บทที่ 3

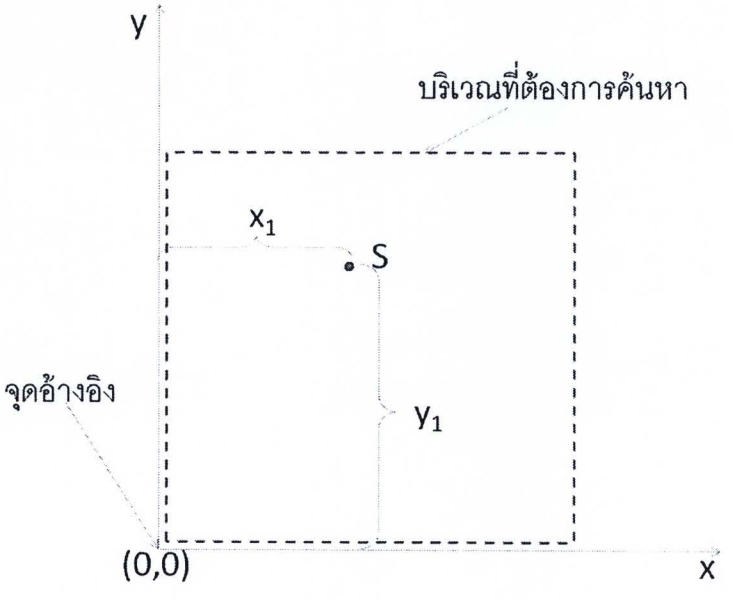
การระบุตำแหน่งและความแรงรังสี

3.1 เทคนิคในการระบุตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

ในการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น จะต้องวัดค่าความแรงในบริเวณที่คาดว่าจะมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีก่อนจำนวนหนึ่ง โดยที่ทราบจุดพิกัดของจุดที่วัดความแรงรังสี จากนั้นจึงวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น และเนื่องจากในการศึกษานี้ได้สมมติให้ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบจุด ดังนั้นการสลายตัวของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะเป็นแบบเดียวกัน คือกระจายออกทุกทิศทางเป็นรูปทรงกลมแบบสุ่ม ในการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา จะพิจารณาการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีก่อน จากนั้นจึงประยุกต์ใช้เทคนิคนี้กับกรณีมีหลายต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

3.2 การหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 จุด

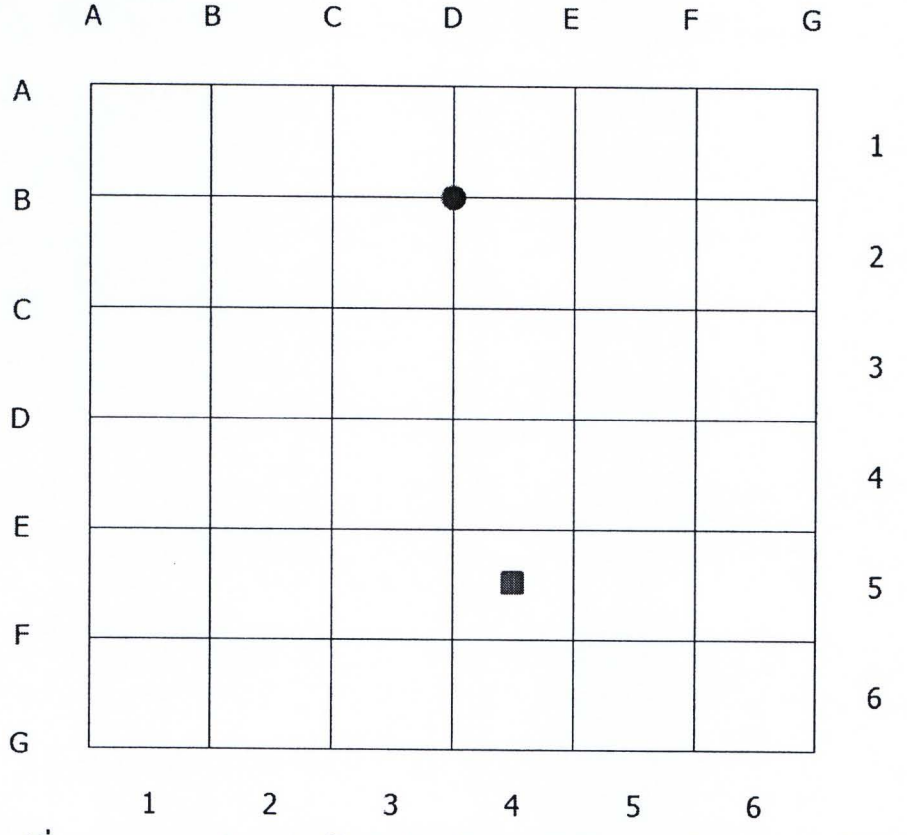
สำหรับการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี 1 จุด มีตัวแปรไม่ทราบค่าจำนวน 3 ค่า คือพิกัดในระนาบจำนวน 2 ค่า ในที่นี้กำหนดให้เป็น x และ y และความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น กำหนดให้เป็น S



รูปที่ 3.1 บริเวณตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับจุดอ้างอิง

สำหรับการค้นหาต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเพื่อระบุตำแหน่งนั้น จะต้องทำการวัดรังสีในบริเวณที่คาดว่าจะมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เพื่อหาความแรงรังสีในจุดต่างๆ โดยตำแหน่งจุดวัดต้องสามารถอ้างอิงได้กับจุดใดจุดหนึ่ง จากรูปที่ 3.1 แสดงตำแหน่งของจุดที่วัดความแรงรังสีที่จุด S ซึ่งมีระยะห่างในระนาบจากจุดอ้างอิง (0,0) ในแนวแกน x เป็น x_1 และมีระยะห่างในแกน y เท่ากับ y_1

สำหรับเทคนิคในการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนี้ ได้กำหนดจุดในการวัดความแรงรังสีตายตัว มีระยะห่างในการวัดแต่ละจุดเท่ากัน โดยมีจำนวนจุดในการวัดเท่ากับ 36 จุด และวัดค่าความแรงรังสีเป็นตารางขนาด 6x6 ดังรูปที่3.2



รูปที่ 3.2 ตารางตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงรังสี

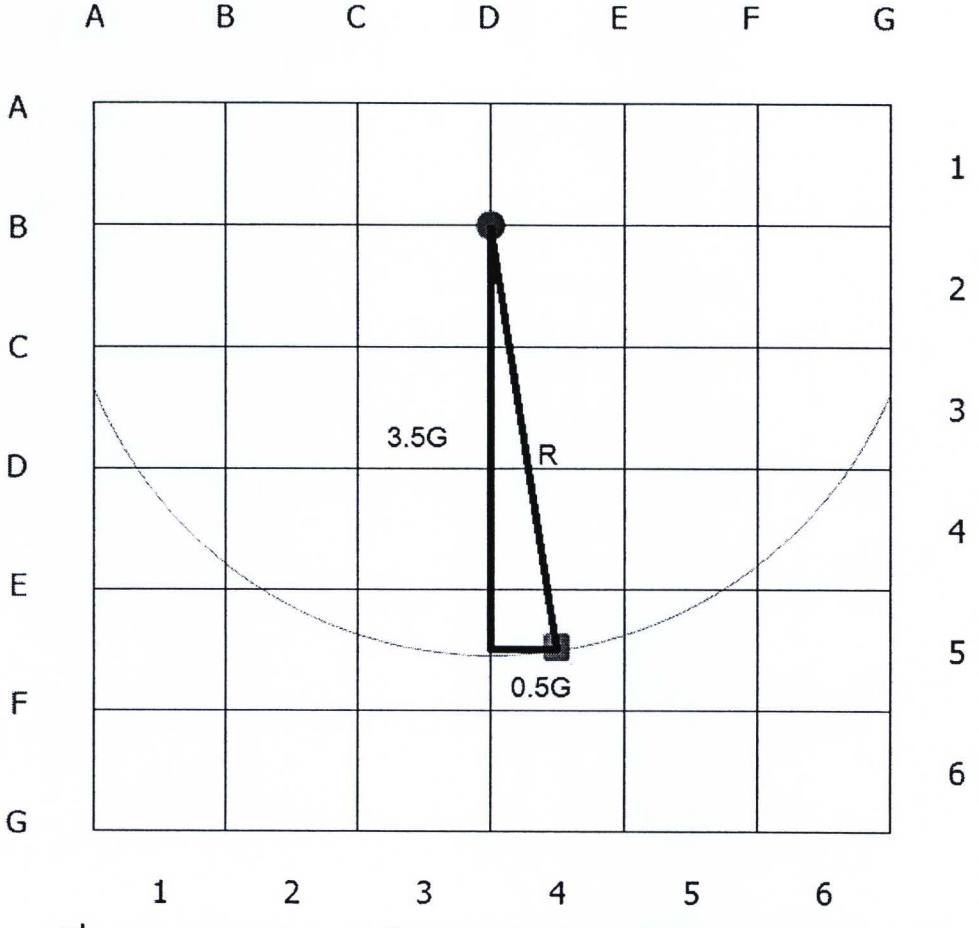
จุดวัดความแรงรังสีคือ บริเวณกึ่งกลางตาราง (สัญลักษณ์ ■) มีจำนวน 36 จุด ได้แก่ จุด (1,1),(1,2),(1,3),....,(5,6) และ (6,6) สมมติให้ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีคือบริเวณเส้นตารางตัดกัน(สัญลักษณ์ ●) ดังนั้นตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีคือ (B,D)

ความแรงรังสีเมื่อวัดตามตำแหน่งของกริดถือว่าเป็นความแรงรังสี ที่วัดจากตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีถึงจุดกึ่งกลางของกริด จากรูปที่ 3.3 แสดงให้เห็นเส้นความ

แรงรังสี หากวัดความแรงรังสีในระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ระยะรัศมีเท่ากัน จะวัดได้ค่าเฉลี่ยเท่ากัน เนื่องจากระยะของจุดทั้งสองจุดถูกกำหนดโดยตารางดังนั้น จากรูปจะเห็นได้ว่าระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ซึ่งอยู่ที่จุด (B,D) และจุดที่วัดความแรงรังสี ที่จุด (5,4) มีระยะห่างเท่ากับ R โดยที่

$$R = \sqrt{(3.5G)^2 + (0.5G)^2} \tag{3.1}$$

G คือ จำนวนการแบ่งช่องภายในกริด โดยสามารถกำหนดให้เป็นเลขจำนวนเต็มตั้งแต่ 2,3,4....



