



วิทยานิพนธ์

วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์สำหรับปัญหาที่มีตัว
แปรตัดสินใจแบบต่อเนื่อง 1 ตัวและ 2 ตัว

SIMULATION OPTIMIZATION METHODS FOR ONE AND TWO
CONTINUOUS DECISION-VARIABLE PROBLEMS

นายยุทธชัย รุจิราวรรักษ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

พ.ศ. 2550



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหการ)

ปริญญา

วิศวกรรมอุตสาหการ

สาขา

วิศวกรรมอุตสาหการ

ภาควิชา

เรื่อง วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์สำหรับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจ
แบบต่อเนื่อง 1 ตัวและ 2 ตัว

Simulation Optimization Methods for One and Two Continuous Decision-Variable
Problems

นามผู้วิจัย นายยุทธชัย รุจิราวรักษ์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์จุฑา พิชิตคำเคื้อ, Ph.D)

กรรมการ

(อาจารย์พรเทพ อนุสรณินิตสาร, Ph.D)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สำราญ ทองเล็ก, บธ.ม)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์อนันต์ มุ่งวัฒนา, Ph.D)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์วินัย อัจฉกหาญ, M.A.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์สำหรับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจแบบต่อเนื่อง
1 ตัวและ 2 ตัว

SIMULATION OPTIMIZATION METHODS FOR ONE AND TWO CONTINUOUS
DECISION-VARIABLE PROBLEMS

โดย

นายยุทธชัย รุจิราวรักษ์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหกรรม)
พ.ศ. 2550

ยุทธชัย รุจิราวรรณ 2550: วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์สำหรับ
ปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจแบบต่อเนื่อง 1 ตัวและ 2 ตัว ปรินญาวิศวกรรมศาสตร
มหาบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหการ) สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ ภาควิชาวิศวกรรม
อุตสาหการ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์จันทา พิชิตลำเค็ญ, Ph.D.
98 หน้า

งานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ (Simulation)
โดยพิจารณาตัวแปรตัดสินใจแบบต่อเนื่อง สำหรับระบบที่ซับซ้อนที่ไม่สามารถกำหนดค่า
ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ แต่สามารถประมาณค่าได้จากแบบจำลอง
สถานการณ์ นั่นคือฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ได้เป็นค่าคาดคะเนของดัชนีชี้วัดการดำเนินงานของ
ระบบ ผู้วิจัยสนใจปัญหาวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ เมื่อมีข้อจำกัดในเรื่อง
งบประมาณทางด้านเวลาหรือจำนวนรอบทำซ้ำจำกัด ผู้วิจัยได้ปรับปรุงวิธีของยาโควิตส
(Yakowitz et al. 2000) ซึ่งใช้ประโยชน์จากการสร้างเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำ
(Low-dispersion point sets) ในการสร้างจุดคำตอบ (Solution) ในพื้นที่ที่เป็นไปได้
(Feasible region) โดยได้เสนอกฎใหม่ในการเลือกจุดคำตอบที่จะทำการจำลองสถานการณ์ครั้ง
ต่อไป ผู้วิจัยเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีทั้งสามนี้ โดยทดสอบกับ 3 ปัญหาทดสอบ และ
พิจารณาดัชนีชี้วัด 3 ตัวคือ 1. จำนวนการทดลองที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้; 2. ค่าเฉลี่ย
ของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก; และ 3. ค่าประมาณส่วนเบี่ยงเบนความผิดพลาด
มาตรฐาน ผู้วิจัยใช้วิธีการเปรียบเทียบทางสถิติ 2 วิธีคือ วิธี Multiple Comparisons และวิธี Subset
Selection ซึ่งผลที่ได้จากการเปรียบเทียบทางสถิติ พบว่าวิธีที่นำเสนอใหม่ให้ผลที่ดีกว่าวิธีเดิมของ
ยาโควิตส สำหรับทั้ง 3. ดัชนีชี้วัดสำหรับปัญหาทดสอบทั้งสามปัญหาที่พิจารณา

Yutthachai Rujiraworarak 2550: Simulation Optimization Methods for One and Two Continuous Decision-Variable Problems. Master of Engineering (Industrial Engineering), Major Field: Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering. Thesis Advisor: Assistant Professor Jutta Pichitlamken, Ph.D. 98 pages.

We consider optimization-via-simulation problems where decision variables are continuous. Simulation is useful when the objective functions are not in closed form mathematical functions but can be evaluated by simulation. We are interested in optimization-via-simulation problems when computational efforts are limited. We modify the methods by Yakowitz (2000) that uses low-dispersion point sets to generate some solutions from the feasible space. We propose two new rules in selecting the next set of solutions to consider. We compare our rules with Yakowitz's rule on the basis of three indicators: the number of experiments that fail to find the optimal solution; the average selection error; and the estimated standard errors. We use two comparison methods: multiple comparisons and subset selection.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

____ / ____ / ____

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยได้รับความกรุณาเอาใจใส่ทั้งด้านความรู้ทางวิชาการ พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและกำลังใจอันดีจาก ผศ.ดร. จุฬา พิชิตลำเค็ญ ประธานกรรมการ คำแนะนำสำหรับงานวิจัยจาก อ.ดร.พรเทพ อนุสรณินิตสาร กรรมการสาขาวิชาเอก ผศ.นท.สำราญ ทองเล็ก กรรมการสาขาวิชารอง และ ผศ.ดร. บุญอ้อม โฉมทิ ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัยซึ่งให้คำแนะนำตลอดจนแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา สำหรับความรัก กำลังใจ และโอกาสในการศึกษา ขอบคุณนายวสันต์ ทวีผล ที่ได้ให้คำปรึกษาสำหรับปัญหาในโปรแกรม สุดท้ายขอขอบคุณเพื่อนๆ ที่ให้ความช่วยเหลือในทุกๆเรื่อง และเป็นกำลังใจให้เสมอมา

ยุทธชัย รุจิราวรรักษ์

มิถุนายน 2550

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(7)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	17
อุปกรณ์	17
วิธีการ	17
ผลและวิจารณ์	26
ผล	26
วิจารณ์	45
สรุปและข้อเสนอแนะ	46
สรุป	46
ข้อเสนอแนะ	46
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	47
ภาคผนวก	49
ภาคผนวก ก ผลการทดลอง	50
ภาคผนวก ข วิธีการเปรียบเทียบผลการทดลอง	60
ภาคผนวก ค โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_1(\theta)$	74
ภาคผนวก ง โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_2(\theta)$	82
ภาคผนวก จ โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_3(\theta)$	90
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	98

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_1(\theta)$
2	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_1(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง
3	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_2(\theta)$
4	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_2(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง
5	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_3(\theta)$
6	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_3(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง
7	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
8	สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_1(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection	35
9	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$	36
10	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$	38
11	สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_2(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection	39
12	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$	40
13	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$	42
14	สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_3(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection	43
15	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$	44

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่	หน้า
ก1 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_1(\theta)$	51
ก2 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_1(\theta)$	52
ก3 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_1(\theta)$	52
ก4 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_1(\theta)$	52
ก5 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_1(\theta)$	53
ก6 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M1} ใน $J_1(\theta)$	53
ก7 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_1(\theta)$	53
ก8 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_2(\theta)$	54
ก9 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_2(\theta)$	54
ก10 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_2(\theta)$	55
ก11 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_2(\theta)$	55
ก12 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_2(\theta)$	55
ก13 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M1} ใน $J_2(\theta)$	56
ก14 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_2(\theta)$	56
ก15 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_3(\theta)$	57
ก16 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_3(\theta)$	57
ก17 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_3(\theta)$	57
ก18 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_3(\theta)$	58
ก19 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_3(\theta)$	58
ก20 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M1} ใน $J_3(\theta)$	58
ก21 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_3(\theta)$	59

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่		หน้า
ข1	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=500$ สำหรับ $J_1(\theta)$	61
ข2	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=1000$ สำหรับ $J_1(\theta)$	62
ข3	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=5000$ สำหรับ $J_1(\theta)$	62
ข4	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=10000$ สำหรับ $J_1(\theta)$	62
ข5	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=20000$ สำหรับ $J_1(\theta)$	62
ข6	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=500$ สำหรับ $J_2(\theta)$	63
ข7	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=1000$ สำหรับ $J_2(\theta)$	63
ข8	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=5000$ สำหรับ $J_2(\theta)$	63
ข9	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=10000$ สำหรับ $J_2(\theta)$	64
ข10	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=20000$ สำหรับ $J_2(\theta)$	64
ข11	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=500$ สำหรับ $J_3(\theta)$	64
ข12	ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ $N=1000$ สำหรับ $J_3(\theta)$	65

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่	หน้า
ข13 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=5000 สำหรับ $J_3(\theta)$	65
ข14 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=10000 สำหรับ $J_3(\theta)$	65
ข15 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=20000 สำหรับ $J_3(\theta)$	66
ข16 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_1(\theta)$	68
ข17 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_1(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน ($\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0$)	68
ข18 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_2(\theta)$	68
ข19 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_2(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน ($\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0$)	69
ข20 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_3(\theta)$	69
ข21 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_3(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน ($\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05}/\sqrt{2}) * S\sqrt{1/n_i + 1/n_l}; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0$)	70
ข22 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_1(\theta)$	71
ข23 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection ($\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$; น้อยดีกว่า)	72
ข24 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_2(\theta)$	72
ข25 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection ($\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$; น้อยดีกว่า)	72
ข26 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_3(\theta)$	73
ข27 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection ($\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$; น้อยดีกว่า)	73

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	ลักษณะของค่าการกระจายที่เป็นลูกบอลปิด	7
2	พื้นผิวตอบสนองของ $J_1(\theta)$	18
3	พื้นผิวตอบสนองของ $J_2(\theta)$	19
4	พื้นผิวตอบสนองของ $J_3(\theta)$	20
5	โครงร่างการทดลอง	22
6	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$	35
7	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$	36
8	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$	39
9	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$	40
10	การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$	43
11	การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$	44

ภาพผนวกที่

ข1	ตาราง 95% Critical Value $Q_{k,v}^{(0.05)}$ of the Studentized Range Distribution	67
ข2	ตาราง 95% Critical Values $T_{p,v}^{(0.05)}$ of the Multivariate t-Distribution	71

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

YAK	=	วิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ ที่เสนอโดยยาโคบิสและคณะ (2000) ซึ่งใช้กฎ $r_i(\hat{\delta}_i + \varepsilon)^2$ ที่น้อยที่สุดในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี
YAK _{M1}	=	วิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ ที่เสนอโดยยาโคบิสและคณะ (2000) แต่ใช้กฎ $r_i(\hat{\delta}_i + \hat{\sigma}_i)^2$ ที่น้อยที่สุดในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี
YAK _{M2}	=	วิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ ที่เสนอโดยยาโคบิสและคณะ (2000) แต่ใช้กฎ $r_i(\hat{\delta}_i / \hat{\sigma}_i)^2$ ที่น้อยที่สุดในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี
$J_1(\theta)$	=	ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของยาโคบิส
$J_2(\theta)$	=	ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ Extended Rosenbrock Function
$J_3(\theta)$	=	ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ Brown's Almost-Linear Function
θ	=	ตัวแปรตัดสินใจ
# Bad	=	จำนวนการทดลองที่ตลาดเคลื่อน เมื่อค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกมีค่าเกินกว่าขอบเขตที่กำหนด
$\hat{J}(\theta_{m,i}, i)$	=	เป็นค่าประมาณของ $J(\theta_{m,i})$ คือ $L_{i,j}$ เป็นค่าของ $L(\theta_{m,i})$ ที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ที่มีการแจกแจงเดียวกันแต่เป็นอิสระต่อกัน (Independent and identically distributed) ที่ j
J_N^*	=	เป็นค่าที่ดีที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จากการจำลองสถานการณ์ เมื่อพิจารณาทุกจุดคำตอบของเซต S_m
J^*	=	เป็นค่าที่ดีที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จาก Θ
$\hat{\theta}_N^*$	=	เป็นค่าประมาณของค่าที่ดีที่สุด (Estimated optimal solution)
$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	=	ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก
$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	=	ค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$J_N^* - J^*$	=	ความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบในเซต S_m
$\tilde{N}$	=	จำนวนรอบที่จำลองสถานการณ์

วิธีการหาที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์สำหรับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจ

แบบต่อเนื่อง 1 ตัวและ 2 ตัว

Simulation Optimization Methods for One and Two Continuous Decision-Variable Problems

คำนำ

ในโลกปัจจุบันเป็นโลกที่มีการเปลี่ยนแปลงรวดเร็วและการแข่งขันสูงในทุกด้าน รวมถึงไม่ว่าจะเป็นอุตสาหกรรมขนาดใหญ่หรือในอุตสาหกรรมขนาดกลางหรือขนาดย่อม เพื่อที่จะแข่งขันกับคู่แข่งได้นั้น วิธีการดำเนินงานเป็นส่วนสำคัญต่อองค์กร ซึ่งการที่จะได้มาซึ่งวิธีการดำเนินงานที่ดีนั้น มีวิธีการต่างๆ มากมาย หนึ่งในวิธีการนั้นคือวิธีการหาที่ดีที่สุด (Optimization) เพื่อให้ระบบการทำงานสามารถทำงานโดยให้เกิดผลที่ดีที่สุด ดังนั้นวิธีการหาที่ดีที่สุดมีความสำคัญอย่างมากในโลกของการเปลี่ยนแปลงและการแข่งขันในปัจจุบันและอนาคต

การจำลองสถานการณ์ระบบการทำงานบนคอมพิวเตอร์ทำให้ทราบผลการดำเนินงานของระบบได้อย่างเสมือน โดยที่ไม่ต้องกระทำบนระบบจริงและสามารถเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้ง่าย ประหยัดเวลาในการทดสอบกระบวนการทำงาน และสามารถลดความสูญเสียที่เกิดขึ้นจากการหยุดชะงักของระบบจริง ดังนั้นจึงมีการนำแบบจำลองสถานการณ์มาใช้ในการแก้ปัญหาการตัดสินใจ (Decision-making problems) หรือการปรับปรุงกระบวนการผลิต ซึ่งคือการนำวิธีการหาที่ดีที่สุดและแบบจำลองสถานการณ์มารวมกันนั่นเอง

วิธีการหาที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ (Optimization via simulation) เป็นการหาตัวแปรนำเข้า (Input variables) ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบที่ผู้วิเคราะห์สนใจ เพื่อให้ได้ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ที่ดีที่สุด โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้ไม่สามารถกำหนดได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ แต่ประมาณค่าได้จากตัวแบบการจำลองสถานการณ์ตัวแปรตัดสินใจ ปัญหาที่พิจารณาในงานวิจัยนี้คือการหาที่ดีที่สุด

$$\min_{\theta \in \Theta} J(\theta) \quad (1)$$

โดยที่ Θ เป็นพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible space) และ $J : R^n \rightarrow R$ เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ซึ่งก็คือดัชนีชี้วัดการดำเนินงานของระบบ (Performance measure) ภายใต้ตัวแปรนำเข้า θ ซึ่งเป็นสมาชิกของพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ ($\theta \in \Theta$) ผู้วิจัยมุ่งพิจารณาที่ตัวแปรตัดสินใจแบบต่อเนื่อง โดยสมมุติว่าระบบที่พิจารณาเป็นระบบที่ซับซ้อนที่ไม่สามารถกำหนดค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้จากสมการทางคณิตศาสตร์ และสามารถประมาณค่าได้จากการทำแบบจำลองสถานการณ์ เท่านั้น นั่นคือ $J(\theta)$ เป็นค่าคาดคะเน (Expected value) ของดัชนีชี้วัดการดำเนินงานของระบบที่สังเกตได้จากการจำลองสถานการณ์ ผู้วิจัยสนใจในสมการ (1) เมื่อมีงบประมาณทางด้านเวลาการทำการจำลองสถานการณ์จำกัด (N) หรือจำนวนการทำการจำลองสถานการณ์ทั้งหมดมีจำกัด ดังนั้นจึงเกิดคำถามที่ว่า จะสร้างจุดคำตอบ (Solutions) ได้อย่างไร, จะใช้จำนวนจุดคำตอบเท่าไร และจะทำการทำซ้ำเท่าไรในแต่ละจุดคำตอบ เพื่อให้คำตอบที่ได้เป็นค่าที่ดีที่สุด งานวิจัยของยาโควิตสและคณะ (Yakowitz et al. 2000) ได้ศึกษาและวิจัยแก้ปัญหานี้ โดยยาโควิตสและคณะได้เสนอการใช้ประโยชน์จากเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำ (Low-dispersion point sets)

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ศึกษาการนำวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ไปใช้ตัวอย่างเช่น การนำวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ไปใช้ในการเลือกขนาดคัมบัง (Kanban) ที่เหมาะสมเพื่อลดจำนวนชิ้นงานที่อยู่ในระหว่างกระบวนการผลิต (Work-in-process), หาขนาดรุ่นการผลิต (Batch size) ที่เหมาะสมเพื่อลดของเวลาในการผลิตจริง (Throughput time), และระดับสินค้าคงคลังของชิ้นงานที่ยังไม่เสร็จสมบูรณ์ในระบบควบคุมการผลิตแบบดึง (Carson and Maria, 1997) เป็นต้น

วัตถุประสงค์

ศึกษาและปรับปรุงวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์โดยวิธีของยาโคบิสและคณะ (2000) ซึ่งใช้ประโยชน์จากเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาวិธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์

ขอบเขตของงานวิจัย

ศึกษาและปรับปรุงวิธีของยาโคบิสและคณะ (2000) โดยพิจารณากรณีที่มีตัวแปรตัดสินใจ 1 ตัวและ 2 ตัว โดยการทดลองจะทดลองที่จำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ที่ 500, 1000, 5000, 10000 และ 20000 รอบ ซึ่งใช้จำนวนการทดสอบ 400 ครั้ง ของแต่ละจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ปรับปรุงวิธีของยาโคบิสและคณะ (2000) ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นในการแก้ปัญหาค่าที่ดีที่สุดได้

การตรวจเอกสาร

วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์มีแนวคิดและวิธีการที่แตกต่างกันหลายแนวคิด หัวข้อที่ 1 กล่าวถึง วิธีการค้นหาแบบสุ่ม โดยผู้วิจัยได้ใช้ Andradóttir (2006) เป็นแหล่งข้อมูลหลักในการศึกษาวิธีการ และหัวข้อที่ 2 กล่าวถึง วิธีของยาโคบิสและคณะ (2000)

1. วิธีการค้นหาแบบสุ่ม (Random search)

วิธีการค้นหาแบบสุ่ม เป็นการหาค่าที่ดีที่สุด โดยที่มีกลยุทธ์ในการสร้างลำดับคำตอบ $\{\theta_n; n \geq 0\}$ เมื่อ n เป็นจำนวนรอบ (Iteration) ของการค้นหาในแต่ละลำดับขั้นตอนอาจจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดในพื้นที่เล็กๆ (Local) หรือคำตอบที่ดีที่สุดของพื้นที่ทั้งหมด (Global) ของปัญหาก็ได้ วิธีการค้นหาแบบสุ่มสามารถใช้แก้ปัญหาเมื่อจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้มีจำกัด (Finite) หรือไม่จำกัดแต่สามารถแจกแจงค่าได้ (Countable infinite) ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ต้องการประมาณค่าอาจมาจากระบบที่มีระยะเวลาในการวางแผนสั้นหรือระยะยาวก็ได้

นอกจากนี้วิธีการค้นหาแบบสุ่มยังใช้ในแก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดของระบบที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าแน่นอน (Deterministic) หรือระบบที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าแบบสุ่ม (Stochastic) โดยที่แบบต่อเนื่องหรือตัวแปรตัดสินใจเป็นแบบไม่ต่อเนื่องก็ได้ ส่วนใหญ่แล้วการค้นหาแบบสุ่มถูกพัฒนาสำหรับการแก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดของระบบเมื่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าแน่นอน แต่มีแนวคิด 2 ทางที่ใช้แก้ปัญหาที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าที่แบบสุ่ม

