บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นกรณีศึกษา (Case Study) ที่ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Description) เพื่อศึกษาข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับการพิสูจน์และการพูดให้เหตุผลโต้แย้งของนักเรียนในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด โดยการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด ตามกรอบทฤษฎีวิธีการให้เหตุผลเกี่ยวกับการค้นพบทางคณิตศาสตร์ (The logics of mathematical discovery) ของ Lakatos (อ้างถึงใน Worrall, J. & Zahar, E., 1976) ที่อธิบายถึงวิธีการค้นหาตัวอย่างมาค้านกับตัวอย่างเดิมแล้วปรับเปลี่ยนแก้ไขหลักเกณฑ์ที่กล่าวถึง จนสามารถใช้พิสูจน์ได้ว่าเป็นคำตอบหรือวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การเลือกกลุ่มเป้าหมาย

การเลือกกลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้ เลือกนักเรียนที่ผ่านกระบวนการศึกษาชั้นเรียนตามโครงการวิจัยและพัฒนารูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยวิธีการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ซึ่งเป็นความร่วมมือระหว่างศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น กับสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ตำบลคูคำ อำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 9 คน แบ่งเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่ผ่านกระบวนการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดที่ใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มา 1 ปี ตั้งแต่เรียนอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ดังต่อไปนี้

1.1 ผู้วิจัยเข้าสังเกตชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ครูเข้าร่วมโครงการโครงการวิจัยและพัฒนารูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยวิธีการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด ตั้งแต่ต้นปีการศึกษา 2550 ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ในคาบเรียนที่ใช้แผนการเรียนรู้แบบเปิดจนถึงกลางปีการศึกษา 2550 เพื่อคัดเลือกกลุ่มเป้าหมาย จากการสังเกตพฤติกรรมในการทำงานภายในกลุ่ม ที่มีการปรับตัวในทำงานร่วมกับเพื่อนคนอื่นได้ดี ชอบแสดงความคิดเห็น กล้าพูด อภิปรายตามความคิดของตัวเอง และกล้าให้เหตุผลโต้แย้งกับกลุ่มเพื่อนในระหว่างทำกิจกรรม เพื่อที่จะค้นหาข้อสรุปในการทำงาน

1.2 ผู้วิจัยสอบถามครูประจำรายวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับข้อมูลพื้นฐานของนักเรียน บุคลิกลักษณะและนิสัยของนักเรียน เพื่อนำไปประกอบการพิจารณาในการจัดกลุ่มเป้าหมายสำหรับการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด

1.3 ผู้วิจัยสัมภาษณ์และสอบถามความสมัครใจ ในการทำงานร่วมกันกับเพื่อนที่เขาอยากร่วมทำงานด้วย ซึ่งเป็นนักเรียนที่เคยทำงานร่วมกันมาตามกลุ่มเดิมที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งมีสมาชิกมากถึงจำนวน 5 คน ทำให้บางครั้งตนเองหรือเพื่อนบางคนก็ไม่ได้ช่วยเหลือเพื่อนในกลุ่ม เพราะมีอุปกรณ์จำกัดในบางปัญหา จึงเห็นว่าควรจะจัดกลุ่มให้มีขนาดเล็กลง เพื่อจะได้มีโอกาสลงมือทำกิจกรรมด้วยตัวเอง ได้แสดงความคิดเห็นของตัวเองบ้าง

1.4 ผู้วิจัยจัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ตามแนวคิดที่ว่าถ้านักเรียนถูกแบ่งเป็นกลุ่มย่อย ๆ ที่ไม่มีขนาดใหญ่มากจนเกินไป จะทำให้นักเรียนที่เป็นสมาชิกในกลุ่มมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อน มีโอกาสได้ลงมือทำงาน หยิบ จับอุปกรณ์ ได้ง่ายกว่ากลุ่มที่มีขนาดใหญ่ โดยได้รับความเห็นชอบจากครูประจำรายวิชา ที่ให้แบ่งนักเรียนทั้งชั้นเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คน ในปัญหาปลายเปิด เรื่อง ค้นหาดาว ในหน่วยการเรียนเรื่องการคูณ 3x4 พบว่า นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมและแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยกัน แม้กระทั่งนักเรียนที่เคยเล่น หยอกล้อเพื่อนในกิจกรรมที่ผ่านมาก็ตั้งใจทำการแก้ปัญหาและคอยกระตุ้นเพื่อนในกลุ่มให้ช่วยเหลือกันทำงาน และที่สำคัญคุณครูประจำรายวิชาเห็นด้วยและอยากให้จัดกลุ่มนักเรียนในชั้นอย่างนี้ในทุก ๆ ชั่วโมงเรียน

1.5 ผู้เข้าร่วมทำการวิจัยเป็นนักเรียนจำนวน จำนวน 9 คน แบ่งเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คน ที่ทุกคนในกลุ่มมีความตั้งใจแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยกัน ในลักษณะการทำงานกลุ่มย่อย (Small Group) ตามที่ สัมพันธ์ จากถิ่นขจรไกล (2549) พบว่า กระบวนการกลุ่มย่อยว่าเป็นกระบวนการที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์กันของสมาชิกในกลุ่ม ช่วยให้เห็นแง่มุมที่หลากหลายเกี่ยวกับกิจกรรมที่เกิดจากการสื่อสารหรือการแลกเปลี่ยนแนวคิดเพื่อสร้างความหมายร่วมเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอแนวคิดของตนเองในกลุ่มย่อย การทำกิจกรรมกลุ่มย่อยสมาชิกในกลุ่มมีความคาดหวังซึ่งกันและกัน และปรารถนาที่จะทำกิจกรรมร่วมกัน เพื่อบรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เครื่องมือแบ่งเป็น 3 ส่วนใหญ่ ๆ คือ ส่วนแรกเป็นการศึกษาบริบทของการวิจัย ที่ศึกษาเกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน บริบทของครูผู้สอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ บริบทของนักเรียน เป็นต้น เพื่อเป็นเครื่องมือศึกษาบริบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยที่จะนำไปประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล และส่วนที่สองเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้แก่ ปัญหาปลายเปิด กล้องบันทึกเทปวีดิโอ เครื่องบันทึกเสียงดิจิตอล เป็นต้น และส่วนที่สามเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ข้อมูล โปรโตคอลการแก้ปัญหาปลายเปิด ผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน บันทึกภาคสนาม วีดิโอการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน และไฟล์เสียงการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน เป็นต้น มีรายละเอียดดังนี้

2.1 การศึกษาบริบทของการวิจัย

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปของโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์

โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ตั้งอยู่ที่ หมู่ที่ 1 ตำบลคูคำ อำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น ตั้งอยู่ติดถนนสายขอนแก่น - ซำสูงห่างจากตัวเมืองขอนแก่นประมาณ 25 กิโลเมตร และห่างจากตัวอำเภอซำสูง ประมาณ 6 กิโลเมตร มีพื้นที่ของโรงเรียนจำนวน 2 แปลง แปลงที่ 1 จำนวน 4 ไร่ แปลงที่ 2 จำนวน 27 ไร่ 3 งาน 52 ตารางวา มีหมู่บ้านในเขตบริการ 3 หมู่บ้านคือ บ้านคูหมู่ที่ 1 บ้านคูคำหมู่ที่ 2 และบ้านคูคลอง หมู่ที่ 7 จำนวนครัวเรือนในเขตบริการ 358 ครัวเรือน ประชากรในวัยการศึกษาภาคบังคับในเขตบริการจำนวน 279 คน โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ได้รับการคัดเลือกให้เข้าโครงการหนึ่งอำเภอหนึ่งโรงเรียนในฝัน ในปี 2546-2547 และปี 2549 ได้คัดเลือกโรงเรียนในโครงการวิจัยและพัฒนารูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยวิธีการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด ซึ่งเป็นความร่วมมือระหว่างศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น กับสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ในระยะเวลาดำเนินการจำนวน 3 ปี คือตั้งแต่ ปี 2549 จนถึง ปี 2551 จำนวนนักเรียนของโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ปีการศึกษา 2550 มีดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนของโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ปีการศึกษา 2550

ที่	ระดับชั้น	นักเรียน		รวม	หมายเหตุ
		ชาย	หญิง		
1	อนุบาล 1	5	13	18	
2	อนุบาล 2	6	7	13	
3	รวม	11	20	31	
4	ประถมศึกษาปีที่ 1	6	7	13	
5	ประถมศึกษาปีที่ 2	7	9	16	
6	ประถมศึกษาปีที่ 3	5	15	20	
7	ประถมศึกษาปีที่ 4	10	5	15	
8	ประถมศึกษาปีที่ 5	12	11	23	
9	ประถมศึกษาปีที่ 6	12	10	22	
10	รวม	52	57	109	
11	มัธยมศึกษาปีที่ 1	5	9	14	
12	มัธยมศึกษาปีที่ 2	11	15	26	
13	มัธยมศึกษาปีที่ 3	12	12	24	

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนของโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ปีการศึกษา 2550 (ต่อ)

ที่	ระดับชั้น	นักเรียน		รวม	หมายเหตุ
		ชาย	หญิง		
14	รวม	28	36	64	
15	รวมทั้งหมด	91	113	204	

จำนวนบุคลากรปัจจุบัน 17 คน จำแนกเป็น ข้าราชการครู 15 คน พนักงานราชการ 1 คน ลูกจ้างชั่งคราว (ครูอัตราจ้าง) 1 คน

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ มีอยู่ 2 รูปแบบคือ รูปแบบแรกเป็นรูปแบบเดิมที่ใช้หลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลาง หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2546 ซึ่งให้ครูผู้สอนในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์จัดการเรียนการสอนตามมาตรฐานของกลุ่มสาระที่หลักสูตรกำหนด และรูปแบบที่สองใช้วิธีการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ที่ศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น นำเอาแนวคิดนี้มาจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศญี่ปุ่น ที่เน้นกระบวนการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้เป็นสำคัญ โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นตัวดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ มีกระบวนการดำเนินการโดยการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนร่วมกันของครูผู้สอน ครูผู้สังเกต และทีมวิจัยจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา นำแผนการสอนที่ได้ลงใช้สอนจริงในชั้นเรียน สังเกตการณ์สอน และท้ายสุดคือการประชุมสะท้อนผลการสอน ให้ข้อเสนอแนะ ที่จะนำแผนดังกล่าวไปปรับปรุง เพื่อที่จะใช้สอนใหม่ในครั้งต่อไป

2.1.2 ข้อมูลทั่วไปของครูผู้สอน

ครูผู้สอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ผู้วิจัยใช้ชื่อสมมติ คือ นางพัชรา เก่งเลข ครูชำนาญการ อายุ 38 ปี จบการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาการประถมศึกษา พ.ศ. 2535 และเริ่มรับราชการครั้งแรก เมื่อ พ.ศ. 2536 จนถึง พ.ศ. 2538 และพ.ศ. 2538 ถึงปัจจุบัน ย้ายมารับราชการที่โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ อำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น หน้าที่รับผิดชอบเป็นครูประจำชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การงานอาชีพและเทคโนโลยี ภาษาต่างประเทศ ศิลปะ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม พลศึกษา รวมอายุราชการ 14 ปี

ครูพัชรา เก่งเลข เข้าร่วมโครงการวิจัยและพัฒนารูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยวิธีการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด เป็นความร่วมมือระหว่างศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น กับสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ในปี พ.ศ. 2550 การทำงานร่วมกับกลุ่มนักวิจัย ผู้ประสานงาน

โรงเรียน ตามกระบวนการร่วมวางแผนการสอน สังเกตชั้นเรียน และร่วมสะท้อนผลหลังการสอน ที่ทางโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์จะกำหนดให้คณะครู กลุ่มนักวิจัย ผู้บริหารสถานศึกษา ผู้ประสานงานโรงเรียน และอาจจะมีผู้เชี่ยวชาญจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นเข้าร่วมการสะท้อนผล โดยคุณครูน้ำยา เก่งเลข จะร่วมสะท้อนผลในประเด็นสำคัญเกี่ยวกับสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของตัวเอง ว่าเป็นไปตามแผนที่ได้วางเอาไว้หรือไม่ สอนได้บรรลุวัตถุประสงค์ของการสอนหรือไม่ และมีแนวทางในการนำแผนไปพัฒนาปรับปรุงอย่างไร จากนั้นก็จะเป็นการสะท้อนผลของครูผู้เข้าร่วมสังเกตชั้นเรียน ต่อมาเป็นการสะท้อนผลการสังเกตชั้นเรียนของกลุ่มนักวิจัยจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษาที่ได้ร่วมวางแผนการสอน และผู้ประสานงานโรงเรียนจะเป็นผู้สะท้อนผลคนสุดท้ายตามลำดับ แล้วจะนำข้อมูลที่ได้ไปปรับปรุงพัฒนาแผนการจัดการเรียนการสอนในครั้งต่อไป โดยการดำเนินงานตามกระบวนการดังกล่าวอยู่ภายใต้การกำกับดูแลของศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยคัดเลือกเข้าร่วมการวิจัยมีจำนวน 9 คน ที่แทนชื่อในการวิจัยเป็นชื่อสมมุติขึ้นมาทั้งหมดทุกคนได้แก่ แบม ครีม ต้อม น้ำ โฟม เท่ห์ อาร์ต ชิน และแนน โดยนักเรียนทั้งหมด 9 คน เข้าร่วมการวิจัยด้วยความสมัครใจ ซึ่งก่อนหน้านี้ผู้วิจัยได้เข้าสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ทุกคนตั้งแต่เริ่มเปิดเรียนปีการศึกษา 2550 เพื่อสร้างความคุ้นเคยกับนักเรียนและครูผู้สอน แล้วเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่มีลักษณะกล้าพูด กล้าโต้แย้งกับเพื่อน ชอบตั้งคำถามสงสัย และกล้าแสดงความคิดของตนเองให้เพื่อนฟังเสนอแย้งฟังความคิดเห็นคนอื่นและสามารถทำงานร่วมกันได้ดี เป็นต้น

พฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายแต่ละคนที่สังเกตได้ ตามระยะเวลาที่เข้าสังเกตและสัมภาษณ์ข้อมูลพื้นฐาน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1.3.1 เด็กชายต้อม

ต้อม เป็นผู้ชาย อายุ 8 ปี มีพี่ 1 คน บิดามารดาอยู่ด้วยกัน ทำอาชีพเกษตรกร พี่กับแม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ แบม ครีม อาร์ต ต้อม และน้ำ อยากรู้อยากเห็น ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ชอบที่ได้จับ เล่นกับวัสดุอุปกรณ์ในกิจกรรม และชอบเรียนสังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ภาษาไทย ศิลปะ ภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อนอย่างต้อม และครีม กล้าแสดงความคิดเห็นและชอบออกไปนำเสนอ ช่างคิดและทำงานอย่างละเอียด ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ เสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อน แต่ถ้าไม่เห็นด้วยก็จะไม่เสนอแย้งความคิดนั้น มีลำดับความคิดที่เป็นขั้นตอนในการทำงาน คอยตรวจสอบการทำกิจกรรมของเพื่อน กล้าพูด กล้าโต้แย้งกับเพื่อน กล้าแสดงความคิดเห็น และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

2.1.3.2 เด็กหญิงแบม

แบม เป็นผู้หญิง อายุ 8 ปี มีพี่ 1 คน บิดามารดาอยู่ด้วยกัน ทำอาชีพเกษตรกร เลี้ยงสัตว์ คุณแม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ แบม ครีม ต้อมและน้ำ อยากรู้อยากเห็น ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ชอบที่ได้จับ เล่นกับวัสดุอุปกรณ์ในกิจกรรม และชอบเรียนภาษาไทยกับศิลปะ ภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อนอย่างต้อมและครีม กล้าแสดงความคิดเห็นและชอบออกไปนำเสนอ มีความเชื่อมั่นในตนเอง ช่างคิดและทำงานอย่างละเอียด ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ เสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อน แต่ถ้าไม่เห็นด้วยก็จะไม่เสนอแย้งความคิดนั้น

2.1.3.3 เด็กหญิงครีม

ครีม เป็นผู้หญิง อายุ 8 ปี มีพี่น้อง 2 คน เป็นคนสุดท้าย บิดากับมารดาอยู่ด้วยกัน ประกอบอาชีพเกษตรกร ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะได้แสดงความคิดเห็นและลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตัวเอง มีวัสดุอุปกรณ์ให้จับ เล่น ชอบวิทยาศาสตร์ที่ได้สำรวจ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี เพื่อนที่สนิทในห้องเรียนคือต้อม ครีมและน้ำ ชอบทำงานกับเพื่อนเป็นกลุ่ม เป็นคนคิดและลงมือทำงานเร็ว ไม่คิดให้รอบคอบ คิดคำนวณเร็ว คิดแปลกและมีวิธีการที่ไม่เหมือนใคร ช่างสงสัยและโต้แย้งเมื่อไม่เห็นด้วย และเสนอแย้งฟังความคิดเห็นของคนอื่น เป็นคนกล้าแสดงออก มีความเชื่อมั่นในตัวเองสูง สมาธิสั้น

2.1.3.4 เด็กชายเท่ห์

เท่ห์ เป็นผู้ชาย อายุ 8 ปี มีพี่น้อง 2 คนตนเองเป็นคนสุดท้าย บิดามารดาประกอบอาชีพทำนา แม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ ต้อม อาร์ตชินกับเอด้า ชอบเรียนวิชาศิลปะ สุขศึกษา สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ชอบเรียนรู้นอกชั้นเรียน และชอบเรียนคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ชอบวาดรูป เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อนโฟมกับน้ำ กล้าแสดงความคิดเห็นของตัวเอง มีความเชื่อมั่นในตนเอง ชอบคิดอย่างละเอียดเป็นขั้นตอนตามลำดับ ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ มีน้ำใจช่วยบอกวิธีการหรือแนะนำเพื่อนในการทำงาน และโต้แย้งความคิดเห็นของเพื่อนที่แสดงออกมา

2.1.3.5 เด็กหญิงน้ำ

น้ำ เป็นผู้หญิง อายุ อายุ 8 ปี มีพี่ 1 คน บิดามารดาอยู่ด้วยกัน บิดาเป็นช่างแบบ มารดาทำอาชีพเกษตรกร เลี้ยงสัตว์ แม่กับพี่จะสอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ แบม ต้อมและครีม ชอบเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ เพราะได้คิดและให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้จับ เล่นกับวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในกิจกรรม เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อนอย่างเท่ห์กับโฟม กล้าแสดงความคิดเห็นและชอบออกไปนำเสนอ ช่างคิด ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ มีความเชื่อมั่นในตนเอง

เสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อน แต่ถ้าไม่เห็นด้วยก็จะไม่เสนอแย้งความคิดนั้นเข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี

2.1.3.6 เด็กหญิงโฟม

โฟม เป็นผู้หญิง อายุ 8 ปี มีน้องสาว 1 คน บิดามารดาอยู่ด้วยกัน ทำอาชีพเกษตรกร เลี้ยงสัตว์ คุณแม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ แบม ครีม อ้อม บอมบ์และน้ำ อยากรู้อยากเห็น ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ชอบที่ได้จับ เล่นกับวัสดุอุปกรณ์ในกิจกรรม และชอบเรียนภาษาไทยกับศิลปะ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อนอย่างน้ำและเท่ห์ กล้าแสดงความคิดเห็นและชอบออกไปนำเสนอ มีความเชื่อมั่นในตนเอง ช่างคิดและทำงานอย่างละเอียด ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ ชอบพิสูจน์และเสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อน แต่ถ้าไม่เห็นด้วยก็จะไม่เสนอแย้งความคิดนั้น

2.1.3.7 เด็กชายอาร์ต

อาร์ต เป็นผู้ชาย อายุ 8 ปี มีพี่น้อง 2 คน อาร์ตเป็นคนสุดท้าย บิดากับมารดาอย่ากันตั้งแต่เล็ก มารดาอาชีพขายเนื้อหมู อาร์ตอาศัยอยู่กับยาย ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะได้แสดงความคิดเห็นและลงมือทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยตัวเอง มีวัสดุอุปกรณ์ให้จับ เล่น ชอบวิชาสังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ที่ได้สำรวจ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี เพื่อนที่สนิทในห้องเรียนคือต้อม ชิน เอด้าและคุณเท่ห์ ชอบทำงานกับเพื่อนเป็นกลุ่ม เป็นคนคิดและลงมือทำงานเร็ว ไม่คิดให้รอบคอบ คิดคำนวณเร็ว คิดแปลกและมีวิธีการที่ไม่เหมือนใคร ช่างสงสัยและโต้แย้งเมื่อไม่เห็นด้วย และเสนอแย้งฟังความคิดเห็นของคนอื่น เป็นคนกล้าแสดงออกกล้าพูด มีความเชื่อมั่นในตัวเอง

2.1.3.8 เด็กชายชิน

ชิน เป็นผู้ชาย อายุ 8 ปี มีพี่น้อง 3 คนตนเองเป็นคนสุดท้าย บิดามีอาชีพรับราชการครู มารดาเป็นแม่บ้าน และโตขึ้นอยากเป็นครูเหมือนพ่อ คุณแม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ ต้อมกับเอด้า ชอบเรียนวิชาสุขศึกษา สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ชอบเผชิญสถานการณ์ใหม่ๆ อย่างการเรียนรู้นอกชั้นเรียน และชอบเรียนคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ชอบวาดรูป ไม่ชอบการท่องจำ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อน แนน ต้อม กล้าแสดงความคิดเห็นของตัวเอง มีความเชื่อมั่นในตนเอง ชอบคิดวิธีการแปลกใหม่ที่ทำให้ไม่เหมือนเพื่อน ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ ชอบการนำเสนอหน้าชั้นเรียน กล้าพูด มีน้ำใจช่วยบอกวิธีการหรือแนะนำเพื่อนที่ทำงานช้าและเสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อนที่แสดงออกมา

2.1.3.9 เด็กหญิงแนน

แนน เป็นผู้หญิง อายุ 8 ปี เป็นลูกคนเดียว บิดามารดาประกอบอาชีพเกษตรกร ทำนา แม่สอนการบ้านเวลาอยู่บ้าน เพื่อนที่สนิทในชั้นเรียนคือ อ้อม บอมบ์กับ

แป้ง ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาไทย และสังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม เพราะได้เรียนรู้นอกชั้นเรียน และชอบเรียนคณิตศาสตร์ที่ให้ลงมือทำหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ไม่ชอบการท่องจำ เข้ากับเพื่อนทุกคนได้ดี ชอบทำงานเป็นกลุ่มกับเพื่อน กล้าแสดงความคิดเห็นของตัวเอง มีความเชื่อมั่นในตนเอง ชอบคิดละเอียดรอบคอบ ทำงานเป็นขั้นตอนมีระบบ วางแผนในการทำงาน ช่างสงสัยและซักถามในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ มีน้ำใจช่วยบอกวิธีการหรือแนะนำเพื่อนในการทำงาน กล้าโต้แย้งและเสนอแย้งฟังความคิดเห็นของเพื่อนที่แสดงออกมา

2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการตาม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ซึ่งในแต่ละกิจกรรมผ่านการร่วมจัดทำแผนระหว่างครูผู้สอน ผู้เชี่ยวชาญ ผู้ประสานงานโรงเรียน (School Coordinators) และผู้วิจัย ในรายละเอียดการจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนที่อยู่ภายใต้กระบวนการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด โดยเน้นการใช้นวัตกรรมปัญหาปลายเปิด และการระดมความคิดในการใช้ภาษาสำหรับข้อคำถามต่าง ๆ ที่นักเรียนสามารถอ่านคำสั่งแล้วเข้าใจคำสั่งได้ง่าย การแทรกวิธีการที่หลากหลายของการคิดหาคำตอบในแต่ละข้อคำถามตามลำดับเพื่อให้นักเรียนค้นหาวิธีการหาคำตอบได้อย่าง หลากหลาย การร่วมมือกันทำงานภายในกลุ่ม การพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การพิสูจน์แนวคิด การโต้แย้ง การยอมรับความคิดเห็นคนอื่น และความเป็นอิสระในการทำงาน ดังการดำเนินการต่อไปนี้

2.2.1 ปัญหาปลายเปิด ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยประสบมาก่อน (Non-routine problems) มีแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างหลากหลาย มีคำตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับเหตุผลที่เหมาะสม โดยอาศัยกระบวนการเปิด (Process is Open) เพื่อที่จะให้นักเรียนกระทำกับกิจกรรมด้วยความสามารถของตนเองและความสนใจ มีการอภิปรายกลุ่มและการโต้แย้งให้เหตุผลที่จะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาได้ดีกว่าเดิม มีความเป็นไปได้ที่จะสร้างโอกาสสำหรับนักเรียนที่มีความแตกต่างกันที่ความต้องการเข้าร่วมในการแก้ปัญหาได้มากขึ้น ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู ที่ได้ร่วมกันวางแผนการจัดการเรียนรู้และสร้างปัญหาขึ้นระหว่างผู้วิจัย ครู และผู้ประสานงานโรงเรียน โดยใช้ปัญหาที่พัฒนาจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น มาปรับแก้ไขให้เข้ากับวัฒนธรรมท้องถิ่นของโรงเรียนตามเขตบริการ จำนวน 5 สถานการณ์ปัญหา ดังต่อไปนี้

