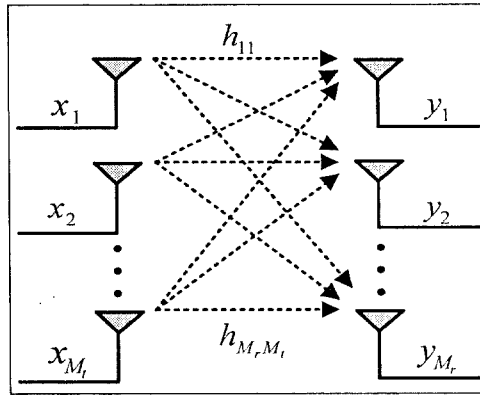


บทที่ 2 ความจุของสัญญาณในระบบโมโม

2.1 กล่าวนำ

ระบบโมโมเป็นระบบที่ได้รับความนิยมมากที่สุดในปัจจุบันเนื่องจากความสามารถในการเพิ่มความจุของช่องสัญญาณและได้รับความน่าเชื่อถือในการสื่อสารไร้สายโดยปราศจากการใช้ทรัพยากรความถี่เพิ่มเติม โดยระบบโมโมเป็นระบบที่มีการใช้สายอากาศแบบหลายองค์ประกอบในการรับส่งสัญญาณทั้งในภาคส่งและภาครับซึ่งจะแตกต่างจากเทคโนโลยีเดิมที่ใช้ในระบบสื่อสารไร้สายประเภทสายอากาศลาด (Smart antenna System) ที่จะใช้สายอากาศหลายต้นแค่เพียงด้านเดียวไม่ว่าจะเป็นที่ภาคส่งที่จะใช้สายอากาศหลายต้นแค่เพียงด้านเดียวไม่ว่าจะเป็น ที่ภาคส่งอย่างเดียวหรือที่ภาครับอย่างเดียวก็ตาม โดยที่ระบบโมโมนี้สามารถดึงความสามารถทั้งการมัลติเพล็กซ์ (Multiplexing) หรือพัฒนาคุณลักษณะด้วยไดเวอร์ซิตี (Diversity) ในระบบนี้สายอากาศส่งและรับช่วยในการเพิ่มอัตราขยายไดเวอร์ซิตี การมัลติเพล็กซ์จะส่งเสริมในด้านโครงสร้างของอัตราขยายของช่องสัญญาณ ซึ่งจะมีความเป็นอิสระในแต่ละทิศทางการเดินทางของคลื่น โดยมีผู้ที่เริ่มใช้ระบบนี้ได้แก่ Win, M.Z., and Gans, M.J., 1999; Win, M.Z., and Winters, J.H. (1999) โดยระบบจะมีส่วนของอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่แบ่งสัญญาณข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อส่งไปยังระบบสายอากาศภาคส่งพร้อม ๆ กันและสัญญาณที่ส่งในแต่ละสายอากาศจะผ่านช่องสัญญาณไร้สายไปยังสายอากาศภาครับจากนั้นต้องผ่านหน่วยประมวลผลข้อมูลเพื่อแยกสัญญาณข้อมูลแต่ละชุดที่ได้รับที่สายอากาศภาครับแต่ละตัวแล้วทำการรวมข้อมูลที่ได้ออกมาที่ปลายทางซึ่งจะเปรียบเทียบกับได้กับการแบ่งข้อมูลออกเป็นหลาย ๆ เส้นทางแล้วส่งไปพร้อม ๆ กันสำหรับแบบจำลองของระบบโมโมในโครงการวิจัยนี้จะนำไปศึกษาผลกระทบจากจากปรากฏการณ์เชื่อมต่อร่วมระหว่างสายอากาศเพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุดในการจัดวางสายอากาศต่อไป



รูปที่ 2-1 การรับส่งข้อมูลในระบบโมโม

2.2 แบบจำลองช่องสัญญาณ

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาช่องสัญญาณระบบโมโมที่เป็นแถบแคบ ใช้กับการสื่อสารจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ซึ่งมี M_t คือ จำนวนสายอากาศส่ง และ M_r คือ จำนวนสายอากาศรับ แสดงดังรูปที่ 2-1 ระบบนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r 1} & \cdots & h_{M_r M_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

หรือทั่วไปเขียนเป็น $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ เมื่อ $\mathbf{n}$ คือ เวกเตอร์สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นที่ภาครับ ส่วน $\mathbf{H}$ คือ เมทริกซ์ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในแต่ละองค์ประกอบ สมมติให้ช่องสัญญาณมีแถบความถี่ B และสัญญาณรบกวนแบบเกาส์มีค่าเฉลี่ยศูนย์ สัมพันธ์กับเมทริกซ์ $\sigma^2 \mathbf{I}_{M_r}$ โดย $\sigma^2 \triangleq E[n_i^2] = \frac{N_0}{2}$ และมีกำลังคงที่ P โดยสมมติให้กำลังสัญญาณรบกวน σ^2 และ $P/\sigma^2 = \rho$ คือ อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน จะต้องเป็นไปตาม

$$\sum_{i=1}^{M_t} E[x_i x_i^*] = \rho \quad (2-2)$$

* แสดงถึงการส่งยุคเชิงซ้อน

ในการสื่อสารแบบไร้สาย สัญญาณที่ถูกส่งออกมาจะสมมุติให้ได้รับหลังจากที่ผ่านกระบวนการของการแผ่กระจายคลื่น ซึ่งจะประกอบด้วยผลของการกระจัดกระจาย การสะท้อน การแทรกสอด และการ

หักเหที่เกิดขึ้นจากวัตถุที่ปรากฏในแต่ละเหตุการณ์ของการสื่อสาร ผลจากความหลากหลาย และความยากในการหาแบบจำลองช่องสัญญาณที่เหมาะสมสำหรับสถานะแต่ละชนิดได้ จึงได้นำเสนอแบบจำลองเบื้องต้นมาใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองระบบโมโม ซึ่งจะได้อธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ ในรายละเอียดต่อไป

2.2.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน

สำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลี (Rayleigh fading channel) ที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกันเกิดจากการลดลงหรือเพิ่มขึ้นของระดับสัญญาณอย่างทันทีทันใดเนื่องจากการสะท้อน และการแทรกสอดระหว่างระหว่างคลื่นตรง และคลื่นสะท้อนที่มาถึงในสภาพแวดล้อม และระยะห่างระหว่างสายอากาศแถวลำดับที่ภาคส่งและภาครับในระบบสื่อสาร ซึ่งจะส่งผลให้ช่องสัญญาณได้รับผลกระทบจากคลื่นหลายวิธีจำนวนมาก รูปแบบสัญญาณที่รับได้เป็นไปตามการแจกแจงแบบเลย์ลี (Rayleigh Distribution) ถือเป็นแบบจำลองพื้นฐานที่ง่ายและใช้กันมากสำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณ โดยที่แบบจำลองช่องสัญญาณระบบโมโมที่เป็นช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลีที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกันจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h_{mn} = N(0, 1/\sqrt{2}) + j N(0, 1/\sqrt{2}) \quad (2-3)$$

โดยที่ h_{mn} แทนค่าอัตราขยายเชิงซ้อนระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m ส่วน $N(0, 1/\sqrt{2})$ แทนการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $1/\sqrt{2}$ โดยช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน สามารถเรียกเป็น ช่องสัญญาณขาว (White channel) แทนด้วยสัญลักษณ์ H_w โดยที่คุณสมบัติของ H_w สามารถสรุปได้ดังนี้

