

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ นักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ขอนแก่น เรื่อง ทฤษฎีกราฟขั้นแนะนำ รูปแบบของการวิจัยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ที่ศึกษา เป็นกรณีศึกษา (Case Study) โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัย ขอนแก่น คณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ชั้นปีที่ 4 ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชา ทฤษฎี กราฟขั้นแนะนำ ภาคปลาย ปีการศึกษา 2551 จำนวน 35 คน โดยเลือกนักศึกษาที่เป็นกรณีศึกษาจาก ผลการทดสอบวินิจฉัยวิชาทฤษฎีกราฟขั้นแนะนำ จากคะแนนในระดับต่ำ ปานกลาง และสูง กลุ่ม ละ 2 คน รวมทั้งหมด 6 คน โดยสุ่มแบบเจาะจงและตามความสมัครใจในการเข้าร่วมเป็นนักศึกษา กรณีศึกษา เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ใช้แบบทดสอบวินิจฉัยแบบอัตนัยและการ สัมภาษณ์หลังการทำแบบทดสอบวินิจฉัย วิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ 1) วิเคราะห์ความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ คือ ระดับการจัดกระทำ (Action) ระดับกระบวนการ (Process) และ ระดับโครงสร้าง (Structural) และ 2) วิเคราะห์ปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามกรอบ ลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่อง ซึ่งพิจารณาลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่อง 3 ลักษณะคือ ลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ลักษณะความ ผิดพลาดและข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ที่เกี่ยวกับการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท การพิสูจน์ หรือให้เหตุผลและการคิดคำนวณ ลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องในด้านการนำความรู้ เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้ ที่วิเคราะห์โดยการบรรยายเชิงวิเคราะห์จากการทำ แบบทดสอบวินิจฉัยและโปรโตคอลสัมภาษณ์นักศึกษาแต่ละคน

ผลการวิจัยพบว่า

1. ปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักศึกษากลุ่มที่ได้คะแนนในระดับต่ำ คือ นักศึกษามีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conception Understanding) กล่าวคือ

สามารถเขียน อธิบาย หรือแสดงบทนิยามหรือทฤษฎีบท ที่เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟขั้นแนะนำได้ เช่น บทนิยามของระดับชั้น กราฟต้นไม้ ใบและป่า แต่มีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องในด้าน บทนิยามหรือทฤษฎีบท เช่น ไม่สามารถเขียนบทนิยามของระดับชั้นและเขียนความหมายของ \bar{G} (Complement of G) ที่ถูกต้องได้ รองลงมา มีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องกระบวนการ ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์หรือให้เหตุผล เช่น การพิสูจน์ เมื่อให้ G เป็นป่าที่มีจุดยอด n จุด และมี ส่วนประกอบ k ส่วน แล้วให้แสดงว่า G มีเส้นเชื่อม $n-k$ เส้น และการให้เหตุผลในการ พิจารณาการเป็นลำดับกราฟิก และมีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องด้านกระบวนการ ที่ เกี่ยวกับการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท เช่น การเขียนกราฟต้นไม้ที่มีใบ 5 ใบ เป็นต้น

2. ปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักศึกษากลุ่มที่ได้คะแนนในระดับปาน กลาง คือ นักศึกษามีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action Conception Understanding) กล่าวคือ สามารถเขียน อธิบาย หรือแสดงบทนิยามหรือทฤษฎีบทเกี่ยวกับบทนิยามของระดับชั้น กราฟ ต้นไม้ ใบ ป่า และกราฟเชื่อมโยงได้ แต่มีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม หรือทฤษฎีบท เช่น การบอกบทนิยามของส่วนประกอบ (Component) ทฤษฎีบทเงื่อนไขของออร์ และมีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องด้านกระบวนการ ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์หรือให้เหตุผล มากที่สุด เช่น การพิสูจน์ เมื่อให้กราฟ G ไม่ใช่กราฟเชื่อมโยงแล้ว \bar{G} จะเป็นกราฟเชื่อมโยง และ การให้เหตุผลประกอบการหา $K'(K_4)$ และมีความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conception Understanding) กล่าวคือ สามารถพิจารณาลำดับที่เป็นลำดับกราฟิกและเขียนกราฟที่สอดคล้องกับ ลำดับกราฟิกนั้นได้ แต่มีลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องด้านการนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ ทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้ เช่น ปัญหาเกี่ยวกับหอประชุมแห่งหนึ่งมีห้องหลายๆ ห้อง และมีประตู หลายๆ บาน ให้แสดงว่าจะสามารถเดินผ่านประตูทั้งหมด โดยผ่านประตูแต่ละบานเพียงหนึ่งครั้ง ได้หรือไม่ โดยจะเริ่มเดินจากจุดใดจุดหนึ่งไม่ว่าจะภายในหรือภายนอกก็ได้ เป็นต้น

3. ปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักศึกษากลุ่มที่ได้คะแนนในระดับสูง คือ นักศึกษามีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action Conception Understanding) กล่าวคือ สามารถ เขียน อธิบาย หรือแสดงบทนิยามหรือทฤษฎีบท ที่เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟขั้นแนะนำได้ และเข้าใจ กราฟเชื่อมโยง แต่ไม่สามารถพิสูจน์ เมื่อให้กราฟ G ไม่ใช่กราฟเชื่อมโยงแล้ว \bar{G} จะเป็นกราฟ เชื่อมโยง และมีความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conception Understanding) กล่าวคือ สามารถพิจารณาลำดับที่เป็นลำดับกราฟิกและเขียนกราฟที่สอดคล้องกับลำดับกราฟิกนั้นได้ และ แสดงการพิสูจน์ เมื่อให้ G เป็นป่าที่มีจุดยอด n จุด และมีส่วนประกอบ k ส่วน แล้วให้แสดงว่า G มีเส้นเชื่อม $n-k$ เส้น แต่มีความลักษณะความผิดพลาดและข้อบกพร่องด้านกระบวนการ ที่ เกี่ยวกับการพิสูจน์หรือให้เหตุผล เช่น การแสดงวิธีการหา $K'(K_4)$ พร้อมให้เหตุผล เป็นต้น

The purpose of this research was to diagnose learning difficulties in mathematics of undergraduate senior Mathematics Education students, Faculty of Education, Khon Kaen University about Introduction to Graph Theory course. This research was the qualitative research using case study. The target group was 35 undergraduate senior Mathematics Education students who enrolled in Introduction to Graph Theory course in the academic year of 2008. Students in case study were classified into 3 groups (low scores, moderate scores and high scores group) using the result of diagnosis test in Introduction to Graph Theory. Each group consisted of 2 students, totally 6 students. These students were asked for volunteer to be the students in case study. The students were interviewed of how and why they did about the test. Analysis of information consisted of 2 parts to identify; 1) students mathematical understanding using in the APS framework, namely Action, Process and Structural conceptual understanding, and 2) students mathematical learning deficiencies, that classified deficiencies into 3 types comprising deficiencies in definitions or theorems, deficiencies in procedure about using definitions or theorems, and deficiencies in applying the basic knowledge of graph theory. Interviewed protocols were also used as information for analyzing.

The findings indicated that :

1. The students in low scores group displayed their conceptual understanding not more than an action conceptual understanding. They were able to write down, explain, or present definitions in graph theory correctly, for example, definitions of degree, tree graph, leaf and forest etc. But the students' deficiencies in definitions or theorems were that they were not able to

present the definition of degree and the meaning of \overline{G} (Complement of G). The next most often found about difficulties were deficiencies in procedure about using definitions or theorems to prove that if a forest G has n vertices and k components then G has $n - k$ edges, to give the reason to determine graphic order, or to use definitions or theorems to write down a tree graph with 5 leaves.

2. The students in moderate scores group who displayed their understanding as an action conceptual understanding were able to write down, explain, or present definitions in graph theory correctly, for example, definitions of degree, tree graph, leaf, forest and connect graph, but their deficiencies in definitions or theorems were that they were not able to present the definition of component and write down Ore's condition. The students who displayed their deficiencies in process about proof or reasoning were able to prove that "if G is disconnected, then \overline{G} is connected", to give a reason to determine $\kappa'(K_4)$. Students who displayed their mathematical understandings as process conceptual understanding were able to verify which sequence is graphical and draw the corresponding graph. The next most often found about the students' difficulties were that they were able to use the basic knowledge of graph theory to solve problems, such as the problem about enter a large hall with many rooms and doors by going through each door exactly once without restriction of the starting point.

3. The students in high scores group displayed their mathematical understandings as an action conceptual understanding were able to write down, explain, or present definitions in graph theory correctly. They were able to understand the connected graph but they were not able to prove that "if G is disconnected, then \overline{G} is connected, then $\overline{\overline{G}}$ is connected". Students who displayed their mathematical understanding as process conceptual understanding were able to consider sequence as the graphical sequence and draw a graph corresponding to the graphical sequence. The students were able to prove that "if a forest G has n vertices and k components then G has $n - k$ edges", but they displayed their deficiencies in process about proof or reasoning, such as giving a reason to determine $\kappa'(K_4)$.