



E46927



**A MATHEMATICAL MODEL FOR  
THE PRECIPITATION PROCESS OF STRUVITE**

**MISS THANYAWAN BANNATHAM**

**A SPECIAL RESEARCH PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR  
THE DEGREE OF MASTER OF ENGINEERING (CHEMICAL ENGINEERING)  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONCKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY THONBURI**

**2010**

b00246548



E46927

A Mathematical Model for the Precipitation Process of Struvite

Miss Thanyawan Bannatham B.Eng. (Chemical Engineering)

A Special Research Project Submitted in Partial Fulfillment  
of the Requirements for  
the Degree of Master of Engineering (Chemical Engineering)  
Faculty of Engineering  
King Mongkut's University of Technology Thonburi  
2010

Special Research Project Committee

.....  
(Assoc. Prof. Thongchai Srinophakun, Ph.D.)

Chairman of Special  
Research Project Committee

.....  
(Lect. Hong-ming Ku, Ph.D.)

Member and Special  
Research Project Advisor

.....  
(Assist. Prof. Bunyaphat Suphanit, Ph.D.)

Member



|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| Special Research Project Title   | A Mathematical Model for the Precipitation Process of Struvite |
| Special Research Project Credits | 6  |
| Candidate                        | Miss Thanyawan Bannatham                                       |
| Special Research Project Advisor | Dr. Hong-ming Ku   |
| Program                          | Master of Engineering  |
| Field of Study                   | Chemical Engineering   |
| Department                       | Chemical Engineering   |
| Faculty                          | Engineering  |
| B.E.                             | 2553   |

**E46927****Abstract**

Discharge of untreated nutrient-rich wastewater is a problematic issue which may damage the ecosystem and biodiversity of receiving water. The recovery of nutrients in wastewater using a crystallization technique may provide a value-added product. Removal of phosphorus from wastewater can be accomplished by precipitating these as the mineral struvite ( $\text{MgNH}_4\text{PO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ) which can be used as a fertilizer. The objective of this study is to develop a mathematical model that can describe the dynamic behavior of struvite precipitation. This research focuses on the performance of crystallization processes in removing and recovering phosphorus as struvite from urine. The proposed model incorporates mass balance relations, chemical thermodynamics relations and population balance relations. The mathematical model was developed to predict struvite precipitation in a batch reactor containing solutions of ammonium, magnesium, phosphate, and carbonate. The mathematical model was simulated using Engineering Equation Solver (EES), which is a computer software package. For the model validation, experiments were carried out in a laboratory using synthetic urine solutions. The model predictions were compared to experimental data. The results show that the data from simulation agree well with the experimental data. The maximum difference is less than 10%, which is acceptable for this study. Therefore, the proposed mathematical model is accurate enough in predicting the thermodynamics and kinetics of struvite precipitation and can be used to design a nutrient recovery process.

**Keywords:** Struvite / Precipitation / Engineering Equation Solver (EES) / Equilibrium / Phosphorus recovery

|                         |   |
|-------------------------|---|
| หัวข้อโครงการศึกษาวิจัย | การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการตกตะกอนของสตรูไวท (struvite) |
| หน่วยกิต                | 6   |
| ผู้เขียน                | นางสาวธัญวรัญช์ บรรณาธรรม   |
| อาจารย์ที่ปรึกษา        | Dr. Hong-ming Ku  |
| หลักสูตร                | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  |
| สาขาวิชา                | วิศวกรรมเคมี  |
| ภาควิชา                 | วิศวกรรมเคมี  |
| คณะ                     | วิศวกรรมศาสตร์  |
| พ.ศ.                    | 2553  |