แนวคิดแรกเป็นวิธีลำดับขั้นตอนที่แม่นยำ ซึ่งเป็นแนวคิดการหาค่าที่ดีที่สุดของแซมเปิลพาท (Sample path optimization) โดยพิจารณาจุดคำตอบที่สำคัญทั้งหมดและทำการคำนวณจำนวนมาก โดยใช้จำนวนรอบทำซ้ำของการจำลองสถานการณ์มาก จนกระทั่งสามารถประมาณค่าคำตอบได้ในแต่ละจุดคำตอบได้อย่างแม่นยำ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์กลายเป็นค่าที่แน่นอน (Kleywegt et al. 2001)

อีกแนวคิดหนึ่งไม่ได้ให้ค่าที่แม่นยำมากเหมือนกับแนวคิดแรก แนวคิดที่สองนี้ใช้วิธีการลำดับขั้นตอน (Algorithm) โดยค้นหาไปใน θ ซึ่งวิธีเหล่านี้แตกต่างกันที่กฎการค้นหา และวิธีที่ใช้

ตัดสินใจว่าจะทำการค้นหาต่อไปหรือจะหยุดการค้นหา โดยมีกฎและหลักการเพื่อใช้ในการตัดสินใจ รวมทั้งแสดงจุดที่เหมาะสมตามที่คาดหวัง Spall (2003)

วิธีค้นหาแบบสุ่มทั่วไปสำหรับการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ มีโครงสร้างพื้นฐาน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 0: เลือกกลยุทธ์การสุ่มตั้งต้น s_n และกำหนดให้จำนวนรอบ $n = 1$

ขั้นตอนที่ 1: สรรหาค่า $\theta_n^{(1)}, \dots, \theta_n^{(M_n)} \in \Theta$ โดยที่ M_n เป็นจำนวนจุดที่ถูกสุ่มจาก Θ ในการทำซ้ำครั้งที่ n ตามกลยุทธ์การสุ่ม s_n

ขั้นตอนที่ 2: ประเมินค่า $J(\theta_n^{(i)})$ สำหรับ $i = 1, \dots, M_n$ ด้วยตัวแบบจำลองสถานการณ์

ขั้นตอนที่ 3: ใช้ผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 เพื่อประมาณค่าคำตอบที่ดีที่สุด $\hat{\theta}_n^*$ และทำกลยุทธ์การสุ่มใหม่ s_{n+1} โดยกำหนดให้ $n = n + 1$ และกลับไปทำขั้นตอนที่ 1

ความแตกต่างของวิธีต่างๆ ขึ้นอยู่กับเทคนิคที่ใช้ในการกำหนดกลยุทธ์การสุ่ม $\{s_n; n \geq 0\}$ และความแตกต่างของวิธี $\{\hat{\theta}_n^*; n \geq 0\}$ โดยสามารถแบ่งกลยุทธ์การสุ่มได้เป็น 3 ประเภทหลักๆ ดังนี้

1.1 กลยุทธ์การสุ่มแบบทีละคำตอบ (Point-based) ที่สุ่มคำตอบถัดไป จากคำตอบต่างๆ ที่ใกล้เคียงกับคำตอบปัจจุบันเช่น วิธีซิมมิวเลทเทดอะนีลลิง (Simulated annealing), วิธีทาบูเซิร์ช (Tabu search) และวิธีสะโตเคสติก룰เลอร์ (Stochastic ruler) ที่เสนอโดย Yan และ Mukai (1992)

1.2 กลยุทธ์การสุ่มแบบทีละเซตคำตอบ (Set-based) ที่สุ่มคำตอบจากกลุ่มคำตอบเฉพาะกลุ่มคำตอบจากคำตอบต่างๆ ที่ใกล้เคียงกับคำตอบปัจจุบัน เช่น วิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต (Branch-and-bound) ที่ได้ศึกษาและเสนอโดย Norkin et al. (1998 a,b), วิธีเนสตพาร์ทิชัน (Nested partitions) และวิธีคอมพาส (COMPASS) ที่ได้ศึกษาและเสนอโดย Hong และ Nelson (2005), วิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต

1.3 กลยุทธ์การสุ่มแบบที่ละกลุ่มประชากร (Population-based) เช่น วิธีจะเนททิก อัลกอริทึม (Genetic algorithms) ที่สุ่มคำตอบ จากกลุ่มคำตอบเฉพาะกลุ่มคำตอบจากคำตอบต่างๆ ที่มีลักษณะที่น่าสนใจใกล้เคียงกับคำตอบปัจจุบัน

โดยในงานวิจัยที่น่าสนใจในวิธีของยาโควิสและคณะ (2000) ซึ่งเป็นวิธีการค้นหาแบบสุ่ม และใช้กลยุทธ์การสุ่มแบบที่ละเซตคำตอบ

2. วิธีของยาโควิสและคณะ (2000) โดยเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำ

วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์โดยวิธีวิธีของยาโควิสและคณะ (2000) นั้นพิจารณาที่ปัญหาเดียวกับปัญหาในสมการ (1) กำหนดให้งบประมาณเวลาการทำการจำลอง สถานการณ์ที่จำกัดเป็น N , เซตคำตอบที่เป็นไปได้ $S_m = \{\theta_{m,1}, \theta_{m,2}, \dots, \theta_{m,m}\}$ และจำนวนคำตอบ m เป็นฟังก์ชันของ N ดังนั้นจำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบ r โดยที่ $r = \lfloor N/m \rfloor$

กำหนดให้

$$\hat{J}(\theta_{m,i}) = (1/r) \sum_{j=1}^r L_{i,j}$$

เป็นค่าประมาณของ $J(\theta_{m,i})$ คือ $L_{i,j}$ เป็นค่าของ $L(\theta_{m,i})$ ที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ที่มีการแจกแจงเดียวกันแต่เป็นอิสระต่อกัน (Independent and identically distributed) ที่ j

$$J_N^* = \min_{1 \leq i \leq m} J(\theta_{m,i})$$

เป็นค่าที่ดีที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จากการจำลองสถานการณ์ เมื่อพิจารณาทุกจุดคำตอบของเซต S_m

$$J^* = \min_{\theta \in \Theta} J(\theta)$$

เป็นค่าที่ดีที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จาก Θ

$$\hat{\theta}_N^* = \arg \min_{\theta_{m,i} \in S_m} \hat{J}(\theta_{m,i})$$

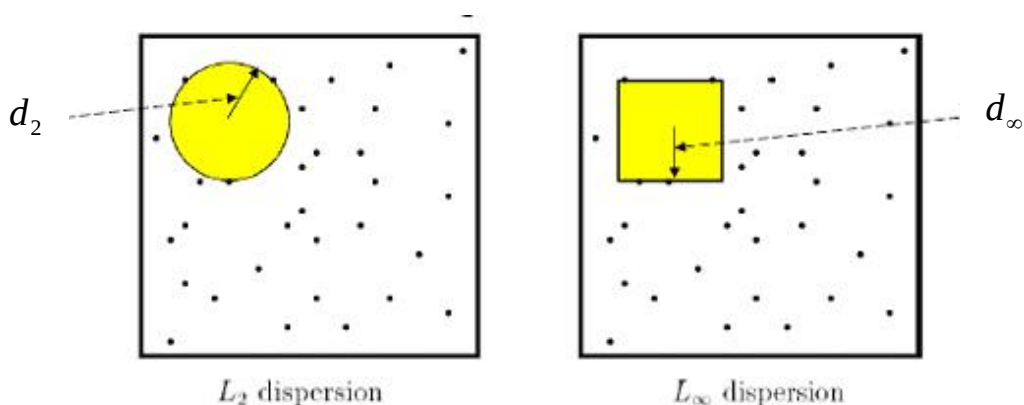
เป็นค่าประมาณของค่าที่ดีที่สุด (Estimated optimal solution)

ดังนั้นค่าความผิดพลาดที่จำนวนรอบทำซ้ำที่ N สามารถถูกจำแนกได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \Delta_N &= J(\hat{\theta}_N^*) - J^* \\
 &= (J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*) + (J_N^* - J^*) \\
 &= \text{ความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก (Selection error) + ความผิดพลาดการพิจารณา} \\
 &\quad \text{เฉพาะคำตอบในเซต } S_m \text{ (Discretization error)}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

ความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกสามารถถูกลดได้โดยการเพิ่มจำนวน r , ขณะที่ความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบสามารถลดได้ด้วยการเพิ่มจำนวนจุดคำตอบ m อย่างไรก็ตามไม่สามารถเพิ่มจำนวนรอบการทำงานซ้ำและเพิ่มจำนวนจุดคำตอบพร้อมกันได้เนื่องจากงบประมาณเวลาที่จำกัดในการจำลองสถานการณ์ ($N = m * r$)

วิธีของยาโควิสและคณะ (2000) เป็นวิธีที่ใช้ประโยชน์จากเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำในการ $S_m \subset \Theta$ ซึ่งเซตของจุดที่มีการกระจายตัวมีต้นกำเนิดจากวิธีอินทิเกรชันแบบตัวเลขชนิดควอไซมอนติคาร์โล (Quasi-Monte Carlo numerical integration) ในการสร้างจุดที่กำหนดค่าที่แน่นอน ที่ครอบคลุมโดเมนที่สนใจอย่างทั่วถึง โดยค่าการกระจาย (Dispersion) เป็นดัชนีที่แสดงการกระจายตัว (Niederreiter 1992) ค่าการกระจายเป็นขนาดของลูกบอลปิดที่ใหญ่ที่สุด ที่ไม่มีจุดใดๆ อยู่ภายใน โดยมีค่าขึ้นอยู่กับชนิดของนอร์มที่ใช้ ลักษณะของค่าการกระจายที่เป็นลูกบอลปิดตัวแสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ค่าการกระจายที่เป็นลูกบอลปิดในนอร์มสองและนอร์มอินฟินิตี้
ที่มา: (Cheng 2006)

ยาโควิสและคณะ (2000) นำประโยชน์จากเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำในการสร้างพื้นคำตอบที่เป็นไปได้

กำหนดให้

$$\begin{aligned}
 A_{m,n} & \text{ เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ } A \text{ ที่แถวที่ } m \text{ และคอลัมน์ที่ } n \\
 \|\cdot\|_p & \text{ เป็นนอร์มที่ } p \text{ เช่น นอร์มหนึ่ง } \|A\|_1 = \max_{j=1,\dots,n} \sum_{i=1}^m |A_{i,j}|, \\
 & \text{ นอร์มสอง } \|A\|_2 = \lambda_1(A'A)^{1/2} \text{ เมื่อ } \lambda_1(\cdot) \text{ คือค่าเฉพาะ} \\
 & \text{ (Eigenvalues) ที่มากที่สุดและนอร์มอินฟินิตี้ (Infinity)} \\
 & \|A\|_\infty = \max_{j=1,\dots,m} \sum_{i=1}^n |A_{i,j}| \\
 B_p(\theta, t) = \{x \in R^d \mid \|x - \theta\|_p \leq t\} & \text{ เป็นลูกบอลปิดที่มีรัศมี } t \text{ และจุดศูนย์กลางที่ } \theta
 \end{aligned}$$

ดังนั้นค่าการกระจายตัว (Dispersion) จะคำนวณได้จากสมการ

$$d_p(S_m, \theta) = \sup_{\theta \in \Theta} \min_{1 \leq i \leq m} \|\theta - \theta_{m,i}\|_p \quad (3)$$

โดยที่ S_m เป็นเซตของจุดที่มีการกระจายตัวต่ำ $S_m = \{\theta_{m,1}, \theta_{m,2}, \dots, \theta_{m,m}\}$

ค่าการกระจายตัวของเซต S_m กำหนดระยะห่างของการกระจายของจุดในเซต S_m นอกจากนี้ประเด็นที่น่าสนใจของวิธีของยาโควิสและคณะ (2000) คือการจำแนกความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกและการพิจารณาเฉพาะคำตอบบางตัว โดยยาโควิสและคณะ (2000) นำเสนอวิธีการจัดสรรเวลาการจำลองสถานการณ์ เพื่อให้ค่าความผิดพลาดรวม (Total error) ในสมการที่ (2) น้อยที่สุด โดยยาโควิสและคณะ (2000) ได้เสนอวิธีในการจัดสรรจำนวนรอบทำซ้ำเพื่อให้ Δ_n น้อยที่สุดไว้ 3 วิธี ดังนี้

2.1 วิธีที่ใช้จำนวนรอบการทำซ้ำเท่าๆ กันในทุกๆ จุดคำตอบ

วิธีที่ใช้จำนวนรอบการทำซ้ำเท่าๆ กันในทุกๆ จุดคำตอบ โดยสร้างจำนวนจุดคำตอบ $m = m_N^*(C)$, สร้างเซตของจุดคำตอบ S_m และทำการจำลองสถานการณ์โดยใช้จำนวนรอบการทำซ้ำที่เท่าๆ กันในทุกๆ จุดคำตอบ นั่นคือ $r = \lfloor N/m \rfloor$

2.2 วิธีที่จำนวนจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ (Adaptive)

วิธีที่จำนวนจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ โดยงบประมาณเวลาสามารถปรับค่าได้และทำการจำลองสถานการณ์เหมือนกับวิธีที่ 2.1 แต่การทำจำลองสถานการณ์ในครั้งต่อไปที่ $N+1$ จะทำที่จุดคำตอบกรณีหนึ่งจาก 2 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 ทำจำลองสถานการณ์ที่จุดคำตอบใดคำตอบหนึ่งในเซตคำตอบที่พบแล้ว (S_m) เมื่อจำนวนจุดคำตอบใหม่ ($m_{N+1}^* = m_N^* = m$) โดยที่จะทำซ้ำในจุดคำตอบที่ (θ_i) ที่มีจำนวนการทำซ้ำน้อยที่สุด ($r_{N,i}$) ที่คำตอบที่ i

กรณีที่ 2 ทำจำลองสถานการณ์ที่จุดคำตอบใหม่ (θ_{m+1}) เมื่อจำนวนจุดคำตอบใหม่ $m_{N+1}^* = m_N^* + 1$ ด้วยการสร้างจุดคำตอบใหม่จากทฤษฎีลำดับการกระจายตัวต่ำ

2.3 วิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้

วิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ โดยสร้างจำนวนจุดคำตอบ ($m = m_N^*(C)$), สร้างเซตจุดคำตอบ (S_m) และทำการจำลองสถานการณ์เริ่มต้น (Initialization)

กำหนดให้

$$r_i \quad \text{เป็นจำนวนการทำซ้ำบนจุดคำตอบ } \theta_{m,i}$$

$$\hat{\delta}_i = \hat{J}(\theta_{m,i}) - \hat{J}_n^* \quad \text{โดยที่ } \hat{J}_n^* = \min_{1 \leq v \leq m} \hat{J}(\theta_{m,v})$$

และให้การทำซ้ำครั้งต่อไปทำที่ตัวเลือก $\theta_{m,i}$ ที่มีค่า $r_i(\hat{\delta}_i + \varepsilon)^2$ ที่น้อยที่สุด เมื่อ ε เป็นค่าคงที่ของค่าประมาณของความผิดพลาด (Estimation error) ที่เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้

$$|\hat{J}(\theta_{m,i}) - J(\theta_{m,i})| < \varepsilon \quad \text{สำหรับทุกๆ } i \text{ และ } m$$

การสร้าง S_m สามารถสร้างจากเซตที่มีจุดการกระจายตัวต่ำ โดยให้ $\Theta = [0,1]^s$, $S_m = \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$, $x_1 = 1$ และ $x_m = (\log_2(2m-3)) \bmod 1$ สำหรับ $m \geq 2$ เมื่อปัญหามีตัวแปรตัดสินใจ 1 ตัว ($s = 1$) จะสร้างจุดคำตอบได้โดย กำหนดให้ $\theta_i = x_i$ และเมื่อมิติของปัญหาที่มีตัว

แปรตัดสินใจมากกว่า 1 ตัว ($s > 1$) จะสร้างจุดคำตอบได้โดย $\theta = (u_1, \dots, u_s)$ เมื่อ

$$u_j \in \{x_1, \dots, x_k\} \text{ สำหรับ } 1 \leq j \leq s$$

ผลทางทฤษฎีของฮาโกวิสและคณะ (2000) นั้นได้ศึกษาอยู่ภายใต้ข้อสมมุติ (Assumption) 3 ข้อ ดังนี้

1. ค่าประมาณของฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีความผิดพลาดจำกัด มี R , ε_1 และ k ซึ่งเป็นจำนวนจริงบวกที่ทำให้สำหรับทุกๆค่าของ $r \geq R$, $0 < \varepsilon < \varepsilon_1$ และ $\theta \in \Theta$

$$\Pr \left\{ \left| \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r L_j - J(\theta) \right| > \varepsilon \right\} \leq e^{-rk\varepsilon^2}$$

เมื่อ L_r เป็นผลการทำจำลองสถานการณ์ที่ r ที่เป็นค่าประมาณของ $J_i(\theta)$ มีการแจกแจงเดียวกัน แต่เป็นอิสระต่อกัน โดยที่ $i = 1, 2$ และ 3

2. พื้นผิวตอบสนองเรียบเพียงพอรอบจุดคำตอบที่ดีที่สุด นั่นคือ

$$H_p(t) = \sup_{\theta \in B_p(\theta^*, t) \cap \Theta} (J(\theta) - J(\theta^*))$$

โดย $\exists K_1 > 0, q > 0$ และ $t_0 > 0$ ที่ทำให้

$$H_p(t) \leq K_1 t^q \quad (4)$$

เมื่อ $t \leq t_0$

3. จำนวนจุดคำตอบที่พิจารณามีขนาดใหญ่เพียงพอและครอบคลุมพื้นที่คำตอบ โดยให้ $\exists K_2 > 0$ ดังนั้น

$$d_p(S_m, \theta) \leq \frac{K_2}{\lfloor m^{1/s} \rfloor}$$

เมื่อ m เป็นจำนวนจุดคำตอบที่พิจารณาและ s เป็นขนาดของมิติ

การตั้งข้อสมมุติทั้งสามข้อให้ผลดังนี้

1. เมื่อ $1 \leq p \leq \infty$ ความผิดพลาดการพิจารณาเฉพาะคำตอบถูกกำหนดเป็นขอบเขตดังนี้

$$J_N^* - J^* \leq H_p(d_p(S_m, \theta))$$

2. ภายใต้ข้อสมมุติที่ 1 $\exists N_0$ และ $\forall N > N_0$ ที่ทำให้

$$\Pr\{J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^* > 2\varepsilon\} \leq e^{-rk\varepsilon^2} \quad (5)$$

สำหรับ $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1/2$

3. ภายใต้ข้อสมมุติที่ 1 $\exists N_0$, $\forall N > N_0$ และ $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1/2$ ดังนั้น

$$\Pr\{\Delta_N > 2\varepsilon + H_p(d_p(S_m, \Theta))\} \leq e^{-rk\varepsilon^2} \quad (6)$$

สำหรับ $p \geq 1$

4. ภายใต้ข้อสมมุติทั้งสามข้อ เมื่อ $m = m_N^*(C)$ ดังนั้น

$$\Pr\{\Delta_N > K_0(N/\ln N)^{-q/(s+2q)}\} \leq C(\ln N)^{-s/(s+2q)} \quad (7)$$

สำหรับทุกค่าของ $N \geq N_0$ โดย q เป็นค่าที่ทำให้สมการที่ 4 (ในหน้าที่ 10) เป็นจริง

ยาโควิสและคณะ (2000) ได้ทำการจำลองสถานการณ์เพื่อเปรียบเทียบผลระหว่างวิธีที่ใช้จำนวนรอบการทำซ้ำเท่าๆกันในทุกๆ จุดคำตอบ (วิธีที่ 2.1 ในหน้า 8) กับวิธีที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละจุดคำตอบสามารถปรับค่าได้ (วิธีที่ 2.3 ในหน้า 9) โดยพิจารณาดัชนีชี้วัด ดังนี้

1. **# Bad** เป็นจำนวนการทดลองที่คลาดเคลื่อน (Tolerance) เมื่อค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกมีค่าเกินกว่าขอบเขตที่กำหนดในสมการที่ 2

2. $Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$ เป็นค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก

3. $\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$ เป็นค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ซึ่งดัชนีชี้วัดของทั้ง 3 ค่าต้องการผลที่มีค่าน้อย ยาโควิสและคณะ (2000) พบว่า วิธีที่จำนวนการทำซ้ำสามารถปรับค่าได้ (วิธีที่ 2.3 ในหน้า 9) สามารถได้ให้ผลได้ดีที่สุด เมื่อพิจารณาทุกๆ **# Bad**, $Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$ และ $\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$ ดัชนีชี้วัด

3. การเปรียบเทียบการจำลองสถานการณ์

การเปรียบเทียบผลการทดลองของการจำลองสถานการณ์เป็นการแสดงความแตกต่างของทางเลือกจากผลการทดลองโดยวิธีจำลองสถานการณ์

กำหนดให้

$Y_{i,j}$	เป็นผลการดำเนินงานจากการจำลองสถานการณ์ในครั้งที่ j จากทางเลือกที่ i
i	เป็นตัวเลือกของระบบ $i = 1, 2, \dots, k$
j	เป็นครั้งที่จำลองสถานการณ์ $j = 1, 2, \dots, n$
n	เป็นจำนวนครั้งในการจำลองสถานการณ์
k	เป็นจำนวนกลุ่มประชากรหรือจำนวนระบบ

3.1 การเปรียบเทียบทางเลือกร้อยกว่า 2 ระบบ ($k > 2$)

การเปรียบเทียบทางเลือกร้อยกว่า 2 ระบบเป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าประมาณของผลการดำเนินงานของระบบงานที่มากกว่า 2 ระบบ โดยการทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของประชากรของระบบ $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ เท่ากันหรือไม่ โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว (Single-Factor Analysis of Variance) เพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยสมมติฐานเป็นดังนี้

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่; } i \neq j$$

ซึ่งผลการทดสอบอาจจะเป็น

1. ยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของทั้ง k ประชากรไม่แตกต่างกัน
 2. ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของประชากรอย่างน้อย 2 ประชากรแตกต่างกัน
- เมื่อปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ผู้วิเคราะห์จะไม่ทราบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรใดบ้างที่ไม่เท่ากัน ผู้วิเคราะห์จะต้องทำการทดสอบสมมติฐานต่อไปว่าค่าเฉลี่ยคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน

กำหนดให้

$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} / n_i \quad (8)$$

และ

$$S^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} \left(\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - n_i \bar{Y}_i^2 \right) \quad (9)$$

3.1.1 วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multiple Comparisons)

วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน (กัลยา, 2544) เป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยหลายๆ คู่ในเวลาเดียวกัน จะใช้ได้ก็ต่อเมื่อปฏิเสธ H_0 แล้ว ซึ่งทำได้โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนของทูกีย์ (Tukey's Multiple Comparison Method) เป็นเทคนิคที่ใช้เพื่อเปรียบเทียบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทีละคู่ แล้วแยกประชากรที่มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกันไว้ในกลุ่ม

เดียว โดยที่ระบบที่จำลองสถานการณ์มีผล (Y) ที่เป็นการแจกแจงเดียวกันที่เป็นอิสระต่อกัน ซึ่งเทคนิคของทฤษฎีมี 2 กรณีคือ

ก. เมื่อขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2 \dots = n_k$) โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1: เรียงลำดับค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ($\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$) จากน้อยไปหามาก

ขั้นที่ 2: คำนวณค่าวิกฤตของทฤษฎี (T) ซึ่งค่าวิกฤตหาได้โดย

$$T = Q_{(k, n-k)}^\alpha \cdot \sqrt{S^2 / n} \quad (10)$$

โดยที่ $Q_{(k, n-k)}^\alpha$ เป็นค่าคงที่ที่ได้จากค่าที่ได้จากตารางในภาพผนวกที่ ข1 ซึ่งเรียก $Q_{(k, n-k)}^\alpha$ ว่าค่าวิกฤตของ Studentized Range (Percentage Point of the Studentized Range) โดยที่ k เป็นจำนวนตัวเลือกและ $n-k$ เป็นค่าองศาอิสระและ S^2 หาได้จากสมการที่ 9

ขั้นที่ 3: เปรียบเทียบ $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|$ กับ T ถ้า $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > T$ หรือ $\bar{Y}_i - \bar{Y}_j \pm T$ ไม่มีช่วงคำตอบที่เท่ากับ 0 จะสรุปว่า $\mu_i \neq \mu_j$ ที่ระดับนัยสำคัญ α ซึ่งในงานวิจัยต้องการค่าน้อยที่สุด ดังนั้นต้องการระบบที่ให้ค่า μ_i น้อยที่สุด

ข. เมื่อขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรไม่เท่ากัน ในกรณีนี้อาจมีขนาดตัวอย่างบางกลุ่มไม่เท่ากับกลุ่มอื่น หรืออาจไม่เท่ากันทุกกลุ่มก็ได้ นั่นคือ มี $n_i = n_j$ อย่างน้อย 1 คู่ วิธีการของทฤษฎีค่าวิกฤต T จะเปลี่ยนเป็น

$$T = \frac{Q_{(k, n-k)}^\alpha}{\sqrt{2}} S \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (11)$$

ส่วนขั้นตอนอื่นๆ เหมือนในข้อ ก. เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน

3.1.2 วิธี Subset Selection

วิธี Subset Selection (Bank, 1998) เป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยหลายๆ คู่ในเวลาเดียวกันเช่นเดียวกับวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน โดยที่ระบบที่จำลองสถานการณ์มีผลลัพธ์ (Y) ที่เป็นการแจกแจงเดียวกันที่เป็นอิสระต่อกัน ซึ่งวิธี Subset Selection จะคัดเลือกเซตย่อยที่ ซึ่งเป็นเซตที่ต้องการออกจากกลุ่มเซตทั้งหมด โดยมีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 เรียงลำดับค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ($\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$) จากน้อยไปหามาก
 ขั้นที่ 2 คำนวณหาค่าวิกฤต G ซึ่งค่าวิกฤตหาได้โดย

$$G = T_{(k-1, k(n-1))}^{\alpha} \cdot \sqrt{2S^2 / n} \quad (12)$$

โดยที่ $T_{(k-1, k(n-1))}^{\alpha}$ เป็นค่าคงที่ที่ได้จากค่าที่ได้จากภาพผนวกที่ ข2 ซึ่งเรียกค่า $T_{(k-1, k(n-1))}^{\alpha}$ ว่าค่าวิกฤต จาก Multivariate t-distribution โดยที่ $k-1$ และ $k(n-1)$ เป็นค่าองศาอิสระและ S^2 หาได้จากสมการที่ 9

- ขั้นที่ 3 เปรียบเทียบค่า $\bar{Y}_i$ กับค่าวิกฤต G

โดยการเปรียบเทียบค่า $\bar{Y}_i$ กับค่าวิกฤต G จะขึ้นอยู่กับความต้องการของปัญหา ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 ในปัญหาที่ต้องการค่าที่น้อยที่สุด การเปรียบเทียบค่า $\bar{Y}_i$ กับค่าวิกฤต G จะเป็น

$$\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq k} \bar{Y}_j + G \quad (13)$$

โดยที่ i ที่เป็นจริงตามสมการที่ 13 จะเป็นเซตย่อยที่ต้องการ

กรณีที่ 2 ในปัญหาที่ต้องการค่าที่มากที่สุด การเปรียบเทียบค่า $\bar{Y}_i$ กับค่าวิกฤต G จะเป็น

$$\bar{Y}_i \geq \max_{1 \leq j \leq k} \bar{Y}_j - G \quad (14)$$

โดยที่ i ที่เป็นจริงตามสมการที่ 14 จะเป็นเซตย่อยที่ต้องการ

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. โปรแกรม MATLABTM Version 7.0 (MathWorks: www.mathworks.com)
2. โปรแกรม MinitabTM Version 13.20
3. คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล

วิธีการ

1. วิธีการทดลอง

กฎในการพิจารณาคำตอบที่ทำการจำลองสถานการณ์ในครั้งถัดไป ที่พิจารณาเปรียบเทียบมีดังนี้

YAK ซึ่งเป็นวิธีที่ 2.3 (หน้า 9) ในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี $r_i(\hat{\sigma}_i + \varepsilon)^2$ น้อยที่สุด โดยใช้ค่า $\varepsilon = 1.96$ เนื่องจากในปัญหาทดสอบค่าความผิดพลาด (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ ($\varepsilon \sim N(0,1)$)

YAK_{MI} ซึ่งเป็นวิธีที่ 2.3 (หน้า 9) แต่ใช้กฎ $r_i(\hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_i)^2$ น้อยที่สุด ในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี ซึ่ง $\hat{\sigma}_i$ สามารถหาได้จาก

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r_i} (\hat{J}(\theta_{m,i}))^2 - r_i(\bar{J}(\theta_{m,i}))}{r_i - 1}} \quad (15)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_i$ เป็นค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคำตอบ $\theta_{m,i}$ ในครั้งที่ i , r_i เป็นจำนวนการทำซ้ำบนจุดคำตอบ $\theta_{m,i}$

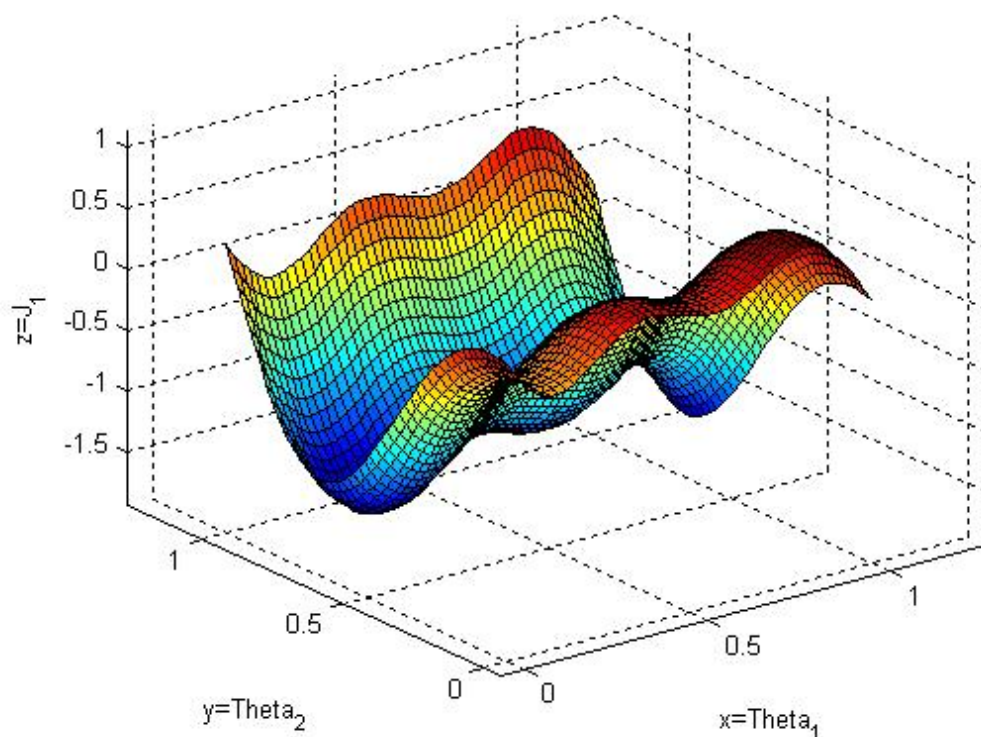
YAK_{M2} ซึ่งเป็นวิธีที่ 2.3 (หน้า 9) แต่ใช้กฎ $r_i (\hat{\sigma}_i / \hat{\sigma}_i)^2$ น้อยที่สุด ในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไปที่มี ซึ่ง $\hat{\sigma}_i$ ได้จากสมการที่ 15 โดยที่ $\hat{\sigma}_i$ เป็นค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคำตอบ $\theta_{m,i}$ ในครั้งที่ i

ในการทดสอบ ได้ทำการทดสอบในปัญหา

$$\text{Simulation output: } Y = J_i(\theta) + \varepsilon$$

โดย ε เป็นค่าความผิดพลาดที่เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น 1 ($\varepsilon \sim N(0,1)$) และ $i = 1, 2, 3$ สำหรับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 3 แบบ ดังนี้

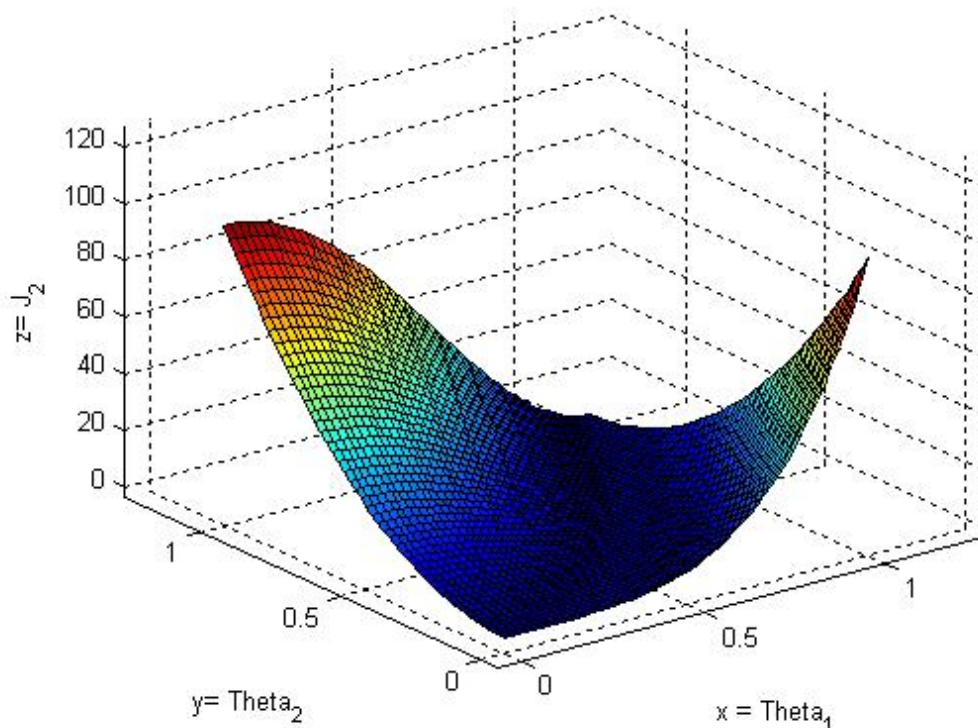
1. $J_1(\theta) = (\theta_1 - 0.5)\sin(10\theta_1) + (\theta_2 + 0.5)\cos(5\theta_2)$ (Yakowitz 2000) โดยที่ $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in [0,1]^2$ ซึ่ง θ เป็นจุดคำตอบและ $J_1(\theta)$ ถูกเลือกเพราะ $J_1(\theta)$ มีพื้นที่คำตอบมีทั้ง Local และ Global optimal ดังแสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 พื้นผิวตอบสนองของ $J_1(\theta)$

2. Extended Rosenbrock Function (Humphrey and Wilson 2000)

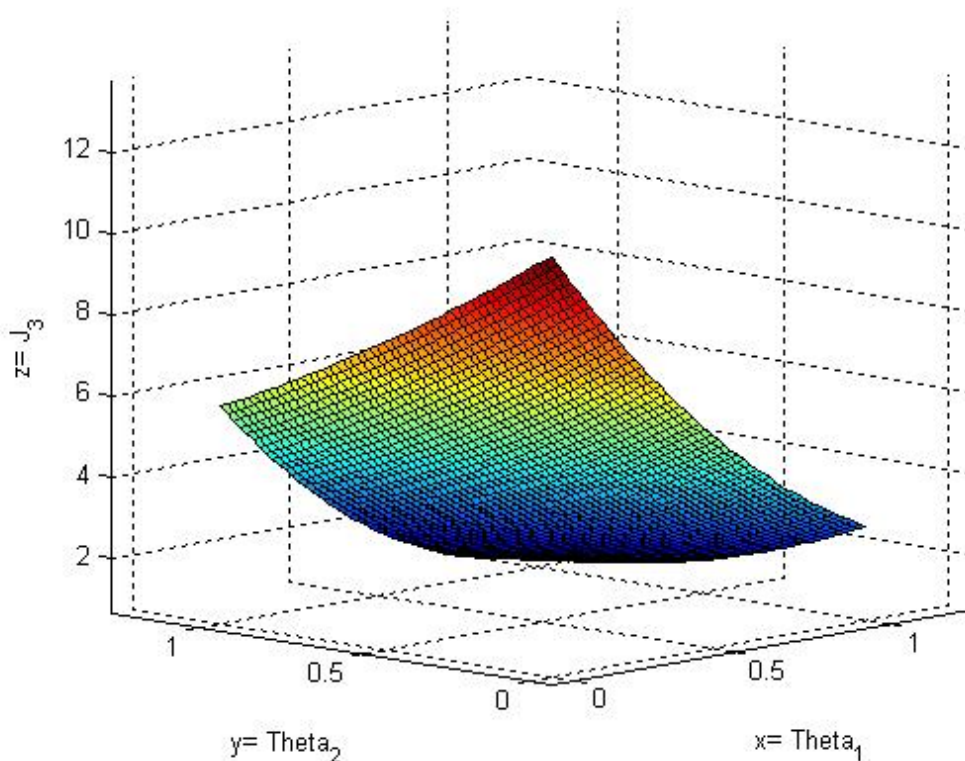
$J_2(\theta) = [f_1(\theta)]^2 + [f_2(\theta)]^2 + 1$ โดยที่ $f_1(\theta) = 10(\theta_2 - \theta_1^2)$, $f_2(\theta) = (1 - \theta_1)$ และ $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in [0, 1]^2$ ซึ่ง θ เป็นจุดคำตอบและ $J_2(\theta)$ ถูกเลือกเพราะ $J_2(\theta)$ เป็นฟังก์ชันที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันอย่างรวดเร็ว ดังแสดงในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 พื้นผิวตอบสนองของ $J_2(\theta)$

3. Brown's Almost-Linear Function (Humphrey and Wilson 2000)

$J_3(\theta) = [f_1(\theta)]^2 + [f_2(\theta)]^2 + 1$ เมื่อ $f_1(\theta) = 2\theta_1 + \theta_2 - 3$ และ $f_2(\theta) = (\theta_1\theta_2) - 1$ โดยที่ $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in [0, 1]^2$ ซึ่ง θ เป็นจุดคำตอบและ $J_3(\theta)$ ถูกเลือกเพราะ $J_3(\theta)$ เป็นฟังก์ชันที่ลักษณะเป็นระนาบสามารถหาค่าคำตอบที่ดีที่สุดได้ง่าย ดังแสดงในภาพที่ 4



ภาพที่ 4 พื้นผิวตอบสนองของ $J_3(\theta)$

โดยขั้นตอนและวิธีการทดลองมีดังนี้

1. กำหนดจำนวนการทำการจำลองสถานการณ์อย่างคร่าวๆ โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้จำนวนการทำการจำลองสถานการณ์ตามงานวิจัยของยาโควิสและคณะ (2000) ซึ่งใช้จำนวนการทำการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) เท่ากับ 500, 1,000, 5,000, 10,000 และ 20,000 รอบ
2. กำหนดขนาดของมิติของฟังก์ชันที่นำมาใช้ในการทดสอบ ซึ่งมิติของฟังก์ชันในงานวิจัยนี้ทั้ง 3 ฟังก์ชันมีขนาด 2 มิติและอยู่ในช่วง $[0, 1]$
3. หาจำนวนจุดคำตอบ (m) จาก

$$m_N^*(C) = \lfloor 10(N)^{2/5} \rfloor \quad (16)$$

และ

$$m = \left\lfloor \sqrt{m_N^*(C)} \right\rfloor^2 \quad (17)$$

4. สร้างเซตคำตอบ (S'_m) จาก

$$k = \left\lfloor m^{1/2} \right\rfloor \quad (18)$$

และ

$$S'_m = (\theta_1, \theta_2) \quad (19)$$

$$\text{โดยที่ } \theta_1 \in \left\{ \frac{1}{2k}, \frac{3}{2k}, \dots, \frac{2k-1}{2k} \right\} \text{ และ } \theta_2 \in \left\{ \frac{1}{2k}, \frac{3}{2k}, \dots, \frac{2k-1}{2k} \right\}$$