รูปที่ 3.3 ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงรังสี

ดังนั้นจากรูปที่ 3.3 ความแรงรังสีที่วัดได้ในแต่ละช่อง เป็นความแรงรังสีที่ห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ R เมื่อทราบว่าตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีว่าอยู่ที่จุด (B,D) จะสามารถหาค่าความแรงรังสีในแต่ละช่องได้ดังนี้

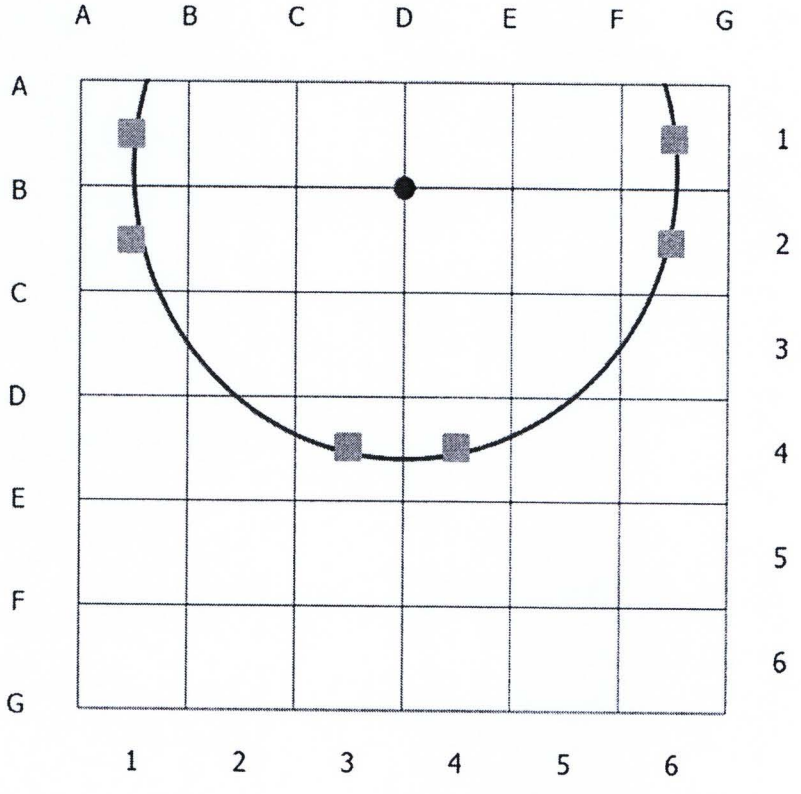
จุด (1,1) $$R = \sqrt{(0.5G)^2 + (2.5G)^2} \quad (3.2)$$

$$R = \left(\sqrt{(0.5)^2 + (2.5)^2}\right) \cdot G$$

$$R = \left(\sqrt{0.25 + 6.25}\right) \cdot G$$

$$R = \sqrt{6.5} \cdot G \quad (3.3)$$

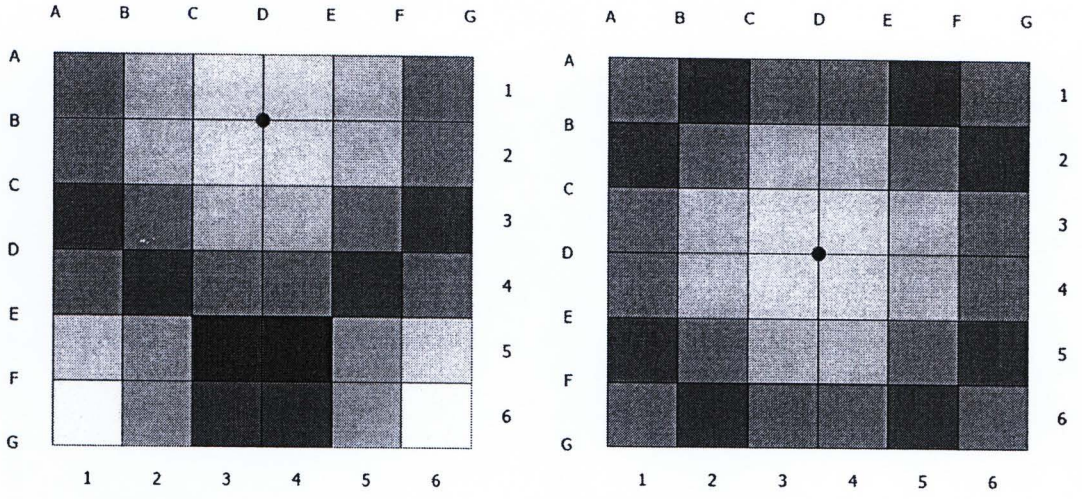
จากสมการที่ 3.3 สามารถหาระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับจุดที่วัดความแรงรังสี คือ จุด (1,1) ซึ่งนอกจากนั้นยังมีจุดที่สามารถวัดค่าความแรงรังสีได้เท่ากันอีก 5 จุด ได้แก่ (2,1),(4,3),(4,4),(1,6) และ (2,6) ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 จุดที่วัดค่าความแรงรังสีที่มีระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากัน

ค่าความแรงรังสีในทางทฤษฎีเมื่อตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในจุดต่างกัน จะมีค่าเท่ากันเมื่อระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากัน รูปที่ 3.5 แสดงให้เห็นถึง

ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับค่าความแรงรังสี โดยที่สีเดียวกันหมายถึงมีค่าความแรงรังสีเท่ากัน



รูปที่ 3.5 ค่าความแรงรังสีเมื่อตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีต่างกัน

เนื่องจากการกระจายตัวของรังสีเป็นรูปแบบของทรงกลม และค่าแรงรังสีลดลงตามระยะทางดังสมการ 2.3 ซึ่งเป็นรูปแบบที่คงตัว ดังนั้นในการวัดค่าความแรงรังสีเป็นแบบช่อง จึงมีรูปแบบการกระจายความแรงรังสีที่คงตัว และสามารถหารูปแบบได้

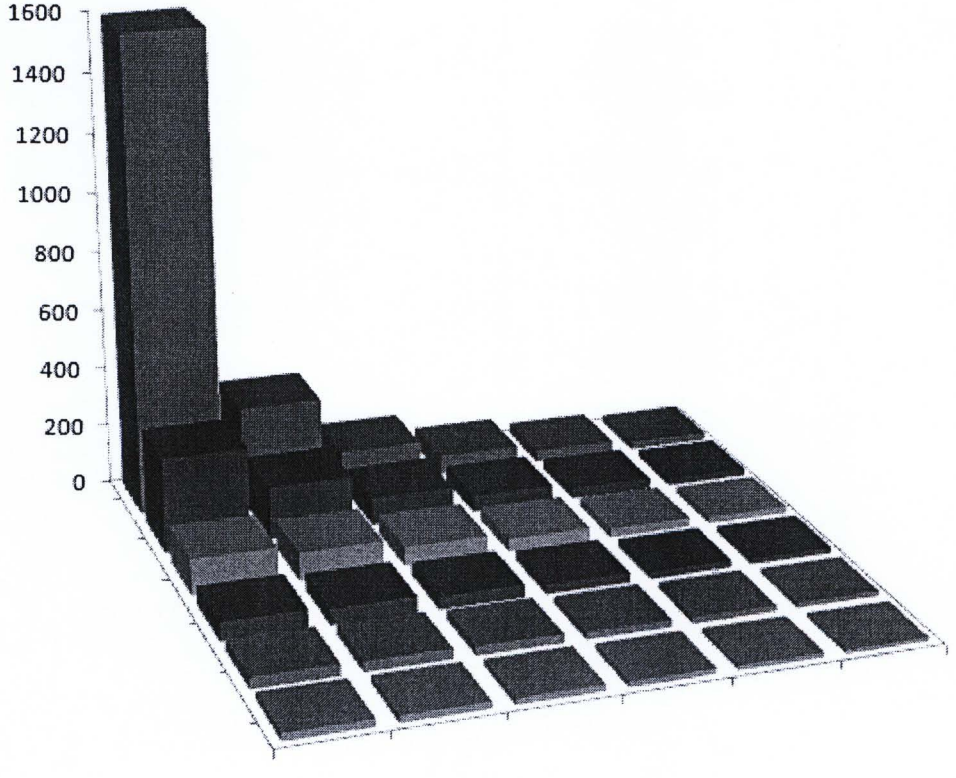
3.2.1 รูปแบบการกระจายตัวของค่าความแรงรังสี

พิจารณารูปที่ 3.6 ตารางมีความละเอียดมากขึ้น เนื่องจากกำหนดให้ G มีค่าเท่ากับ 10 โดยที่จุด (A,A) คือ (5,5) และจุด (G,G) คือ จุด (65,65) ถ้าสมมติว่ามีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีอัตราการสลายตัว 1000000 ครั้งต่อหน่วยเวลา อยู่ที่ตำแหน่ง (5,5) จะคำนวณค่าความแรงรังสีที่จุด (10,10) ได้ดังนี้

$$I = \frac{1000000}{4\pi((10-5)^2+(10-5)^2)} = \frac{1000000}{200\pi} = 1591.549 \approx 1592$$

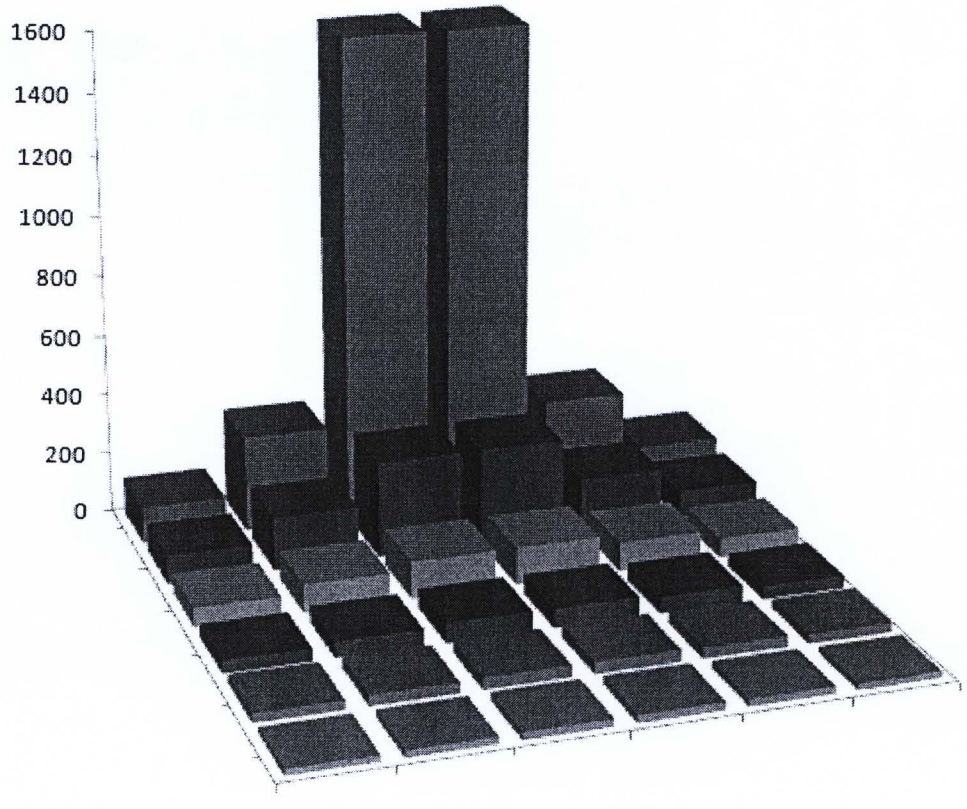
ค่าความแรงรังสีที่จุดอื่นๆ สามารถหาได้เช่นเดียวกัน ดังรูปที่ 3.6 ตารางด้านบนคือค่าความแรงรังสีที่ทุกจุดในตารางและ กราฟด้านล่างแสดงให้เห็นความแรงรังสีเปรียบเทียบในแต่ละจุด รูปแบบการกระจายตัวของความแรงรังสีกับตำแหน่งที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีแสดงดังรูปที่ 3.6-3.15

	A	B	C	D	E	F	G	
A	1592	318	122	64	39	26		10
B	318	177	94	55	35	24		20
C	122	94	64	43	30	22		30
D	64	55	43	32	24	19		40
E	39	35	30	24	20	16		50
F	26	24	22	19	16	13		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



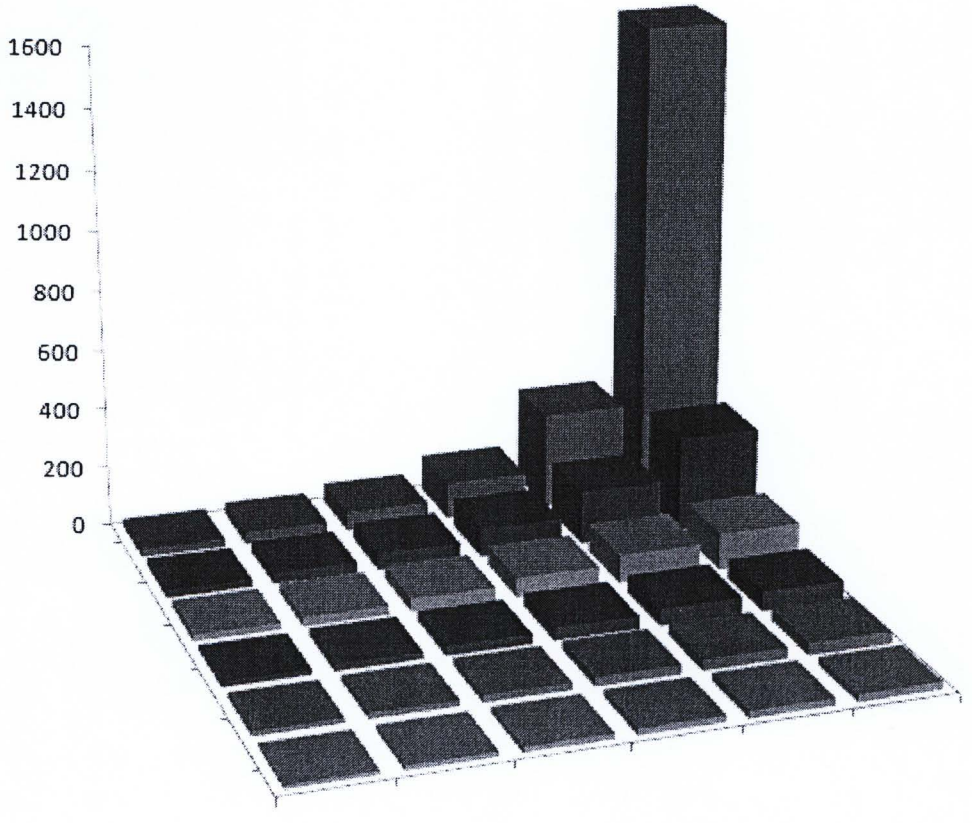
รูปที่ 3.6 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (5,5)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	122	318	1592	1592	318	122		10
B	94	177	318	318	177	94		20
C	64	94	122	122	94	64		30
D	43	55	64	64	55	43		40
E	30	35	39	39	35	30		50
F	22	24	26	26	24	22		60
G	10	20	30	40	50	60		



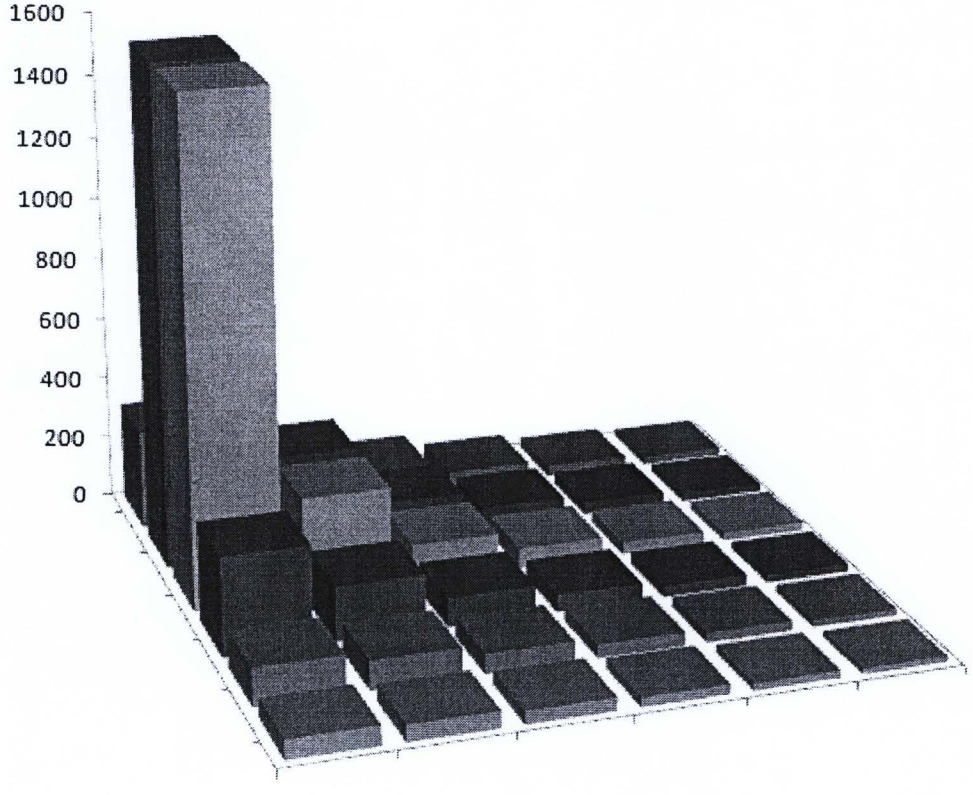
รูปที่ 3.7 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (5,35)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	26	39	64	122	318	1592	●	10
B	24	35	55	94	177	318		20
C	22	30	43	64	94	122		30
D	19	24	32	43	55	64		40
E	16	20	24	30	35	39		50
F	13	16	19	22	24	26		60
G	10	20	30	40	50	60		



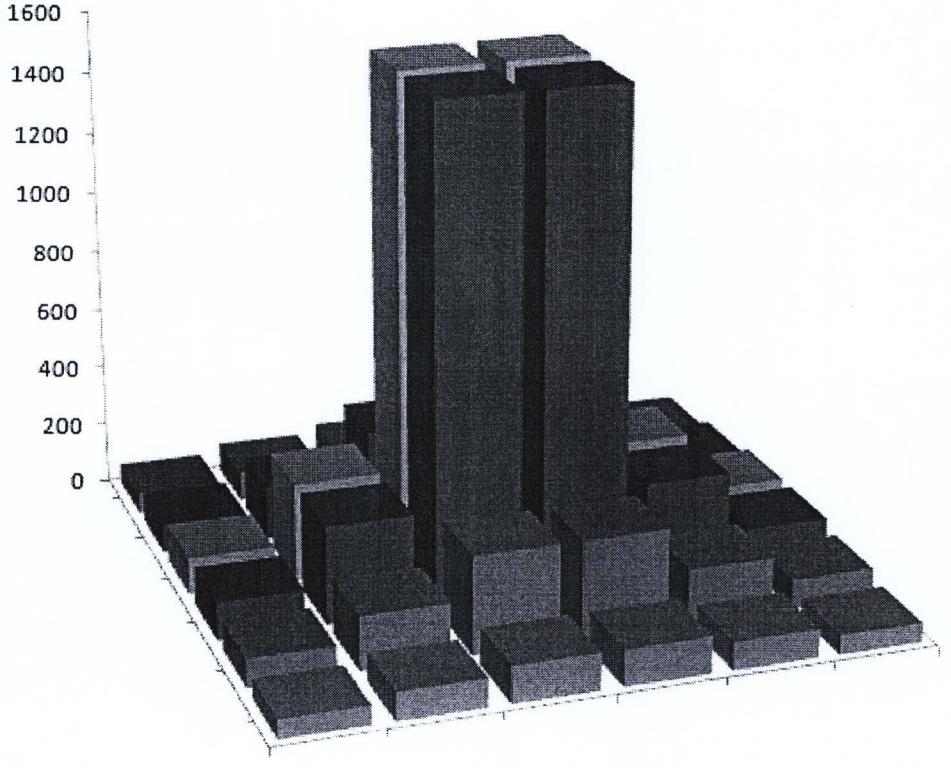
รูปที่ 3.8 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (5,65)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	318	177	94	55	35	24		10
B	1592	318	122	64	39	26		20
C	1592	318	122	64	39	26		30
D	318	177	94	55	35	24		40
E	122	94	64	43	30	22		50
F	64	55	43	32	24	19		60
G	10	20	30	40	50	60		