$$E\{[H_w]_{i,j}\} = 0 \quad (2-4a)$$

$$E\{|[H_w]_{i,j}|^2\} = 1 \quad (2-4b)$$

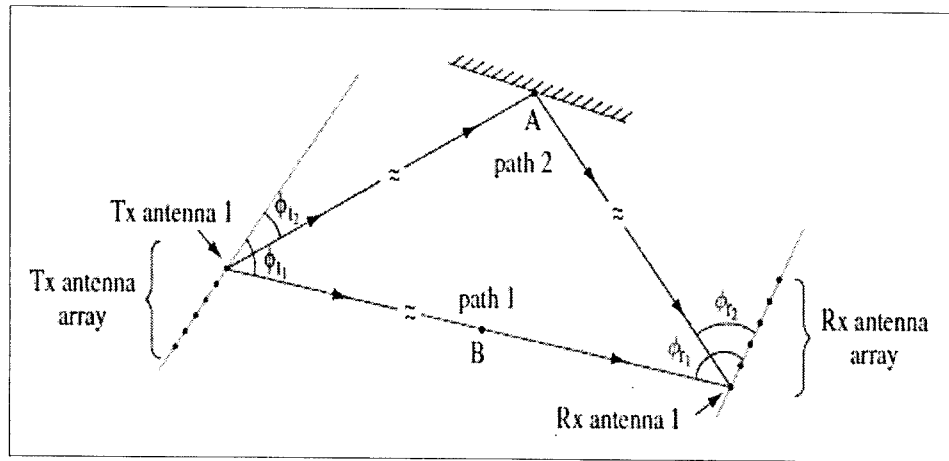
$$E\{[H_w]_{i,j}[H_w]_{m,n}^\dagger\} = 0, \text{ ถ้า } i \neq m \text{ และ } j \neq n \quad (2-4c)$$

โดยที่ $E\{x\}$ คือ ค่าความคาดหวังของ x

$[.]^\dagger$ คือ ค่าคอนจูเกตทรานสโพสเชิงซ้อน (complex conjugate transpose)

2.2.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “Two-Ring”

แบบช่องสัญญาณแบบ “Two-Ring” ได้รับการอธิบายไว้ในงานของ Bakhshi, G., Saadat, R., and Shatalebi, K. (2008) โดยสำหรับแบบจำลองนี้จะใช้อธิบายการกระจายของสัญญาณโดยเกิดจากการสะท้อนโดยวัตถุที่ทำให้เกิดการกระจายของสัญญาณทั้งด้านภาครับและด้านภาคส่ง โดยจะแสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทางของระบบโมโมโดยที่พิจารณามุมที่กระทำกันระหว่างภาคส่งและภาครับ โดยที่มุมที่ภาคส่งและมุมที่ภาครับเกิดจากการใช้สัญญาณแบบสุ่ม (random channel) ดังแสดงในรูป 2-2



รูปที่ 2-2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “Two-Ring”

จากรูปที่ 2-2 แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทาง เมื่อมีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณ โดยมี อัตราการลดทอนที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทาง แทนด้วย a_i มุมส่ง แทนด้วย ϕ_{ti} ($\Omega_{ti} = \cos \phi_{ti}$) และมุมรับ แทนด้วย ϕ_{ri} ($\Omega_{ri} = \cos \phi_{ri}$) ดังนั้นช่องสัญญาณ หาได้จาก

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \quad (2-5)$$

โดย
$$a_i^b = a_i \sqrt{M_t M_r} \exp\left(\frac{-j2\pi d_i}{\lambda_c}\right) \quad (2-6)$$

$$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti}) = \frac{1}{M_t} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_t-1)(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) = \frac{1}{M_r} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_r-1)(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

โดยที่ d_i คือ ระยะทางระหว่างภาคส่ง ๆ ไปยังภาครับในแต่ละทิศการเดินทางของคลื่น

$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti})$ คือ เวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_{ti}

$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri})$ คือ เวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_{ri}

λ_c คือ ความยาวคลื่นของความถี่กลาง

Δ_t คือ ระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอลล์แมลไลซ์ที่ภาคส่ง

Δ_r คือ ระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอลล์แมลไลซ์ที่ภาครับ

จากการส่งและรับข้อมูลในรูปที่ 2-2 แสดงให้เห็นว่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นมุมที่ส่งออกไปหรือมุมที่รับเข้ามาเกิดจากองค์ประกอบของมุมทั้งสิ้น โดยสัญญาณที่รับเข้ามาจากมุม Ω_{ri} ที่ภาครับ และแทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยได้เป็น $\mathbf{e}_r(\Omega_{ri})$ จากสมการ 2-8 ดังนั้นจะได้เวกเตอร์มูลฐานที่ภาครับ

$$\xi_r = \left\{ \mathbf{e}_r(0), \mathbf{e}_r\left(\frac{1}{L_r}\right), \dots, \mathbf{e}_r\left(\frac{M_r-1}{L_r}\right) \right\} \quad (2-9)$$