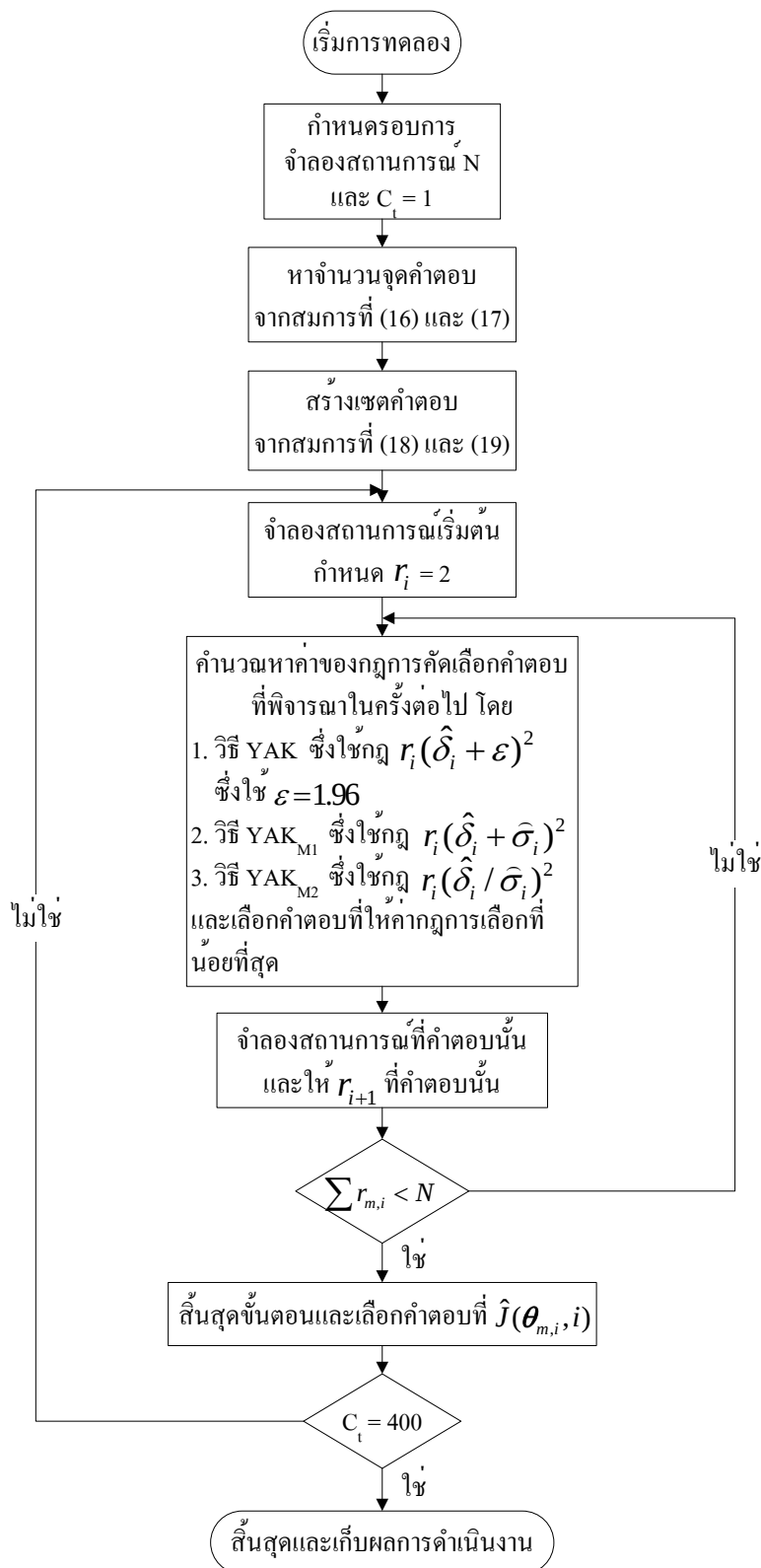
5. ทำการจำลองสถานการณ์เริ่มต้นในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $Y = J_i(\theta) + \varepsilon$

โดย ε เป็นค่าความผิดพลาดที่เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น 1 ($\varepsilon \sim N(0,1)$) และ $i = 1, 2, 3$ สำหรับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 3 แบบในแต่ละวิธี โดยทำการจำลองสถานการณ์เริ่มต้นในเซตของจุดคำตอบ และกำหนดทำการสุ่มเริ่มแรก 2 ครั้ง ที่แต่ละจุดคำตอบ ($r_i = 2$) เนื่องจากวิธี YAK_{M1} และ วิธี YAK_{M2} ใช้ $\hat{\sigma}_i$ ในการคัดเลือกจุดคำตอบที่ทำการทำซ้ำในครั้งต่อไป และในการจำลองสถานการณ์ได้มีการกำหนดสายเลขสุ่ม (Stream Number) เพื่อให้ทุกวิธีเผชิญกับเลขสุ่มเดียวกัน และใช้จำนวนการทดลอง (Macro replication) 400 ครั้ง

6. ทำการจำลองสถานการณ์ในครั้งที่ $N_{(r^*m)+1}$ โดยใช้วิธีกล่าวไว้ในหน้า 9 ในการคัดเลือกจุดคำตอบของทั้ง 3 วิธี และทำการจำลองสถานการณ์ในครั้งที่ $N_{(r^*m)+2}$ จนกระทั่งการจำลองสถานการณ์ในครั้งที่ $N_{(\bar{N})}$

7. เก็บผลการทดลอง

ซึ่งขั้นตอนและวิธีการทดลอง มีโครงร่างของการทดลองเป็นดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 โครงร่างของการทดลอง

2. วิธีการเปรียบเทียบ

การเปรียบเทียบผลการทดลอง พิจารณาดังนี้

1. จำนวนการทำซ้ำที่คลาดเคลื่อน (Tolerance) เมื่อค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกมีค่าเกินกว่าขอบเขตที่กำหนด (# Bad)

2. ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($E(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ 2 วิธีคือ วิธีเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection

3. ค่าประมาณส่วนเบี่ยงเบนความผิดพลาดมาตรฐาน (Estimate Standard Error; $\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$)

ซึ่งมีขั้นตอนวิธีการเปรียบเทียบดังนี้

2.1 ทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($E(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) โดยกำหนดให้สมมติฐานหลักและสมมติฐานรองเป็นดังนี้

$$H_0 : E_{YAK}(J(\hat{\theta}_N^*)) = E_{YAK_{M1}}(J(\hat{\theta}_N^*)) = E_{YAK_{M2}}(J(\hat{\theta}_N^*)) \text{ ไม่แตกต่างกัน}$$

$$H_1 : E_{YAK}(J(\hat{\theta}_N^*)) \neq E_{YAK_{M1}}(J(\hat{\theta}_N^*)) \neq E_{YAK_{M2}}(J(\hat{\theta}_N^*)) \text{ แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่}$$

ซึ่งทดสอบสมมติฐานโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปผลการทดลองด้วยโปรแกรม MINITAB ซึ่งแสดงดังภาคผนวก ข

2.2 ทำการเปรียบเทียบผลการทดลองสำหรับผลการทดลองที่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ 2 วิธี คือวิธีเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection ซึ่งมีการขั้นตอนวิธีการดังนี้

ก. วิธีเปรียบเทียบเชิงซ้อน

วิธีเปรียบเทียบเชิงซ้อนจะเปรียบเทียบผล $E(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$ ครั้งละคู่ โดยในแต่ละคู่จะมีระดับนัยสำคัญ ($\alpha = 0.05$) ซึ่งมีขั้นตอนวิธีการดังนี้

1. กำหนดให้ทดสอบภายใต้ช่วงความเชื่อมั่น 95% (ระดับนัยสำคัญ; $\alpha = 0.05$) และ $n_1 = n_2 = n_3 = 400$, $k = 3$, $\nu = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) = 1197$ ดังนั้นค่าวิกฤตของทูลีย์ (T) ดังสมการที่ (11) $Q_{k,\nu}^\alpha = Q_{3,1197}^{0.05} = 3.31$ (ภาพผนวกที่ ข2)

2. เรียงลำดับค่าเฉลี่ยตัวอย่างของทั้ง 3 วิธี ($\bar{Y}_{YAK}, \bar{Y}_{YAK_{M1}}, \bar{Y}_{YAK_{M2}}$) จากนั้นไปหามากสำหรับ Simulation outputs ของฟังก์ชันทดสอบ $J_1(\theta)$, $J_2(\theta)$ และ $J_3(\theta)$

3. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ย

$$\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l} \quad (20)$$

สำหรับทุกๆ $i \neq l$ ดังนั้นความแตกต่างของทางเลือกที่พิจารณา สามารถอธิบายผลได้โดย $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l$ ไม่มีช่วงคำตอบที่เท่ากับ 0 เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการหาค่าที่ต่ำที่สุด เพราะฉะนั้นต้องการวิธีที่ให้ผลค่าประมาณของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($E(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

ข. วิธี Subset Selection

วิธี Subset Selection คัดเลือกเซตที่ได้ออกมาจากที่มีตัวเลือกเซตทั้งหมด โดยเปรียบเทียบ $E(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$ ซึ่งมีขั้นตอนวิธีการดังนี้

1. กำหนดให้ทดสอบภายใต้ช่วงความเชื่อมั่น 95% (ระดับนัยสำคัญ; $\alpha = 0.05$) และ $n = n_1 = n_2 = n_3 = 400$, $k=3$, $g = T_{k-1,k(n-1)}^\alpha$ ดังนั้นค่าวิกฤต G ดังสมการที่ (12) $T_{k-1,k(n-1)}^\alpha = T_{2,1197}^{0.05} = 1.92$ (ภาพผนวกที่ ข2)

2. เรียงลำดับค่าเฉลี่ยตัวอย่างของทั้ง 3 วิธี ($\bar{Y}_{YAK}, \bar{Y}_{YAK_{M_1}}, \bar{Y}_{YAK_{M_2}}$) จากน้อยไปหามาก สำหรับ Simulation outputs ของฟังก์ชันทดสอบ $J_1(\theta)$, $J_2(\theta)$ และ $J_3(\theta)$

3. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ย

$$\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$$

ซึ่งวิธี Subset Selection จะเลือกทางเลือกที่ต้องออกจากทางเลือกทั้งหมดได้นั้นขึ้นอยู่กับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยในงานวิจัยนี้เป็นการหาค่าที่ต่ำที่สุด เพราะฉะนั้นต้องการทางเลือกที่ให้ผลค่าประมาณของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกที่ต่ำที่สุด ดังนั้นการเปรียบเทียบเป็นไปดังสมการที่ (13) โดยการพิจารณาจะพิจารณาที่ทางเลือกที่ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกที่เป็นดังสมการที่ (13) เป็นจริง

ผลและวิจารณ์

ผล

ผลการทดลองซึ่งแบ่งเป็น 2 ส่วนโดยส่วนที่ 1 เป็นการแสดงผลการทดลองการศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε และส่วนที่ 2 เป็นการแสดงผลการทดลองการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2}

1. การศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε

การเปรียบเทียบผลการทดลองของวิธี YAK ของทั้ง 3 ฟังก์ชันเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 โดยได้แยกผลการทดลองไว้ 3 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 เป็นการแสดงผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$, ส่วนที่ 2 เป็นการแสดงผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ และส่วนที่ 3 เป็นการแสดงผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$

1.1 การเปรียบเทียบเมื่อพิจารณา $J_1(\theta)$ ดังตารางที่ 1 และ 2

1.1.1 ที่ $\tilde{N} = 500$ และ 1000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0$ ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

1.1.2 ที่ $\tilde{N} = 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

1.1.3 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000$ และ 5000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0$ ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

1.1.4 ที่ $\tilde{N} = 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

1.1.5 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000$ และ 5000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0$ ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ที่ต่ำที่สุด

1.1.6 ที่ $\tilde{N} = 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ที่ต่ำที่สุด

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนที่การเข้าถึงคำตอบที่ดีที่สุดทำได้ยาก ซึ่งผลที่ได้จะเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) และลดค่าคงที่ลง จะให้ผลที่ดีขึ้นในทุกๆดัชนีชี้วัด นั่นคือที่ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ จะให้ผลได้ดีที่สุด

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน
ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	$\varepsilon = 1.96$		$\varepsilon = 1.645$		$\varepsilon = 1.282$		$\varepsilon = 0.842$		$\varepsilon = 0$	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0096	0.2102	0.1682	0.1894	0.1583	0.1836	0.1528	0.1631	0.1425	0.1305	0.1183
1000	0.0213	0.1537	0.1501	0.1313	0.1319	0.1268	0.1312	0.1098	0.1239	0.0790	0.0898
5000	0.0083	0.0809	0.0828	0.0757	0.0767	0.0754	0.0782	0.0620	0.0597	0.0623	0.0557
10000	0.0002	0.0695	0.0639	0.0652	0.0620	0.0596	0.0557	0.0546	0.0483	0.0611	0.0492
20000	0.0061	0.0428	0.0459	0.0433	0.0449	0.0443	0.0480	0.0339	0.0374	0.0450	0.0397

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_1(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	$\varepsilon = 1.96$	$\varepsilon = 1.645$	$\varepsilon = 1.282$	$\varepsilon = 0.842$	$\varepsilon = 0$
500	176	176	153	142	106
1000	153	142	126	108	74
5000	54	40	50	23	15
10000	28	20	18	11	12
20000	5	8	9	2	1

1.2 การเปรียบเทียบเมื่อพิจารณา $J_2(\theta)$ ดังตารางที่ 3 และ 4

1.2.1 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

1.2.2 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

1.2.3 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ที่ต่ำที่สุด

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันอย่างรวดเร็ว ซึ่งผลที่ได้จะเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) และลดค่าคงที่ลง จะให้ผลที่ดีขึ้นในทุกๆดัชนีชี้วัด นั่นคือที่ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ จะให้ผลได้ดีที่สุด

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน
ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	$\varepsilon = 1.96$		$\varepsilon = 1.645$		$\varepsilon = 1.282$		$\varepsilon = 0.842$		$\varepsilon = 0$	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0781	0.0867	0.1171	0.0725	0.0985	0.0635	0.0922	0.0620	0.0915	0.0781	0.0936
1000	0.0437	0.0804	0.0800	0.0756	0.0772	0.0765	0.0827	0.0642	0.0709	0.0819	0.0785
5000	0.0277	0.0427	0.0415	0.0426	0.0406	0.0407	0.0365	0.0348	0.0335	0.0509	0.0436
10000	0.0254	0.0293	0.0310	0.0300	0.0307	0.0255	0.0282	0.0235	0.0241	0.0448	0.0437
20000	0.0225	0.0222	0.0256	0.0211	0.0234	0.0195	0.0216	0.0208	0.0220	0.0346	0.0378

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_2(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	$\varepsilon = 1.96$	$\varepsilon = 1.645$	$\varepsilon = 1.282$	$\varepsilon = 0.842$	$\varepsilon = 0$
500	64	47	42	32	49
1000	39	41	36	25	40
5000	7	7	2	1	11
10000	0	2	0	0	11
20000	0	0	0	0	4

1.3 การเปรียบเทียบเมื่อพิจารณา $J_3(\theta)$ ดังตารางที่ 3 และ 4

1.3.1 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

1.3.2 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

1.3.3 ที่ $\tilde{N} = 500, 1000, 5000, 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK ที่ใช้ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ที่ต่ำที่สุด

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่ลักษณะเป็นระนาบสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ง่าย ซึ่งผลที่ได้จะเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) และลดค่าคงที่ลง จะให้ผลที่ดีขึ้นในทุกๆดัชนีชี้วัด นั่นคือที่ค่าคงที่ $\varepsilon = 0.842$ จะให้ผลได้ดีที่สุด

ตารางที่ 5 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน
ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	$\varepsilon = 1.96$		$\varepsilon = 1.645$		$\varepsilon = 1.282$		$\varepsilon = 0.842$		$\varepsilon = 0$	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0320	0.1040	0.1163	0.1007	0.1136	0.0908	0.0980	0.0812	0.0980	0.0849	0.0930
1000	0.0223	0.0913	0.0971	0.0845	0.0913	0.0728	0.0779	0.0731	0.0786	0.0843	0.0905
5000	0.0111	0.0536	0.0549	0.0549	0.0550	0.0432	0.0478	0.0394	0.0424	0.0592	0.0564
10000	0.0089	0.0454	0.0470	0.0427	0.0430	0.0396	0.0415	0.0337	0.0371	0.0544	0.0529
20000	0.0067	0.0344	0.0344	0.0348	0.0349	0.0291	0.0298	0.0249	0.0274	0.0441	0.0428

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าของ ε เป็น 1.960, 1.645, 1.282, 0.842 และ 0 ของ $J_3(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	$\varepsilon = 1.96$	$\varepsilon = 1.645$	$\varepsilon = 1.282$	$\varepsilon = 0.842$	$\varepsilon = 0$
500	103	108	91	88	86
1000	78	75	64	54	85
5000	25	19	9	7	24
10000	11	5	3	2	14
20000	1	1	0	1	6

2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2}

การแสดงผลจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_i(\theta)$, สำหรับ $i = 1, 2$ และ 3 ตามลำดับ

2.1 ผลการทดลองในปัญหา $J_1(\theta)$ แสดงดังตารางที่ 7, 8 และภาพที่ 6 สามารถสรุปได้ดังนี้

2.1.1 ที่ $\tilde{N} = 500$ และ 1000 รอบ วิธี YAK_{M2} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ดีที่สุด

2.1.2 ที่ $\tilde{N} = 5000$ และ 10000 รอบ วิธี YAK_{M1} และ วิธี YAK_{M2} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ดีกว่า วิธี YAK

2.1.3 ที่ $\tilde{N} = 20000$ รอบ ทั้ง 3 วิธีให้ผลของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ไม่แตกต่างกัน

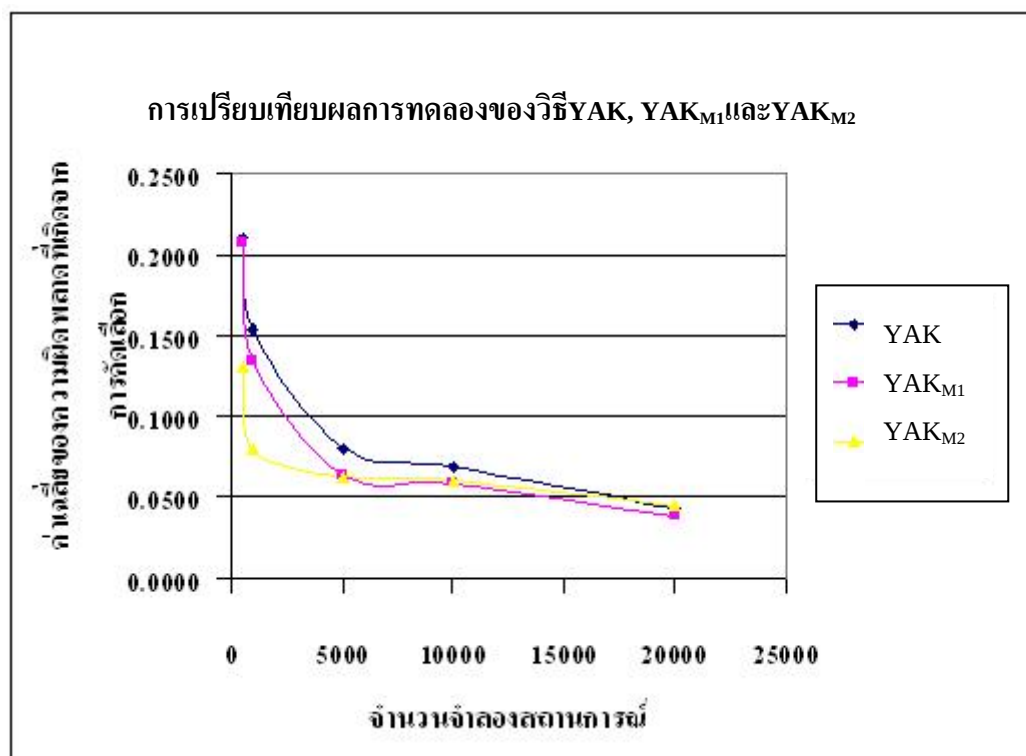
2.1.4 วิธี YAK_{M2} ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\sigma(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