2.2.1.1 กิจกรรมที่ 1 เรื่อง การ์ดเกม

คำสั่งในใบกิจกรรมของปัญหาปลายเปิด เรื่อง การ์ดเกม ประกอบด้วยคำสั่ง 2 ตอนคือ

กิจกรรมย่อยที่ 1 เป็นคำสั่งในการให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มได้สร้างความคุ้นเคยกับการ์ดเกม และเข้าใจกติกาในการเล่นเกม ซึ่งมีลักษณะเหมือนเกมการ์ดที่อยู่ใน

ชีวิตประจำวันของนักเรียนที่เป็นการ์ดรูปการ์ตูนที่นักเรียนชอบ แล้วนำมาติดสัญลักษณ์ของจำนวนต่าง ๆ ซึ่งแต่ละคนจะได้รับคนละ 5 การ์ด ซึ่งมีคำสั่งดังต่อไปนี้

ใบกิจกรรม: การ์ดเกม (1)

<u>คำสั่งชุดที่ 1</u>

1. ให้นักเรียนหาคำตอบของการคูณ ตามการ์ดแต่ละการ์ดที่จับขึ้นมา
2. จากข้อที่ 1 ให้จับคู่การ์ดประโยคสัญลักษณ์การคูณกับการ์ดคำตอบ
3. ให้นักเรียนป่าวยิงชุบกัน แล้วฝ่ายที่ชนะทายเพื่อนให้เปรียบเทียบว่าการ์ดไหนมีค่ามากกว่ากัน พร้อมกับบันทึกลงในกระดาษนำเสนอ
4. คว่ำการ์ดคำตอบและประโยคสัญลักษณ์การคูณของตัวเลข แล้วให้หยิบการ์ดคำตอบขึ้นมาให้เพื่อนค้นหาว่าตรงกับการ์ดการคูณใด

กิจกรรมย่อยที่ 2 เป็นคำสั่งในการให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มได้คาดคะเนกับการ์ดเกม ที่เพื่อนแต่ละคนในกลุ่มจะเอาออกมาวาง เพื่อดูว่าของใครมีผลลัพธ์ที่มากกว่าเพื่อน มีทั้งที่เป็นจำนวนตัวเลขในหลักสิบและจำนวนที่เขียนอยู่ในรูปของการคูณ แล้วให้นักเรียนตรวจสอบว่าใครเป็นผู้ชนะ พร้อมกับบอกวิธีการตรวจสอบที่สรุปว่าคนนั้นเป็นผู้ชนะในแต่ละรอบที่ทำการแข่งขันกัน โดยจะทำการแข่งขันกันทั้งหมด 5 รอบตามจำนวนการ์ดที่ได้แต่ละคนคือ คนละ 5 การ์ด ดังในคำสั่งต่อไปนี้

ใบกิจกรรม : การ์ดเกม (2)

<u>คำสั่งชุดที่ 2</u>

1. หยิบการ์ดการคูณขึ้นมา 1 การ์ด แล้วช่วยกันหาคำตอบ
2. ให้นักเรียนจับคู่ประโยคสัญลักษณ์การคูณของการ์ดแต่ละใบกับคำตอบ
3. ให้นักเรียนเปรียบเทียบการ์ดที่ตัวเองมีกับเพื่อนว่าการ์ดใครมีค่ามากกว่ากัน
4. พร้อมทั้งเขียนอธิบายบอกเหตุผล ลงในกระดาษนำเสนอ

ลักษณะของการ์ดเกมที่ใช้ มี 2 ด้าน คือ ด้านหนึ่งเป็นรูปการ์ตูน และอีกด้านเป็นจำนวน ตัวอย่างเช่น

16	4x3	4x4	4x5
20	5x4	30	6x4

ภาพที่ 2 แสดงตัวอย่างรูปการ์ดเกมที่ใช้ในกิจกรรมการ์ดเกม

ปัญหาปลายเปิดเรื่อง การ์ดเกม มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบการจับคู่การ์ดการคูณกับการ์ดคำตอบและสามารถคูณจำนวนตัวเลขที่กำหนดให้จากการ์ดของเพื่อนแต่ละคนที่เสนอวางขึ้นมาในการเล่นเกม โดยใช้การให้เหตุผลเกี่ยวกับการคูณตัวเลขที่ถูกต้องและหลากหลายรูปแบบ

การเปิดของปัญหา อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการให้นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดคะเนหรือข้อคาดการณ์ที่เพื่อนจะนำการ์ดที่มีค่ามากกว่ามาวางแสดงได้ เพื่อที่จะได้ตัดสินใจนำการ์ดของตัวเองแสดงเปรียบเทียบ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนและมีความน่าเชื่อถือถึงการจับคู่การ์ดการคูณกับการ์ดคำตอบ

2.2.1.2 กิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความยาวรอบรูป

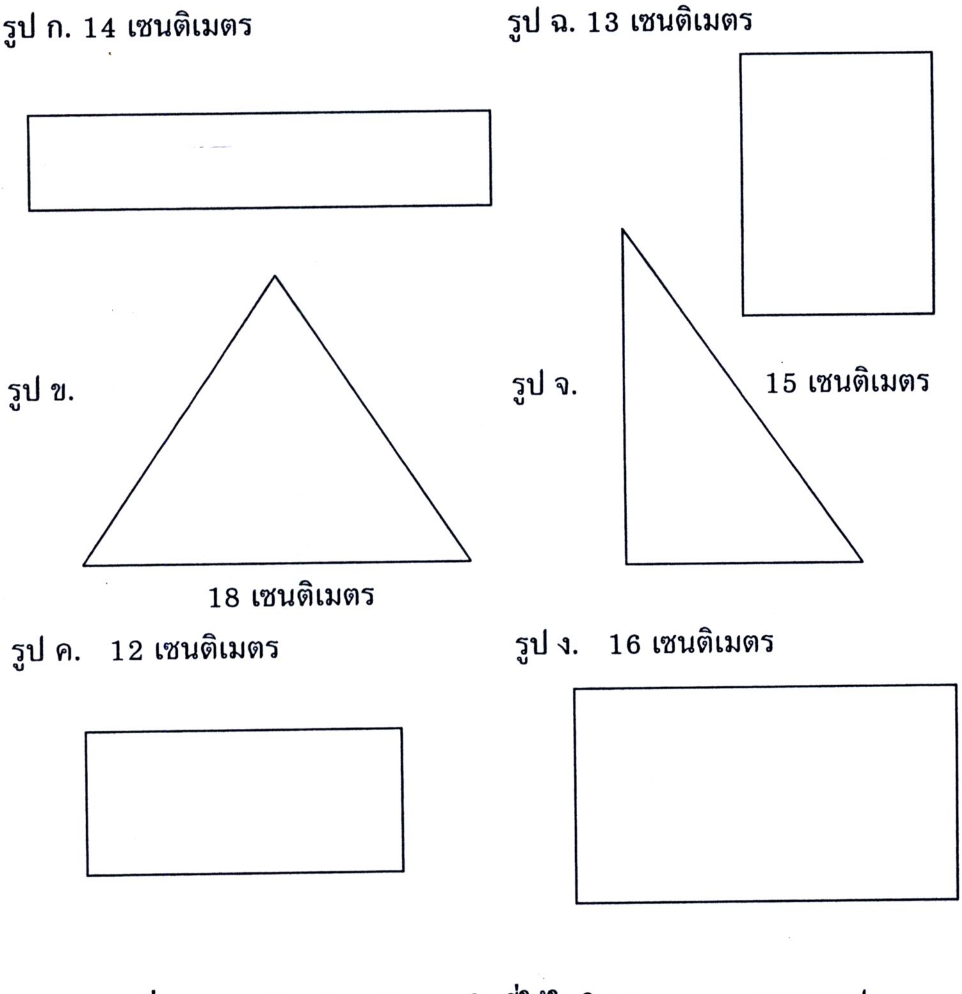
ปัญหาปลายเปิดเรื่อง ความยาวรอบรูป อยู่ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องการวัด ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นำเอารูปเรขาคณิต ที่มีความยาวรอบรูปทั้งที่เท่ากันและแตกต่างกัน มาทำเป็นตัวกำหนดให้นักเรียนทำการวัด เพื่อที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะ ในการวัด เลือกใช้หน่วยมาตรฐานในการวัดและเครื่องมือวัดที่เหมาะสม รวมทั้งความสามารถในการสร้างรูปเรขาคณิตขึ้นมาเอง ตามจินตนาการของกลุ่มที่ร่วมมือกันสร้างขึ้น (Imaginary creations) อันจะเป็นการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์และความคิดเกี่ยวกับเรขาคณิต (Geometrics Thinking) ประกอบด้วย 2 คำสั่ง ในการนำนักเรียนเข้าสู่การวัด ด้วยตนเองอย่างแท้จริง คือ

กิจกรรมย่อยที่ 1 ให้นักเรียนวัดความยาวรอบรูปเรขาคณิตจำนวน 6 รูปคือ รูป ก. รูป ข. รูป ค. รูป ง. รูป จ. และรูป ฉ. ซึ่งมีขนาด 14 เซนติเมตร 18 เซนติเมตร 12 เซนติเมตร 16 เซนติเมตร 15 เซนติเมตร และ 13 เซนติเมตร ตามลำดับ เพื่อให้นักเรียนค้นหารูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูป 12 เซนติเมตรและตรวจสอบความยาวรอบรูปรูปเรขาคณิตรูปอื่น เพื่อเปรียบเทียบและสร้างข้อคาดการณ์ และทำความคุ้นเคยกับการวัดรูปเรขาคณิต โดยใช้หน่วยเซนติเมตรและมิลลิเมตรตามรูปที่มีขนาดแตกต่างกันตามที่กำหนด ดังรายละเอียดด้านล่าง

ใบกิจกรรม: ความยาวรอบรูป (1)

<u>คำสั่งที่ 1</u>

1. ให้นักเรียนวัดความยาวรอบรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ ว่ารูปใดมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 12 เซนติเมตร
2. จากข้อที่ 1) ให้นักเรียนบอกความแตกต่างของรูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูปแตกต่างกันอย่างไรบ้าง พร้อมทั้งเขียนอธิบายเหตุผล



ภาพที่ 3 แสดงตัวอย่างรูปเรขาคณิตที่ใช้ในกิจกรรมความยาวรอบรูป

กิจกรรมย่อยที่ 2 ให้นักเรียนสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูปให้ได้เท่ากับ 18 เซนติเมตร ให้ได้หลากหลายรูป เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecturing) ให้ได้หลากหลาย แล้วนำเอาข้อคาดการณ์เหล่านั้นมาสร้างเป็นรูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับที่กำหนดให้ เมื่อนักเรียนทดลองสร้างอาจจะด้วยการลองผิดลองถูก

จนกระทั่งได้ข้อสรุปร่วมกันก็เท่ากับว่า นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ว่ารูปเรขาคณิตที่ตัวเองสร้างขึ้นมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 18 เซนติเมตร โดยใช้หน่วยเซนติเมตรและมิลลิเมตรกับรูปเรขาคณิต

ใบกิจกรรม: ความยาวรอบรูป (2)

<u>คำสั่งที่ 2</u>

1. ให้นักเรียนสร้างรูป □ ที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 18 เซนติเมตรให้ได้หลากหลายรูป
2. ให้นักเรียนอธิบายวิธีการสร้าง พร้อมทั้งบอกอธิบายเหตุผล แล้วเขียนลงในกระดาษ

จุดมุ่งหมายของปัญหาปลายเปิดเรื่อง ความยาวรอบรูป ต้องการให้นักเรียนคุ้นเคยและมีทักษะในการวัด การใช้หน่วยมาตรฐาน สร้างข้อคาดการณ์หรือคาดคะเนการวัด และสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 18 เซนติเมตรให้ได้ตามกำหนดจะเป็นความภูมิใจในสิ่งที่นักเรียนทำได้ และการรู้จักยอมรับฟังหรือการโต้แย้งให้เหตุผล กับแนวคิดที่ถูกเสนอขึ้นมาในการแก้ปัญหา

การเปิดของปัญหาเรื่อง 18 แสนกล อยู่ในตำแหน่งของการค้นหาวิธีการที่หลากหลายและการเสนอข้อคาดการณ์ของนักเรียนในการวัดความยาวรอบรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ และการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวรอบรูป 18 เซนติเมตร ให้ได้หลายรูปพร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนวิธีการสร้าง

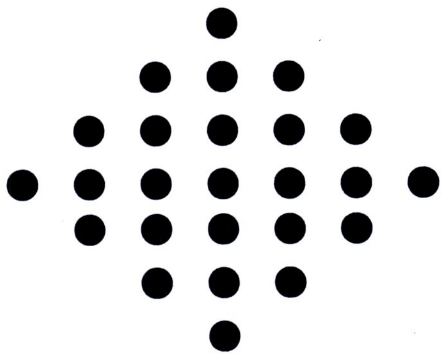
2.2.1.5 กิจกรรมที่ 3 เรื่อง จุดหรรษา

ปัญหาปลายเปิดเรื่อง จุดหรรษา อยู่ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง การคูณ ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นำเอาจุด จำนวน 25 จุดมาวางเรียงแถวซ้อนกันอยู่หลายแถว เพื่อที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการสังเกต และการนับจำนวนจุด โดยใช้การคูณเข้ามามองจุดให้เป็นจำนวน และมีวิธีการที่หลากหลายในการแยกหรือการแบ่งจำนวนจุด ให้นับได้หลากหลายวิธีโดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

ใบกิจกรรม: จุดหรรษา

<u>คำสั่งในการทำกิจกรรม</u>

1. ให้นักเรียนหาจำนวนจุด โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย ให้ได้หลากหลายวิธีที่สุด
2. ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาแต่ละวิธี พร้อมทั้งบอกอธิบายเหตุผล แล้วเขียนลงในกระดาษนำเสนอ



ภาพที่ 4 แสดงตัวอย่างรูปจุดที่ใช้ในกิจกรรม จุดหรรษา

จุดมุ่งหมายของปัญหาปลายเปิดเรื่อง จุดหรรษา ต้องการให้นักเรียนนับจำนวนจุดที่กำหนดให้และค้นหาวิธีการนับ โดยใช้วิธีการคูณให้ได้หลายรูปแบบวิธี และให้สามารถเสนอข้อคาดการณ์หรือวิธีการที่ตนเองสามารถนับจำนวนจุดได้ด้วยตัวเองและแตกต่างจากวิธีการอื่น ๆ ที่ถูกนำเสนอมาก่อน แล้วแสดงให้เพื่อนในกลุ่มยอมรับถึงวิธีการที่ตัวเองค้นพบ ซึ่งจะเป็นความภูมิใจในสิ่งที่นักเรียนทำได้ และการรู้จักยอมรับฟังหรือการโต้แย้งให้เหตุผล กับแนวคิดที่ถูกเสนอขึ้นมาในการแก้ปัญหา

การเปิดของปัญหาเรื่อง จุดหรรษา อยู่ในตำแหน่งของการค้นหาวิธีการนับจุดที่กำหนดให้และการเสนอข้อคาดการณ์ของนักเรียนในการนับจำนวนจุด พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนหลากหลายรูปแบบ

ตารางที่ 5 แสดงวันเวลาที่ใช้กิจกรรมปัญหาปลายเปิดในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ครั้งที่	วัน/เดือน/ปี	ชื่อกิจกรรม	เวลา (ชั่วโมง)	หมายเหตุ
1	22 ม.ค. 51	การ์ดเกม	2	08.30 - 10.30 น.
2	3 มี.ค. 51	ความยาวรอบรูป	2	08.30 - 10.30 น.
3	7 มี.ค. 51	25 จุดหรรษา	3	13.30 - 16.30 น.

2.2.2 วิดีโอเทป (Videotapes) เป็นกล้องวิดีโอเทปอิเล็กทรอนิกส์ใช้บันทึกภาพและเสียง บรรยากาศสิ่งแวดล้อม บันทึกภาพพฤติกรรมต่าง ๆ ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในระหว่างทำการแก้ปัญหาแบบปลายเปิด ในระยะใกล้ ๆ ซึ่งสามารถแปลงเป็นไฟล์ข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ได้ จำนวน 7 เครื่อง ที่ทำหน้าที่บันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนแต่ละกลุ่ม กับที่ใช้บันทึกชิ้นงานของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดแต่ละกลุ่มของกลุ่มเป้าหมาย และรวมทั้งบันทึกภาพรวมทั้งชั้นเรียน

2.2.3 เครื่องบันทึกเสียง (Digital Recorder) เป็นเครื่องอิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้บันทึกเสียงของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในขณะทำการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งสามารถแปลงเป็นไฟล์ข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ได้ จำนวน 3 เครื่อง

2.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.3.1 โปรโตคอลการแก้ปัญหาปลายเปิด เป็นการถอดเสียงพูดและพฤติกรรมของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดออกมาเป็นภาษาเขียน ตามลักษณะคำพูดและพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมา ที่ได้จากการดูวิดีโอเทป ภาพชิ้นงานและเสียงของนักเรียนที่บันทึกขณะนักเรียนทำการแก้ปัญหาปลายเปิดประกอบร่วมกัน

2.3.2 บันทึกภาคสนาม (Field note) เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นมาเพื่อบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียนในขณะทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการบันทึกข้อมูลที่ได้จากการสังเกต เพื่อทำให้ข้อมูลที่ถูกต้องและสมบูรณ์เป็นแนวทางในการกำหนดสมมุติฐานชั่วคราวในการวิเคราะห์ข้อมูลในสนาม ช่วยเรียบเรียงความคิดในการวางแผนงานต่อไป

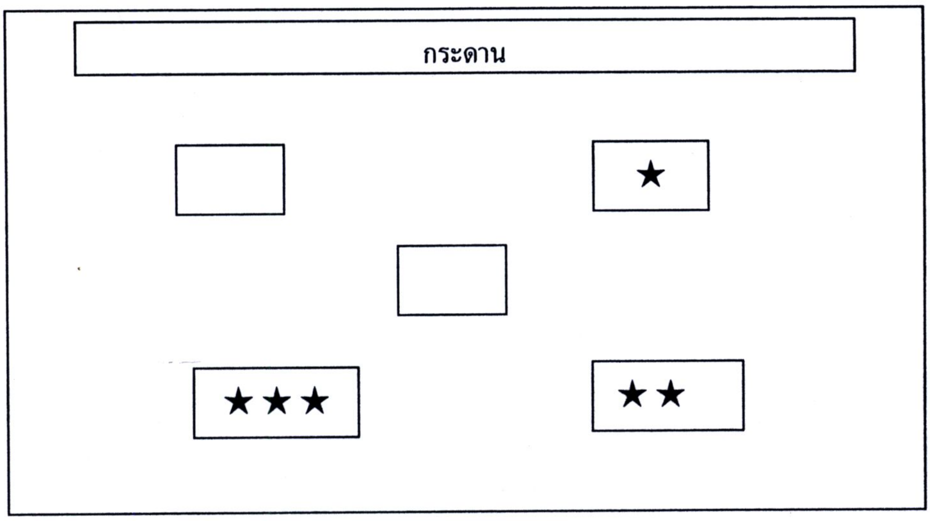
2.3.3 แบบสัมภาษณ์ (Interview Transcript) เป็นแบบบันทึกการสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นมาเพื่อบันทึกข้อมูลจากการสัมภาษณ์ผู้เรียน หลังจากที่ได้ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เสร็จสิ้นแล้ว เกี่ยวกับเหตุผลของการใช้วาทกรรมลักษณะต่าง ๆ ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด

2.3.4 การสัมภาษณ์โดยใช้วีดิโอประกอบ (Video-stimulated Interviews) เป็นการสัมภาษณ์ที่ใช้วิธีการเปิดวีดิโอประกอบไปด้วย โดยก่อนการสัมภาษณ์ผู้ที่ถูกสัมภาษณ์และผู้สัมภาษณ์จะดูวิดีโอการแก้ปัญหาปลายเปิด ในช่วงของการสัมภาษณ์ผู้วิจัยจะเลือกดูเป็นตอนเฉพาะที่เกี่ยวกับคำถามในขณะนั้น วิธีการนี้ Schuck และ Mousley กล่าวว่า ข้อมูลในรูปแบบวิดีโอ เมื่อนำมาใช้ในการสัมภาษณ์ จะช่วยกระตุ้นการสนทนาได้อย่างดีและเป็นข้อมูลที่สมบูรณ์ทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แปลความหมายของคำถามที่ผู้วิจัยถามได้เร็วขึ้น และกระตุ้นความจำเกี่ยวกับเหตุการณ์แก้ปัญหาที่ผ่านมาของผู้ถูกสัมภาษณ์ (สัมพันธ์ จากถิ่นขจรไกล, 2549)

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

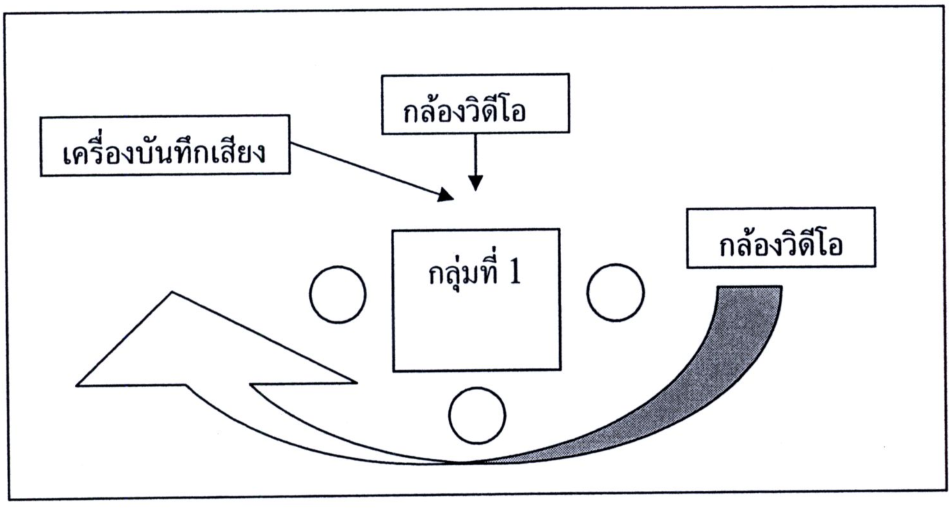
การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ผู้วิจัยกำหนดที่นั่งของกลุ่มเป้าหมายตามแผนผังด้านล่าง เพื่อความสะดวกในการบันทึกภาพวิดีโอในสภาพชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ทำการเรียนการสอนปกติของครูผู้สอน ดังแผนผังต่อไปนี้



ภาพที่ 5 แสดงการจัดกลุ่มย่อยของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในห้องเรียน

และแผนผังการนั่งของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย การตั้งกล้องบันทึกวิดีโอและเครื่องบันทึกเสียงดิจิตอล แต่ละกลุ่มจะนั่งตามแผนผังที่ 2



ภาพที่ 6 แสดงการนั่งของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในแต่ละกลุ่ม

3.2 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย สร้างความเข้าใจร่วมกันก่อนวันที่จะไปเก็บรวบรวมข้อมูลจริง เพื่อชี้แจงตำแหน่งในการตั้งกล้องวิดีโอ เครื่องบันทึกเสียง และการบันทึกภาพนิ่ง ผู้ช่วยวิจัยทำหน้าที่ ตามแผนผังและตามหน้าที่กำหนด

3.3 ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยให้ครูผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามที่ได้วางแผนร่วมกันไว้ และให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด 1 ปัญหา ตั้งแต่ครูเริ่มจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนสิ้นสุด ในแต่ละคาบเรียนต่อกลุ่มไปพร้อม ๆ กันทั้งห้อง ครูชี้แจงเป้าหมายของการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดทุกครั้งและอธิบายขั้นตอนในการดำเนินการพร้อมทั้งเน้นในประเด็นสำคัญ

3.3.1 ให้นักเรียนทั้งห้องเรียนทำการแก้ปัญหาปลายเปิด ไปพร้อม ๆ โดยครูผู้สอนและทีมวิจัยจะไม่เข้าไปแทรกแซงนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น ครูผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันทำกิจกรรม มีการบันทึกเสียงและวิดีโอการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

3.3.2 ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคลทันทีหลังเสร็จสิ้นการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดในแต่ละครั้ง โดยเน้นที่ประเด็นคำถามแบบทำไมและอย่างไร พร้อมทั้งบันทึกเสียง เพื่อใช้ประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล

3.3.3 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลที่เป็นงานเขียนที่ได้จากการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนผู้เข้าร่วมการวิจัย บันทึกภาพชิ้นงานในแต่ละกิจกรรมที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อใช้ประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล

3.3.4 ผู้วิจัยศึกษาข้อมูลการทำกิจกรรมการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน 3 กลุ่ม จากการบันทึกเสียงที่บันทึกไว้และวิดีโอการแก้ปัญหาปลายเปิด เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาทำเป็นโปรโตคอล กิจกรรมปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 แนวคิดในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ โดยอาศัยแนวคิดการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) ที่เป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ Alan H. Schoenfeld (1985) ได้พัฒนาขึ้น Schoenfeld เป็นนักคณิตศาสตรศึกษาที่สนใจศึกษากระบวนการคิดในระหว่างการแก้ปัญหาของนักเรียนและนักศึกษา ที่นำเอาแนวคิดในศาสตร์เชิงการรู้ (Cognitive science) เข้ามาใช้ศึกษากระบวนการคิดของคนในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ในระหว่างแก้ปัญหาในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง ที่เป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ในการสร้างหุ่นยนต์ (AI) แล้วนำมาใช้ในการศึกษากระบวนการคิดของนักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามสมมุติฐานที่ว่า สิ่งที่คนพูดในระหว่างการแก้ปัญหาจะใกล้เคียงกับการคิดของคน ๆ นั้นในขณะนั้นมากที่สุด เป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษากระบวนการคิดของคน จากสมมุติฐานนี้ ถ้าจะศึกษาการคิดของคน