ในทำนองเดียวกันการประมวลผลจะมีสัญญาณที่ส่งออกไปที่ภาคส่ง และมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วยเป็น $\mathbf{e}_t(\Omega_{ti})$ หาได้จากสมการ 2-7 ดังนั้นจะได้เวกเตอร์มูลฐานที่ภาคส่ง

$$\xi_t = \left\{ \mathbf{e}_t(0), \mathbf{e}_t\left(\frac{1}{L_t}\right), \dots, \mathbf{e}_t\left(\frac{M_t-1}{L_t}\right) \right\} \quad (2-10)$$

โดยที่ $L_t = M_t \Delta_t$ และ $L_r = M_r \Delta_r$ คือการนอร์มัลไลซ์ระยะห่างระหว่างสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ส่วน Δ_t และ Δ_r คือระยะห่างระหว่างสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับกำหนดให้ U_t และ U_r เป็นเมทริกซ์ยูนิแทรี จะมีจำนวนคอลัมน์เป็นไปตามเวกเตอร์มูลฐานตามสมการ 2-9 และ 2.10 จะได้สมการ 2-11 และ สมการ 2-12 ตามลำดับ

$$U_t = \frac{1}{\sqrt{M_t}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_t}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_t - 1 \quad (2-11)$$

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{M_r}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_r}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_r - 1 \quad (2-12)$$

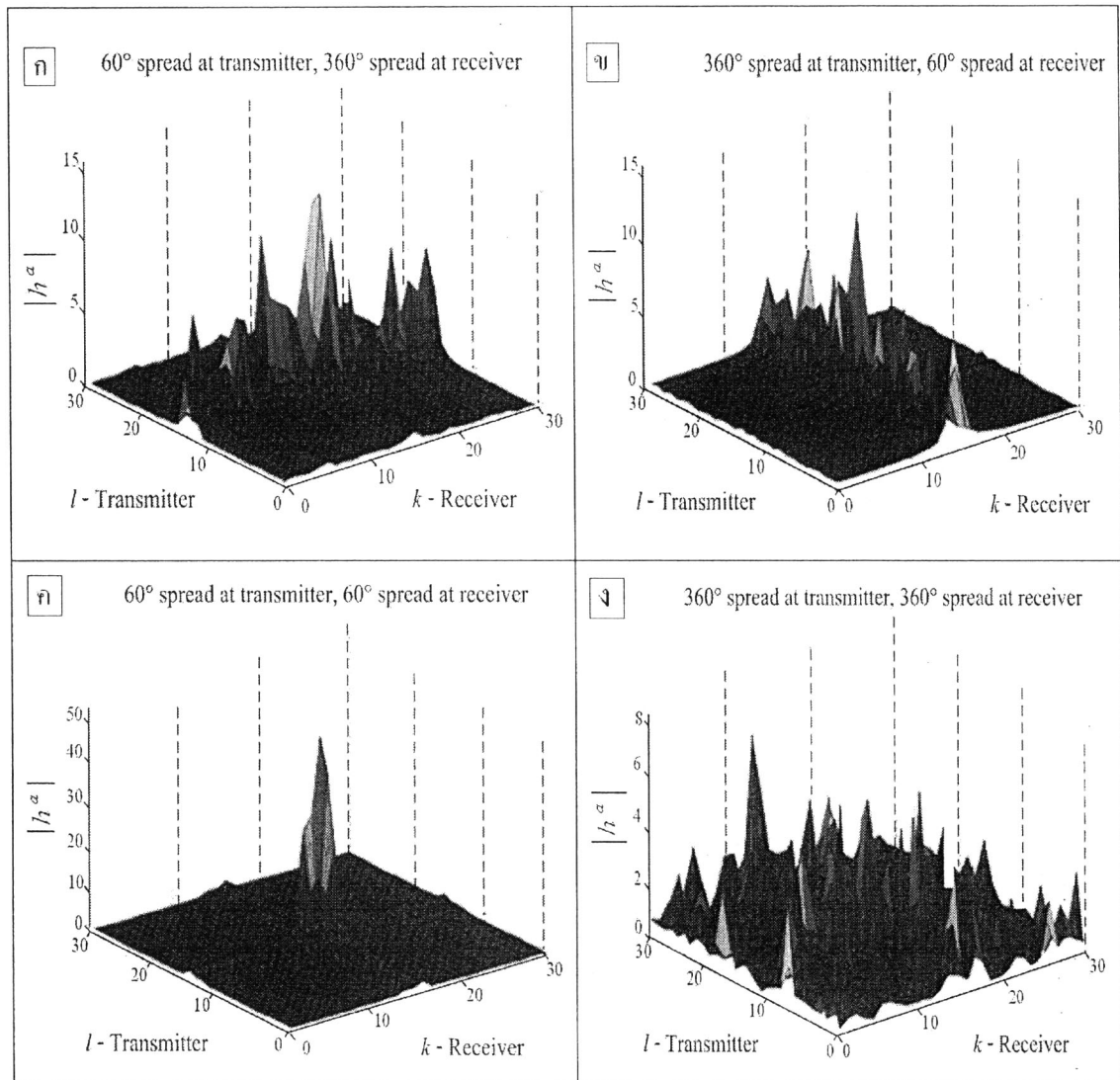
โดยช่องสัญญาณจะมีค่าดังสมการ 2-13

$$\mathbf{H}^a = \mathbf{U}_r^H \mathbf{H} \mathbf{U}_t \quad (2-13)$$

ในโครงการวิจัยได้พิจารณาการส่งและรับ 4 กรณีได้แก่

- 1) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 360 องศา
- 2) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 60 องศา
- 3) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 60 องศา
- 4) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 360 องศา

เมื่อได้ช่องสัญญาณจากการพิจารณาที่มุมส่งและรับจะสามารถหาช่องสัญญาณได้ซึ่งเป็นได้ตามสมการที่ 3-13 เพื่อทดสอบว่าสมการที่ 3-13 มีความถูกต้องและสามารถนำมาใช้จริงได้จึงได้ทำการจำลองผลช่องสัญญาณผ่านโปรแกรมเมทแลปซึ่งผลที่ได้เป็นไปตามรูปที่ 2-3



รูปที่ 2-3 ผลตอบสนองที่ได้จากช่องสัญญาณในแบบจำลอง

รูปที่ 2-3 เป็นการแสดงการจำลองแบบจากโปรแกรมเมทแลป เพื่อพิสูจน์ช่องสัญญาณให้เป็นไปตามการอ้างอิง Tse, D., and Viswanath, P. (2005) โดยใช้สมการ 2-13 พิจารณาการส่งและรับ 4 กรณี ได้แก่ (ก) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 360 องศา (ข) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 60 องศา (ค) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 60 องศา (ง) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 360 องศา

ทั้ง 4 กรณีนี้ใช้ในการหาช่องสัญญาณ “Two-Ring” โดยพิจารณามุมที่กระทำระหว่างภาครับและภาคส่งจากนั้นนำสมการ 2-5 2.11 และ 2.12 มาแปลงเป็นช่องสัญญาณ “Two-Ring” ที่พิจารณามุมที่กระทำกันระหว่างภาครับและภาคส่ง H^a ในสมการ 2-13 และนำสมการ 2-13 คัดเฉพาะขนาดแล้วนำขนาดที่ได้พล็อตให้เห็นถึงความแตกต่างของการส่งและรับในแต่ละกรณี



2.3 ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม (MIMO CHANNEL CAPACITY)

หัวข้อนี้เสนอความจุช่องสัญญาณโดยทฤษฎีของ Shannon ซึ่งจะให้อัตราการส่งข้อมูลสูงสุด ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดน้อย ความจุช่องสัญญาณเทียบกับปริมาณที่สูญเสียอธิบายโดยอัตราเร็วการส่งข้อมูลได้จากการส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งมีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดไม่เป็นศูนย์ ความจุช่องสัญญาณอยู่ภายใต้การรับรู้สถานะช่องสัญญาณ รวมถึงอัตราขยายช่องสัญญาณทั้งภาคส่งและภาครับ ในส่วนแรกจะอธิบายถึงความจุช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงภายใต้ความแตกต่างในการสมมติของสัญญาณที่รับรู้ได้

2.3.1 ช่องสัญญาณไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Static channel)

ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมสามารถกระจายได้จากสูตรของช่องสัญญาณในระบบที่มีสายอากาศส่งและรับภาคละ 1 ต้น โดยกำหนดให้มีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ ช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงนี้สามารถรับได้ที่ระยะไกล ๆ ภายใต้การสมมติความจุช่องสัญญาณในเทอมของข้อมูลร่วมกันระหว่างช่องสัญญาณที่ส่งจากภาคส่งไปยังภาครับ ขณะที่

$$C = \max_{p(x)} I(X; Y) = \max_{p(x)} [H(Y) - H(Y|X)] \quad (2-14)$$

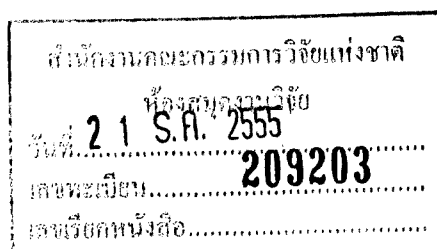
สำหรับ $H(Y)$ และ $H(Y|X)$ อยู่ภายใต้ y โดยที่ $H(Y|X) = H(n)$ เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นโดยสัญญาณรบกวน n มีความเป็นอิสระจากอินพุตที่ส่งเข้ามา

กำหนดความสัมพันธ์ของเมตริกซ์ R_x อยู่บนอินพุตเวกเตอร์ x และ R_y อยู่บนเอาต์พุตเวกเตอร์ y จะได้

$$R_y = E[yy^H] = HR_xH^H + I_{M_r} \quad (2-15)$$

เมื่อ

$$I(X; Y) = B \log_2 \det[I_{M_r} + HR_xH^H] \quad (2-16)$$



ดังนั้นความจุช่องสัญญาณหาได้จาก การแทน สมการ 2-16 ลงใน สมการ 2-14 จะได้

$$C = \max_{R_x: T_r(R_x)=\rho} B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H] \quad (2-17)$$

โดย $T_r(R_x)$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งโดยวิธีวอเตอร์ฟิลลิงค์ (Channel known at transmitter : Water filling) เมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงช่องสัญญาณ มีการรับรู้สถานะของช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง โดยเฉพาะความจุช่องสัญญาณมีค่าเท่ากับการรวมกันในแต่ละช่องสัญญาณ จะได้ว่า

$$C = \max_{\rho_i: \sum_i \rho_i \leq \rho} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 (1 + \sigma_i^2 \rho_i) \quad (2-18)$$

โดย R_H คือจำนวนค่าเฉพาะตัวที่ไม่ใช่ศูนย์ และในสมการ 2-18 แสดงให้เห็นในเทอมของการจัดสรร P_i ในแต่ละช่องสัญญาณ จะได้

$$C = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_i^2 P_i}{\sigma^2}\right) = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_i^2 \gamma_i}{P}\right) \quad (2-19)$$

เมื่อ $\gamma_i = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละช่องสัญญาณ แสดงให้เห็นว่า เมื่อ γ_i มีค่าสูง ๆ ความจุช่องสัญญาณที่รับได้ก็จะสูงตามไปด้วยความจุช่องสัญญาณในสมการ 2-19 คล้ายกับกรณีของสัญญาณราบเรียบ หรือกรณีที่เลือกความถี่การเฟดเมื่อใช้การจัดสรรด้วยวิธีการวอเตอร์ฟิลลิงค์จะได้

$$\frac{P_i}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma_i < \gamma_0 \end{cases} \quad (2-20)$$

และความจุช่องสัญญาณ

$$C = \sum_{i=\gamma_i \geq \gamma_0} B \log_2 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right) \quad (2-21)$$

2. การไม่รู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่ง: การจัดสรรกำลังที่สม่ำเสมอ (Channel unknown at transmitter : uniform power allocation) เมื่อรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง ข้อมูลที่ภาคส่งไม่สามารถจัดสรรข้อมูลได้ โดยให้ความสัมพันธ์เป็นเมตริกซ์ $R_x(\rho/M_t)I_{M_t}$ ภายใต้การสมมติให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าไปมีค่ามากที่สุด จะได้ข้อมูลร่วมกัน คือ

$$I(X;Y) = B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H] \quad (2-22)$$

เมื่อใช้ SVD เทคนิคในโปรแกรมแมทแลบหาช่องสัญญาณ $\mathbf{H}$ แล้วจะได้ข้อมูลเป็น

$$I(X;Y) = \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_i}{M_t} \right) \quad (2-23)$$

โดยที่ $\gamma_i = \sigma_i^2 \rho = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ ข้อมูลที่ใช้ร่วมกันของระบบโมโมในสมการ 2-23 อยู่ภายใต้เมตริกซ์ช่องสัญญาณ $\mathbf{H}$ ซึ่งในทางปฏิบัติจะได้ค่าเฉพาะตัว σ^2 ในช่องสัญญาณแบบราบ ภาคส่งสามารถส่งด้วยอัตราเร็วที่เท่ากับค่าเฉลี่ยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันและมีความถูกต้องด้วย แต่ช่องสัญญาณคงที่ ภาคส่งไม่สามารถรับรู้สถานะช่องสัญญาณ และไม่รู้อัตราการส่งข้อมูล ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ไม่สามารถรับได้ P_{out} ต้องมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วการส่งผ่าน R โดยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันต้องมีค่าน้อยกว่า R จะได้ว่า

$$P_{out} = p(\mathbf{H} : B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H] < R) \quad (2-24)$$

เราสามารถหาการกระจายค่ารากของสมการที่มีลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ การกระจายค่านี้จะใช้วิธีการของ SVD จากเหตุผลที่ว่าจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้นทั้งภาครับและภาคส่งมีผลทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นตามไปด้วยเป็นแบบจำนวนเชิงเส้น

2.3.2 ช่องสัญญาณที่มีการเฟด(Fading channel)

หัวข้อนี้สมมติให้อัตราขยายของช่องสัญญาณได้จากช่องสัญญาณราบเรียบแทนด้วย $\mathbf{H}_j$ ในกรณีที่ช่องสัญญาณเป็นแบบคงที่ ความจุช่องสัญญาณจะขึ้นอยู่กับความรู้สถานะช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง ซึ่งมีความสมบูรณ์แบบมากจึงได้ความจุช่องสัญญาณเท่ากับค่าเฉลี่ยช่องสัญญาณภายใต้การจัดสรรกำลังสูงสุด

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่ง โดยวิธีวอเตอร์ฟیلลิงค์ (Channel known at transmitter: water filling)

การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งจะมีการส่งผ่านในแต่ละช่องสัญญาณโดยค่ากำลังสูงสุด และค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณนี้เรียกว่า ความจุช่องสัญญาณ แบบเออร์กอร์ดิกมีค่าเฉลี่ยกำลังคงที่ในแต่ละพอร์ตแทนด้วย $\bar{P}$ ดังนั้นจะได้ความจุช่องสัญญาณ

$$\begin{aligned} C &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{R_x: T_r(R_x)=\rho} B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H] \right] \\ &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{P_i: \sum_i P_i \leq \bar{P}} \sum_i B \log_2 \left(1 + \frac{P_i \gamma_i}{P} \right) \right] \end{aligned} \quad (2-25)$$

โดย $\gamma_i = \sigma_i^2 \bar{P} / \sigma^2$

2. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่ง: ความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิกและความจุช่องสัญญาณแบบขาดหาย (Channel unknown at transmitter: Ergodic capacity and capacity with outage)

พิจารณาเวลาแปรผันตามช่องสัญญาณ โดยมีการสุ่มใช้ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้น มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง หาความจุช่องสัญญาณได้จาก

$$C = \max_{R_x: T_r(R_x)=\rho} E_{\mathbf{H}} [B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H]] \quad (2-26)$$

โดยความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนสายอากาศที่มีค่าน้อยสุดของภาคส่งหรือภาครับ

$$M = \min(M_t, M_r)$$

3. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่งหรือภาครับ (No CSI at transmitter or receiver)

ความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเชิงเส้นเช่นเดียวกับเมื่อรับรู้สถานะช่องสัญญาณ แต่จะให้ความจุช่องสัญญาณที่น้อยกว่า แต่อย่างไรก็ตามความจุช่องสัญญาณจะมากขึ้นขึ้นอยู่กับช่องสัญญาณที่เปลี่ยนไป ซึ่งการหาช่องสัญญาณในแต่ละวิธีจะมีวิธีการที่แตกต่างกันออกไป