ตารางที่ 7 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐานของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$ เมื่อทำ 400 การทดลอง

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	YAK		YAK _{M1}		YAK _{M2}	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0096	0.2102	0.1682	0.2077	0.1834	0.1305	0.1183
1000	0.0213	0.1537	0.1501	0.1352	0.1519	0.0790	0.0898
5000	0.0083	0.0809	0.0828	0.0641	0.0678	0.0623	0.0557
10000	0.0002	0.0695	0.0639	0.0591	0.0565	0.0611	0.0492
20000	0.0061	0.0428	0.0459	0.0388	0.0397	0.0450	0.0397

ตารางที่ 8 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_1(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection

$\tilde{N}$	วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน			วิธี Subset Selection
	YAK กับ YAK_{M1}	YAK กับ YAK_{M2}	YAK_{M1} กับ YAK_{M2}	
500	ไม่แตกต่าง	YAK_{M2}	YAK_{M2}	YAK_{M2}
1000	ไม่แตกต่าง	YAK_{M2}	YAK_{M2}	YAK_{M2}
5000	YAK_{M1}	YAK_{M2}	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}, YAK_{M2}
10000	YAK_{M1}	YAK_{M2}	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}, YAK_{M2}
20000	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	YAK, YAK_{M1}

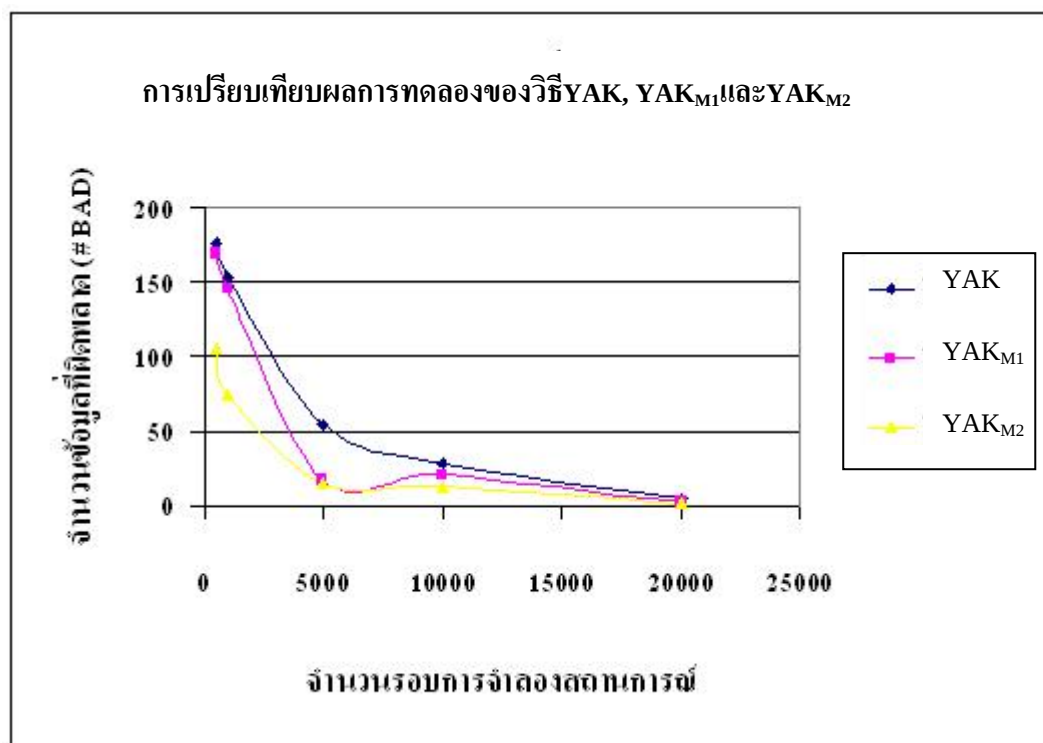


ภาพที่ 6 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$

2.1.5 ทั้งวิธี YAK_{M1} และ YAK_{M2} ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) น้อยกว่าวิธี YAK ดังตารางที่ 9 และภาพที่ 7

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	วิธี YAK	วิธี YAK_{M1}	วิธี YAK_{M2}
500	176	169	106
1000	153	146	74
5000	54	17	15
10000	28	20	12
20000	5	2	1



ภาพที่ 7 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_1(\theta)$

จะสังเกตเห็นได้ว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนที่การเข้าถึงคำตอบที่ดีที่สุดทำได้ยากนั้น ผลที่ได้จะเห็นได้ว่า ในจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) ที่ 500 และ 1000 รอบ วิธี YAK_{M2} ให้ผลที่ดีที่สุด แต่เมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) เป็น 10000 และ 20000 รอบ วิธี YAK_{M1} จะให้ผลที่ดีขึ้นในทุกๆดัชนีชี้วัด

2.2 ผลการทดลองในปัญหา $J_2(\theta)$ แสดงดังตารางที่ 10, 11 และภาพที่ 8 สามารถสรุปได้ดังนี้

2.2.1 ที่ $\tilde{N} = 500$ และ 1000 รอบ ทั้ง 3 วิธีให้ผลของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ไม่แตกต่างกัน

2.2.2 ที่ $\tilde{N} = 5000$ รอบ วิธี YAK_{M1} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

2.2.3 ที่ $\tilde{N} = 10000$ วิธี YAK และ วิธี YAK_{M1} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ดีกว่า วิธี YAK_{M2}

2.2.4 ที่ $\tilde{N} = 20000$ รอบ วิธี YAK_{M1} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

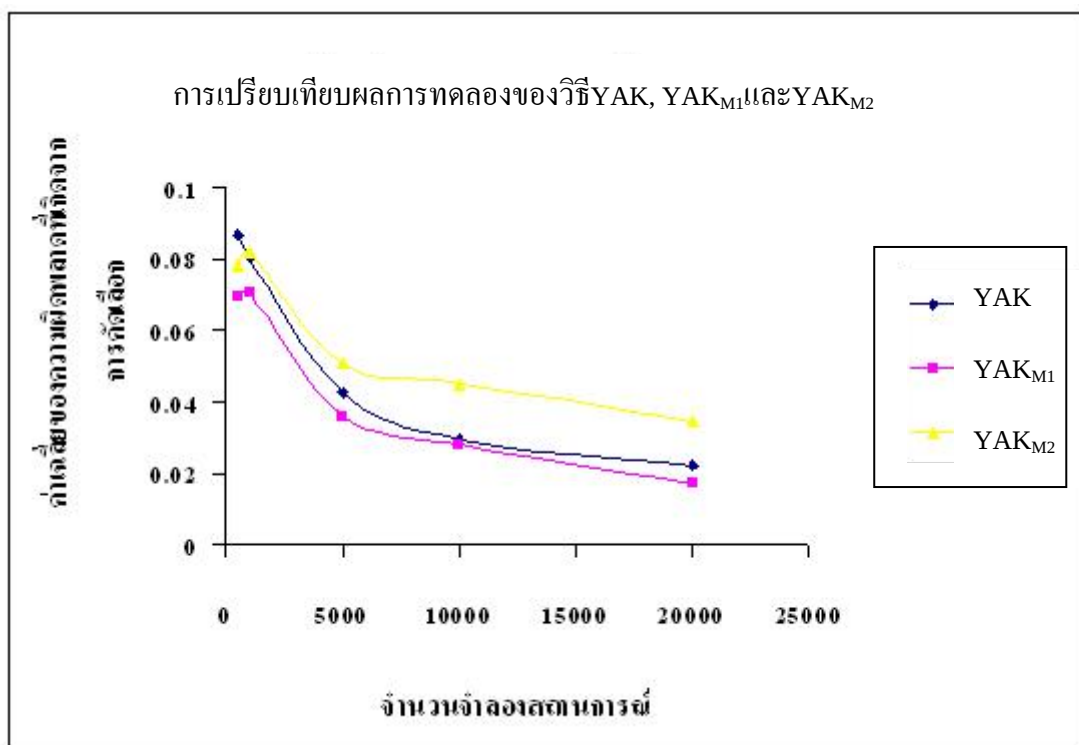
2.2.5 วิธี YAK_{M1} ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\sigma(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

ตารางที่ 10 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐานของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$ เมื่อทำ 400 การทดลอง

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	YAK		YAK _{M1}		YAK _{M2}	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0781	0.0867	0.1171	0.0696	0.0991	0.0781	0.0936
1000	0.0437	0.0804	0.0800	0.0705	0.0771	0.0819	0.0785
5000	0.0277	0.0427	0.0415	0.0362	0.0342	0.0509	0.0436
10000	0.0254	0.0293	0.0310	0.0280	0.0294	0.0448	0.0437
20000	0.0225	0.0222	0.0256	0.0172	0.0202	0.0346	0.0378

ตารางที่ 11 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_2(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน และ วิธี Subset Selection

$\tilde{N}$	วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน			วิธี Subset Selection
	YAK กับ YAK_{M1}	YAK กับ YAK_{M2}	YAK_{M1} กับ YAK_{M2}	
500	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}, YAK_{M2}
1000	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	YAK, YAK_{M1}
5000	ไม่แตกต่าง	YAK	YAK_{M1}	YAK_{M1}
10000	ไม่แตกต่าง	YAK	YAK_{M1}	YAK, YAK_{M1}
20000	YAK_{M1}	YAK	YAK_{M1}	YAK_{M1}

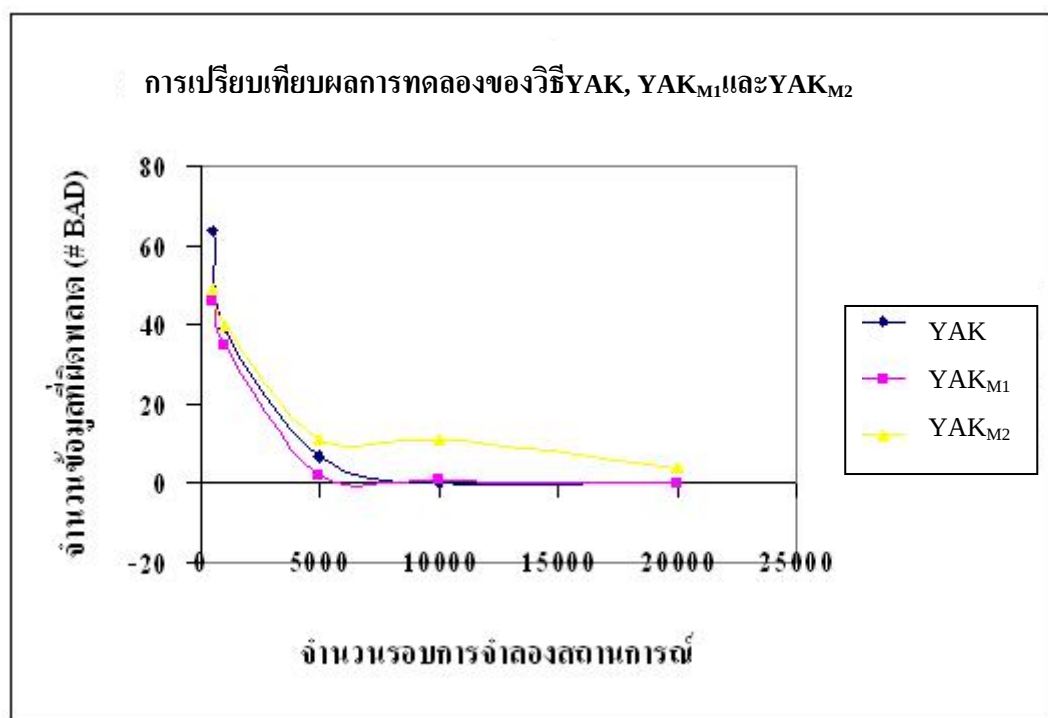


ภาพที่ 8 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$

2.2.6 ทั้งวิธี YAK_{M1} และ YAK_{M2} ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) น้อยกว่าวิธี YAK ดังตารางที่ 12 และภาพที่ 9

ตารางที่ 12 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	วิธี YAK	วิธี YAK_{M1}	วิธี YAK_{M2}
500	64	46	49
1000	39	35	40
5000	7	2	11
10000	0	1	11
20000	0	0	4



ภาพที่ 9 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# BAD) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_2(\theta)$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันอย่างรวดเร็ว ซึ่งผลที่ได้จะเห็นได้ว่า เมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) ขึ้น คือที่ 5000, 10000 และ 20000 รอบ วิธี YAK_{M1} ให้ผลที่ดีที่สุดในทุกๆ ครั้งนี้

2.3 การทดลองในปัญหา $J_3(\theta)$ แสดงดังตารางที่ 13, 14 และภาพที่ 10 สามารถสรุปได้ดังนี้

2.3.1 ที่ $\tilde{N} = 500$ รอบ วิธี YAK_{M1} และวิธี YAK_{M2} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ดีกว่า วิธี YAK

2.3.2 ที่ $\tilde{N} = 1000$ รอบ ทั้ง 3 วิธีให้ผลของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ไม่แตกต่างกัน

2.3.3 ที่ $\tilde{N} = 5000$ รอบ วิธี YAK และวิธี YAK_{M1} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ได้ดีกว่าวิธี YAK_{M2}

2.3.4 ที่ $\tilde{N} = 10000$ และ 20000 รอบ วิธี YAK_{M1} ให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก ($Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$) ที่ต่ำที่สุด

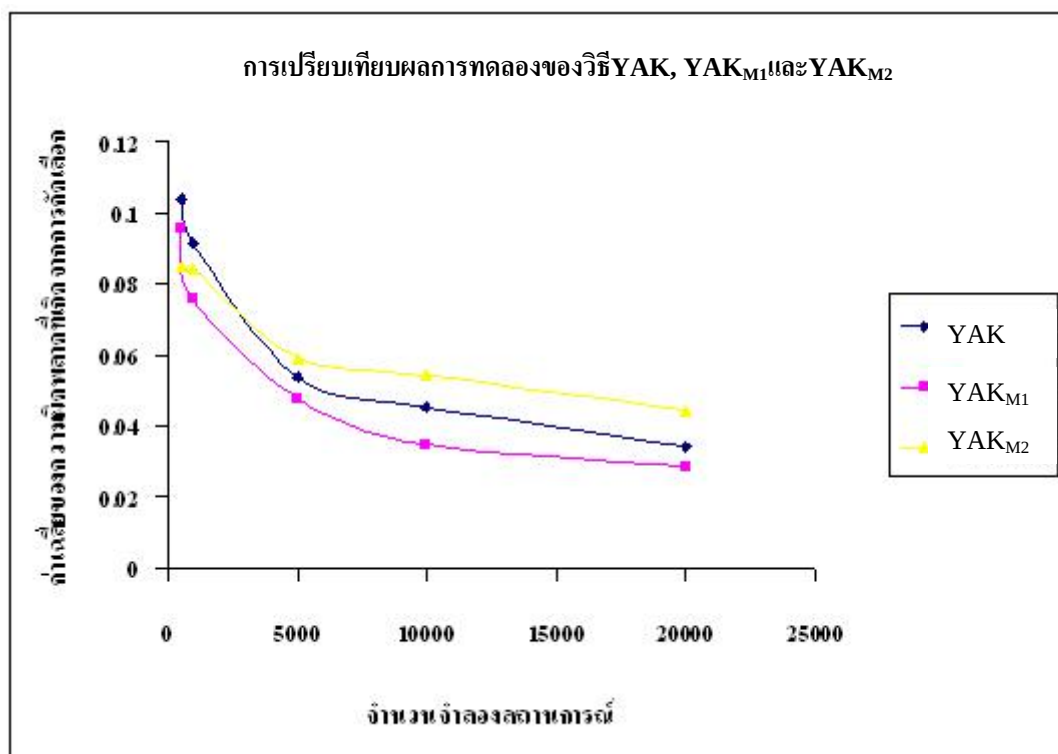
2.3.5 วิธี YAK_{M1} ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$) ที่ต่ำที่สุด

ตารางที่ 13 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าความผิดพลาดจากการพิจารณาเฉพาะคำตอบ และค่าความผิดพลาดมาตรฐานของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$ เมื่อทำ 400 การทดลอง

$\tilde{N}$	$J_N^* - J^*$	YAK		YAK _{M1}		YAK _{M2}	
		$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$
500	0.0320	0.1040	0.1163	0.0955	0.1063	0.0849	0.0930
1000	0.0223	0.0913	0.0971	0.0758	0.0825	0.0843	0.0905
5000	0.0111	0.0536	0.0549	0.0477	0.0493	0.0592	0.0564
10000	0.0089	0.0454	0.0470	0.0349	0.0369	0.0544	0.0529
20000	0.0067	0.0344	0.0344	0.0285	0.0312	0.0441	0.0428

ตารางที่ 14 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_3(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection

$\tilde{N}$	วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน			วิธี Subset Selection
	YAK กับ YAK_{M1}	YAK กับ YAK_{M2}	YAK_{M1} กับ YAK_{M2}	
500	ไม่แตกต่าง	YAK_{M2}	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}, YAK_{M2}
1000	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}, YAK_{M2}
5000	ไม่แตกต่าง	ไม่แตกต่าง	YAK_{M1}	YAK, YAK_{M1}
10000	YAK_{M1}	YAK	YAK_{M1}	YAK_{M1}
20000	ไม่แตกต่าง	YAK	YAK_{M1}	YAK_{M1}

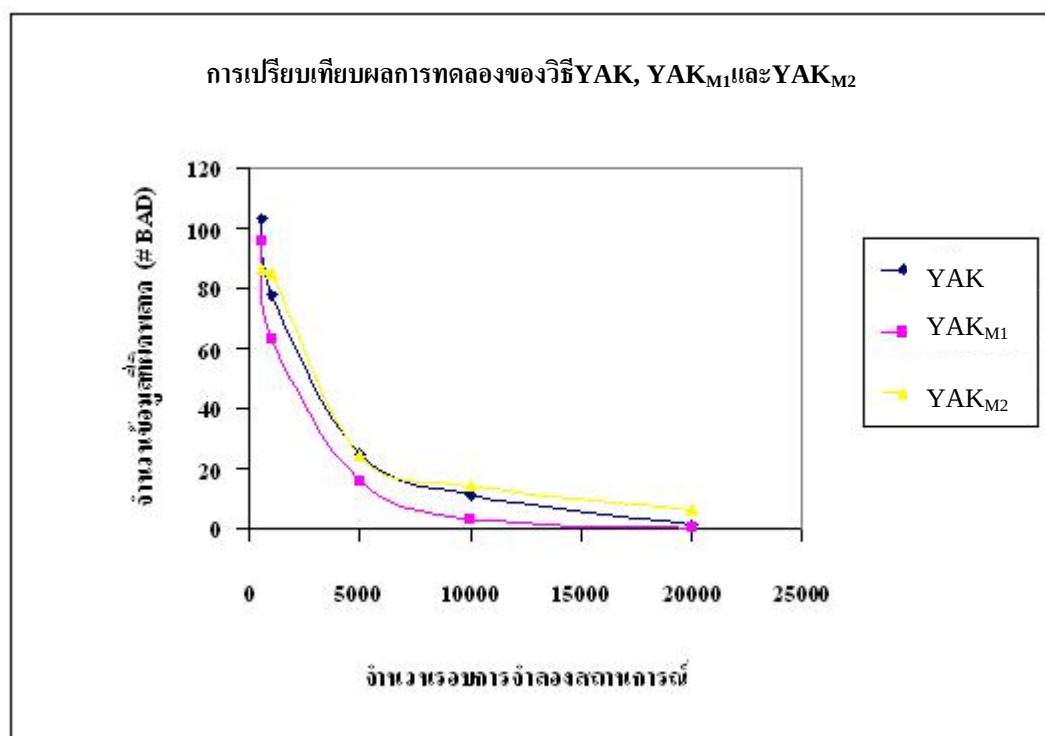


ภาพที่ 10 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความผิดพลาดมาตรฐาน ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$

2.3.6 วิธี YAK_{M1} ให้ค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ได้ดีกว่าวิธี YAK และ YAK_{M1} ดังตารางที่ 15 และภาพที่ 11

ตารางที่ 15 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$ จากจำนวนการทดลอง 400 ครั้ง

$\tilde{N}$	วิธี YAK	วิธี YAK_{M1}	วิธี YAK_{M2}
500	103	96	86
1000	78	63	85
5000	25	16	24
10000	11	3	14
20000	1	0	6



ภาพที่ 11 การเปรียบเทียบค่าของจำนวนข้อมูลที่ผิดพลาด (# Bad) ของผลการทดลองของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ของ $J_3(\theta)$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$ ที่เป็นฟังก์ชันที่ลักษณะเป็นระนาบสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ง่าย ซึ่งผลที่ได้จะเห็นได้ว่า เมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ ($\tilde{N}$) ขึ้น คือที่ 5000, 10000 และ 20000 รอบ วิธี YAK_{M1} ให้ผลที่ดีที่สุดในทุกๆดัชนีชี้วัด

วิจารณ์

จากผลการทดลองซึ่งแบ่งเป็น 2 ส่วน โดยส่วนที่ 1 เป็นการศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε จะสังเกตเห็นว่าทั้ง 3 ฟังก์ชันที่ทดสอบ ผลจากค่าคงที่ ε น้อยลง ทำให้ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือกมีค่าน้อยลง และส่วนที่ 2 เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} จะสังเกตเห็นว่า ผลจากวิธี YAK_{M1} และวิธี YAK_{M2} ให้ผลที่ดีกว่า YAK ในทั้ง 3 ปัญหา โดยในปัญหา $J_2(\theta)$ และ $J_3(\theta)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่มีพื้นผิวตอบสนองที่ไม่ซับซ้อนและการเข้าถึงคำตอบได้ง่ายวิธี YAK_{M1} ให้ผลที่ดีที่สุด ขณะที่ในปัญหา $J_1(\theta)$ เป็นฟังก์ชันที่มีพื้นผิวตอบสนองที่ซับซ้อน ซึ่งการเข้าถึงคำตอบที่ดีที่สุดทำได้ยาก โดยในจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์ไม่เกินกว่า 5000 รอบวิธี YAK_{M2} ให้ผลได้ดี แต่เมื่อเพิ่มจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์วิธี YAK_{M1} ให้ผลได้ดีขึ้น

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ เมื่อมีงบประมาณทางด้านเวลาการทำการจำลองสถานการณ์จำกัดไว้ 2 วิธีคือ 1. วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ ในวิธีที่ YAK_{M1} (ในหน้าที่ 14) และ 2. วิธีการหาค่าที่ดีที่สุดด้วยแบบจำลองสถานการณ์ ในวิธีที่ YAK_{M2} (ในหน้าที่ 14) โดยทั้งสองวิธี เป็นวิธีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการปัญหาในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง และเป็นแนวคิดที่จะนำไปพัฒนาและประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้

ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากงานวิจัยได้เสนอวิธีในการพัฒนาโดยการใช้ค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทำให้วิธีนี้ไม่เหมาะที่จะใช้เมื่อมีจำนวนรอบจำลองสถานการณ์ที่น้อยและมีจำนวนจุดคำตอบที่มาก เพราะการหาค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต้องการจำนวนรอบการจำลองสถานการณ์อย่างน้อย 2 รอบในแต่ละจุดคำตอบ ซึ่งใช้จำนวนรอบจำลองสถานการณ์ที่มีอยู่อย่างจำกัดมากเกินไป

นอกจากนี้งานวิจัยนี้ได้ศึกษาในปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจเพียง 2 ตัว ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาจากงานวิจัยนี้จึงควรศึกษาในปัญหากรณีศึกษาหรือในปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจมากกว่า 2 ตัว

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กัลยา วานิชย์บัญชา. 2544. การวิเคราะห์ความแปรปรวน. การวิเคราะห์สถิติ: สถิติเพื่อการตัดสินใจ. บทที่ 6. หน้า 140-179.

Andradóttir, S. 2006. An Overview of Simulation Optimization Via Random Search. **Chapter 20 of Handbooks in Operations Research and Management Science: Simulation**, ed. by Shane G. Henderson and Barry L. Nelson. Elsevier Science. Forthcoming.

Bank, J. 1998. Comparing Systems Via Simulation. **Chapter 8 of Handbook of Simulation**, ed. by David Goldsman and Barry L. Nelson. 273-306

Carson, Y., and A. Maria. 1997. Simulation Optimization: Methods and applications. 118-126. **Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference**. Rujiraworarak, Y., Bangkok: Kasetsart University. Available online via
<<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=268437.268460>> [accessed October 2, 2006]

Cheng, P. 2006. **Lecture Notes for MEAM 620 Robotics and Motion Planning**. Available source: <http://www.seas.upenn.edu/~meam620/slides/lect15.pdf>, May 4, 2005.

Hong, L. J., and B. L. Nelson. 2006. Discrete Optimization via Simulation Using COMPASS. **Operation Research**. Vol. 54: 115-129

Humphrey, G. D., and J. R. Wilson. 2000. A Revised Simplex Search Procedure for Stochastic Simulation Response Surface Optimization. **Journal on Computing**. Vol 12. 4: 273-283.

- Kleywegt, A. J., A. Shapiro, and T. Homem-de-Mello. 2001. The Sample Average Approximation Method for Stochastic Discrete Optimization. **SIAM Journal on Optimization**. 12: 479-502.
- Niederreiter, H. 1992. Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods. Vol. 63 **SIAM CBMS-NSF Region Conference Series in Applied Math**. SIAM. Philadelphia, Pennsylvania, U.S.A.
- Norkin, V. I., Y.M. Ermoliev, and A. Ruszczyński. 1998a. On Optimal Allocation of Indivisibles under Uncertainty. **Operations Research**. 46: 381-395.
- Norkin, V. I., G. Ch. Pflug, and A. Ruszczyński. 1998b. A Branch and Bound Method for Stochastic Global Optimization. **Mathematical Programming**. A 83: 425-450.
- Spall, J. C. 2003. **Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control**. Wiley. Hoboken, New Jersey, U.S.A.
- Yakowitz, S., P. L'Ecuyer, and F. Vázquez-Abad. 2000. Global Stochastic Optimization with Low-Dispersion Point Sets. **Operations Research**. 48: 939-950.
- Yan, D., and H. Mukai. 1992. Stochastic discrete optimization. **SIAM Journal on Control and Optimization**. 30: 594-612.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ผลการทดลอง

ผลการทดลอง

ผลการทดลองของทั้ง 3 วิธีที่ทำการทดลองในปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดของทั้ง 3 ปัญหา โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วน ซึ่งส่วนที่ 1 เป็นผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ ส่วนที่ 2 เป็นผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ และส่วนที่ 2 เป็นผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$

1. ผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$

ผลการทดลองของวิธีการศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε และวิธีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ที่ทดสอบในปัญหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ ซึ่งผลการทดลองเป็น ดังตารางภาคผนวกที่ ก1, ก2, ก3, ก4, ก5, ก6 และ ก7

ตารางผนวกที่ ก1 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	176	0.2102	0.0096	0.1682	0.1729	100
1,000	153	0.1537	0.0213	0.1501	0.1367	144
5,000	54	0.0809	0.0083	0.0828	0.0781	289
10,000	28	0.0695	0.0002	0.0639	0.0611	361
20,000	5	0.0428	0.0061	0.0459	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก2 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	176	0.1894	0.0096	0.1583	0.1729	100
1,000	142	0.1313	0.0213	0.1319	0.1367	144
5,000	40	0.0757	0.0083	0.0767	0.0781	289
10,000	20	0.0652	0.0002	0.0620	0.0611	361
20,000	8	0.0433	0.0061	0.0449	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก3 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	153	0.1836	0.0096	0.1528	0.1729	100
1,000	126	0.1268	0.0213	0.1312	0.1367	144
5,000	50	0.0754	0.0083	0.0782	0.0781	289
10,000	18	0.0596	0.0002	0.0557	0.0611	361
20,000	9	0.0443	0.0061	0.0480	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก4 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	142	0.1631	0.0096	0.1425	0.1729	100
1,000	108	0.1098	0.0213	0.1239	0.1367	144
5,000	23	0.0620	0.0083	0.0597	0.0781	289
10,000	11	0.0546	0.0002	0.0483	0.0611	361
20,000	2	0.0339	0.0061	0.0374	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก5 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	106	0.1305	0.0096	0.1183	0.1729	100
1,000	74	0.0790	0.0213	0.0898	0.1367	144
5,000	15	0.0623	0.0083	0.0557	0.0781	289
10,000	12	0.0611	0.0002	0.0492	0.0611	361
20,000	1	0.0450	0.0061	0.0397	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก6 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M1} ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	169	0.2077	0.0096	0.1834	0.1729	100
1,000	146	0.1352	0.0213	0.1519	0.1367	144
5,000	17	0.0641	0.0083	0.0678	0.0781	289
10,000	20	0.0591	0.0002	0.0565	0.0611	361
20,000	2	0.0388	0.0061	0.0397	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก7 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	106	0.1305	0.0096	0.1183	0.1729	100
1,000	74	0.0790	0.0213	0.0898	0.1367	144
5,000	15	0.0623	0.0083	0.0557	0.0781	289
10,000	12	0.0611	0.0002	0.0492	0.0611	361
20,000	1	0.0450	0.0061	0.0397	0.0476	484

2. ผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$

ผลการทดลองของวิธีการศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε และวิธีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ที่ทดสอบในปัญหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_2(\theta)$ ซึ่งผลการทดลองเป็น ดังตารางภาคผนวกที่ ก8, ก9, ก10, ก11, ก12, ก13 และ ก14

ตารางผนวกที่ ก8 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	64	0.0867	0.0781	0.1171	0.1729	100
1,000	39	0.0804	0.0437	0.0800	0.1367	144
5,000	7	0.0427	0.0277	0.0415	0.0781	289
10,000	0	0.0293	0.0254	0.0310	0.0611	361
20,000	0	0.0222	0.0225	0.0256	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก9 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	47	0.0725	0.0781	0.0985	0.1729	100
1,000	41	0.0756	0.0437	0.0772	0.1367	144
5,000	7	0.0426	0.0277	0.0406	0.0781	289
10,000	2	0.0300	0.0254	0.0307	0.0611	361
20,000	0	0.0211	0.0225	0.0234	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก10 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	42	0.0635	0.0781	0.0922	0.1729	100
1,000	36	0.0765	0.0437	0.0827	0.1367	144
5,000	2	0.0407	0.0277	0.0365	0.0781	289
10,000	0	0.0255	0.0254	0.0282	0.0611	361
20,000	0	0.0195	0.0225	0.0216	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก11 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	32	0.0620	0.0781	0.0915	0.1729	100
1,000	25	0.0642	0.0437	0.0709	0.1367	144
5,000	1	0.0348	0.0277	0.0335	0.0781	289
10,000	0	0.0235	0.0254	0.0241	0.0611	361
20,000	0	0.0208	0.0225	0.0220	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก12 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	49	0.0781	0.0781	0.0936	0.1729	100
1,000	40	0.0819	0.0437	0.0785	0.1367	144
5,000	11	0.0509	0.0277	0.0436	0.0781	289
10,000	11	0.0448	0.0254	0.0437	0.0611	361
20,000	4	0.0346	0.0225	0.0378	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก13 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M1} ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	46	0.0696	0.0781	0.0991	0.1729	100
1,000	35	0.0705	0.0437	0.0771	0.1367	144
5,000	2	0.0362	0.0277	0.0342	0.0781	289
10,000	1	0.0280	0.0254	0.0294	0.0611	361
20,000	0	0.0172	0.0225	0.0202	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก14 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	49	0.0781	0.0781	0.0936	0.1729	100
1,000	40	0.0819	0.0437	0.0785	0.1367	144
5,000	11	0.0509	0.0277	0.0436	0.0781	289
10,000	11	0.0448	0.0254	0.0437	0.0611	361
20,000	4	0.0346	0.0225	0.0378	0.0476	484

3. ผลการทดลองของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$

ผลการทดลองของวิธีการศึกษาความไวของประสิทธิภาพวิธี YAK กับค่าพารามิเตอร์ ε และวิธีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี YAK, YAK_{M1} และ YAK_{M2} ที่ทดสอบในปัญหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_3(\theta)$ ซึ่งผลการทดลองเป็น ดังตารางภาคผนวกที่ ก15, ก16, ก17, ก18, ก19, ก20 และ ก21

ตารางผนวกที่ ก15 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.960$ ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	103	0.1040	0.0320	0.1163	0.1729	100
1,000	78	0.0913	0.0223	0.0971	0.1367	144
5,000	25	0.0536	0.0111	0.0549	0.0781	289
10,000	11	0.0454	0.0089	0.0470	0.0611	361
20,000	1	0.0344	0.0067	0.0344	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก16 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.645$ ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	108	0.1007	0.0320	0.1136	0.1729	100
1,000	75	0.0845	0.0223	0.0913	0.1367	144
5,000	19	0.0549	0.0111	0.0550	0.0781	289
10,000	5	0.0427	0.0089	0.0430	0.0611	361
20,000	1	0.0348	0.0067	0.0349	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก17 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 1.282$ ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	91	0.0908	0.0320	0.0980	0.1729	100
1,000	64	0.0728	0.0223	0.0779	0.1367	144
5,000	9	0.0432	0.0111	0.0478	0.0781	289
10,000	3	0.0396	0.0089	0.0415	0.0611	361
20,000	0	0.0291	0.0067	0.0298	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก18 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0.842$ ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	88	0.0812	0.0320	0.0980	0.1729	100
1,000	54	0.0731	0.0223	0.0786	0.1367	144
5,000	7	0.0394	0.0111	0.0424	0.0781	289
10,000	2	0.0337	0.0089	0.0371	0.0611	361
20,000	1	0.0249	0.0067	0.0274	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก19 ผลการทดลองของวิธี YAK ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ $\varepsilon = 0$ ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	86	0.0849	0.0320	0.0930	0.1729	100
1,000	85	0.0843	0.0223	0.0905	0.1367	144
5,000	24	0.0592	0.0111	0.0564	0.0781	289
10,000	14	0.0544	0.0089	0.0529	0.0611	361
20,000	6	0.0441	0.0067	0.0428	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก20 ผลการทดลองของวิธี YAK_{MI} ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	96	0.0955	0.0320	0.1063	0.1729	100
1,000	63	0.0758	0.0223	0.0825	0.1367	144
5,000	16	0.0477	0.0111	0.0493	0.0781	289
10,000	3	0.0349	0.0089	0.0369	0.0611	361
20,000	0	0.0285	0.0067	0.0312	0.0476	484

ตารางผนวกที่ ก21 ผลการทดลองของวิธี YAK_{M2} ใน $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	# Bad	$Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*)$	$J_N^* - J^*$	$\hat{\sigma}(J(\hat{\theta}_N^*))$	$(N / \ln N)^{-2/5}$	m
500	86	0.0849	0.0320	0.0930	0.1729	100
1,000	85	0.0843	0.0223	0.0905	0.1367	144
5,000	24	0.0592	0.0111	0.0564	0.0781	289
10,000	14	0.0544	0.0089	0.0529	0.0611	361
20,000	6	0.0441	0.0067	0.0428	0.0476	484

ภาคผนวก ข
วิธีการเปรียบเทียบผลการทดลอง

วิธีการเปรียบเทียบผลการทดลอง

การเปรียบเทียบผลการทดลองซึ่งใช้วิธีการเปรียบเทียบ 2 วิธีคือ วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนและวิธี Subset Selection โดยที่วิธีการคำนวณและผลสรุปการเปรียบเทียบผลการทดลองของทั้ง 2 วิธี แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 เป็นการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว ส่วนที่ 2 เป็นวิธีการคำนวณและผลสรุปการเปรียบเทียบผลการทดลองของวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน และส่วนที่ 3 เป็นวิธีการคำนวณและผลสรุปการเปรียบเทียบผลการทดลองของ วิธี Subset Selection

1. การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดที่เกิดจากการคัดเลือก $(Ave(J(\hat{\theta}_N^*) - J_N^*))$ โดยกำหนดให้สมมติฐานหลักและสมมติฐานรองเป็นดังนี้

$$H_0 : \mu_{YAK} = \mu_{YAK_{M_1}} = \mu_{YAK_{M_2}}$$

$$H_1 : \mu_{YAK} \neq \mu_{YAK_{M_1}} \neq \mu_{YAK_{M_2}} \quad \text{อย่างน้อย 1 คู่}$$

ซึ่งทดสอบสมมติฐานโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปผลการทดลองด้วยโปรแกรม MINITAB ซึ่งผลการทดสอบสมมติฐานของ $J_1(\theta)$ แสดงดังตารางผนวกที่ ข1, ข2, ข3, ข4 และ ข5 ส่วนผลการทดสอบสมมติฐานของ $J_2(\theta)$ แสดงดังตารางผนวกที่ ข6, ข7, ข8, ข9 และ ข10 และผลการทดสอบสมมติฐานของ $J_3(\theta)$ แสดงดังตารางผนวกที่ ข11, ข12, ข13, ข14 และ ข15

ตารางผนวกที่ ข1 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=500 สำหรับ $J_1(\theta)$

Analysis of Variance for N_500_J1 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	1.6405	0.8202	32.41	0.000
Error	1197	30.2941	0.0253		
Total	1199	31.9346			

จากตารางผนวกที่ ข1 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข2 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=1000 สำหรับ $J_1(\theta)$

Analysis of Variance for N_1000_J1 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	1.2092	0.6046	33.78	0.000
Error	1197	21.4215	0.0179		
Total	1199	22.6307			

จากตารางผนวกที่ ข2 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข3 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=5000 สำหรับ $J_1(\theta)$

Analysis of Variance for N_5000_J1 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.08427	0.04213	8.69	0.000
Error	1197	5.80389	0.00485		
Total	1199	5.88816			

จากตารางผนวกที่ ข3 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข4 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=10000 สำหรับ

$$J_1(\theta)$$

Analysis of Variance for N_10000_J2 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.02445	0.01223	3.78	0.023
Error	1197	3.86878	0.00323		
Total	1199	3.89323			

จากตารางผนวกที่ ข4 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข5 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=20000 สำหรับ

$$J_1(\theta)$$

Analysis of Variance for N_20000_J1 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.00806	0.00403	2.30	0.101
Error	1197	2.09794	0.00175		
Total	1199	2.10601			

จากตารางผนวกที่ ข5 อธิบายได้ว่ายอมรับสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข6 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=500 สำหรับ $J_2(\theta)$

Analysis of Variance for N_500_J2 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.0585	0.0292	2.72	0.067
Error	1197	12.8847	0.0108		
Total	1199	12.9431			

จากตารางผนวกที่ ข6 อธิบายได้ว่ายอมรับสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข7 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=1000 สำหรับ $J_2(\theta)$

Analysis of Variance N_1000_J2 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.03062	0.01531	2.48	0.084
Error	1197	7.38752	0.00617		
Total	1199	7.41814			

จากตารางผนวกที่ ข7 อธิบายได้ว่ายอมรับสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข8 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=5000 สำหรับ $J_2(\theta)$

Analysis of Variance for N_5000 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.04312	0.02156	13.48	0.000
Error	1197	1.91445	0.00160		
Total	1199	1.95757			

จากตารางผนวกที่ ข8 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข9 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=10000 สำหรับ

$$J_2(\theta)$$

Analysis of Variance for N_10000_J2 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.06984	0.03492	28.05	0.000
Error	1197	1.49040	0.00125		
Total	1199	1.56024			

จากตารางผนวกที่ ข9 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข10 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=20000 สำหรับ

$$J_2(\theta)$$

Analysis of Variance for N_20000_J2 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.064738	0.032369	38.93	0.000
Error	1197	0.995329	0.000832		
Total	1199	1.060067			

จากตารางผนวกที่ ข10 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข11 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=500 สำหรับ $J_3(\theta)$

Analysis of Variance for N_500_J3 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.0729	0.0365	3.27	0.038
Error	1197	13.3611	0.0112		
Total	1199	13.4341			

จากตารางผนวกที่ ข11 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข12 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=1000 สำหรับ

$$J_3(\theta)$$

Analysis of Variance N_1000_J3 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.04777	0.02388	2.93	0.054
Error	1197	9.74865	0.00814		
Total	1199	9.79642			

จากตารางผนวกที่ ข12 อธิบายได้ว่ายอมรับสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข13 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=5000 สำหรับ

$$J_3(\theta)$$

Analysis of Variance for N_5000_J3 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.02658	0.01329	4.62	0.010
Error	1197	3.44503	0.00288		
Total	1199	3.47160			

จากตารางผนวกที่ ข13 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข14 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=10000 สำหรับ

$$J_3(\theta)$$

Analysis of Variance for N_10000 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.07614	0.03807	17.94	0.000
Error	1197	2.54010	0.00212		
Total	1199	2.61624			

จากตารางผนวกที่ ข14 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ตารางผนวกที่ ข15 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของ N=20000 สำหรับ

$$J_3(\theta)$$

Analysis of Variance for N_20000 (ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	0.04946	0.02473	18.58	0.000
Error	1197	1.59288	0.00133		
Total	1199	1.64234			

จากตารางผนวกที่ ข15 อธิบายได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก

2. วิธีการเปรียบเทียบโดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน

การหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{k,v}^\alpha / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของวิธีการเปรียบเทียบโดยวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อน ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $J_1(\theta)$ โดยที่ $n_1 = n_2 = n_3 = 400$, $k = 3$, $v =$

$$\sum_{i=1}^k (n_i - 1) = (400-1) + (400-1) + (400-1) = 1197 \text{ และ } \alpha = 0.05 \text{ ดังนั้น } Q_{k,v}^\alpha = Q_{3,1197}^{0.05} = 3.31$$

จากภาพผนวกที่ ข1

TABLE 8.1 95% Critical Values $Q_{k,\nu}^{(0.05)}$ of the Studentized Range Distribution

ν	k												
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	27.0	32.8	37.1	40.4	43.1	45.4	47.4	49.1	50.6	52.0	53.2	54.3	55.4
2	8.33	9.80	10.9	11.7	12.4	13.0	13.5	14.0	14.4	14.8	15.1	15.4	15.7
3	5.91	6.83	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.2	10.4	10.5
4	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.53	8.66
5	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	7.00	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72
6	4.34	4.90	5.31	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.03	7.14
7	4.17	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43	6.55	6.66	6.76
8	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48
9	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28
10	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.31	5.46	5.60	5.72	5.83	5.94	6.03	6.11
11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98
12	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40	5.51	5.62	5.71	5.80	5.88
13	3.74	4.15	4.45	4.69	4.89	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79
14	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.55	5.64	5.71
15	3.67	4.08	4.37	4.60	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65
16	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59
17	3.63	4.02	4.30	4.52	4.71	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.54
18	3.61	4.00	4.28	4.50	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50
19	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.32	5.39	5.46
20	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43
24	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32
30	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21
40	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.64	4.74	4.82	4.90	4.98	5.04	5.11
60	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00
120	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90
∞	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.69	4.74	4.80

ภาพผนวกที่ ข1 ตาราง 95% Critical Value $Q_{k,\nu}^{(0.05)}$ of the Studentized Range Distribution
(ที่มา: Bank 1998)

ตารางผนวกที่ ข16 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	S^2	S	$(Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/400 + 1/400}$
500	0.0207	0.1438	0.0238
1000	0.0154	0.1239	0.0205
5000	0.0038	0.0620	0.0103
10000	0.0024	0.0492	0.0082
20000	-	-	-

ตารางผนวกที่ ข17 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_1(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบ

$$\text{เชิงซ้อน } (\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l}; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0)$$

$\tilde{N}$	การเปรียบเทียบ YAK กับ YAK _{M1}	การเปรียบเทียบ YAKกับ YAK _{M2}	การเปรียบเทียบ YAK _{M1} กับ YAK _{M2}
500	0.0025 ± 0.0238	0.0797 ± 0.0238	0.0772 ± 0.0238
1000	0.0185 ± 0.0205	0.0747 ± 0.0205	0.0562 ± 0.0205
5000	0.0168 ± 0.0103	0.0186 ± 0.0103	0.0018 ± 0.0103
10000	0.0104 ± 0.0082	0.0084 ± 0.0082	-0.0020 ± 0.0082
20000	-	-	-

ตารางผนวกที่ ข18 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	S^2	S	$(Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/400 + 1/400}$
500	-	-	-
1000	-	-	-
5000	0.0016	0.0400	0.0066
10000	0.0012	0.0353	0.0058
20000	0.0008	0.0288	0.0048

ตารางผนวกที่ ข19 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_2(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบ

$$\text{เชิงซ้อน } (\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l} ; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0)$$

$\tilde{N}$	การเปรียบเทียบ YAK กับ YAK _{M1}	การเปรียบเทียบ YAKกับ YAK _{M2}	การเปรียบเทียบ YAK _{M1} กับ YAK _{M2}
500	-	-	-
1000	-	-	-
5000	0.0065 ± 0.0066	-0.0082 ± 0.0066	-0.0147 ± 0.0066
10000	0.0013 ± 0.0058	-0.0155 ± 0.0058	-0.0168 ± 0.0058
20000	0.0050 ± 0.0048	-0.0124 ± 0.0048	-0.0174 ± 0.0048

ตารางผนวกที่ ข20 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l}$ ของ $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	S^2	S	$(Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/400 + 1/400}$
500	0.0112	0.1056	0.0175
1000	-	-	-
5000	0.0029	0.0536	0.0089
10000	0.0021	0.0461	0.0076
20000	0.0013	0.0365	0.0060

ตารางผนวกที่ ข21 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_3(\theta)$ โดยวิธีการเปรียบเทียบ

$$\text{เชิงซ้อน } (\bar{Y}_i - \bar{Y}_l \pm (Q_{3,1197}^{0.05} / \sqrt{2}) * S \sqrt{1/n_i + 1/n_l} ; \bar{Y}_i - \bar{Y}_l \neq 0)$$

$\tilde{N}$	การเปรียบเทียบ YAK กับ YAK _{M1}	การเปรียบเทียบ YAK กับ YAK _{M2}	การเปรียบเทียบ YAK _{M1} กับ YAK _{M2}
500	0.0085 ± 0.0175	0.0191 ± 0.0175	0.0106 ± 0.0175
1000	-	-	-
5000	0.0059 ± 0.0089	-0.0056 ± 0.0089	-0.0115 ± 0.0089
10000	0.0105 ± 0.0076	-0.0090 ± 0.0076	-0.0195 ± 0.0076
20000	0.0059 ± 0.0060	-0.0097 ± 0.0060	-0.0156 ± 0.0060

2. วิธีการเปรียบเทียบโดยวิธี Subset Selection

เนื่องจากค่าที่ต้องการในงานวิจัยนี้ต้องการหาค่าต่ำที่สุด ดังนั้นการวิธีเปรียบเทียบเป็นไป

ดัง $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ โดยที่ $n = n_1 = n_2 = n_3 = 400$, $k=3$, $g = T_{k-1,k(n-1)}^\alpha$ และ

$\alpha = 0.05$ ดังนั้น $T_{k-1,k(n-1)}^\alpha = T_{2,1197}^{0.05} = 1.92$ จากภาพผนวกที่ ข2

TABLE 8.2 95% Critical Values $T_{p,\nu}^{(0.05)}$ of the Multivariate t -Distribution with Common Correlation 1/2

ν	p								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6.31	9.51	11.58	13.10	14.27	15.23	16.04	16.73	17.34
2	2.92	3.80	4.34	4.71	5.00	5.24	5.44	5.60	5.75
3	2.35	2.94	3.28	3.52	3.70	3.85	3.97	4.08	4.17
4	2.13	2.61	2.88	3.08	3.22	3.34	3.44	3.52	3.59
5	2.02	2.44	2.68	2.85	2.98	3.08	3.16	3.24	3.30
6	1.94	2.34	2.56	2.71	2.83	2.92	3.00	3.06	3.12
7	1.89	2.27	2.48	2.62	2.73	2.82	2.89	2.95	3.00
8	1.86	2.22	2.42	2.55	2.66	2.74	2.81	2.87	2.92
9	1.83	2.18	2.37	2.50	2.60	2.68	2.75	2.81	2.86
10	1.81	2.15	2.34	2.47	2.56	2.64	2.70	2.76	2.81
11	1.80	2.13	2.31	2.43	2.53	2.60	2.67	2.72	2.77
12	1.78	2.11	2.29	2.41	2.50	2.58	2.64	2.69	2.74
13	1.77	2.09	2.27	2.39	2.48	2.55	2.61	2.66	2.71
14	1.76	2.08	2.25	2.37	2.46	2.53	2.59	2.64	2.69
15	1.75	2.07	2.24	2.36	2.44	2.52	2.57	2.62	2.67
16	1.75	2.06	2.23	2.34	2.43	2.50	2.56	2.61	2.65
17	1.74	2.05	2.22	2.33	2.42	2.49	2.54	2.59	2.64
18	1.73	2.04	2.21	2.32	2.41	2.48	2.53	2.58	2.62
19	1.73	2.03	2.20	2.31	2.40	2.47	2.52	2.57	2.61
20	1.72	2.03	2.19	2.30	2.39	2.46	2.51	2.56	2.60
25	1.71	2.00	2.17	2.27	2.36	2.42	2.48	2.52	2.56
30	1.70	1.99	2.15	2.25	2.34	2.40	2.45	2.50	2.54
35	1.69	1.98	2.13	2.24	2.32	2.38	2.44	2.48	2.52
40	1.68	1.97	2.13	2.23	2.31	2.37	2.42	2.47	2.51
45	1.68	1.96	2.12	2.22	2.30	2.36	2.41	2.46	2.50
50	1.68	1.96	2.11	2.22	2.29	2.36	2.41	2.45	2.49
55	1.67	1.96	2.11	2.21	2.29	2.35	2.40	2.44	2.48
60	1.67	1.95	2.10	2.21	2.28	2.35	2.40	2.44	2.48
120	1.66	1.93	2.08	2.18	2.26	2.32	2.37	2.41	2.45
∞	1.65	1.92	2.06	2.16	2.23	2.29	2.34	2.38	2.42

ภาพผนวกที่ 2 ตาราง 95% Critical Values $T_{p,\nu}^{(0.05)}$ of the Multivariate t -Distribution
(ที่มา: Bank 1998)

ตารางผนวกที่ ข22 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_1(\theta)$

$\tilde{N}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j$	S^2	S	$1.92 * S\sqrt{2/400}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$
500	0.1305	0.0207	0.1438	0.0195	0.1500
1000	0.0790	0.0154	0.1239	0.0168	0.0958
5000	0.0623	0.0038	0.0620	0.0084	0.0707
10000	0.0591	0.0024	0.0492	0.0067	0.0658
20000	0.0388	0.0012	0.0352	0.0048	0.0436

ตารางผนวกที่ ข23 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_1(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection

$$(\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}; \text{ น้อยดีกว่า})$$

$\tilde{N}$	YAK	YAK _{M1}	YAK _{M2}
500	$0.2102 \geq 0.1500$	$0.2077 \geq 0.1500$	$0.1305 \leq 0.1500$
1000	$0.1537 \geq 0.0958$	$0.1352 \geq 0.0958$	$0.0790 \leq 0.0958$
5000	$0.0809 \geq 0.0707$	$0.0641 \leq 0.0707$	$0.0623 \leq 0.0707$
10000	$0.0695 \geq 0.0658$	$0.0591 \leq 0.0658$	$0.0611 \leq 0.0658$
20000	$0.0428 \leq 0.0436$	$0.0388 \leq 0.0436$	$0.0450 \geq 0.0436$

ตารางผนวกที่ ข24 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_2(\theta)$

$\tilde{N}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j$	S^2	S	$1.92 * S\sqrt{2/400}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$
500	0.0696	0.0108	0.1038	0.0141	0.0837
1000	0.0705	0.0062	0.0785	0.0107	0.0812
5000	0.0362	0.0016	0.0400	0.0054	0.0416
10000	0.0280	0.0012	0.0353	0.0048	0.0328
20000	0.0172	0.0008	0.0288	0.0039	0.0211

ตารางผนวกที่ ข25 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_2(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection

$$(\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}; \text{ น้อยดีกว่า})$$

$\tilde{N}$	YAK	YAK _{M1}	YAK _{M2}
500	$0.0867 \geq 0.0837$	$0.0696 \leq 0.0837$	$0.0781 \leq 0.0837$
1000	$0.0804 \leq 0.0812$	$0.0705 \leq 0.0812$	$0.0819 \geq 0.0812$
5000	$0.0427 \geq 0.0416$	$0.0362 \leq 0.0416$	$0.0509 \geq 0.0416$
10000	$0.0293 \leq 0.0328$	$0.0280 \leq 0.0328$	$0.0448 \geq 0.0328$
20000	$0.0222 \geq 0.0211$	$0.0172 \leq 0.0211$	$0.0346 \geq 0.0211$

ตารางผนวกที่ ข26 ตารางการหาค่า $\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$ ของ $J_3(\theta)$

$\tilde{N}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j$	S^2	S	$1.92 * S\sqrt{2/400}$	$\min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n}$
500	0.0849	0.0112	0.1056	0.0143	0.0992
1000	0.0758	0.0081	0.0902	0.0123	0.0881
5000	0.0477	0.0029	0.0536	0.0073	0.0550
10000	0.0349	0.0021	0.0461	0.0063	0.0412
20000	0.0285	0.0013	0.0365	0.0050	0.0335

ตารางผนวกที่ ข27 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการทดลองของ $J_3(\theta)$ โดยวิธี Subset Selection

$$(\bar{Y}_i \leq \min_{1 \leq j \leq 3} \bar{Y}_j + gS\sqrt{2/n} ; \text{น้อยดีกว่า})$$

$\tilde{N}$	YAK	YAK _{M1}	YAK _{M2}
500	$0.1040 \geq 0.0992$	$0.0955 \leq 0.0992$	$0.0849 \leq 0.0992$
1000	$0.0913 \geq 0.0881$	$0.0758 \leq 0.0881$	$0.0843 \leq 0.0881$
5000	$0.0536 \leq 0.0550$	$0.0477 \leq 0.0550$	$0.0592 \geq 0.0550$
10000	$0.0454 \geq 0.0412$	$0.0349 \leq 0.0412$	$0.0544 \geq 0.0412$
20000	$0.0344 \geq 0.0335$	$0.0285 \leq 0.0335$	$0.0441 \geq 0.0335$

ภาคผนวก ค

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_1(\theta)$

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_1(\theta)$

*****Input data*****

N=input('N=')

S=input('S=')

mNC=fix(10*(N)^(2/5));

mN=fix(sqrt(mNC))^2;

e=1.96;

k=fix (mN^ (1/S));

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK1

TruevalueYAK1=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK2

TruevalueYAK2=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK3

TruevalueYAK3=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK1

TestvalueYAK1=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK2

TestvalueYAK2=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK3

TestvalueYAK3=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK1

CounterYAK1=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK2

CounterYAK2=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK3

CounterYAK3=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK1

EquationYAK1=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK2

EquationYAK2=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK3

EquationYAK3=zeros (k,k);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK1

ResultTestvalueYAK1=zeros (400, 1);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK2

ResultTestvalueYAK2=zeros (400, 1);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK3

ResultTestvalueYAK3=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK1

ResultTruevalueYAK1=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK2

ResultTruevalueYAK2=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK3

ResultTruevalueYAK3=zeros (400, 1);

%Theta1 is matrix for keeping theta1

Theta1=zeros (1, k);

%Theta2 is matrix for keeping theta2

Theta2=zeros (1, k);

% Sum.JsqrYAK2 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK2

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

% Sum.JsqrYAK3 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK3

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK2 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK2

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK3 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK3

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

% The 400 time of estimation

For a=1:400

CounterYAK1=zeros (k,k);

CounterYAK2=zeros (k,k);

CounterYAK3=zeros (k,k);

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

value1YAK1=0;

```

value1YAK2=0;
value1YAK3=0;
value2YAK1=0;
value2YAK2=0;
value2YAK3=0;
q=2;

```

% Steam Number

```

Randn ('state',a);

```

*****End Input data*****

*****Initial Solution*****

```

For i=1: k
    For j=1: k
        tea1 = ((2*i)-1)/ (2*k);
        tea2 = ((2*j)-1)/ (2*k);
        For ii=1: q
            J = (tea1-0.5)*sin (10*tea1) + (tea2+0.5)*cos (5*tea2);
            R = normrnd (0, 1);
            J2 = J+R;
            value1YAK1= ((Counter YAK1 (i,j)*value1YAK1)+J)/ (CounterYAK1 (i,j)+1);
            value1YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value1YAK2)+J)/ (CounterYAK2 (i,j)+1);
            value1YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value1YAK3)+J)/ (CounterYAK3 (i,j)+1);
            value2YAK1= ((CounterYAK1 (i,j)*value2YAK1)+J2)/(CounterYAK1(i,j)+1);
            value2YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value2YAK2)+J2)/(CounterYAK2(i,j)+1);
            value2YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value2YAK3)+J2)/(CounterYAK3(i,j)+1);
            SumJsqrYAK2 (i,j)=(SumJsqrYAK2(i,j)+(J2)^2);
            SumJsqrYAK3 (i,j)=(SumJsqrYAK3(i,j)+(J2)^2);
            TruevalueYAK1 (i,j)=value1YAK1;
            TruevalueYAK2 (i,j)=value1YAK2;

```

```

    TruevalueYAK3 (i,j)=value1YAK3;
    TestvalueYAK1 (i,j)=value2YAK1;
    TestvalueYAK2 (i,j)=value2YAK2;
    TestvalueYAK3 (i,j)=value2YAK3;
    CounterYAK1 (i,j)= CounterYAK1(i,j)+1;
    CounterYAK2 (i,j)= CounterYAK2(i,j)+1;
    CounterYAK3 (i,j)= CounterYAK3(i,j)+1;

End

Theta1 (1, i) =tea1;
Theta2 (1, j) =tea2;

StandardDeviationYAK2 (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK2(i,j)-(CounterYAK2(i,j)
*(TestvalueYAK2 (i,j)^2)))/(CounterYAK2(i,j)-1));

    StandardDeviationYAK (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK3(i,j)-(CounterYAK3(i,j)
*(TestvalueYAK3 (i,j)^2)))/(CounterYAK3(i,j)-1));

    Nr = sum (sum (CounterYAK1));

End

End

*****End Initial Solution*****

*****Adaptive Process*****

For rr=Nr+1: N
    For m=1: k
        For n=1: k
            EquationYAK1(m,n)=CounterYAK1(m,n)*(((TestvalueYAK1(m,n)-
min(min(TestvalueYAK1))) +e)^2);

            EquationYAK2(m,n)=CounterYAK2(m,n)*(((TestvalueYAK2(m,n)-
min(min(TestvalueYAK2)))+StandardDeviationYAK2(m,n))^2);

            EquationYAK3(m,n)=CounterYAK3(m,n)*(((TestvalueYAK3(m,n)-
min(min(TestvalueYAK3)))/StandardDeviationYAK3(m,n))^2);

        End
    End
End

```

```

End

[roYAK1,coYAK1]=Find (EquationYAK1==min (min (EquationYAK1)));
[roYAK2,coYAK2]=Find (EquationYAK2==min (min (EquationYAK2)));
[roYAK3,coYAK3]=Find (EquationYAK3==min (min (EquationYAK3)));
R2=normrnd (0, 1);
J3YAK1= ((Theta1 (1, roYAK1))-0.5)*sin (10*(Theta1 (1, roYAK1)))
+((Theta2 (1, coYAK1)) +0.5)*cos (5*(Theta2 (1, coYAK1))) +R2;
J3YAK2= ((Theta1 (1, roYAK2))-0.5)*sin (10*(Theta1 (1, roYAK2)))
+((Theta2 (1, coYAK2)) +0.5)*cos (5*(Theta2 (1, coYAK2))) +R2;
J3YAK3= ((Theta1 (1, roYAK3))-0.5)*sin (10*(Theta1 (1, roYAK3)))
+((Theta2 (1, coYAK3)) +0.5)*cos (5*(Theta2 (1, coYAK3))) +R2;
TestvalueYAK1 (roYAK1, coYAK1) = ((CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1)
*TestvalueYAK1(roYAK1, coYAK1)) +J3YAK1)/ (CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1);
TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) = ((CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2))+J3YAK2)/ (CounterYAK2(roYAK2,coYAK2)+1);
TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) = ((CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3))+J3YAK3)/ (CounterYAK3(roYAK3, coYAK3)+1);
CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) =CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1;
CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) =CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) +1;
CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) =CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) +1;
SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2) = (SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)
+((J3YAK2) ^2));
SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3) = (SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)
+((J3YAK3) ^2));
StandardDeviationYAK2 (roYAK2, coYAK2)
=sqrt (((SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)-(CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*(TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) ^2)))/ (CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)-1));
StandardDeviationYAK3 (roYAK3, coYAK3)
=sqrt (((SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)-(CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*(TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) ^2)))/ (CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)-1));