ก็ทำได้โดยให้คน ๆ นั้นคิดดัง ๆ (Think Aloud Method) หรือที่เรียกว่า "วิธีคิดแบบออกเสียงดัง" ดังนั้นข้อมูลที่ได้จากการพูดจึงถือเป็นข้อมูลที่แสดงถึงการคิดของคน ๆ นั้น และด้วยความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีในปัจจุบัน ที่สามารถบันทึกเสียงพูดของนักเรียนในการแก้ปัญหาและสามารถบันทึกภาพวีดิทัศน์การแก้ปัญหาได้ ที่ใช้แถบบันทึกภาพวีดิทัศน์มาถอดเป็นภาษาเขียน สิ่งที่ได้นี้เรียกว่า โปรโตคอล ซึ่งเป็นข้อมูลหลักในการวิเคราะห์กระบวนการคิดของนักเรียน ประกอบกับข้อมูลอื่น ๆ เช่น สิ่งที่นักเรียนขีดเขียนในระหว่างแก้ปัญหา ชิ้นงานของนักเรียนที่ทำ ข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากเสร็จสิ้นการแก้ปัญหา ข้อมูลด้านสังคมวัฒนธรรมของนักเรียนทั้งที่อยู่ในชั้นเรียนและอยู่ที่บ้าน เป็นต้น และ Schoenfeld ได้กำหนดนิยามศัพท์คำว่า "Episode" หมายถึง กลุ่มพฤติกรรมการแก้ปัญหา ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ในการวิเคราะห์โปรโตคอล จึงจำเป็นต้องกำหนดกรอบสำหรับการวิเคราะห์ขึ้นมาก่อน ซึ่งกรอบการวิเคราะห์ข้อมูลนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้วิจัยว่าต้องการจะวิเคราะห์ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546)

4.2 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการวิเคราะห์โปรโตคอล โดยนำข้อมูลจากโปรโตคอลการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน วีดิทัศน์การแก้ปัญหา ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ งานเขียนของนักเรียน แบบบันทึกการสังเกตขณะนักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด และชิ้นงานของนักเรียนที่ได้จากการแก้ปัญหาปลายเปิดในแต่ละปัญหา มาทำการวิเคราะห์การให้เหตุผลการค้นพบทางคณิตศาสตร์ (The logics of mathematical discovery) ของ Lakatos (1976) และจากแนวคิดในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยจึงใช้คำว่า "Episode" หมายถึง กลุ่มพฤติกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน และคำว่า "Item" หมายถึง พฤติกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน อย่างเช่น การพูด การหยิบ จับ ขีดเขียน การเคลื่อนไหวร่างกายต่าง ๆ และลักษณะท่าทางที่แสดงออกมา

5. กรอบทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

5.1 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้กรอบทฤษฎีในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยอาศัยกรอบทฤษฎีวิธีการให้เหตุผลการค้นพบทางคณิตศาสตร์ของ Lakatos (1976) ตามการพิจารณาจากการพูดของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด และข้อมูลอื่นมาประกอบการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด ที่เป็นการอธิบายถึงวิธีการค้นหาตัวอย่างมาค้านกับตัวอย่างเดิมแล้วปรับเปลี่ยนแก้ไขหลักเกณฑ์ของข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึง จนสามารถใช้พิสูจน์ได้ว่าเป็นคำตอบหรือวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

5.1.1 การยอมรับ (Surrender) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การแสดงเหตุผล การเสนอข้อคาดการณ์หรือความคิดเห็นของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่มีความสอดคล้องกัน เห็นพ้องกัน มีการตรวจสอบ และการทดลองปฏิบัติตามจนกระทั่งได้ข้อสรุปความเห็นตรงกัน

5.1.2 การไม่ยอมรับความแปลกใหม่ (Monster-barring) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การไม่เห็นด้วยและการแก้ไข ข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างที่ถูกเสนอขึ้นมาในการแก้ปัญหาของนักเรียน แล้วแยกข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างที่ไม่เห็นด้วยออกไป โดยการหาตัวอย่างมาค้านกับตัวอย่างเดิม อย่างเช่น ข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างที่ไม่สามารถใช้แก้ปัญหา

5.1.3 การไม่ยอมรับข้อโต้แย้ง (Exception barring) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การเพิ่มเงื่อนไขและเหตุผลเข้ามาเป็น ข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างที่ได้ทดลองพิสูจน์แล้วว่าไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ของนักเรียน โดยอาศัยการแยกออกและยุทธวิธีการนำกลับคืนมาของ ข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างการแก้ปัญหาทั้งที่ไม่มีการปรับเปลี่ยนและที่ใช้แก้ปัญหาไม่ได้

5.1.4 การปรับเปลี่ยนความแปลกใหม่ (Monster adjustment) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การสร้างข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างขึ้นมาใหม่ ด้วยการปรับเปลี่ยนและแยกออกไปของข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างที่อาจจะทำครั้งเดียวหรือหลาย ๆ ครั้งจนสามารถทำให้เข้ากับวิธีการแก้ปัญหาทั้งหมด

5.1.5 การรวบรวมข้อโต้แย้ง (Lemma incorporation) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การรวบรวมข้อคาดการณ์ ความคิดเห็นย่อย ๆ และการสร้างหลักเกณฑ์ขึ้นมาพิจารณาการคัดค้านตัวอย่างที่ค้านตัวอย่างเดิม จากการปรับเปลี่ยน ข้อคาดการณ์หรือตัวอย่างของนักเรียนในการแก้ปัญหาและทดลองใช้ว่ามีความเป็นไปได้หรือไม่ แล้วใช้ตัวอย่างนั้นเป็นเหตุผลการปรับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา

5.1.6 การพิสูจน์ด้วยการโต้แย้ง (Proofs and refutations) เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึง การให้เหตุผลและอธิบายถึงเหตุผลที่ใช้แก้ปัญหาตามข้อคาดการณ์นั้นแล้วยกตัวอย่างขึ้นมาตรวจสอบให้เข้าใจง่ายและมีลักษณะรวมเข้ากันเป็นข้อคาดการณ์เดียวเพื่อสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้

5.2 ตัวอย่างการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการพิสูจน์ด้วยการโต้แย้งตามแนวคิดของ Lakatos (1976)

ตัวอย่างการวิเคราะห์การพิสูจน์ด้วยการโต้แย้งอาศัยแนวคิดของ Lakatos (1976) กำหนดให้ปัญหาและข้อคาดการณ์ เป็นตัวอย่างบทสนทนาที่สมมุติว่าเกิดขึ้นในชั้นเรียนจริง เป็นชั้นเรียนที่นักเรียนมีความสนใจในปัญหา อย่างที่มีปัญหาว่า มีความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของมุมยอด V จำนวนของขอบ E และจำนวนของผิวหน้า F ของรูปทรงหลายเหลี่ยม โดยเฉพาะรูปทรงหลายเหลี่ยมที่เท่ากัน และที่คล้ายคลึงกันกับความสัมพันธ์ที่ไม่สำคัญระหว่างจำนวนของมุมยอดกับขอบของรูปหลายเหลี่ยม กล่าวคืออย่างที่มีจำนวนมุมยอดเท่ากับขอบหรือ $V=E$? ลำดับต่อมาความสัมพันธ์ของรูปหลายเหลี่ยมที่แบ่งรูปหลายเหลี่ยมตามจำนวนขอบ (หรือมุมยอด) ได้แก่

รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม เป็นต้น ในทำนองเดียวกันความสัมพันธ์นั้นก็จะสามารถแบ่งรูปทรงหลายเหลี่ยมได้ สำหรับรูปทรงหลายเหลี่ยมโดยทั่วไป V - E + F = 2

5.2.1 การยอมรับ

Gamma: ครูครับ ความเงียบของครูทำให้ผมงง การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมอันเดียวมันทำให้สับสนกับข้อคาดการณ์ที่มีประสิทธิภาพ 10 อย่าง ข้อคาดการณ์และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์มันทำให้การพิสูจน์นั้นไม่สำเร็จ สิ่งที่มีส่วนเกี่ยวข้องที่เกิดขึ้นนั้น คุณจะมีการยอมรับ ส่วนย่อย ๆ ของข้อคาดการณ์ที่ผิดพลาด หลงลืมกับข้อคาดการณ์และพยายามที่หาสาเหตุการเข้าถึงใหม่

ครู: ฉันเห็นด้วยกับเธอที่มีข้อคาดการณ์อย่างที่ยอมรับข้อวิจารณ์ด้วยการยกตัวอย่างค้านของ Alpha แต่มันไม่เป็นความจริงที่จะทำให้การพิสูจน์นั้นสำเร็จสมบูรณ์ ถ้าหากว่ายังพอมีเวลาอยู่ เธอจะเห็นด้วยกับข้อเสนอแรกที่ใช้คำว่า 'พิสูจน์' เพื่อ 'ประสบการณ์ในการคิดด้วยการนำมาสู่การสลายตัวของข้อคาดการณ์เริ่มแรกไปสู่ข้อคาดการณ์ย่อย ๆ' แทนที่จะใช้มันในความเข้าใจเกี่ยวกับ 'การการันตีว่าเป็นความจริง' เธอไม่ต้องการที่จะเขียนข้อสรุปนี้การพิสูจน์ของฉันแน่นอนว่ายืนยันได้ด้วยข้อคาดการณ์ของ Euler ในความเข้าใจแรก แต่ไม่จำเป็นต้องใช้ในข้อที่สอง เธอมีความสนใจเพียงในการพิสูจน์ด้วย 'การยืนยัน' ว่าอะไรที่ไม่ใช่กลุ่มที่ต้องการนำไปสู่การพิสูจน์ ฉันมีความสนใจในการพิสูจน์ที่สอดคล้องกัน ถ้าพวกเขาไม่บรรลุผลสำเร็จตามความตั้งใจในการทำกิจกรรม Columbus ไม่สามารถไปถึงอินเดียได้ แต่เขาค้นพบบางสิ่งที่น่าสนใจทีเดียว

Alpha: ตามที่ปรัชญาของคุณ ในขณะที่การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมมีความเฉพาะที่ (ถ้ามันไม่ได้เป็นอย่างทั่วไปในบางเวลา) เป็นการวิจารณ์เกี่ยวกับการพิสูจน์ แต่ไม่ได้เป็นของข้อคาดการณ์ และทั้งที่เป็นการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมแบบทั่วไปเป็นการวิจารณ์เกี่ยวกับข้อคาดการณ์ แต่ไม่จำเป็นสำหรับการพิสูจน์ เธอเห็นด้วยกับการยอมรับอย่างที่พิจารณาจากข้อคาดการณ์ แต่เธอไม่ได้กล่าวแย้งการพิสูจน์ แต่ถ้าข้อคาดการณ์เป็นข้อคาดการณ์ที่ผิดพลาด อะไรที่อยู่บนโลกที่จะต้องพิสูจน์ด้วยการยืนยัน?

