

250171

MRG5180213 ผศ.ดร. อรรถพล แก้วขาว

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ



250171



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ ค่าคงที่เรขาคณิตและทฤษฎีบทจุดตรึงเชิงเมตริก Geometric Constants and Metric Fixed Point Theory

โดย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถพล แก้วขาว

กันยายน พ.ศ. 2553

000256235

สัญญาเลขที่ MRG5180213

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์



250171

โครงการ ค่าคงที่เรขาคณิตและทฤษฎีบทจุดตรึงเชิงเมตริก Geometric Constants and Metric Fixed Point Theory

ผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถพล แก้วขาว

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี

นักวิจัยที่ปรึกษา

ศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ ธรรมพงษา

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่



สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และ

สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

คำนำ

เอกสารฉบับนี้เป็นการรายงานผลการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์เชิงค่าเชตและเงื่อนไขทางเรขาคณิต ซึ่งได้เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 กรกฎาคม 2551 – 30 มิถุนายน 2553 เป็นระยะเวลาทั้งสิ้น 2 ปี เป็นโครงการวิจัยทุนพัฒนาศักยภาพอาจารย์รุ่นใหม่ ปี 2551 โดยได้รับการสนับสนุนจากสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย เป็นเงินอุดหนุนทั้งสิ้น 480,000 บาท

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย ที่ได้ให้การสนับสนุนการทำวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ ธรรมพงษา นักวิจัยที่ปรึกษา สำหรับคำแนะนำที่มีคุณค่าจนนำไปสู่ความสำเร็จของโครงการตามจุดประสงค์ที่วางไว้ทุกประการ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพาที่ให้ความสนับสนุนทางอ้อม (in kind) ต่อโครงการวิจัยนี้ และสุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบุคคลในครอบครัวที่ให้ความรักและเป็นกำลังใจให้ผู้วิจัยเสมอมา

อรรถพล แก้วขาว

สารบัญ

บทคัดย่อ

ภาษาอังกฤษ

(i)

ภาษาไทย

(ii)

เนื้อหาโครงการโดยสรุป

1

เนื้อหางานวิจัย

6

Output

17

ภาคผนวก

18

Abstract

250171

This project is organized as follows :

1. For a geodesic metric space (X, d) with $\text{card}(X) > 1$, we define the Jordan von Neumann constant of X by

$$C_{\text{NJ}}(X) = \sup \left\{ \frac{d(y, z)^2 + 4d(x, m[y, z])^2}{2(d(x, y)^2 + d(x, z)^2)} : x, y, z \in M \text{ and } d(x, y) + d(x, z) \neq 0 \right\},$$

where $[y, z]$ is the (geodesic) midpoint of y and z . We show that a complete geodesic metric space X is a CAT(0) space if and only if $C_{\text{NJ}}(X) = 1$. We also show that if a complete geodesic metric space X with $C_{\text{NJ}}(X) < \frac{5}{4}$, then X has uniform normal structure and by the famous Kirk's fixed point theorem, X has the fixed point property for nonexpansive mappings. Some other properties of the Jordan von Neumann constant are also studied.

2. Let E be a nonempty compact convex subset of a uniformly convex Banach space X , and $t : E \rightarrow E$ and $T : E \rightarrow KC(E)$ be a single valued nonexpansive mapping and a multi-valued nonexpansive mapping, respectively. Assume in addition that $\text{Fix}(t) \cap \text{Fix}(T) \neq \emptyset$ and $Tw = \{w\}$ for all $w \in \text{Fix}(t) \cap \text{Fix}(T)$. We prove that the sequence of the modified Ishikawa iteration method generated from an arbitrary $x_0 \in E$ by

$$\begin{aligned} y_n &= (1 - \beta_n)x_n + \beta_n z_n \\ x_{n+1} &= (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n t y_n \end{aligned}$$

where $z_n \in Tx_n$ and $\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}$ are sequences of positive numbers satisfying

$$0 < a \leq \alpha_n, \beta_n \leq b < 1,$$

converges strongly to a common fixed point of t and T , i.e., there exists $x \in E$ such that $x = tx \in Tx$.

3. We introduce a class of nonlinear continuous mappings defined on a bounded closed convex subset of a Banach space X . We characterize the Banach spaces in which every asymptotic center of each bounded sequence in any weakly compact convex subset is compact as those spaces having the weak fixed point property for this type of mappings.

Keywords : Jordan-von Neumann constant; Normal structure; Fixed point; Multivalued nonexpansive mapping; Nonexpansive mapping ; Uniformly convex Banach space ; Asymptotic center

บทคัดย่อ

250171

โครงการวิจัยนี้ แบ่งการศึกษาวิจัยเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. สำหรับปริภูมิเมตริก geodesic (X, d) ที่ $\text{card}(X) > 1$, เรานิยามค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ของ X โดย

$$C_{NJ}(X) = \sup \left\{ \frac{d(y, z)^2 + 4d(x, m[y, z])^2}{2(d(x, y)^2 + d(x, z)^2)} : x, y, z \in M \text{ และ } d(x, y) + d(x, z) \neq 0 \right\}$$

เมื่อ $[y, z]$ เป็นจุดกึ่งกลางของ y และ z เราแสดงว่า ปริภูมิเมตริก geodesic X เป็นปริภูมิ CAT(0) ก็ต่อเมื่อ $C_{NJ}(X) = 1$ และเราพิสูจน์ว่า ถ้า ปริภูมิเมตริก geodesic X ที่ $C_{NJ}(X) < \frac{5}{4}$ แล้ว X มีโครงสร้างปกติแบบเอกรูป และ โดยทฤษฎีบทของ Kirk สรุปได้ว่า X มีสมบัติจุดตรึง สำหรับการส่งไม่ขยาย

2. ให้ E เป็นเซตกระชับที่นูนและไม่เป็นเซตว่าง ของปริภูมิคอนเวกซ์แบบเอกรูป X และ ให้ $t : E \rightarrow E$ และ $T : E \rightarrow KC(E)$ เป็นการส่งแบบไม่ขยาย และเป็นการส่งค่าเซตแบบไม่ขยาย ตามลำดับ และกำหนดเพิ่มเติมว่า $\text{Fix}(t) \cap \text{Fix}(T) \neq \emptyset$ และ $Tw = \{w\}$ สำหรับทุก $w \in \text{Fix}(t) \cap \text{Fix}(T)$ เราได้ว่า ลำดับ modified Ishikawa iteration ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\begin{aligned} y_n &= (1 - \beta_n)x_n + \beta_n z_n \\ x_{n+1} &= (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n t y_n \end{aligned}$$

เมื่อ $z_n \in T x_n$ และ $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริงบวกที่

$$0 < a \leq \alpha_n, \beta_n \leq b < 1,$$

จะลู่เข้าสู่จุดตรึงร่วมของ t และ T

3. เรานิยามฟังก์ชันไม่เชิงเส้นบนโดเมนที่เป็นเซตที่มีขอบเขตและนูนในปริภูมิบานาค และ สามารถใช้สมบัติการมีจุดตรึงของฟังก์ชันชนิดนี้ กำหนดสมบัติการมี asymptotic center ของลำดับที่มีขอบเขต ในเซตกระชับแบบอ่อน เป็นเซตกระชับ

คำสำคัญ : ค่าคงที่จอร์แดน ฟอนนอยมันน์; โครงสร้างปกติ; จุดตรึง; การส่งค่าเซตแบบไม่ขยาย; การส่งแบบไม่ขยาย; ปริภูมิคอนเวกซ์แบบเอกรูป ; จุดศูนย์กลางแบบ asymptotic