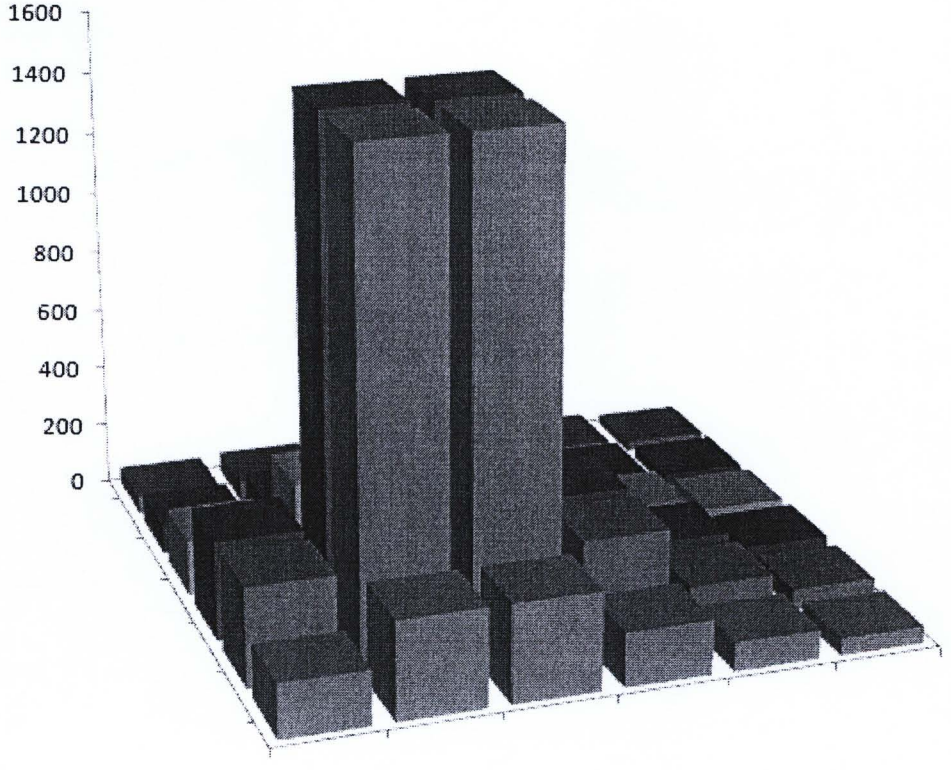
รูปที่ 3.9 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (25,5)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	64	94	122	122	94	64		10
B	94	177	318	318	177	94		20
C	122	318	1592	1592	318	122		30
D	122	318	1592	1592	318	122		40
E	94	177	318	318	177	94		50
F	64	94	122	122	94	64		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



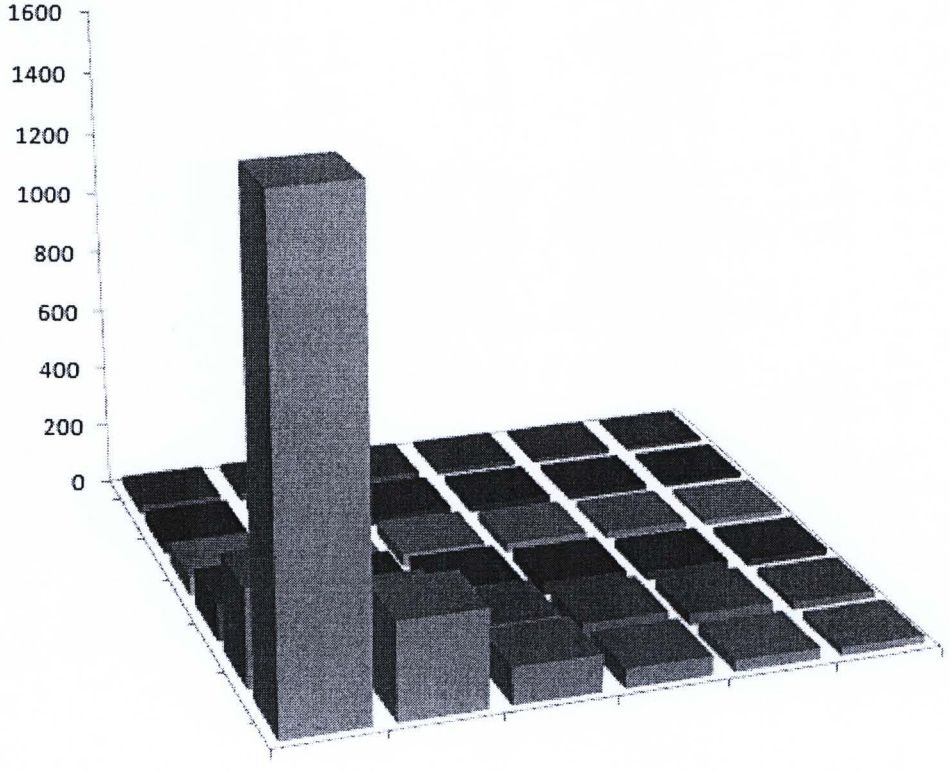
รูปที่ 3.10 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (35,35)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	55	64	64	55	43	32		10
B	94	122	122	94	64	43		20
C	177	318	318	177	94	55		30
D	318	1592	1592	318	122	64		40
E	318	1592	1592	318	122	64		50
F	177	318	318	177	94	55		60
G	10	20	30	40	50	60		



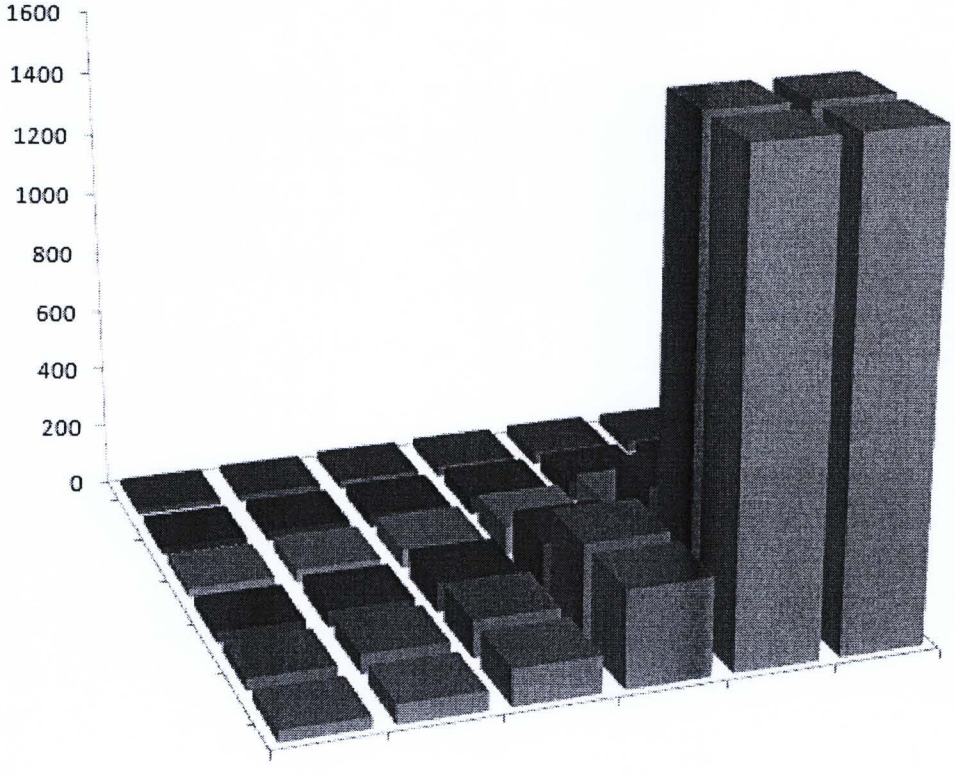
รูปที่ 3.11 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (45,25)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	26	24	22	19	16	13		10
B	39	35	30	24	20	16		20
C	64	55	43	32	24	19		30
D	122	94	64	43	30	22		40
E	318	177	94	55	35	24		50
F	1592	318	122	64	39	26		60
G	10	20	30	40	50	60		



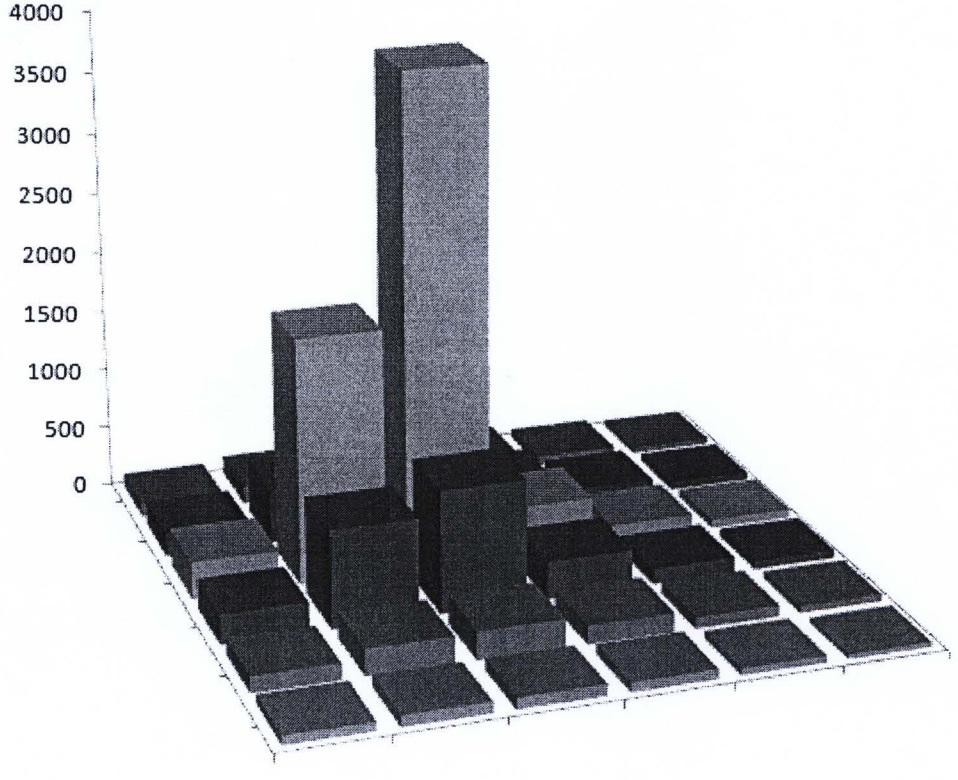
รูปที่ 3.12 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (65, 5)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	20	24	30	35	39	39		10
B	24	32	43	55	64	64		20
C	30	43	64	94	122	122		30
D	35	55	94	177	318	318		40
E	39	64	122	318	1592	1592		50
F	39	64	122	318	1592	1592		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