Gamma: การอุปมาอุปไมยของคุณกับการจำแนกรายละเอียดของ Columbus การยอมรับการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมแบบทั่วไปจะมีความหมายทั้งหมดของการยอมรับ

5.2.2 การไม่ยอมรับความแปลกใหม่

Delta: แต่ทำไมถึงยอมรับการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม? เราต้องการยืนยันข้อคาดการณ์ของเรา เมื่อมันเป็นทฤษฎีบท ฉันยอมรับความจริงที่ว่ามันขัดแย้งกับที่เป็นที่รู้จักแพร่หลายของ 'การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม' สิ่งหนึ่งของการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมมันมีวิถีทางให้ แต่ทำไมจะต้องเป็นทฤษฎีบทให้แนวทาง เมื่อมันเป็นการยืนยัน? มันเป็น 'การวิจารณ์' ที่จะต้องถอนตัวออกจากตำแหน่ง มันเป็นการวิจารณ์ที่หลอกลวง สิ่งที่คู่กัน

ของการทำให้เข้าชุดกันของลูกบาศก์ไม่ใช่รูปทรงหลายเหลี่ยมทั้งหมด มันเป็นสิ่งที่แปลกใหม่ เป็นกรณีที่เกี่ยวข้องกันไม่ใช่การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม

Gamma: ทำไมไม่เป็น? รูปทรงหลายเหลี่ยมเป็นรูปทรงที่หนาแน่นตัน ผิวหน้าของมันประกอบด้วยผิวหน้าที่มีหลายด้าน และการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมของฉันคือเป็นทรงตันที่ห่อหุ้มด้วยผิวหน้าที่มีหลายด้าน

ครู: ขออนุญาตพูดว่า สิ่งนี้คือ บทนิยาม ข้อที่ 1

Delta: คุณนิยามได้ไม่ถูกต้อง รูปทรงหลายเหลี่ยมจะต้องมีผิวหน้าได้แก่ ที่มันเป็นผิวหน้า ขอบ และมุมยอด มันจึงจะสามารถทำให้แปลกประหลาด ขยายออกจากกระดานดำ และไม่มีอะไรที่จะทำให้ด้วยความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ‘ทรงตัน’ รูปทรงหลายเหลี่ยมเป็นสิ่งที่ประกอบด้วยผิวหน้าของระบบของรูปหลายด้าน

ครู: สิ่งนี่เรียกว่า บทนิยาม ข้อที่ 2

Delta: เป็นอย่างนั้นจริง ๆ คุณจะแสดงว่าเรามี 2 รูปหลายเหลี่ยม มี 2 ผิวหน้า และ 1 ด้านที่อยู่ในด้านประกอบอื่น ๆ ผู้หญิงกับเด็กชายที่อยู่ในมดลูกของเธอไม่ได้เป็นการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมที่นำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นการมีชีวิตของมนุษย์ข้อหนึ่ง

Alpha: ดังนั้น การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมของฉันมีการผสมพันธุ์ที่เป็นความคิดรวบยอดใหม่ของรูปหลายเหลี่ยม หรือคุณกล้าที่จะยืนยันตามสิ่งที่ทำโดยอาศัยรูปหลายเหลี่ยมของคุณทุกครั้งที่หมายความถึงผิวหน้าไหม?

ครู: สำหรับความสำคัญของความคิดรวบยอดของนิยามข้อที่ 2 ของ Delta คุณสามารถที่จะโต้แย้งกับข้อคาดการณ์ของเราใหม่ ถ้าอาศัยรูปหลายเหลี่ยมที่เราหมายถึงผิวหน้า?

Alpha: แน่นอน ทำให้ 2 รูปทรงสามเหลี่ยมที่มี 4 หน้า ซึ่งมีขอบร่วม หรือทำให้ 2 รูปทรงสามเหลี่ยมที่มี 4 หน้ามุมยอดร่วม สองรูปนี้ทั้งคู่ต่างก็เป็นการเชื่อมโยง ทั้งสองประกอบด้วยผิวหน้าอันเดียว และคุณอาจจะตรวจสอบได้ดังที่ว่า $V - E + F = 3$

ครู: การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม 2a และ 2b (Hessel, 1832 อ้างถึงใน Worrall และ Zahar, 1976)

Delta: ฉันชื่นชมคุณที่จินตนาการถึงการตีความผิด ๆ แต่ถึงอย่างไรก็ตาม ฉันไม่ได้มีความหมายที่ว่าเป็นระบบอื่น ๆ ของรูปทรงหลายด้านที่เป็นรูปทรงหลายเหลี่ยม โดยที่รูปทรงหลายเหลี่ยมฉันหมายถึงระบบของการเตรียมรูปทรงหลายด้านในแต่ละวิธีการที่ (1) มี 2 รูปทรงหลายด้านแน่นอนที่มีขอบบรรจบกันทุก ๆ ขอบและ (2) มันเป็นไปได้ที่จะเริ่มต้นจากด้านในของรูปทรงหลายด้านอื่น ๆ ที่อยู่ภายในของรูปทรงหลายด้านรูปอื่น โดยอาศัยการกำหนดเส้นซึ่งไม่เคยตัดขอบและมุมยอดอื่น ๆ คู่แรกของคุณจะเป็นการเพิ่มเติมโดยกฎเกณฑ์ในบทนิยามของฉัน คู่ที่สองของคุณจะอาศัยกฎเกณฑ์

ครู: บทนิยาม ข้อที่ 3

Alpha: ฉันชื่นชมคุณที่ตีความผิด ๆ ด้วยความเฉลียวฉลาดในการสร้าง

บทนิยามหนึ่งขึ้นมาใหม่จากข้ออื่น ๆ อย่างที่สิ่งกีดขวางขัดแย้งกับการปลอมแปลงของคุณกับความคิดคุณ ทำไมคุณไม่ให้คำจำกัดความของรูปทรงหลายเหลี่ยมอย่างที่เป็นระบบของรูปทรงหลายด้าน ตามสมการที่ $V - E + F = 2$ ที่ควบคุมอยู่? สิ่งนี้เป็นบทนิยามที่เหมาะสม...

Kappa: บทนิยาม P.

Alpha: ...จะแก้ปัญหาการโต้แย้งสำหรับตลอดเวลา จะไม่มีความต้องการที่นำไปสู่การค้นหาเนื้อหาสาระอื่น ๆ ของสิ่งที่เพิ่มเข้ามา

Delta: แต่ไม่มีทฤษฎีบทในโลกที่ไม่สามารถแสดงให้เห็นว่าไม่จริง โดยอาศัยความแปลกใหม่

ครู: ฉันเสียใจที่ขัดจังหวะเธอ อย่างที่เราเห็น การโต้แย้งโดยการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมตั้งอยู่บนพื้นฐานความหมายเกี่ยวกับขอบเขตที่อยู่ในคำถาม ถ้าการยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมเป็นวัตถุประสงค์ของการวิจารณ์ เราจะมีความเห็นด้วยกับความหมายในขอบเขตของเรา เราอาจจะระสบผลสำเร็จจากการยอมรับร่วมกันเช่นนี้ โดยการให้คำจำกัดความตามขอบเขตที่การสื่อสารหยุดลง ฉัน และอีกคนหนึ่ง ไม่ได้ให้คำจำกัดความของ ‘รูปทรงหลายเหลี่ยม’ ฉันยอมรับว่ามีความรอบรู้กับความคิดรวบยอด

Kappa: รวมทั้ง บทนิยาม P?

ครู: ไม่รวม บทนิยาม P

Gamma: ฉันสามารถทำได้ พิจารณาที่การยกตัวอย่างที่ค้านกับตัวอย่างเดิมที่ 3 ที่ว่า รูปทรงหลายเหลี่ยมรูปดาว ฉันจะเรียกมันว่า หอยเม่น สิ่งนี้ประกอบด้วยรูปทรงหลายด้าน 12 อัน มันมี 12 มุมยอด 30 ขอบ และ 12 รูปห้าเหลี่ยม 5 หน้า คุณอาจสามารถตรวจสอบมันได้ถ้าคุณชอบที่จะนับมัน ดังเช่น Descartes และ Euler สรุปว่าไม่เป็นความจริงทั้งหมดที่ ตั้งแต่สำหรับรูปหลายเหลี่ยมที่ $V - E + F = -6$

Delta: ทำไมคุณคิดว่า หอยเม่น ของคุณเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยม?

Gamma: คุณไม่เห็นหรือไง? สิ่งนี้เป็นรูปทรงหลายเหลี่ยม หน้าใดบ้างที่เป็น 12 รูปห้าเหลี่ยม 5 หน้า มันทำให้แน่ใจในบทนิยามสุดท้ายของคุณที่ว่า มันเป็นระบบของการเตรียมรูปทรงหลายด้านในแต่ละวิธีการที่ (I) มี 2 รูปทรงหลายด้านแน่นอนที่มีขอบบรรจบกันทุก ๆ ขอบและ (2) มันเป็นไปได้ที่จะเริ่มต้นจากด้านในของรูปทรงหลายด้านอื่น ๆ ที่ปราศจากการตัดกันไปตลอดของมุมยอดของรูปทรงหลายเหลี่ยม

Delta: แต่หลังจากที่คุณไม่รู้ว่าอะไรเป็นรูปทรงหลายด้านว่าคืออะไร รูปห้าเหลี่ยม 5 หน้าเป็นที่แน่นอนว่าไม่เป็นรูปทรงหลายด้าน รูปทรงหลายด้านเป็นระบบเกี่ยวกับขอบที่มีการเตรียมไว้ในแต่ละวิธีการดังที่ (1) มีขอบ 2 ขอบที่แน่นอนว่าจะพบกันกับทุก ๆ มุมยอด และ (2) ขอบไม่มีจุดร่วมที่อยู่ภายในยกเว้นอยู่ที่มุมยอด

ครู: อย่างนี้เขาเรียกว่า บทนิยาม ข้อที่ 4

Gamma: ฉันไม่เห็นว่าทำไม่คุณไม่เพิ่ม 2 ประโยคย่อยที่เป็นส่วนหนึ่งของประโยคใหญ่ ความถูกต้องของบทนิยามเกี่ยวกับรูปทรงหลายด้านจะประกอบด้วยเพียงประโยคย่อยส่วนแรกเพียงเท่านั้น

ครู: บทนิยาม ข้อที่ 4′

Gamma: ประโยคย่อยที่เป็นส่วนที่สองไม่ได้มีอะไรที่ทำกับสาระสำคัญของรูปทรงหลายด้าน พิจารณาว่า ถ้าฉันยกขึ้นในขอบเล็ก ๆ ของรูปห้าเหลี่ยม 5 หน้าเป็นการเตรียมรูปทรงหลายด้านที่สัมพันธ์กันในความเข้าใจของคุณ คุณจินตนาการถึงรูปทรงหลายด้านที่เป็นรูปที่เขียนขึ้นมาจาชอล์กบนกระดานดำ แต่คุณจะไม่สามารถจินตนาการมันเป็นเหมือนที่สร้างขึ้นมาจากไม้ ที่มันเป็นความชัดเจนว่าสิ่งที่คุณคิดจะเป็นจุดที่อยู่ในส่วนที่ร่วมกันไม่ได้เป็นจุด ๆ หนึ่งจริง ๆ แต่สองจุดที่แตกต่างกันจะมีจุดหนึ่งที่พูดเท็จมากกว่าอื่น ๆ คุณจะเป็นคนที่ชักนำไปในทางที่ผิดโดยการฝังใจของรูปทรงหลายด้านในระนาบ คุณจะเข้าไปยังขอบที่ขยายออกจากในพื้นที่ว่าง

Delta: คุณจะกรุณาบอกฉันได้ไหมว่าอะไรคือพื้นที่ของรูปดาวห้าเหลี่ยม 5 หน้า? หรือคุณจะบอกว่าบางรูปหลายเหลี่ยมไม่มีพื้นที่?

Gamma: มันไม่ได้เป็นคุณหรือผู้ที่บอกว่ารูปทรงที่มีหลายด้านไม่มีอะไรที่ทำมาด้วยความคิดเกี่ยวกับลักษณะของทรงตัน? ทำไมข้อเสนอแนะใหม่นี้ที่ว่าความคิดของรูปหลายเหลี่ยมจะเป็นการเชื่อมต่อด้วยความคิดเกี่ยวกับพื้นที่? เราเห็นด้วยที่ว่ารูปทรงที่มีหลายด้านเป็นผิวหน้าที่ปิดด้วยขอบและมุมยอด หลังจากนั้นทำไมไม่เห็นด้วยว่ารูปหลายเหลี่ยมเป็นรูปธรรมดามีเส้นโค้งปิดด้วยมุม? แต่ถ้าคุณยืนยันว่าเป็นความคิดของคุณ ฉันก็จะไปกำหนดพื้นที่ของรูปดาวหลายเหลี่ยม

ครู: พวกเราทิ้งการโต้แย้งสิ่งนี้เป็นเวลาชั่วขณะ และดำเนินการอย่างที่ทำมาก่อนนี้ พิจารณาบทนิยาม 2 บทท้ายร่วมกันคือ บทนิยาม ข้อที่ 4 และบทนิยาม ข้อที่ 4′ ใครจะสามารถยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิมตามข้อคาดการณ์ของเราที่จะทำได้ตามทั้งสองบทนิยามเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม?