```

End

*****End Adaptive Process*****

%Keeping Result

```
[ro2YAK1,co2YAK1]=Find (TestvalueYAK1==min (min (TestvalueYAK1)));
```

```
[ro2YAK2,co2YAK2]=Find (TestvalueYAK2==min (min (TestvalueYAK2)));
```

```
[ro2YAK3,co2YAK3]=Find (TestvalueYAK3==min (min (TestvalueYAK3)));
```

```
ResultTestvalueYAK1 (a, 1) =TruevalueYAK1 (ro2YAK1, co2YAK1);
```

```
ResultTestvalueYAK2 (a, 1) =TruevalueYAK2 (ro2YAK2, co2YAK2);
```

```
ResultTestvalueYAK3 (a, 1) =TruevalueYAK3 (ro2YAK3, co2YAK3);
```

```
ResultTruevalueYAK1 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK1));
```

```
ResultTruevalueYAK2 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK2));
```

```
ResultTruevalueYAK3 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK3));
```

End

%Send to Excel

```
Xlswrite ('testJ1YAK1', ResultTestvalueYAK1, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ1YAK2', ResultTestvalueYAK2, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ1YAK3', ResultTestvalueYAK3, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ1YAK1', ResultTruevalueYAK1, 6,'C3')
```

```
Xlswrite ('testJ1YAK2', ResultTruevalueYAK2, 6,'C3')
```

```
Xlswrite ('testJ1YAK3', ResultTruevalueYAK3, 6,'C3')
```

ภาคผนวก ง

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_2(\theta)$

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_2(\theta)$

*****Input data*****

N=input('N=')

S=input('S=')

mNC=fix(10*(N)^(2/5));

mN=fix(sqrt(mNC))^2;

e=1.96;

k=fix (mN^ (1/S));

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK1

TruevalueYAK1=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK2

TruevalueYAK2=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK3

TruevalueYAK3=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK1

TestvalueYAK1=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK2

TestvalueYAK2=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK3

TestvalueYAK3=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK1

CounterYAK1=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK2

CounterYAK2=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK3

CounterYAK3=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK1

EquationYAK1=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK2

EquationYAK2=zeros (k,k);

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK3

EquationYAK3=zeros (k,k);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK1

ResultTestvalueYAK1=zeros (400, 1);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK2

ResultTestvalueYAK2=zeros (400, 1);

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK3

ResultTestvalueYAK3=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK1

ResultTruevalueYAK1=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK2

ResultTruevalueYAK2=zeros (400, 1);

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK3

ResultTruevalueYAK3=zeros (400, 1);

%Theta1 is matrix for keeping theta1

Theta1=zeros (1, k);

%Theta2 is matrix for keeping theta2

Theta2=zeros (1, k);

% Sum.JsqrYAK2 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK2

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

% Sum.JsqrYAK3 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK3

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK2 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK2

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK3 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK3

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

% The 400 time of estimation

For a=1:400

CounterYAK1=zeros (k,k);

CounterYAK2=zeros (k,k);

CounterYAK3=zeros (k,k);

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

value1YAK1=0;

```

value1YAK2=0;
value1YAK3=0;
value2YAK1=0;
value2YAK2=0;
value2YAK3=0;
q=2;

```

% Steam Number

```

Randn ('state',a);

```

*****End Input data*****

*****Initial Solution*****

```

For i=1: k
    For j=1: k
        tea1 = ((2*i)-1)/ (2*k);
        tea2 = ((2*j)-1)/ (2*k);
        For ii=1: q
            J = ((10*(tea2-(tea1) ^2)) ^2) + ((1-tea1) ^2) +1;
            R = normrnd (0, 1);
            J2 = J+R;
            value1YAK1= ((Counter YAK1 (i,j)*value1YAK1)+J)/ (CounterYAK1 (i,j)+1);
            value1YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value1YAK2)+J)/ (CounterYAK2 (i,j)+1);
            value1YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value1YAK3)+J)/ (CounterYAK3 (i,j)+1);
            value2YAK1= ((CounterYAK1 (i,j)*value2YAK1)+J2)/(CounterYAK1(i,j)+1);
            value2YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value2YAK2)+J2)/(CounterYAK2(i,j)+1);
            value2YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value2YAK3)+J2)/(CounterYAK3(i,j)+1);
            SumJsqrYAK2 (i,j)=(SumJsqrYAK2(i,j)+(J2)^2);
            SumJsqrYAK3 (i,j)=(SumJsqrYAK3(i,j)+(J2)^2);
            TruevalueYAK1 (i,j)=value1YAK1;
            TruevalueYAK2 (i,j)=value1YAK2;

```

```

    TruevalueYAK3 (i,j)=value1YAK3;
    TestvalueYAK1 (i,j)=value2YAK1;
    TestvalueYAK2 (i,j)=value2YAK2;
    TestvalueYAK3 (i,j)=value2YAK3;
    CounterYAK1 (i,j)= CounterYAK1(i,j)+1;
    CounterYAK2 (i,j)= CounterYAK2(i,j)+1;
    CounterYAK3 (i,j)= CounterYAK3(i,j)+1;

End

Theta1 (1, i) =tea1;
Theta2 (1, j) =tea2;

StandardDeviationYAK2 (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK2(i,j)-(CounterYAK2(i,j)
*(TestvalueYAK2 (i,j)^2)))/(CounterYAK2(i,j)-1));

    StandardDeviationYAK (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK3(i,j)-(CounterYAK3(i,j)
*(TestvalueYAK3 (i,j)^2)))/(CounterYAK3(i,j)-1));

    Nr = sum (sum (CounterYAK1));

End

End

*****End Initial Solution*****

*****Adaptive Process*****

For rr=Nr+1: N
    For m=1: k
        For n=1: k
            EquationYAK1(m,n)=CounterYAK1(m,n)*(((TestvalueYAK1(m,n)-
min(min(TestvalueYAK1))) +e)^2);

            EquationYAK2(m,n)=CounterYAK2(m,n)*(((TestvalueYAK2(m,n)-
min(min(TestvalueYAK2)))+StandardDeviationYAK2(m,n))^2);

            EquationYAK3(m,n)=CounterYAK3(m,n)*(((TestvalueYAK3(m,n)-
min(min(TestvalueYAK3)))/StandardDeviationYAK3(m,n))^2);

        End
    End
End

```

```

End

[roYAK1,coYAK1]=Find (EquationYAK1==min (min (EquationYAK1)));
[roYAK2,coYAK2]=Find (EquationYAK2==min (min (EquationYAK2)));
[roYAK3,coYAK3]=Find (EquationYAK3==min (min (EquationYAK3)));
R2=normrnd (0, 1);
J3YAK1= (((10*((Theta2 (1, coYAK1))-((Theta1 (1, roYAK1))) ^2)) ^2)
+ ((1-(Theta1 (1, roYAK1))) ^2) +1) +R2;
J3YAK2= (((10*((Theta2 (1, coYAK2))-((Theta1 (1, roYAK2))) ^2)) ^2)
+ ((1-(Theta1 (1, roYAK2))) ^2) +1) +R2;
J3YAK3= (((10*((Theta2 (1, coYAK3))-((Theta1 (1, roYAK3))) ^2)) ^2)
+ ((1-(Theta1 (1, roYAK3))) ^2) +1) +R2;
TestvalueYAK1 (roYAK1, coYAK1) = ((CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1)
*TestvalueYAK1(roYAK1, coYAK1)) +J3YAK1)/ (CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1);
TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) = ((CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2))+J3YAK2)/ (CounterYAK2(roYAK2,coYAK2)+1);
TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) = ((CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3))+J3YAK3)/ (CounterYAK3(roYAK3, coYAK3)+1);
CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) =CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1;
CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) =CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) +1;
CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) =CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) +1;
SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2) = (SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)
+((J3YAK2) ^2));
SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3) = (SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)
+((J3YAK3) ^2));
StandardDeviationYAK2 (roYAK2, coYAK2)
=sqrt (((SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)-(CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*(TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) ^2)))/ (CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)-1));
StandardDeviationYAK3 (roYAK3, coYAK3)
=sqrt (((SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)-(CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*(TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) ^2)))/ (CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)-1));

```

End

*****End Adaptive Process*****

%Keeping Result

```
[ro2YAK1,co2YAK1]=Find (TestvalueYAK1==min (min (TestvalueYAK1)));
```

```
[ro2YAK2,co2YAK2]=Find (TestvalueYAK2==min (min (TestvalueYAK2)));
```

```
[ro2YAK3,co2YAK3]=Find (TestvalueYAK3==min (min (TestvalueYAK3)));
```

```
ResultTestvalueYAK1 (a, 1) =TruevalueYAK1 (ro2YAK1, co2YAK1);
```

```
ResultTestvalueYAK2 (a, 1) =TruevalueYAK2 (ro2YAK2, co2YAK2);
```

```
ResultTestvalueYAK3 (a, 1) =TruevalueYAK3 (ro2YAK3, co2YAK3);
```

```
ResultTruevalueYAK1 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK1));
```

```
ResultTruevalueYAK2 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK2));
```

```
ResultTruevalueYAK3 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK3));
```

End

%Send to Excel

```
Xlswrite ('testJ2YAK1', ResultTestvalueYAK1, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ2YAK2', ResultTestvalueYAK2, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ2YAK3', ResultTestvalueYAK3, 6,'B3')
```

```
Xlswrite ('testJ2YAK1', ResultTruevalueYAK1, 6,'C3')
```

```
Xlswrite ('testJ2YAK2', ResultTruevalueYAK2, 6,'C3')
```

```
Xlswrite ('testJ2YAK3', ResultTruevalueYAK3, 6,'C3')
```

ภาคผนวก จ

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_3(\theta)$

โปรแกรม Matlab สำหรับ $J_3(\theta)$

*****Input data*****

N=input('N=')

S=input('S=')

mNC=fix(10*(N)^(2/5));

mN=fix(sqrt(mNC))^2;

e=1.96;

k=fix (mN^ (1/S));

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK1

TruevalueYAK1=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK2

TruevalueYAK2=zeros (k,k);

%Truevalue is matrix for keeping Truevalue YAK3

TruevalueYAK3=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK1

TestvalueYAK1=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK2

TestvalueYAK2=zeros (k,k);

%Testvalue is matrix for keeping Testvalue YAK3

TestvalueYAK3=zeros (k,k);

%Counter is matrix for counting replication YAK1

```
CounterYAK1=zeros (k,k);
```

%Counter is matrix for counting replication YAK2

```
CounterYAK2=zeros (k,k);
```

%Counter is matrix for counting replication YAK3

```
CounterYAK3=zeros (k,k);
```

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK1

```
EquationYAK1=zeros (k,k);
```

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK2

```
EquationYAK2=zeros (k,k);
```

%Equation is matrix for keeping to compute Equation (37) YAK3

```
EquationYAK3=zeros (k,k);
```

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK1

```
ResultTestvalueYAK1=zeros (400, 1);
```

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK2

```
ResultTestvalueYAK2=zeros (400, 1);
```

%ResultTestvalue is matrix for keeping result's testvalue YAK3

```
ResultTestvalueYAK3=zeros (400, 1);
```

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK1

```
ResultTruevalueYAK1=zeros (400, 1);
```

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK2

```
ResultTruevalueYAK2=zeros (400, 1);
```

%ResultTruevalue is matrix for keeping result's truevalue YAK3

ResultTruevalueYAK3=zeros (400, 1);

%Theta1 is matrix for keeping theta1

Theta1=zeros (1, k);

%Theta2 is matrix for keeping theta2

Theta2=zeros (1, k);

% Sum.JsqrYAK2 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK2

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

% Sum.JsqrYAK3 is matrix for keeping sum of J^2 for YAK3

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK2 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK2

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

% StandardDeviationYAK3 is matrix for keeping Standard Deviation of YAK3

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

% The 400 time of estimation

For a=1:400

CounterYAK1=zeros (k,k);

CounterYAK2=zeros (k,k);

CounterYAK3=zeros (k,k);

SumJsqrYAK2=zeros (k,k);

SumJsqrYAK3=zeros (k,k);

StandardDeviationYAK2=zeros (k,k);

```

StandardDeviationYAK3=zeros (k,k);

value1YAK1=0;
value1YAK2=0;
value1YAK3=0;
value2YAK1=0;
value2YAK2=0;
value2YAK3=0;
q=2;

```

% Steam Number

```

Randn ('state',a);

```

*****End Input data*****

*****Initial Solution*****

```

For i=1: k
    For j=1: k
        tea1 = ((2*i)-1)/ (2*k);
        tea2 = ((2*j)-1)/ (2*k);
        For ii=1: q
            J = ((tea1+ (tea1+tea2)-(S+1)) ^2) + (((tea1*tea2)-1) ^2) +1;
            R = normrnd (0, 1);
            J2 = J+R;
            value1YAK1= ((Counter YAK1 (i,j)*value1YAK1)+J)/ (CounterYAK1 (i,j)+1);
            value1YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value1YAK2)+J)/ (CounterYAK2 (i,j)+1);
            value1YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value1YAK3)+J)/ (CounterYAK3 (i,j)+1);
            value2YAK1= ((CounterYAK1 (i,j)*value2YAK1)+J2)/(CounterYAK1(i,j)+1);
            value2YAK2= ((CounterYAK2 (i,j)*value2YAK2)+J2)/(CounterYAK2(i,j)+1);
            value2YAK3= ((CounterYAK3 (i,j)*value2YAK3)+J2)/(CounterYAK3(i,j)+1);
            SumJsqrYAK2 (i,j)=(SumJsqrYAK2(i,j)+(J2)^2);
            SumJsqrYAK3 (i,j)=(SumJsqrYAK3(i,j)+(J2)^2);
        End For
    End For
End For

```

```

    TruevalueYAK1 (i,j)=value1YAK1;
    TruevalueYAK2 (i,j)=value1YAK2;
    TruevalueYAK3 (i,j)=value1YAK3;
    TestvalueYAK1 (i,j)=value2YAK1;
    TestvalueYAK2 (i,j)=value2YAK2;
    TestvalueYAK3 (i,j)=value2YAK3;
    CounterYAK1 (i,j)= CounterYAK1(i,j)+1;
    CounterYAK2 (i,j)= CounterYAK2(i,j)+1;
    CounterYAK3 (i,j)= CounterYAK3(i,j)+1;
End
Theta1 (1, i) =tea1;
Theta2 (1, j) =tea2;
StandardDeviationYAK2 (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK2(i,j)-(CounterYAK2(i,j)
*(TestvalueYAK2 (i,j)^2)))/(CounterYAK2(i,j)-1));
    StandardDeviationYAK (i,j)=sqrt(((SumJsqrYAK3(i,j)-(CounterYAK3(i,j)
*(TestvalueYAK3 (i,j)^2)))/(CounterYAK3(i,j)-1));
    Nr = sum (sum (CounterYAK1));
End
End
*****End Initial Solution*****

*****Adaptive Process*****

For rr=Nr+1: N
    For m=1: k
        For n=1: k
            EquationYAK1(m,n)=CounterYAK1(m,n)*(((TestvalueYAK1(m,n)-
min(min(TestvalueYAK1))) +e)^2);
            EquationYAK2(m,n)=CounterYAK2(m,n)*(((TestvalueYAK2(m,n)-
min(min(TestvalueYAK2)))+StandardDeviationYAK2(m,n))^2);

```

```

EquationYAK3(m,n)=CounterYAK3(m,n)*(((TestvalueYAK3(m,n)-
min(min(TestvalueYAK3)))/StandardDeviationYAK3(m,n))^2);

End

End

[roYAK1,coYAK1]=Find (EquationYAK1==min (min (EquationYAK1)));
[roYAK2,coYAK2]=Find (EquationYAK2==min (min (EquationYAK2)));
[roYAK3,coYAK3]=Find (EquationYAK3==min (min (EquationYAK3)));
R2=normrnd (0, 1);
J3YAK1=(((Theta1(1,roYAK1))+((Theta1(1,roYAK1))+Theta2(1,coYAK1)))-
(S+1))^2)+(((Theta1(1,roYAK1))*(Theta2(1,coYAK1)))-1)^2)+1)+R2;
J3YAK2=(((Theta1(1,roYAK2))+((Theta1(1,roYAK2))+Theta2(1,coYAK2)))-
(S+1))^2)+(((Theta1(1,roYAK2))*(Theta2(1,coYAK2)))-1)^2)+1)+R2;
J3YAK3=(((Theta1(1,roYAK3))+((Theta1(1,roYAK3))+Theta2(1,coYAK3)))-
(S+1))^2)+(((Theta1(1,roYAK3))*(Theta2(1,coYAK3)))-1)^2)+1)+R2;
TestvalueYAK1 (roYAK1, coYAK1) = ((CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1)
*TestvalueYAK1(roYAK1, coYAK1)) +J3YAK1)/ (CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1);
TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) = ((CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2))+J3YAK2)/ (CounterYAK2(roYAK2,coYAK2)+1);
TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) = ((CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3))+J3YAK3)/ (CounterYAK3(roYAK3, coYAK3)+1);
CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) =CounterYAK1 (roYAK1, coYAK1) +1;
CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) =CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2) +1;
CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) =CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3) +1;
SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2) = (SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)
+((J3YAK2) ^2));
SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3) = (SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)
+((J3YAK3) ^2));
StandardDeviationYAK2 (roYAK2, coYAK2)
=sqrt (((SumJsqrYAK2 (roYAK2, coYAK2)-(CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)
*(TestvalueYAK2 (roYAK2, coYAK2) ^2)))/ (CounterYAK2 (roYAK2, coYAK2)-1)));

```

```

StandardDeviationYAK3 (roYAK3, coYAK3)
=sqrt ((SumJsqrYAK3 (roYAK3, coYAK3)-(CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)
*(TestvalueYAK3 (roYAK3, coYAK3) ^2)))/(CounterYAK3 (roYAK3, coYAK3)-1));

End

*****End Adaptive Process*****

```

%Keeping Result

```

[ro2YAK1,co2YAK1]=Find (TestvalueYAK1==min (min (TestvalueYAK1)));
[ro2YAK2,co2YAK2]=Find (TestvalueYAK2==min (min (TestvalueYAK2)));
[ro2YAK3,co2YAK3]=Find (TestvalueYAK3==min (min (TestvalueYAK3)));
ResultTestvalueYAK1 (a, 1) =TruevalueYAK1 (ro2YAK1, co2YAK1);
ResultTestvalueYAK2 (a, 1) =TruevalueYAK2 (ro2YAK2, co2YAK2);
ResultTestvalueYAK3 (a, 1) =TruevalueYAK3 (ro2YAK3, co2YAK3);
ResultTruevalueYAK1 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK1));
ResultTruevalueYAK2 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK2));
ResultTruevalueYAK3 (a, 1) =min (min (TruevalueYAK3));

End

```

%Send to Excel

```

Xlswrite ('testJ3YAK1', ResultTestvalueYAK1, 6,'B3')
Xlswrite ('testJ3YAK2', ResultTestvalueYAK2, 6,'B3')
Xlswrite ('testJ3YAK3', ResultTestvalueYAK3, 6,'B3')
Xlswrite ('testJ3YAK1', ResultTruevalueYAK1, 6,'C3')
Xlswrite ('testJ3YAK2', ResultTruevalueYAK2, 6,'C3')
Xlswrite ('testJ3YAK3', ResultTruevalueYAK3, 6,'C3')

```

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นาย ยุทธชัย รุจิราวรักษ์
วัน เดือน ปี ที่เกิด	2 ตุลาคม 2523
สถานที่เกิด	จ.สุราษฎร์ธานี
ประวัติการศึกษา	ปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรม อุตสาหกรรม จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	