median ranked set sampling	8
2.1.6 Ranked set sampling for multiple characteristics	9
2.1.7 Control chart for mean using simple random sampling	11
2.1.8 Control chart for mean using ranked set sampling	12
2.1.9 Control chart for mean using median ranked set sampling	12
2.1.10 Mean Vectors and Covariance Matrices	13
2.1.11 Multivariate control chart (bivariate control chart)	15
2.1.12 Computing generalized inverses	20
2.1.13 Average run length	21
2.2 Literature reviews	21
2.2.1 Statistical quality control	21
2.2.2 Ranked set sampling	22

2.2.3	Multivariate control chart based on ranked set sampling	23
3.	METHODOLOGY	24
3.1	Univariate control chart	24
3.1.1	Establishment of control chart for mean using simple random sampling	24
3.1.2	Establishment of control chart for mean using ranked set sampling	25
3.1.3	Establishment of control chart for mean using median ranked set sampling	25
3.1.4	Establishment of control chart for mean using ranked set sampling for multiple characteristics	26
3.2	Multivariate control chart	27
3.2.1	Establishment of bivariate control chart for simple random sampling	27
3.2.2	Establishment of bivariate control chart for ranked set sampling with multiple characteristics	28
3.3	Calculation of average run length of production line	29
4.	RESULT AND ARL COMPARISONS	30
4.1	Control chart for mean using RSSMC	30
4.2	Hotelling's control chart using RSSMC	30
4.3	The computer simulations and ARL comparisons	31
4.4	ARL comparisons for univariate control chart	31
4.5	ARL comparisons for multivariate control chart	37
5.	CONCLUSION AND DISCUSSION	40
5.1	Conclusion	40
5.2	Discussion	40
5.2.1	Univariate control chart	40
5.2.2	Multivariate control chart	40
5.3	Suggestion	41
5.4	Future Work	41
	REFERENCES	42
	APPENDIX	44
	BIOGRAPHY	49

List of Tables

Table	Page
4.1 Control limits of SRS, RSS, MRSS and RSSMC for $n = 3, 4$	32
4.2 Show the ARL for $n = 3, 4, 5, 6, 7$ when δ is 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0.	34
4.3 ARL values for SRS and RSSMC methods when $n = 3$	37
4.4 ARL values for SRS and RSSMC methods when $n = 4$	37
4.5 ARL values for SRS and RSSMC methods when $n = 5$	38
4.6 ARL values for SRS and RSSMC methods when $n = 6$	39

List of Figures

Figure	Page
2.1 Typical Control Chart (Montgomery, 2001).	3
2.2 One or more points outside the control limits (Montgomery, 2001). . .	4
2.3 Seven or more consecutive points on one side of the centerline (Montgomery, 2001).	4
2.4 Six points in a row steadily increasing or decreasing (Montgomery, 2001).	5
2.5 Fourteen points alternating up and down (Montgomery, 2001).	5
2.6 Two out of three consecutive points in the outer third of the control region (Montgomery, 2001).	5
2.7 Fifteen points in a row within the center third of the control region (Montgomery, 2001).	6
2.8 Eight points on both sides of the centerline with none in the center third of the control region (Montgomery, 2001).	6
2.9 Show the sample units for RSS.	7
2.10 Show the sample units for MRSS in case I.	8
2.11 Show the sample units for MRSS in case II.	9
2.12 Rectangular control region when control charts are constructed independently.	15
2.13 Elliptical control region.	16
2.14 A Hotelling's T^2 chart.	19
4.1 Quality control chart using SRS.	32
4.2 Quality control chart using RSS.	33
4.3 Quality control chart using MRSS.	33
4.4 Quality control chart using RSSMC.	33
4.5 Comparison of ARL of univariate control chart in term graph for $n = 3, 4, 5, 6, 7$	35
4.6 Comparison of ARL of multivariate control chart in term graph for $n = 3$	37
4.7 Comparison of ARL of multivariate control chart in term graph for $n = 4$	38
4.8 Comparison of ARL of multivariate control chart in term graph for $n = 5$	38
4.9 Comparison of ARL of multivariate control chart in term graph for $n = 6$	39