Alpha: นี่ไงคืออย่างแรก พิจารณาโครงสร้างของรูปเหมือนสิ่งนี้ สิ่งที่เป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมตามที่กำหนดให้อื่น ๆ ของบทนิยามจนกระทั่งเดี๋ยวนี้ที่พิจารณา ถึงอย่างไรก็ตามคุณจะค้นหา ด้วยการนับมุมยอด ขอบและหน้า ที่เท่ากับ $V - E + F = 0$

5.2.3 การไม่ยอมรับข้อโต้แย้ง

Beta: ฉันสมมุติว่า ท่าน คุณจะเดินทางไปบรรยายให้ความเห็นเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ยากลำบาก แต่ด้วยคำขอโทษทั้งหมด สำหรับความใจร้อนของฉัน ฉันจะไม่ทำสิ่งนี้จะกอดดอกไว้

ครู: เชิญเลย

(Alpha: เข้ามาร่วมใหม่)

Beta: ฉันค้นหาบางแง่มุมของข้อคิดเห็นที่แสดงออกมาของ Delta ทำให้งง แต่ฉันกำลังจะเชื่อที่มีความสมเหตุสมผลสำคัญของเรื่องไปยังพวกเขา มันดูเหมือนว่าขณะนี้ฉันว่าไม่มีข้อคาดการณ์ที่หาเหตุผลสนับสนุนได้ทั่ว ๆ ไป แต่เพียงหาเหตุผลสนับสนุนได้ในขอบเขตที่จำกัดแน่นอนตามหลักสำคัญที่เพิ่มเข้าไปอย่างการยกเว้น ฉันโต้แย้งกับสิ่งที่ตั้งชื่อข้อยกเว้นนี้ว่า 'ความแปลกใหม่' หรือ 'กรณีที่เกี่ยวข้องกัน' ที่จะมีจำนวนวิธีการตัดสินใจไม่ได้พิจารณาสิ่งนี้อย่างที่เป็นความสนใจตัวอย่างในที่นี้ยอมรับว่าถูกต้อง คู่ควรเกี่ยวข้องกับที่การแยกสืบค้น แต่ฉันยังคงไม่เห็นด้วยกับขอบเขตของ 'การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม' มันเป็นสิ่งที่ถูกต้องยอมรับความจริงพวกนั้นได้ ดังที่ตัวอย่างธรรมดากับสิ่งที่สนับสนุนตัวอย่าง แต่บางวิธีการที่เขียนเหล่านั้นในสงครามสี ดังนั้น คล้ายกับ Gamma สิ่งหนึ่งที่หวั่นวิตกเมื่อความจริงเหล่านั้น และเป็นการล่อลวงไปยังการปล่อยไปตามอารมณ์จนเกินขอบเขตที่สวยงามและพิสูจน์ได้อย่างสร้างสรรค์ด้วยประการทั้งปวง ไม่มี พวกนั้นจะต้องมีการยกเว้น

Sigma: ฉันไม่เห็นด้วยอย่างมาก ขอบเขตของ 'การยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม' สัมผัสได้ถึงความก้าวร้าวและการทำผิด ที่ผู้นั้นจะมีการคิดค้นมาพิสูจน์ 'การยกเว้น' เป็นการแสดงออกทางความคิดที่ถูกต้อง มีอยู่ 3 ชนิดของสมบัติทางคณิตศาสตร์ได้แก่

1) สิ่งที่ซึ่งยังคงเป็นความจริงและสิ่งนี้มีได้ทั้งการกำหนดขอบเขตหรือไม่ก็การยกเว้น ตัวอย่างเช่น ผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะเท่ากับสองมุมฉาก

2) สิ่งที่ยังคงเป็นไปตามบางหลักการที่ผิดพลาดและยังคงไม่สามารถเป็นข้อโต้แย้งในวิธีการอื่น ๆ ได้

3) สิ่งที่ถึงแม้ว่าจะเปลี่ยนแปลงไปได้ตามหลักการที่เป็นจริง อย่างไรก็ตามการโต้แย้งได้ในการกำหนดขอบเขตหรือยกเว้นในกรณีที่แน่ชัด...

Epsilon: อะไร?

Sigma: '...สิ่งหนึ่งที่จะไม่ทำให้สับสนผิดพลาดในทฤษฎีบทตามเนื้อหาของทฤษฎีบทไปยังบางการกำหนดขอบเขต อย่างที่สุภาษิตว่า การยกเว้นพิสูจน์ได้ด้วยกฎ

Epsilon: (ตาม Kappa) ใครที่เป็นคนโง่? เขาจะเรียนบางสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

Kappa: (ตาม Epsilon) และเกี่ยวข้องกับ เรขาคณิตนอกระบบยูคลิดสามเหลี่ยมในระนาบ

5.2.4 การปรับเปลี่ยนความแปลกใหม่

Rho: คุณ ฉันจะพูดซัก 2-3 คำในขอบได้ไหม?

ครู: โดยอาศัยความหมายทั้งหมด

Rho: ฉันเห็นด้วยที่เราจะปฏิเสธการไม่ยอมรับความแปลกใหม่ของ Delta อย่างที่เข้าไปใกล้ถึงในวิธีการทั่ว ๆ ไป สำหรับมันไม่ได้ทำ 'ความแปลกใหม่' ได้จริงอย่างเคร่งครัด Beta ไม่ได้ทำให้เขา ทำ 'การยกเว้น' อย่างเคร่งครัดเหมือนกัน สำหรับเขาเพียงแต่ทำ

เป็นแนวทางของพวกเขาและต่อมาก็แยกตัวออกไปสู่การรักษาหลักการสำคัญ ดังนั้นทั้งวิธีการนี้เป็นสิ่งที่น่าสนใจเพียงแค่ในขอบเขตจำกัด ซึ่งมีสิทธิพิเศษของสาขานั้น วิธีการของฉันไม่ได้ทำการแบ่งแยก ฉันสามารถแสดงให้เห็นว่าในการตรวจสอบที่ปิดการยอกเว้นถูกแยกออกไปเป็นเพียงสิ่งที่ทำให้เห็นได้ชัดเจนและทฤษฎีบทของ Euler กำหนดไว้ มันจะมีเหตุมีผลสำหรับตามการยืนยันถึงการยกเว้น

ครู: จริง ๆ หรือ?

Alpha: วิธีการอย่างไรที่ฉันสามารถยกตัวอย่างค้านกับตัวอย่างเดิม 'หอยเม่น' เป็นลำดับแรกของแนวคิด Euler เกี่ยวกับรูปทรงหลายเหลี่ยม? มันมี 12 รูปห้าเหลี่ยม 5 หน้า...

Rho: ฉันไม่เห็น 'รูปดาวห้าเหลี่ยม' รูปอื่น คุณเห็นไหมที่ว่าในกรณีที่เป็นความจริงของรูปทรงหลายเหลี่ยมปกติมีหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยม? มีอยู่ 60 อัน มันยังมี 90 ขอบ และ 32 มุมยอด มันเป็น 'ลักษณะของ Euler' เป็น 2 รูปดาวห้าเหลี่ยม 12 รูป มี 30 'ขอบ' และ 12 'มุมยอด' ผลลัพธ์ที่ได้ 'ลักษณะ' คือ 6 เป็นเพียงความต้องการของคุณ ความแปลกใหม่ไม่มีอยู่ เพียงแค่เป็นการตีความอย่างชั่วร้าย สิ่งหนึ่งที่ต้องการการชำระล้างคือใจของคน ๆ หนึ่งจากความวิตถารทางความเชื่อที่ผิด คนที่เรียนรู้วิธีการเห็นและวิธีการกำหนดขอบเขตให้ถูกต้องเป็นสิ่งที่คน ๆ หนึ่งเห็น วิธีการของฉันเป็นการรักษาโรค อย่างที่คุณ ไม่ถูกต้องเนื่องจากเข้าใจผิด 'เห็น' การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิม ฉันสอนคุณถึงวิธีการที่จะเข้าใจได้อย่างถูกต้องของตัวอย่าง ฉันปรับเปลี่ยนวิสัยทัศน์ที่มีความชั่วร้ายของคุณ...

Alpha: คุณ กรุณาอธิบายถึงวิธีการของคุณ ก่อน Rho จะล้างสมองพวกเรา

ครู: ปล่อยเขาไปก่อน

Gamma: คุณสามารถที่จะขยายผลตามการวิจารณ์ของวิธีการ Delta ไหม? ทั้งการปัดเป่าไล่ 'ความแปลกประหลาด'...

Rho: Delta ต้องการที่จะทำโดยคุณจะมีอาการเพ้อคลั่ง เขาเห็นด้วยที่ 'หอยเม่น' ของคุณมีอยู่ 12 หน้า 30 ขอบ และ 12 มุมยอด และเป็นเรขาคณิตที่อยู่นอกระบบยูคลิด เขาสรุปผลที่ว่ามันไม่ได้เป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมเช่นเดียวกัน แต่เขาทำผิดพลาดทั้งการนับ 'หอยเม่น' ของคุณเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมและเป็นรูปเรขาคณิตระบบยูคลิด แต่มันเป็นการตีความว่าเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมรูปดาว ซึ่งเป็นการตีความที่ผิด ถ้าคุณไม่ใส่ใจอะไร มันจะไม่เป็นรอยพิมพ์ที่เป็นหอยเม่นที่สมบูรณ์ แน่ใจจริง แต่มันทำให้เข้าใจผิดทำให้ป่วยทางใจ การทำให้ผิดรูปร่างในความเสียใจ

Kappa: แต่วิธีการที่สามารถจะจำแนกของจิตใจที่สมบูรณ์จากการป่วยของคน ๆ หนึ่ง ให้เข้าใจเหตุผลที่มาจากการตีความชั่วร้าย?

Rho: อะไรคือปัญหาหรือสถานการณ์ที่ยากลำบากของฉันที่เป็นวิธีการที่คุณจะสามารถเข้าร่วมกับมันได้

Sigma: คุณคิดอย่างนั้นจริง ๆ Rho ที่ Alpha ไม่เคยเข้าใจที่ 'หอยเม่น' เขาจะเป็นการตีความอย่างที่เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปทรงหลายเหลี่ยม? ถึงอย่างไรมันจะเป็น แต่ในการปิดที่แสดงให้เห็นว่า 'รูปสามเหลี่ยมนี้' การหลอกลวงตลอดไปในห้าบางระนาบและรอบ ๆ ของรูปห้าเหลี่ยมทั่ว ๆ ไปการหลบซ่อนเหมือนหัวใจของเรา เบื้องหลังมุมทรงตัน ขณะที่ 5 รูปสามเหลี่ยมทั่วไปเชื่อมต่อไปภายในหัวใจ รูปห้าเหลี่ยมทั่ว ๆ ไปมาจาก ดังที่เรียกว่า "รูปดาวหน้าแฉก" ที่กำหนดโดย Theophrastus Paracelsus เป็นสัญลักษณ์ของหัวใจ...

ครู: เป็นความเชื่อทางไสยศาสตร์

5.2.5 การรวบรวมข้อโต้แย้ง

ครู: พวกเราย้อนกลับมาที่ภาพโครงสร้างรูป ฉันสนับสนุนให้เกิดความเข้าใจกับคน ๆ หนึ่ง อย่างที่มันเป็นของจริงเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมทั่วไปตามข้อคาดการณ์ของ Euler อย่างที่เทียบเท่ากันกับอย่างที่มันเป็นของจริงเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมเฉพาะที่ไปยังบทแทรกข้อแรกที่ได้จากการพิสูจน์

Gamma: ขอโทษครับ คุณ แต่วิธีการทำของภาพโครงสร้างมันพิสูจน์ว่าไม่เป็นจริงตามบทแทรกบทแรก?

ครู: ครั้งแรกที่เปลี่ยนตำแหน่งของหน้าและต่อจากนั้นก็พยายามขยายออกให้มันแบนราบบนกระดานดำ คุณจะทำได้ไม่สำเร็จ

Alpha: สิ่งที่จะช่วยคุณได้คือจินตนาการ ฉันจะถามคุณว่าสิ่งนั้นและมีแค่เพียงรูปทรงหลายเหลี่ยมซึ่งคุณไม่สามารถที่จะขยายออกไปยังการเป็นรูปทรงกลมที่มีสมบัติตามนั้นหลังจากที่หน้าได้เคลื่อนย้าย คุณจะสามารถขยายออกไปก็ยังเหลือบางส่วนไปสู่ระนาบ

มันเป็นสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนว่าแต่ละ 'รูปทรงกลม' ของรูปทรงหลายเหลี่ยมเป็นการขยายไปยังระนาบหลังจากหน้าที่ถูกตัดออก และข้อบกพร่องสามารถปรับตัวได้ง่าย มันเป็นสิ่งที่เท่ากันกับการเข้าใจสิ่งนั้นได้ง่าย ถ้ารูปทรงหลายเหลี่ยมถูกตัดหน้าออกก็จะสามารถขยายไปยังระนาบได้ ต่อจากนั้นคุณก็สามารถทำให้มันโค้งไปเป็นแจกันซึ่งคุณจะสามารถควบคุมข้อผิดพลาดได้ ดังนั้น การเริ่มกลมของรูปทรงหลายเหลี่ยม แต่เราจะสามารถสร้างรูปโครงสร้างที่ไม่เป็นการขยายไปยังรูปทรงกลม แต่เป็นแค่เพียงทรงห่วงยาง

ครู: ดี ขณะที่ ไม่เหมือนกันกับ Delta ฉันยอรับสิ่งที่เป็นรูปโครงสร้างอย่างที่ได้วิจารณ์เกี่ยวกับข้อคาดการณ์ ด้วยเหตุนี้ฉันละทิ้งข้อคาดการณ์ในนั้นตามรูปแบบแรกอย่างผิด ๆ แต่ฉันก็วางไว้ทันทีทันใดไปปรับปรุงให้ก้าวหน้าตามข้อจำกัดของมุมมอง ดังนั้นข้อคาดการณ์สิ่งนี้ Descartes กับ Euler จึงยึดถือว่าดีเพราะว่าเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยม 'ไม่ซับซ้อน'

ดังที่เป็นวิธีการยกเว้นความแปลกใหม่ที่มีข้อจำกัดทั้งหลักการสำคัญของข้อคาดการณ์หลักและของบทแทรกที่ผิดไปยังหลักการทั่วไปเกี่ยวกับการคงไว้ ด้วยเหตุนั้นการยอมรับการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมอย่างที่เป็นทั้ง สิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อคาดการณ์หลักและสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ วิธีการของฉันเกี่ยวกับการรวบรวมข้อโต้แย้งถูกยึดถือไว้พิสูจน์ แต่

การลดขอบเขตของความรู้เกี่ยวกับข้อคาดการณ์ไปยังขอบเขตอื่น ๆ ความผิดของบทแทรก หรือทั้งหมดที่ยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมซึ่งเป็นทั้งแบบทั่วไปและแบบเฉพาะที่ทำให้เกิดการยกเว้นข้อโต้แย้งที่จะปรับปรุงทั้งบทแทรกและข้อคาดการณ์เริ่มแรก มันทำให้ฉันได้แก้ไขข้อคาดการณ์แรก แต่ไม่ได้เป็นข้อโตแย้งทั้งหมด คุณเข้าใจไหม?

Alpha: ใช่ ฉันคิดว่าฉันทำได้ ให้แสดงว่าฉันเข้าใจ ฉันจะพยายามหาหลักฐานมาหักล้างคุณ

ครู: วิธีการของฉันหรือการยืนยันข้อคาดการณ์?

Alpha: คุณจะปรับปรุงข้อคาดการณ์ให้ดีขึ้น

ครู: หลังจากที่คุณจะยังคงไม่เข้าใจวิธีการของฉัน แต่ต่อจากนั้นคุณจะสามารถยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิม

Alpha: การพิจารณาลูกบาศก์ด้วยลูกบาศก์เล็ก ๆ ที่วางอยู่ด้านบนลูกใหญ่ สิ่งที่ทำตามด้วยบทนิยามทั้งหมดของเรา บทนิยามที่ 1, 2, 3, 4, 4′, 5 อย่างที่มันเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมที่แท้จริง และมันเป็น ‘สิ่งที่ไม่ซับซ้อน’ ภายในนั้นมันสามารถขยายออกไปยังระนาบได้ ดังนั้น ตามข้อกำหนดคุณจะปรับปรุงข้อคาดการณ์ มันเป็นลักษณะของแนวคิด Euler จะเป็น 2 ถึงอย่างไรก็ตามมันเป็น 16 มุมยอด 24 ขอบ และ 11 หน้า มันเป็นลักษณะของแนวคิด Euler คือ 16-24+11=3 มันเป็นการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมทั่วไปไปยังการปรับปรุงข้อคาดการณ์ของคุณและ โดยวิธีการ ดังที่ทฤษฎีบทข้อแรกของ Beta ‘การยกเว้นความแปลกใหม่’ รูปทรงหลายเหลี่ยมนี้ ในความมุ่งร้ายจะไม่มีหลุมพราง อุโมงค์หรือ ‘โครงสร้างที่หลากหลาย’ มันไม่เป็นเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด

Delta: พวกเราเรียกจุดบนสุดของลูกบาศก์ การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมข้อ ที่ 6

5.2.6 การพิสูจน์ด้วยการโต้แย้ง

Gamma: ฉันคิดว่าการยอมรับรูปทรงกระบอกอย่างที่เป็นการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่แท้จริงไปยังทฤษฎีบท ฉันสร้างขึ้นมาเป็นข้อโต้แย้งใหม่ (หรือหลาย ๆ ข้อโต้แย้ง) ที่จะเป็นการพิสูจน์ว่าไม่จริงโดยตัวมันและการเพิ่มโต้แย้งไปยังการลงรายการลำดับแรก สิ่งนั้นถึงอย่างไรก็ตามเป็นสิ่งที่ถูกต้องแม่นยำว่าอะไรที่ Alpha ทำ แต่แทนที่ของ ‘การซ่อน’ ขอพวกเขาที่จะกลายมาเป็นสิ่งที่ซ่อนอยู่ ฉันจะประกาศมาเป็นสาธารณะ

ขณะที่ทรงกระบอกซึ่งเป็นปัญหาที่ยาก อันตรายกว่าแบบทั่ว ๆ ไป แต่ไม่มีการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่เฉพาะ (ชนิดที่ 3) ในความเอาใจใส่เกี่ยวกับการพิสูจน์การวิเคราะห์แบบเก่าและเกี่ยวกับทฤษฎีที่ตรงกันกับทฤษฎีบทเดิม จะเป็นที่ที่ไม่ปลอดภัยการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่เฉพาะและทั่ว ๆ ไป) ในความเอาใจใส่เกี่ยวกับการพิสูจน์การวิเคราะห์แบบใหม่และเกี่ยวกับทฤษฎีที่ตรงกันกับทฤษฎีบทใหม่

Alpha คิดว่าที่เขาจำแนกเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมเป็นกฎซึ่งเป็นจริงเสมอ แต่เป็นความจริงที่มันเป็นความสัมพันธ์กันไปยังการพิสูจน์ของการวิเคราะห์การพิสูจน์ อย่างที่การวิเคราะห์การพิสูจน์เจริญเติบโตขึ้น การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมของชนิดที่สามกลับไปยังการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมของชนิดที่สอง

Lambda: นั่นเป็นสิ่งที่ถูกต้อง การวิเคราะห์การพิสูจน์เป็น 'อย่างเข้มงวด' หรือ 'มีเหตุมีผล' และเหมือนกันกับทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ที่เป็นจริงหรือไม่ และแค่เพียงถ้าไม่มี 'ชนิดที่สาม' การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมไปยังมัน ฉันเรียกสิ่งนี้ว่าเป็นบรรทัดฐานหลักการของการสร้างการถ่ายทอดของการแสดงให้เห็นว่าไม่จริง เพราะว่ามันต้องการที่การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมอย่างที่มีความเฉพาะ ความคิดผิด ๆ จะเป็นการยอนกลับมาถ่ายทอดจากข้อคาดการณ์ที่ไม่มีเล่ห์เหลี่ยมไปบังข้อโต้แย้ง จากผลที่ตามมาของทฤษฎีบทที่เกิดขึ้นก่อน ถ้าโดยทั่ว ๆ ไปแต่ไม่การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมอย่างที่มีความเฉพาะที่ฝ่าฝืนหลักการนี้ เราฟื้นฟูมันโดยการเพิ่มความเหมาะสมของข้อโต้แย้งไปยังการวิเคราะห์การพิสูจน์หลักการของการสร้างการถ่ายทอดของการแสดงให้เห็นว่าไม่จริงเป็นดังที่เป็นหลักการทั่ว ๆ ไปสำหรับการวิเคราะห์การพิสูจน์ใน *statu nascendi* และโดยทั่วไปแต่ไม่มีการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่เฉพาะเป็นความปั่นป่วนเป็นผู้กระทำในการเจริญของการวิเคราะห์การพิสูจน์

Gamma: จำได้ ที่ทำให้เท่ากันก่อนที่จะค้นหาการโต้แย้งอย่างง่ายเราจะจัดการตามความเข้าใจ 3 ข้อสงสัยของข้อโต้แย้งและเดินไปข้างหน้าด้วยการวิเคราะห์การพิสูจน์

Lambda: นั่นเป็นความจริง การวิเคราะห์การพิสูจน์บางทีจะเริ่มด้วยไม่เพียงแค่ภายใต้ความกดดันของการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่มีทั่วไป แต่ยังคงมีเมื่อผู้เรียนพร้อมเป็นไปตามการปกป้องเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์การพิสูจน์ที่ 'ไม่มีข้อสงสัย'

ในกรณีแรกทั้งการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่มีทั่วไปปรากฏให้เห็นอย่างที่เป็นการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมของประเภทที่สาม และทั้งหมดของข้อโต้แย้งที่เริ่มทำงานอย่างที่ 'ที่มีข้อโต้แย้งนั้นซ่อนอยู่' การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมนั้นจะนำไปสู่การสร้างขึ้นมาอย่างค่อยเป็นค่อยไปของการวิเคราะห์การพิสูจน์และในทางกลับกันหนึ่งต่อหนึ่งไปยังการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมของชนิดที่สอง

ในกรณีสอง เมื่อเราพร้อมที่ในอารมณ์ที่สงสัยและเอาใจใส่ที่จะเฟ้นหาการโต้แย้ง เราอาจจะมาถึงที่พัฒนามาจากการวิเคราะห์การพิสูจน์ที่ปราศจากการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมอื่น ๆ ต่อจากนี้จะมีอยู่ 2 อย่างที่เป็นไปได้ ความเป็นไปได้อย่างแรกคือสิ่งที่เราประสบผลสำเร็จในพิสูจน์ว่าไม่จริง โดยการยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมที่เฉพาะ รายการของข้อโต้แย้งในการวิเคราะห์การพิสูจน์ของเรา เราอาจจะค้นหาได้ดีในสิ่งที่การยกตัวอย่างค้านตัวอย่างเดิมทั่วไป

Alpha: วิธีการนี้ฉันค้นพบว่าภาพโครงสร้าง ที่ใช้ค้นหารูปทรงหลายเหลี่ยมนั้นหลังจากมีหน้าที่เอาออก จะไม่สามารถขยายให้แบนราบไปในระนาบ

Sigma: หลังจากที่ไม่ได้ทำการโต้แย้งอย่างที่มีความปั่นป่วนของตัวแทนสำหรับการวิเคราะห์การพิสูจน์ แต่การวิเคราะห์การพิสูจน์อาจจะทำอย่างที่มีความปั่นป่วนของตัวแทนของการโต้แย้ง อะไรคือสิ่งที่ชั่วร้ายมีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกันระหว่างสิ่งที่ดูเหมือนจะเป็นอันตราย

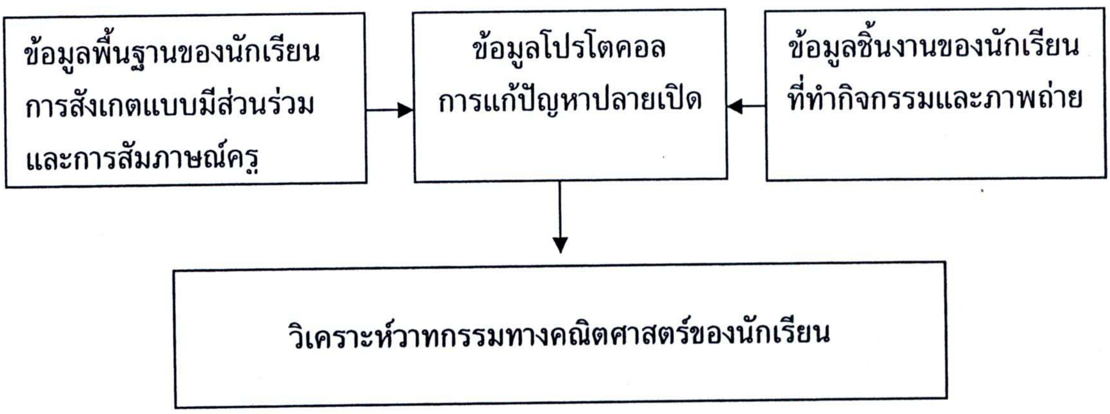
Lampda: สิ่งนั้นถูกต้อง ถ้าข้อคาดการณ์นั้นดูเหมือนว่าจะมีเหตุผลที่เป็นไปได้หรือทำให้มีหลักฐานของตัวเองเท่ากัน สิ่งหนึ่งที่จะพิสูจน์มัน สิ่งนั้นอาจจะค้นหาว่ามันขึ้นอยู่กับมีประสบการณ์มากและข้อโต้แย้งนั้นน่าสงสัย การโต้แย้งของบทแทรกอาจจะนำไปยังสิ่งที่ไม่สามารถคาดหวังได้จากการโต้แย้งของข้อคาดการณ์แรก

Sigma: การพิสูจน์ด้วยการสร้างการโต้แย้ง

Gamma: หลังจากนั้น ‘คุณความดีของการพิสูจน์ด้วยการให้เหตุผลจะไม่เป็นดังที่มันบังคับให้เชื่อ แต่นั้นมันจะช่วยแนะนำความสงสัย’

6. การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด จากการให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดจำนวน 3 ปัญหา เรียงลำดับการทำกิจกรรมจนครบทั้ง 5 สถานการณ์ปัญหา โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์วาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการบรรยายสรุปบริบทประกอบโปรโตคอลการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียน และใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ นำเสนอวาทกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดตามกรอบเชิงทฤษฎีของ Lakatos (1976) ตามโครงสร้างแผนภาพ ดังนี้



ภาพที่ 7 แสดงการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย