

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

1. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสนมวิทยาคาร อำเภอสนม จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 6 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มๆละ 3 คน สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1.1 การคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ

1 : การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) ไประดับ 2 : การวิเคราะห์

(Analysis)

จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 1 ไปสู่ระดับ 2 ได้ โดยนักเรียนสามารถแสดงการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 1: การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) คือ นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปเรขาคณิตที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ คือ รูปวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม และคอร์คได้ สามารถระบุส่วนต่างๆ ที่กำหนดให้เกี่ยวกับวงกลมได้ การคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2: การวิเคราะห์ (Analysis) คือ นักเรียนสามารถบอกสมบัติเกี่ยวกับรัศมี เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และคอร์คได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับสองเท่าของความยาวของรัศมี และเส้นผ่านศูนย์กลางแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนเท่าๆกัน เป็นต้น ซึ่งการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 1 ไปสู่ระดับ 2 พบว่า นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้ ได้แก่ ความสามารถในการตีความความคิดของคนอื่น เช่น ถ้าสามารถตีความหมายคำพูดของครู ที่พูดว่า “นักเรียนดูการเคลื่อนที่ของรัศมี มันจะมีรอยเกิดขึ้นเรื่อยๆ มันบ่งบอกถึงอะไร” ถ้าสามารถหาคำตอบได้ว่ารัศมีและเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งวงมีได้หลายเส้น เป็นต้น การมีสถานการณ์ปัญหาเชิงสมมติฐานบนปัญหาที่มีอยู่ เช่น ในการสังเกตสมบัติของรัศมี

เส้นผ่านศูนย์กลาง และคอร์ค นักเรียนต้องมีสมมติฐานและมีการวางแผนว่าจะสังเกตอะไร การใช้แนวคิดเดิมหรือยุทธวิธีเดิมในบริบทที่แตกต่างจากเดิมหรือการเปลี่ยนยุทธวิธีเดิมให้เข้ากับบริบทใหม่ เช่น นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องรัศมีของวงกลมหนึ่งวงมีได้หลายเส้น มาใช้ตอบปัญหาเรื่องคอร์คของวงกลมหนึ่งวงมีที่เส้นได้ ว่าคอร์คของวงกลมหนึ่งวงมีได้หลายเส้นเช่นเดียวกัน เป็นต้น การใช้การนำเสนอที่หลากหลายสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์เดียวกัน หรือเพื่อแสดงแนวคิดเดียวกัน เช่น นักเรียนสามารถนำเสนอเกี่ยวกับสมบัติของรัศมี, เส้นผ่านศูนย์กลางและคอร์คของวงกลมได้อย่างหลากหลาย เป็นต้น ความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ทั้งทางตรงและย้อนกลับ เช่น นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของรัศมีของวงกลมและเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมได้ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางมีความยาวเป็นสองเท่าของรัศมี หรือ รัศมีมีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง เป็นต้น

1.2 การคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 : การวิเคราะห์ (Analysis) ไประดับ 3 : การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering)

จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 ไปสู่ระดับ 3 ได้ การคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering) คือ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากันได้ สามารถบอกความสัมพันธ์ของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้ สามารถบอกได้ว่าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาตั้งฉากกับคอร์ค แล้วจะแบ่งคอร์คออกเป็นสองส่วนเท่ากัน หรือ ถ้าลากส่วนของเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางมายังจุดกึ่งกลางของคอร์ค แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ค ซึ่งในการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 ไปสู่ระดับ 3 พบว่า นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้ ได้แก่ การมีสถานการณ์ปัญหาเชิงสมมติฐานบนปัญหาที่มีอยู่ เช่น นักเรียนมีการตั้งสมมติฐานและมีการวางแผนในการสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน การใช้แนวคิดเดิมหรือยุทธวิธีเดิมในบริบทที่แตกต่างจากเดิมหรือการเปลี่ยนยุทธวิธีเดิมให้เข้ากับบริบทใหม่ เช่น การนำความรู้เรื่องผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นต้น ความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ทั้งทางตรงและย้อนกลับ เช่น นักเรียนสามารถค้นพบและนำความสัมพันธ์มุมที่จุด

ศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วน โค้งที่รองรับด้วยส่วน โค้งเดียวกันหรือมุมในส่วน โค้งจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วน โค้งเดียวกันไปใช้ได้

1.3 การคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ

3 : การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering) ไประดับ 4 : การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction)

จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 3 ไปสู่ระดับ 4 ได้ การคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 4 : การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) คือ นักเรียนสามารถพิสูจน์และให้เหตุผลทฤษฎีเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลมและสามารถนำทฤษฎีหรือสมบัติของวงกลมที่เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลมได้ ซึ่งการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 3 ไปสู่ระดับ 4 พบว่า นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่ก่อให้เกิดการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้ ได้แก่ การใช้ที่เครื่องหมายที่กำกวม เช่น นักเรียนสามารถนำทฤษฎีต่างๆ มาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผลได้ ซึ่งตามแนวคิดของ Erh-Tsung Chin (2003) ทฤษฎีต่างๆ ทำหน้าที่เป็นแกนหมุนระหว่างกระบวนการ (Process) และความคิดรวบยอด (Concept) การใช้แนวคิดเดิมหรือยุทธวิธีเดิมในบริบทที่แตกต่างจากเดิมหรือการเปลี่ยนยุทธวิธีเดิมให้เข้ากับบริบทใหม่ เช่น นักเรียนนำแนวคิดในการพิสูจน์ทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วน โค้งที่รองรับด้วยส่วน โค้งเดียวกัน ไปพิสูจน์ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา เป็นต้น การใช้การนำเสนอที่หลากหลายสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์เดียวกันหรือเพื่อแสดงแนวคิดเดียวกัน เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา ได้มากกว่าหนึ่งวิธี ความสามารถในการตีความความคิดของคนอื่น เช่น กล่าวพูดว่า “จ AOC ส่วน 2 เท่ากับ ABC” แล้วก็พูดว่า “ไม่ใช่เขียน AOC เท่ากับ สองคูณ ABC” แล้วกล่าวตอบว่า “มันเหมือนกันนั่นแหละย้ายข้างมาก็เหมือนกัน” จากการสนทนาของกล่าวกับก้องแสดงให้เห็นว่าทั้งกล่าวและก้องสามารถตีความหมายแนวคิดของซึ่งกันและกันได้

2. ข้อเสนอแนะ

2.1 ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การพิสูจน์ทางเรขาคณิต ครูควรนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้สำรวจ ทฤษฎีนั้นก่อนการพิสูจน์ จะทำให้นักเรียนรู้เป้าหมายของการพิสูจน์นั้นๆ ซึ่งจะสอดคล้องกับ ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของ van Hiele และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรมีความยืดหยุ่นเรื่อง เวลา เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจและค้นหาองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการอภิปราย ชักถามและ แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน เพราะการมีปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่มจะทำให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์แนวคิด ซึ่งกันและกัน มีแนวคิดหลากหลายขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนมีความคิดยืดหยุ่นมากขึ้น

2.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer' s Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ครูควรคำนึงว่า The Geometer' s Sketchpad เป็นเพียงเทคโนโลยี ที่เป็นส่วนหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ไม่สามารถที่จะแทนครูได้ ดังนั้น ครูผู้สอน ยังคงมีบทบาทเป็นผู้แนะนำแก้ปัญหาให้กับนักเรียนในระหว่างการดำเนินกิจกรรม

2.3 ควรมีการศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์แบบยืดหยุ่นที่มีผลต่อการพัฒนาความเข้าใจของ นักเรียนในเนื้อหาอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป