

การหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

ในการประมาณค่าอัตราฆณะโดยตัวแบบ จำเป็นที่จะต้องคำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ เพื่อนำไปใช้ในตัวแบบ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีการประมาณค่าอัตราฆณะสำหรับตัวแบบ ซึ่งวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ คือ การพิจารณาค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นที่ได้จากตัวแบบ โดยค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าสูงที่สุด จะเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการประมาณค่าอัตราฆณะสำหรับตัวแบบนั้น ในบทนี้ได้ทำการประมาณค่าอัตราฆณะไว้ 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม โดยค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สามารถใช้นั้น จะต้องทำให้ค่าอัตราฆณะจากข้อมูล และจากตัวแบบมีความสมนัยกัน โดยใช้การทดสอบสารูปดีที่ค่าไครส์แควร์ยอมรับได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 หลังจากนั้นจึงนำเอาช่วงอายุของตัวแบบทั้งสามมาพิจารณาก่อนการเปรียบเทียบ โดยการจะนำตัวแบบมาเปรียบเทียบกันได้นั้น ช่วงอายุที่จะนำมาเปรียบเทียบต้องสามารถหาค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้นได้ โดยลำดับต่อไปจะอธิบายวิธีการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบทั้งสาม สำหรับข้อมูลอัตราฆณะในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 สำหรับเพศหญิง และ เพศชาย

4.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

การทำการประมาณค่าอัตราฆณะด้วยตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมนั้น ต้องหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ในแต่ละตัวแบบก่อน โดยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในที่นี้ คือ

$$L(\theta) = \prod_{x=60}^u \{q_x(\theta)^{d_x(\theta)} p_x(\theta)^{l_x(\theta)-d_x(\theta)}\}$$

ซึ่งเมื่อ take log ทั้งสองข้างจะได้ฟังก์ชันใหม่ คือ

$$l(\theta) = \sum_{x=60}^u \{d_x(\theta) \times \log(q_x(\theta)) + (l_x(\theta) - d_x(\theta)) \times \log(p_x(\theta))\}$$

งานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม R ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ มีค่ามากที่สุด ซึ่งค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ มีค่ามากที่สุด คือค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ จากนั้นจึงนำค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้แทนค่าใน $\mu(x)$ ของแต่ละตัวแบบ จากนั้นตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไครส์แควร์จากสมการ

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} = \sum_{x=60}^u \left\{ \frac{(d_x(\text{จากข้อมูล}) - d_x(\text{จากตัวแบบ}))^2}{d_x(\text{จากตัวแบบ})} \right\} \quad (4.1)$$

โดยจะเลือกพารามิเตอร์ และค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.1 ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบคานนิสโตที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = \frac{Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu x}}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวจะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบคานนิสโต คือ

$$p_x = \left(\frac{1+Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu(x+1)}} \right)^{\frac{1}{\mu}}, \quad q_x = 1 - \left(\frac{1+Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu(x+1)}} \right)^{\frac{1}{\mu}}$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไครส์แควรีซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{u-60,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.1 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบคานนิสโต และค่าไครส์แควรีที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารถูปี

เพศ	u	μ	B	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	74	$8.15919106 \times 10^{-2}$	1.150629×10^{-4}	20.6028	23.7
หญิง	75	9.579×10^{-2}	2.834335×10^{-5}	24.72912	25

4.1.2 ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบเมคแฮมที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = A + Be^{\mu x}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวจะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบเมคแฮม คือ

$$p_x = \exp\left(-A + \left(\frac{B}{\mu}\right)(1 - e^{\mu})e^{\mu x}\right),$$

$$q_x = 1 - \exp(-A + (\frac{B}{\mu})(1 - e^\mu)e^{\mu x})$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไควสแควร์ซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.2 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบเมคแฮม และค่าไควสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสภาวะ

เพศ	u	A	B	μ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	75	-9.069448×10^{-5}	1.175241×10^{-4}	8.092765×10^{-2}	23.8544	25
หญิง	71	$-2.2573255 \times 10^{-3}$	1.072683×10^{-4}	$7.75037461 \times 10^{-2}$	18.16102	19.7

4.1.3 ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = \frac{\frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\frac{x-m}{\sigma}\right\}}{\exp\left\{e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right\}-1} + \exp\left\{-\frac{D}{\sigma}\right\}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม คือ

$$p_x = \frac{1 - \exp\left(-e^{-\frac{x+1-m}{\sigma}}\right)}{1 - \exp\left(-e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right)} \exp\left(-e^{-\frac{D}{\sigma}}\right),$$

$$q_x = 1 - \frac{1 - \exp\left(-e^{-\frac{x+1-m}{\sigma}}\right)}{1 - \exp\left(-e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right)} \exp\left(-e^{-\frac{D}{\sigma}}\right)$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไควสแควร์ซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้

จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.3 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และค่าไครสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี

เพศ	u	D	m	σ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{n-60,0.95}$
ชาย	85	-14.238301	77.641136	-7.388054	33.46683	37.7
หญิง	83	-14.234153	80.007526	-7.301664	25.17472	35.2

หลังจากที่สามารถหาค่าประมาณพารามิเตอร์ได้จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ต่อไปจะมีการนำไปพิจารณาถึงค่าอายุที่เหมาะสม โดยที่ค่าพารามิเตอร์ที่หาได้ในที่นี้ ในบางตัวแบบอาจจะไม่ถูกนำไปใช้ต่อ แต่จะนำค่าอายุใหม่ที่ได้จากบทต่อไปมาประมาณหาค่าพารามิเตอร์ใหม่ ซึ่งจะทำการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเหมือนเดิมในบทนี้ แล้วจึงนำไปประมาณหาค่าอัตราฆณะต่อไป สำหรับแต่ละตัวแบบ