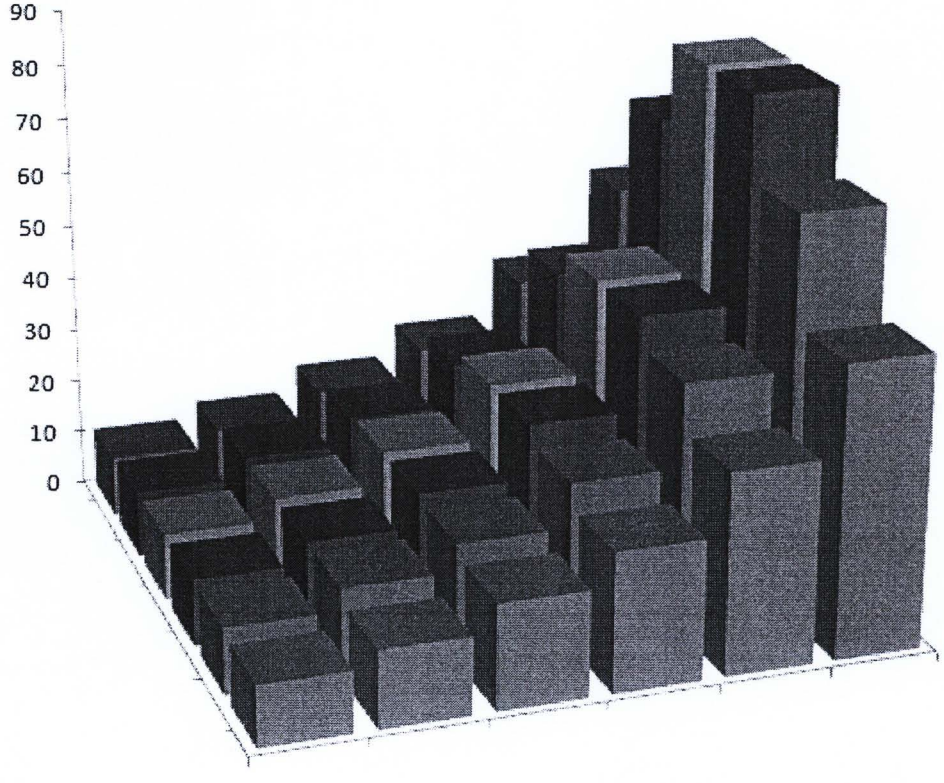
รูปที่ 3.13 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (55,55)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	108	153	159	117	75	49		10
B	199	442	497	234	111	61		20
C	306	1989	3979	398	137	69		30
D	249	796	995	306	124	65		40
E	137	221	234	153	88	54		50
F	77	97	99	81	59	41		60
G	10	20	30	40	50	60		



รูปที่ 3.14 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (32,26)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	11	14	19	25	36	52		10
B	12	16	21	29	44	71		20
C	12	16	22	32	49	86		30
D	12	16	22	32	49	86		40
E	12	16	21	29	44	71		50
F	11	14	19	25	36	52		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



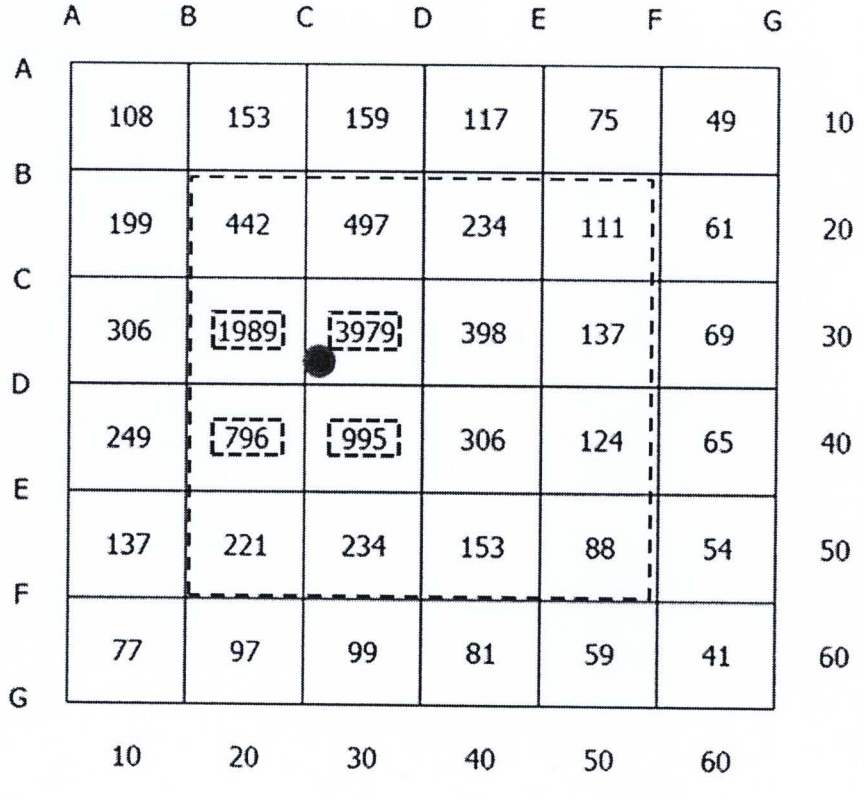
รูปที่ 3.15 **ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด** (35,90)

จากรูปที่ 3.6 - 3.15 หากแบ่งรูปแบบของความแรงรังสีในตารางจะสามารถแบ่งกลุ่มได้ 2 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณวัดรังสี คือ รูปที่ 3.10-3.14 ส่วนอีกรูปแบบหนึ่งคือกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกบริเวณวัดรังสี ได้แก่ รูปที่ 3.6-3.9,3.12 และ 3.15

ในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในภายบริเวณวัดรังสี พบว่า ค่าสูงสุดที่วัดได้จะอยู่ภายในตารางด้านใน ขนาด 4×4 ดังรูปที่ 3.16 ซึ่งตรงข้ามกับกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกบริเวณวัดรังสี ค่าสูงสุดที่วัดได้จะอยู่บริเวณขอบของตาราง

3.2.2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณวัดรังสี

หากพิจารณาถึงตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จะพบว่าความแรงรังสีที่วัดได้สูงที่สุดในตารางจะเป็นจุดที่ใกล้กับตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากที่สุด และสรุปได้ว่าต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ตำแหน่งจะอยู่ภายในบริเวณจุดที่วัดความแรงได้สูงสุด 4 จุดแรก



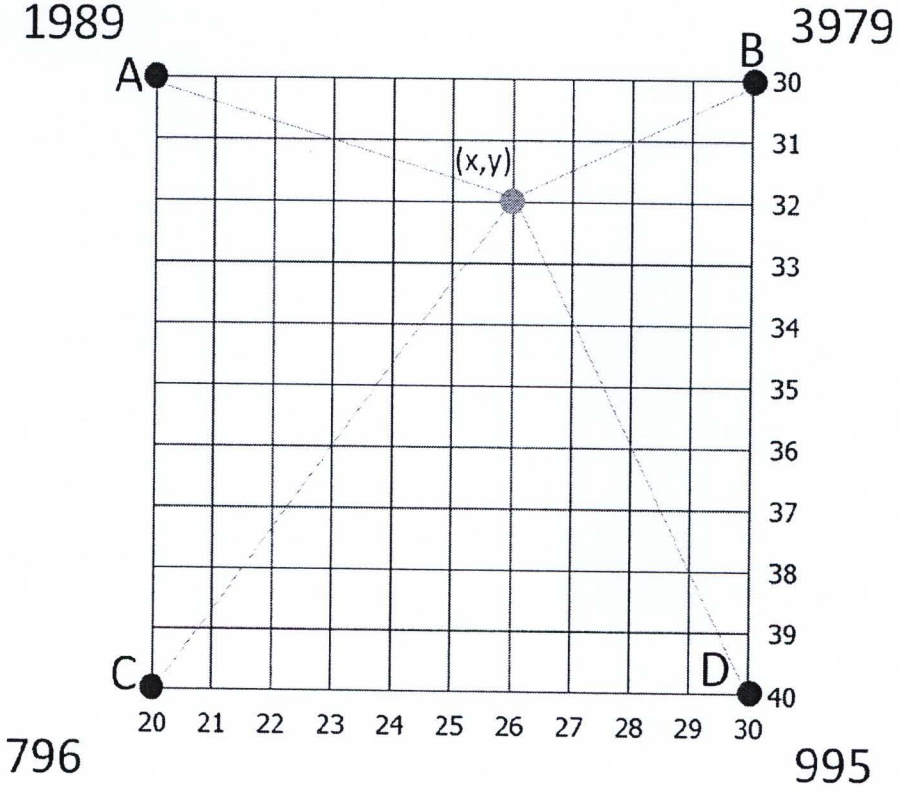
รูปที่ 3.16 **ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับความแรงรังสีที่วัดได้**

รูปที่ 3.16 แสดงความแรงรังสีที่วัดได้จากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ตำแหน่ง (32,26) มีจุดที่วัดความแรงรังสีได้สูงสุด 4 จุดแรกคือ

จุด (30,30)	ระดับความแรงรังสี	3979
จุด (30,20)	ระดับความแรงรังสี	1989
จุด (40,30)	ระดับความแรงรังสี	995
จุด (40,20)	ระดับความแรงรังสี	796

เนื่องจาก 4 จุดโดยรอบตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ค่าตัวเลขความแรงรังสีจะมีค่าสูงมากเมื่อเทียบกับจุดที่อยู่ห่างออกไป ดังนั้นในการคำนวณเพื่อหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จะใช้จำนวนจุดสำหรับคำนวณ 4 จุด โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ทำได้โดยเขียนจำนวนช่องของพื้นที่ในการวัดรังสีให้มากขึ้น จากนั้นเขียนโปรแกรม MATLAB เพื่อหาค่าตัวเลข ที่ทำให้ค่าผลรวมผลต่างกำลังสองของค่าจริงกับค่าจากสมการความแรงรังสีมีค่าต่ำสุด จากรูปที่ 3.16 จะสามารถแสดงตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีได้ดังนี้



รูปที่ 3.17 ระยะห่างจากจุดวัดความแรงรังสีกับตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่คาด

การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในระนาบ ทำได้โดยแทนค่าตำแหน่งทั้งหมดในสมการ จากรูปที่ 3.17 จำนวนจุดที่ต้องใช้ในการคำนวณมีทั้งสิ้น 11×11 = 121 จุด ยกเว้นจุดที่วัดความแรงรังสีที่มุมจำนวน 4 จุด ดังนั้นจะใช้จุดคำนวณทั้งสิ้น 117 จุด ส่วนค่าความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ใช้แทนค่าในสมการนั้น มีขอบเขตที่สามารถนำไปคำนวณได้ เพื่อไม่ให้การคำนวณเสียเวลามากเกินไป คือ ขอบเขตต่ำสุดของความแรงรังสี คือ ค่าความแรงต่ำสุดของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ทำให้ ความแรงรังสีที่ระยะห่าง 1 หน่วยของจุดที่วัดความแรงรังสีได้สูงสุด เป็นไปได้ ส่วนขอบเขตสูงสุด คือความแรงรังสีสูงสุดของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ทำให้ ความแรงรังสีที่ระยะห่างมากที่สุดในตารางของจุดที่วัดความแรงรังสีได้ต่ำที่สุด เป็นไปได้ ในกรณีนี้ ระยะห่างที่มากที่สุดคือระยะในแนวทแยงมุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $10\sqrt{2}$ จากข้อมูลข้างต้นสามารถหาขอบเขตต่ำสุดและสูงสุดของความแรงรังสีได้ดังนี้

ขอบเขตความแรงรังสีต่ำที่สุด

$$I_{\max} = \frac{S_{\min}}{4\pi r^2} \tag{3.4}$$

$$S_{\min} = I_{\max} \times 4\pi r^2$$

$$S_{\min} = 3979 \times 4\pi (1)^2$$

$$S_{\min} = 3979 \times 4\pi (1)^2$$

$$S_{\min} = 500002 \tag{3.5}$$

ขอบเขตความแรงรังสีสูงที่สุด

$$I_{\min} = \frac{S_{\max}}{4\pi r^2} \tag{3.6}$$

$$S_{\max} = I_{\min} \times 4\pi r^2$$

$$S_{\max} = 796 \times 4\pi (10\sqrt{2})^2$$

$$S_{\max} = 796 \times 4\pi (200)$$

$$S_{\max} = 2000566 \tag{3.7}$$

ดังนั้นค่าความแรงรังสีที่เป็นไปได้ของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี มีค่าตั้งแต่ 500002 ถึง 2000566 การใช้เทคนิคกำลังสองน้อยที่สุด สามารถทำได้โดยเมื่อกำหนดให้ S_0 คือความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่จุด x, y และ I_A, I_B, I_C, I_D คือความแรงรังสีที่วัดได้ทั้ง 4 จุด ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดรังสีกับจุดที่วัดความแรงในแต่ละจุดที่วัดได้ ในกรณีนี้จะมีค่าเท่ากับระยะจากจุด x, y ถึง A,B,C หรือ D ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังนี้

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด A

$$R_A = \sqrt{(x - A_x)^2 + (y - A_y)^2} \tag{3.8}$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด B

$$R_B = \sqrt{(x - B_x)^2 + (y - B_y)^2} \tag{3.9}$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด C

$$R_C = \sqrt{(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2} \tag{3.10}$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด D

$$R_D = \sqrt{(x - D_x)^2 + (y - D_y)^2} \tag{3.11}$$

จากสมการที่ 2.3 เมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง x, y จะได้ค่าความแรงรังสีที่จุด A ดังนี้

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi R_A^2}$$

แทนค่าระยะห่างจากสมการ 3.8

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi[(x-A_x)^2 + (y-A_y)^2]} \tag{3.12}$$

สมการที่ 3.12 เป็นค่าที่คำนวณความแรงรังสีที่จุด A ส่วนจุด B,C และ จุด D สมการจะเขียนได้เช่นเดียวกัน ดังนี้

$$I_B = \frac{S_0}{4\pi[(x-B_x)^2 + (y-B_y)^2]} \tag{3.13}$$

$$I_C = \frac{S_0}{4\pi[(x-C_x)^2 + (y-C_y)^2]} \tag{3.14}$$

$$I_D = \frac{S_0}{4\pi[(x-D_x)^2 + (y-D_y)^2]} \tag{3.15}$$

สมการที่ 3.12-3.15 นั้นได้ความแรงรังสีที่จุด A,B,C และ D จากการคำนวณโดยใช้สมการ การหาตำแหน่งและความแรงที่เหมาะสมของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จึงต้องเปรียบเทียบค่าจากการคำนวณและค่าจริงที่วัดได้ หากกำหนดให้ค่าจริงในแต่ละจุดที่วัดได้คือ I_{mi} และ I_i คือค่าจากสมการ โดยที่ i คือ 1 (จุด A), 2 (จุดB), 3 (จุดC) และ 4 (จุดD) จะได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของสมการกับค่าจริงในแต่ละจุดคือ

$$\varepsilon_i = I_i - I_{mi} \tag{3.16}$$

$$\varepsilon_i = \frac{S_0}{4\pi[(x-i_x)^2 + (y-i_y)^2]} - I_{mi} \tag{3.17}$$

ให้ ε^2 เป็นผลรวมของความคลาดเคลื่อนทุกจุดยกกำลังสองจะได้ว่า

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{4}\left[\frac{S_0}{4\pi[(x-i_x)^2 + (y-i_y)^2]} - I_{mi}\right]^2 \tag{3.18}$$

ค่า ε^2 ที่น้อยที่สุด เมื่อเลือกค่า x, y, S_0 แล้วจะถือว่าเป็นตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น หากพิจารณาจากรูปที่ 3.17 สามารถคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จาก สมการ 3.12-3.18 ได้ดังนี้

แทนค่า x = 32 และ y = 26 (จุด A,B,C และ D ไม่นำมาคำนวณ เนื่องจากเป็นจุดเดียวกับจุดที่วัดความแรงรังสี หากนำไปคำนวณ ระยะห่างทั้งสองจุดจะเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นตัวหาร ทำให้ไม่สามารถหาค่าได้) ในสมการที่ 3.12, 3.13, 3.14 และ 3.15

จะได้ค่าค่าความแรงรังสีจากการคำนวณที่จุด A, B, C และ D ดังนี้

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi[(32-30)^2 + (26-20)^2]}$$

$$I_A = \frac{S_0}{160\pi} \tag{3.19}$$

$$I_B = \frac{S_0}{4\pi[(32-30)^2 + (26-30)^2]}$$

$$I_B = \frac{S_0}{80\pi} \tag{3.20}$$

$$I_C = \frac{S_0}{4\pi[(32-40)^2 + (26-20)^2]}$$

$$I_C = \frac{S_0}{400\pi} \tag{3.21}$$

$$I_D = \frac{S_0}{4\pi[(32-40)^2 + (26-30)^2]}$$

$$I_D = \frac{S_0}{320\pi} \tag{3.22}$$

เมื่อได้ค่าความแรงรังสีจากการคำนวณแล้ว จึงสามารถหาค่าผลรวมของ ε^2 ได้ดังนี้

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{4} [I_i - I_{mi}]^2$$

$$\varepsilon^2 = [I_A - I_{mA}]^2 + [I_B - I_{mB}]^2 + [I_C - I_{mC}]^2 + [I_D - I_{mD}]^2 \qquad (3.23)$$

แทนค่าความแรงรังสีที่จุด A, B, C, D และค่าความแรงรังสีที่คำนวณได้จากสมการ 3.19-3.22

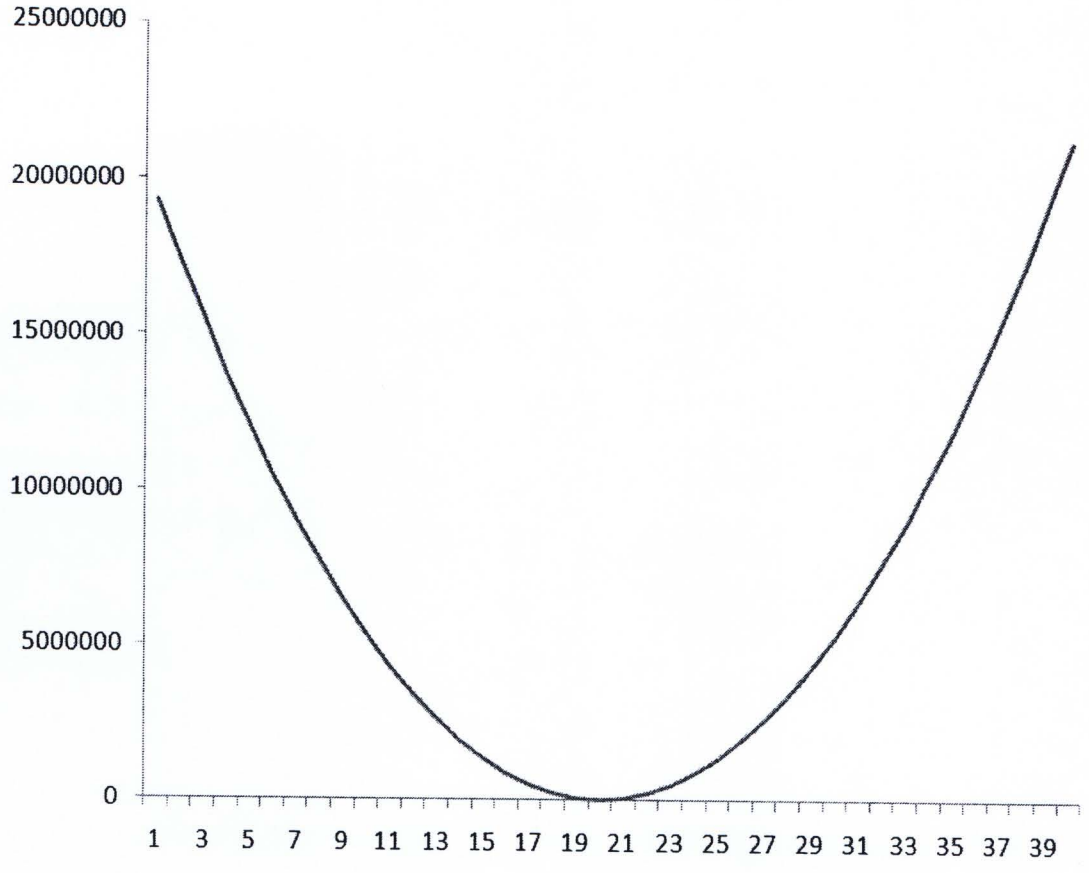
$$\varepsilon^2 = [\frac{S_0}{160\pi} - 1989]^2 + [\frac{S_0}{80\pi} - 3979]^2 + [\frac{S_0}{400\pi} - 796]^2 + [\frac{S_0}{320\pi} - 995]^2 \qquad (3.24)$$

จากสมการ 3.24 หาคำตอบได้โดยแทนค่า S_0 ตั้งแต่ 500000 ถึง 2000000 จะได้ผลของการคำนวณดังตารางที่ 3.1

ตารางที่3.1 ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองกับความแรงรังสีของจุด (32,26)

ความแรงรังสี	ผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
50000	19324522.12
100000	17343901.32
150000	15470340.59
200000	13703839.95
250000	12044399.38
300000	10492018.89
350000	9046698.482
400000	7708438.152
450000	6477237.9
500000	5353097.728
550000	4336017.634

600000	3425997.619
650000	2623037.683
700000	1927137.826
750000	1338298.047
800000	856518.3476
850000	481798.7267
900000	214139.1846
950000	53539.72129
1000000	0.336821904
1050000	53521.03116
1100000	214101.8043
1150000	481742.6563
1200000	856443.587
1250000	1338204.597
1300000	1927025.685
1350000	2622906.852
1400000	3425848.098
1450000	4335849.423
1500000	5352910.827
1550000	6477032.309
1600000	7708213.87
1650000	9046455.51
1700000	10491757.23
1750000	12044119.03
1800000	13703540.9
1850000	15470022.86
1900000	17343564.89
1950000	19324167.01
2000000	21411829.2



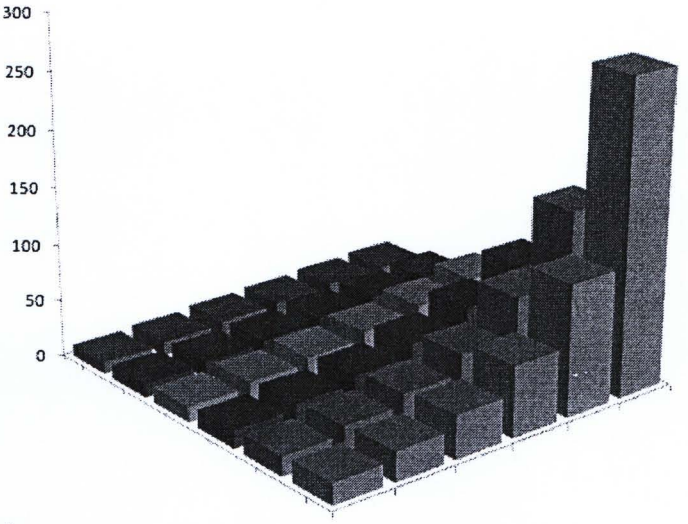
รูปที่ 3.18 **ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกับความแรงรังสีของจุด** (32,26)

รูปที่ 3.18 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของค่าผลรวมความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง ซึ่งจากกราฟจะเห็นได้ว่าความแรงรังสีเท่ากับ 1000000 เป็นค่าที่ทำให้ค่าผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด เท่ากับ 0.336821904

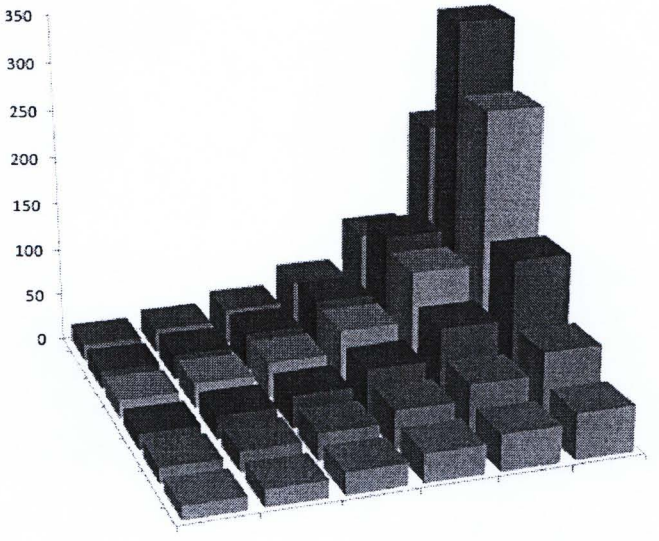
ดังนั้นการหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ค่าสูงสุดอยู่ภายในบริเวณที่วัดความแรงรังสี ใช้วิธีหาค่าบริเวณที่พบความแรงรังสีสูงสุด จากนั้นกำหนดขอบเขตของค่าความแรงรังสีต่ำสุด,สูงสุดและคำนวณหาความแรงโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด จะได้ตำแหน่งและความแรงรังสีได้ตามต้องการ

3.2.3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกบริเวณวัดรังสี

กรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกบริเวณวัดรังสีนั้น ค่าความแรงสูงสุดที่วัดได้ จะแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบคือ ค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตรงมุมของตารางและค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตามขอบของตาราง ซึ่งทั้งสองรูปแบบใช้เทคนิคต่างกัน

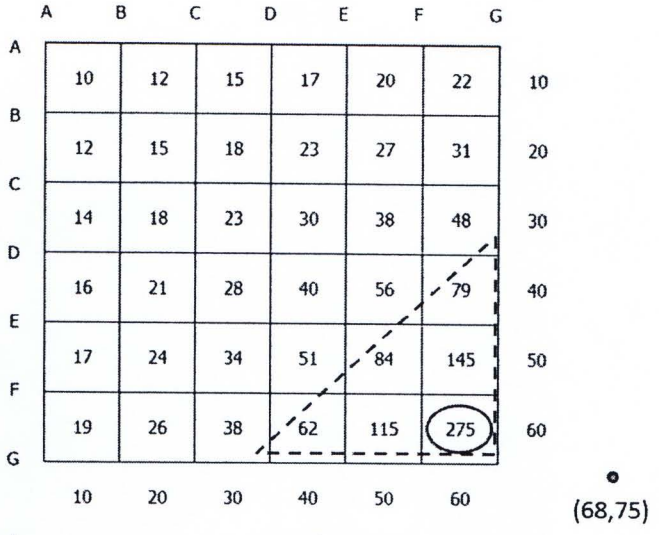


รูปที่ 3.19 **ความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตรงมุมของตาราง**



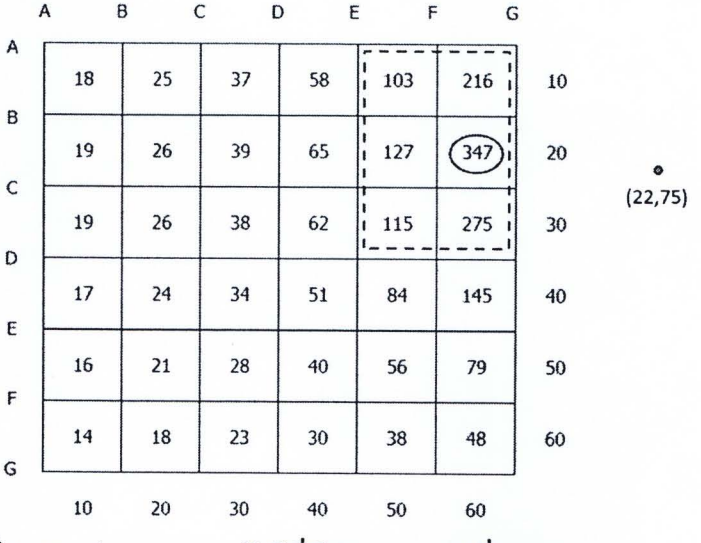
รูปที่ 3.20 **ความแรงรังสีสูงสุดอยู่ขอบของตาราง**

รูปที่ 3.19 และ 3.20 เป็นแผนภูมิแท่งแสดงข้อมูลความแรงรังสี จากการวัดความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีตำแหน่งอยู่ภายนอกบริเวณที่วัด จะเห็นได้ว่าค่าความแรงรังสีที่วัดได้สูงสุดจะอยู่บริเวณขอบด้านนอกของตาราง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกตารางซึ่งการคำนวณหาระยะห่างและความแรงสามารถทำได้ โดยกรณีที่ความแรงรังสีมีค่าสูงสุดอยู่ที่มุมตารางดังรูปที่ 3.21 จะใช้ตัวเลขความแรงรังสีจำนวน 6 ค่าบริเวณมุมที่วัดความแรงได้สูงสุดมาคำนวณ



รูปที่ 3.21 ค่าความแรงรังสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่มุมตาราง

รูปที่ 3.22 ค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ที่ จุด (20,60) ดังนั้นต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจึงอยู่บริเวณด้านขวามือของตาราง ในรูปแบบนี้การคำนวณเพื่อหาระยะห่างและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะใช้ค่าความแรงรังสีในการคำนวณจำนวน 6 จุดเช่นเดียวกัน

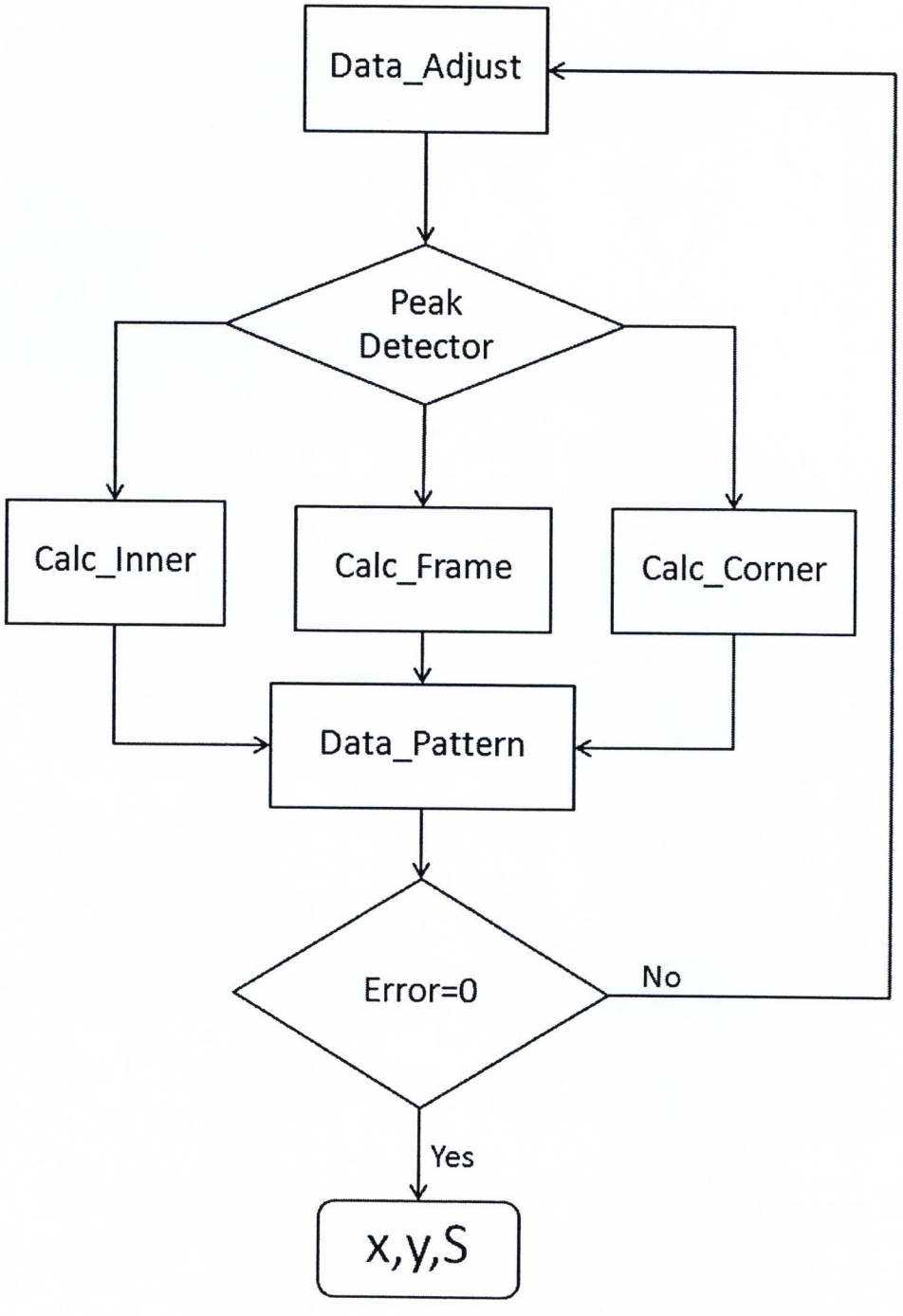


รูปที่ 3.22 ค่าความแรงรังสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่ขอบตาราง

3.3 การหาตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวนหลายจุด

การหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวนหลายจุด ทำได้โดยใช้วิธีเช่นเดียวกับแบบ 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี โดยเมื่อทราบค่าความแรงและตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีแล้ว นำค่าความแรงรังสีที่ได้ลบออกจากข้อมูลจากการวัดเดิม หากยังเหลือข้อมูลที่เป็นรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง แสดงว่ายังมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่อีก ใช้วิธีเดิมในการหาตำแหน่งและความแรงต่อไป สำหรับขั้นตอนรายละเอียดในการเขียนโปรแกรมเป็นดังนี้

3.4 การเขียนโปรแกรม MATLAB



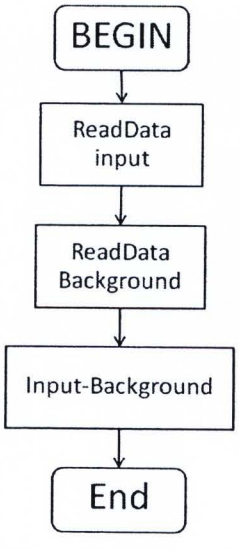
รูปที่ 3.23 ผังการทำงานของโปรแกรมหลัก

ในการเขียนโปรแกรม MATLAB จะแบ่งเป็นโปรแกรมย่อย จำนวน 7 โปรแกรมย่อย ได้แก่ Data_Adjust, Peak Detector ,Calc Inner, Calc Corner ,Calc Frame, Data Pattern และ Error=0 ดังรูปที่ 3.23

ผังการทำงานของโปรแกรมโดยภาพรวม เริ่มจากเมื่อรับข้อมูลการวัดความแรงรังสี จำนวน 36 ค่า ข้อมูลจะถูกปรับแต่ง (Data_Adjust) โดยลบค่าแบคกราวด์ออกจากข้อมูลก่อน จากนั้นจะหาค่าสูงสุดที่วัดได้จากตาราง (Peak Detector) เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการคำนวณเพื่อหาตำแหน่งและความแรงรังสี โดยขั้นตอนนี้จะเลือกว่าข้อมูลที่ได้มานั้น เป็นข้อมูลที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณพื้นที่การวัด หรือนอกพื้นที่การวัด โดย Calc_Inner จะคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในบริเวณพื้นที่การวัด ส่วน Calc_frame และ Calc_Corner นั้นคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกพื้นที่การวัด

เมื่อได้ตำแหน่งและความแรงรังสีจากการคำนวณแล้ว จึงคำนวณหาความแรงรังสีในตารางทั้งหมด ซึ่งจะได้ค่าครบทั้ง 36 ค่า (Data_Pattern) จากนั้นจึงนำค่าที่ได้เปรียบเทียบกับค่าจากข้อมูลเดิม ซึ่งหากค่าที่ได้ใกล้เคียงกันและถือว่าเท่ากันในทางสถิติแล้ว (Error=0) แสดงว่าค่าตำแหน่งและความแรงรังสีที่หาได้เป็นค่าที่ยอมรับได้ แต่หากค่าหลังจากเปรียบเทียบกับค่าจากข้อมูลเดิม แล้ว ยังมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก แสดงว่ายังมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอื่นอยู่อีก ซึ่งต้องใช้กระบวนการเดิมในการหาคำตอบต่อไป

ผังงานของโปรแกรมย่อยต่างๆ สำหรับกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณที่วัดเป็นดังนี้ Data_Adjust → Peak Detector → Calc_Inner → Data_Pattern → Error=0 → x,y,S เริ่มด้วยผังงานโปรแกรมย่อย Data_Adjust อธิบายการทำงานของโปรแกรมย่อยได้ดังนี้



รูปที่ 3.24 **ผังการทำงานของโปรแกรมย่อย** Data_Adjust

โปรแกรมย่อยนี้เป็นการรับข้อมูลจากการวัดค่าความแรงรังสีจำนวน 36 จุด โดยเป็นเมตริกซ์ขนาด 6 × 6 ตัวอย่าง เช่น

a =

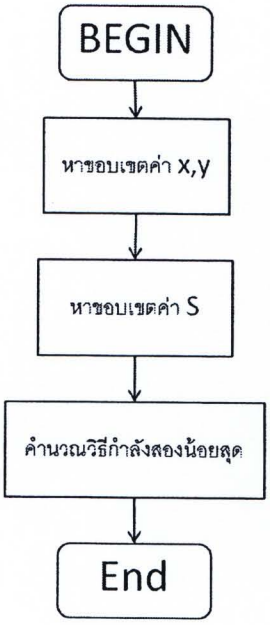
113	158	164	122	80	54
204	447	502	239	116	66
311	1994	3984	403	142	74
254	801	1000	311	129	70
142	226	239	158	93	59
82	102	104	86	64	46

จากนั้นโปรแกรมจะอ่านค่าแบคกราวด์และลบค่าแบคกราวด์ออกจากข้อมูลความแรงรังสี (สมมติค่าแบคกราวด์เท่ากับ 5)

b =a-5

108	153	159	117	75	49
199	442	497	234	111	61
306	1989	3979	398	137	69
249	796	995	306	124	65
137	221	234	153	88	54
77	97	99	81	59	41

ขั้นตอนต่อไปคือ หาค่าสูงสุดจากตัวแปร b ซึ่งในกรณีนี้ถือว่าจะเป็นจุดที่ใกล้กับตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากที่สุด จากนั้นหาค่าความแรงสูงสุดที่รองลงมารอบจุดที่สูงที่สุด จะได้จุดสำหรับนำไปคำนวณ จำนวน 4 จุด ในโปรแกรมย่อย Calc_Inner



รูปที่ 3.25 **ผังการทำงานของโปรแกรมย่อย** Calc_Inner

โปรแกรมเริ่มทำงานโดยหาขอบเขตค่า x,y ซึ่งในการคำนวณจะทราบแล้ว เนื่องจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะอยู่ภายในค่าสูงสุดทั้ง 4 จุด ส่วนค่าค่วามแรงรังสีนั้นขอบเขตต่ำสุดและสูงสุด เป็นไปตาม สมการ 3.4 และ สมการ 3.6 จากนั้นคำนวณโดยวิธีกำลังสองน้อยสุดจากสมการ 3.23

3.5 โปรแกรม MATLAB

โปรแกรม MATLAB สำหรับใช้คำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสี เขียนได้ดังนี้ โดยที่ a คือเมตริกซ์ของค่าสูงสุด

```
epmin=100000000;
        a=[ 1987 3979
            796  995];
for i=0:0.05:10
 for j=0:0.05:10
        for s=50000:500:2000000
        ep=(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-0)^2))-a(1,1))^2+(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-10)^2))-
        a(1,2))^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-0)^2))-a(2,1))^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-
        10)^2))-a(2,2))^2;
            if  ep<epmin
```

```
                    xmin=i;
                    ymin=j;
                    str=s;
                    epmin=ep;
                    disp(epmin);
                    disp(xmin);
                    disp(ymin);
                    disp(str);
                end
            end
        end
end
```

3.6 การทดสอบโปรแกรม

การทดสอบโปรแกรมจะใช้ค่าจากการคำนวณ และทดสอบหาความคลาดเคลื่อนจากตำแหน่งจริง โดยใช้ชุดข้อมูลด้านล่าง

108	153	159	117	75	49
199	442	497	234	111	61
306	1989	3979	398	137	69
249	796	995	306	124	65
137	221	234	153	88	54
77	97	99	81	59	41

เนื่องจากการแผ่รังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบสุ่ม ดังนั้นค่าสำหรับทดสอบจึงจะใช้วิธีสุ่มเช่นเดียวกัน โดยข้อมูลเป็นไปดังตารางที่ 3.2

โดยที่ค่า count คือค่าที่วัดได้ ส่วนตัวเลขที่สุ่มมานั้นจะอยู่ภายในช่วง $\pm\sqrt{count}$ ค่าตำแหน่งจริงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี คือตำแหน่ง (32,26) และความแรงรังสี คือ 1000000

ตาราง 3.2 ค่าสำหรับการทดสอบโปรแกรม

count	rand1	rand2	rand3	rand4	rand5	rand6	rand7	rand8	rand9
108	117	105	113	102	101	104	112	115	105
199	210	212	202	204	190	212	212	188	212
306	292	308	304	308	311	293	299	297	317
249	255	260	236	233	241	248	246	235	261
137	136	133	140	140	149	147	141	128	127
77	81	73	78	70	69	76	84	72	82
153	154	163	160	157	150	160	144	155	153
442	461	459	426	453	458	451	440	437	424
1989	1993	1960	2017	2013	2005	1978	1964	1953	2020
796	778	812	816	792	790	800	805	793	798
221	208	225	206	214	223	230	214	210	208
97	96	88	95	103	107	99	89	100	100
159	150	170	153	151	147	157	151	152	158
497	501	518	486	492	509	476	475	502	480
3979	3945	4011	3960	4032	3959	3951	3966	4011	4004
995	975	1008	1017	1013	987	1001	1005	971	964
234	242	231	240	249	244	247	225	248	241
99	104	101	97	100	91	107	92	102	96
117	120	125	128	111	125	114	124	121	107
234	247	220	247	249	243	236	243	239	243
398	410	409	414	393	398	415	394	382	402
306	320	322	307	289	310	299	321	302	311
153	141	145	165	144	149	157	142	142	162
81	80	86	82	83	78	78	90	90	87
75	76	67	73	70	77	80	81	71	69
111	101	107	110	117	113	100	116	105	110
137	125	133	133	130	139	140	126	134	136
124	121	120	116	132	134	135	122	120	123

88	80	90	85	84	89	90	80	88	86
59	57	57	62	54	59	52	58	58	51
49	45	44	43	49	44	46	51	51	43
61	59	67	61	65	58	56	54	54	55
69	73	66	71	62	72	74	67	65	63
65	69	62	66	68	65	59	61	69	71
54	54	53	52	50	54	50	61	52	50
41	45	36	36	46	37	37	39	40	37