บทคัดย่อ

E46927

การทิ้งน้ำเสียที่มีสารอาหารปนเปื้อนอยู่จำนวนมากก่อให้เกิดปัญหาซึ่งอาจทำลายระบบนิเวศวิทยาและความหลากหลายทางชีวภาพของแหล่งรับน้ำเสียได้ การนำสารอาหารในน้ำเสียกลับมาใช้ใหม่โดยวิธีการตกผลึกทำให้เกิดผลิตภัณฑ์ที่มีมูลค่าเพิ่มได้ ทั้งนี้การกำจัดฟอสฟอรัสในน้ำเสียทำได้โดยการตกตะกอนในรูปของสตรูไวท ( $\text{MgNH}_4\text{PO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ) ซึ่งสามารถนำไปใช้เป็นปุ๋ยได้ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของการตกตะกอนของสตรูไวทได้ โดยงานวิจัยนี้มุ่งศึกษาการแยกและนำฟอสฟอรัสที่มีอยู่ในน้ำปัสสาวะกลับมาใช้ใหม่ในรูปของสตรูไวท แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นประกอบด้วย ความสัมพันธ์ทางสมดุลมวล อุณหพลศาสตร์เคมี และสมดุลประชากร ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้สามารถทำนายการตกตะกอนของสตรูไวทในเครื่องปฏิกรณ์แบบกะที่มีสารละลายซึ่งประกอบด้วยแอมโมเนียม แมกนีเซียม ฟอสเฟต และ คาร์บอนเนต งานวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์อีอีเอส (EES) ในการแก้สมการซึ่งผลที่ได้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองในห้องปฏิบัติการ โดยใช้น้ำปัสสาวะที่สังเคราะห์ขึ้น เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง จากผลการเปรียบเทียบพบว่าค่าที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับผลการทดลองในห้องปฏิบัติการ โดยมีผลต่างน้อยกว่า 10% ซึ่งเป็นค่าที่ยอมรับได้ ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้มีความแม่นยำเพียงพอในการทำนายอุณหพลศาสตร์และจลนศาสตร์ของการตกตะกอนของสตรูไวท และสามารถนำไปใช้ในการออกแบบกระบวนการนำสารอาหารกลับมาใช้ใหม่ได้ด้วย

คำสำคัญ : สตรูไวท / การตกตะกอน / โปรแกรมอีอีเอส / สภาวะสมดุล / การนำฟอสฟอรัสกลับมาใช้

## ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to express my gratitude to Dr. Philip Schneider who gave me precious experience to carry out my thesis at James Cook University, Australia. I would like to thank Mr. Shaun Galbraith who gave me useful suggestions about my experiments and thesis. I would also like to thank Dr. Hong-Ming Ku, the KMUTT advisor of this thesis, Assoc. Prof. Dr. Thongchai Srinophakun and Dr. Bunyaphat Suphanit, members of my thesis committee, for their useful suggestions and comments about this research. I am also grateful to Chemical Engineering Practice School (ChEPS) for the opportunity to work on this project. Finally, I would like to thank my family and my friends who help and cheer me up throughout this study.

# CONTENTS

|  | PAGE      |
|--|-----------|
| ENGLISH ABSTRACT   | ii        |
| THAI ABSTRACT  | iii       |
| ACKNOWLEDGEMENTS   | iv        |
| CONTENTS   | v         |
| LIST OF TABLES   | vii       |
| LIST OF FIGURES  | viii      |
| LIST OF SYMBOLS  | ix        |
| <br><b>CHAPTER</b>   |           |
| <b>1. INTRODUCTION</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Introduction, Motivation and Background                                  | 1         |
| 1.2 Objective  | 4         |
| 1.3 Scope of work  | 4         |
| <br><b>2. LITERATURE REVIEW</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1 Background of Struvite   | 5         |
| 2.2 Thermodynamics of Struvite   | 6         |
| 2.3 pH for Struvite Precipitation Potential                                  | 8         |
| 2.4 Struvite Crystallization Kinetics  | 8         |
| 2.5 Induction time   | 9         |
| 2.6 Phosphorus recovery from human urine                                     | 10        |
| <br><b>3. METHODOLOGY</b>  | <b>11</b> |
| 3.1 Study theory and review literature that relate to struvite precipitation | 11        |
| 3.2 Model Formulation  | 12        |
| 3.3 Model Simulation   | 17        |
| 3.4 Experimental Model Validation  | 18        |
| 3.5 Analyze and Conclude the results   | 19        |
| <br><b>4. RESULTS AND DISCUSSION</b>   | <b>20</b> |
| 4.1 Model Validation   | 20        |
| 4.2 Results from struvite precipitation experiments                          | 21        |
| 4.3 Results from crystal growth experiments                                  | 23        |
| 4.4 Study on struvite recovery from urea hydrolysis                          | 25        |
| <br><b>5. CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS</b>                                | <b>29</b> |
| 5.1 Conclusions  | 29        |
| 5.2 Recommendations  | 29        |

|                         |           |
|-------------------------|-----------|
| <b>REFERENCES</b>       | <b>30</b> |
| <b>APPENDIX</b>         | <b>33</b> |
| A EES code              | 33        |
| <b>CURRICULUM VITAE</b> | <b>42</b> |



## LIST OF TABLES

| TABLE   | PAGE |
|---|------|
| 2.1 Complexes expected to form in urine solutions   | 8    |
| 3.1 Precipitation equations for the possible minerals that can form during struvite precipitation | 13   |
| 3.2 Acid-base and solubility equilibria in the model and their constants (Udert et al., 2003b)    | 13   |
| 3.3 Composition of artificial urine in deionized water (Ronteltap, et al., 2007)                  | 18   |
| 4.1 The comparison between data from experiments and mathematical model                           | 20   |

## LIST OF FIGURES

| FIGURE   | PAGE |
|--|------|
| 1.1 Historical (1800-2000) sources of phosphorus for use as fertilizers, including manure, human excreta, guano and phosphate rock (Cordell, et al., 2009, p.293)    | 1    |
| 1.2 Peak phosphorus curve based on industry data, indicating a peak year of global phosphate rock production in 2033 (Cordell, et al., 2009, p. 298)                 | 2    |
| 2.1 Micrographs showing the typical morphologies of struvite crystals: (a) rod-like crystals, (b) dendritic crystals, (c) rhombohedral crystals (Vesna, 2002, p. 96) | 5    |
| 3.1 The methodology of the development of mathematical model for struvite precipitation  | 11   |
| 3.2 The overview of mathematical model of struvite precipitation   | 12   |
| 4.1 Model predictions of the <i>SI</i> of the possible precipitates plotted against time   | 21   |
| 4.2 Experimental pH during struvite precipitation  | 22   |
| 4.3 Modeled pH and SI during struvite precipitation  | 23   |
| 4.4 Experimental and computer simulated pH after induction period  | 24   |
| 4.5 Microscopic picture of struvite crystal (a) struvite seeds<br>(b) growing struvite crystals  | 24   |
| 4.6 The growth of struvite crystal   | 25   |
| 4.7 The modeled pH dynamic during struvite precipitation   | 26   |
| 4.8 The rate of urea and ammonium changed in the system  | 27   |
| 4.9 The dynamic pH when using urea as a source of ammonium   | 27   |
| 4.10 The dynamic behavior of saturation index (SI)   | 28   |

## LIST OF SYMBOLS

|            |   |  |
|------------|---|--|
| SI         | = | Saturation index                                     |
| A          | = | Debye-Huckel constant                                |
| CB         | = | Charge balance variable                              |
| $C_i$      | = | Concentration of species $i$                         |
| EES        | = | Engineer Equation Solver                             |
| I          | = | Ionic strength                                       |
| IAP        | = | Ion activity product                                 |
| k          | = | Kinetic parameter                                    |
| K          | = | Potassium  |
| $K_{sp}$   | = | Thermodynamics solubility product of struvite $p$    |
| L          | = | The mean size of crystals as seeds                   |
| MAP        | = | Magnesium ammonium phosphate                         |
| n          | = | Order of reaction                                    |
| $n_{MAP}$  | = | Amount of moles of struvite precipitated in solution |
| N          | = | Nitrogen   |
| P          | = | Phosphorus   |
| $P_{cs}$   | = | The conditional solubility product                   |
| $P_{so}$   | = | The product of the analytical molar concentration    |
| SI         | = | Saturation index                                     |
| $Z_i$      | = | Valency of species $i$                               |
| $\alpha_i$ | = | Ionization fraction                                  |
| $\gamma_i$ | = | Activity coefficient of species $i$                  |