2.3.3 ช่องสัญญาณที่ใช้พิจารณาในโครงการวิจัย

เมื่อไม่มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาคส่ง ความจุช่องสัญญาณในระบบโมเด็มที่ใช้แสดงได้ดังนี้

$$C = \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H] \quad (2-27)$$

โดยสมการ 2-27 มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์

$\det(.)$ คือ การแทนการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของเมทริกซ์

$\mathbf{I}_{M_r}$ คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ ขนาด $M_r \times M_r$

$\mathbf{H}$ คือ ช่องสัญญาณ ขนาด $M_r \times M_t$

$\mathbf{H}^H$ คือ การทรานสโพสคอนจูเกตของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ

P_t/P_n คือ อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

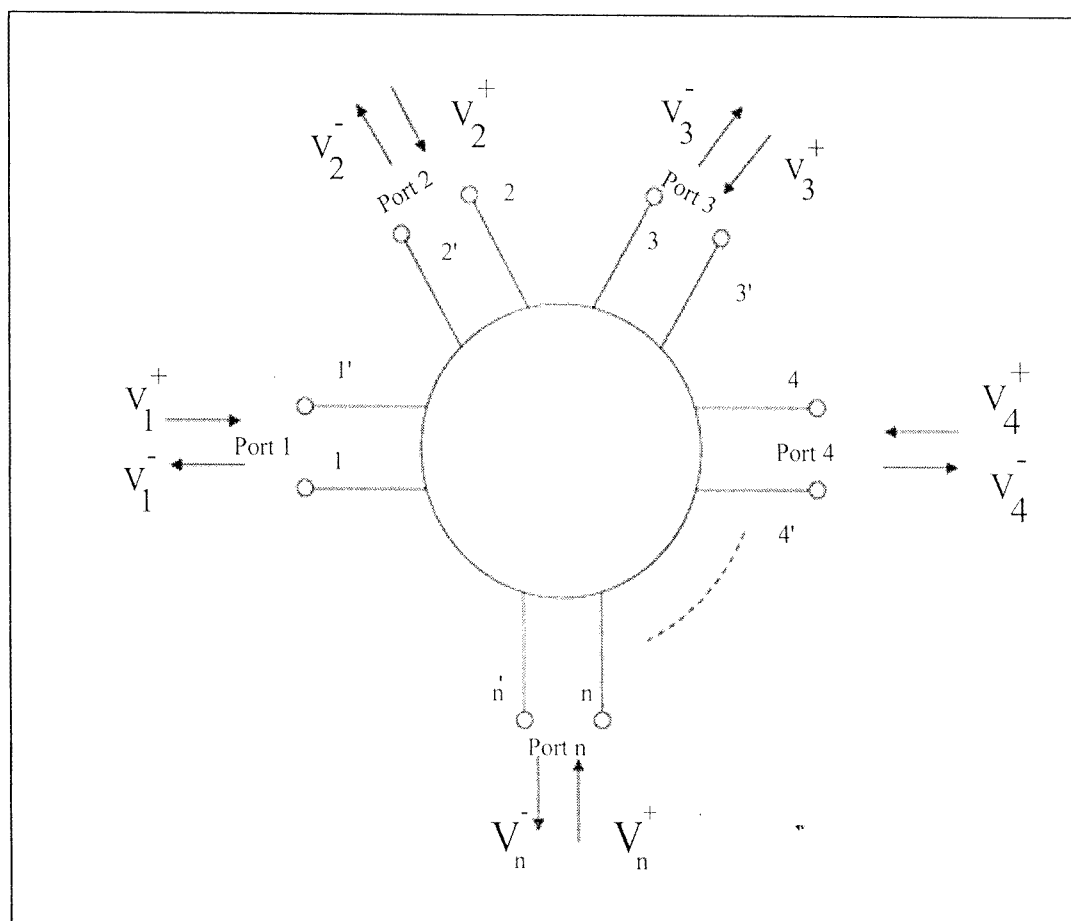
2.4 อิมพีแดนซ์เมตริกซ์และคุณสมบัติของอิมพีแดนซ์เมตริกซ์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการนิยามอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ในวงจรหลายพอร์ต และคุณสมบัติของอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ ซึ่งก็จะนำไปสู่การอธิบายความหมายทางฟิสิกส์ของอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ที่นำมาประยุกต์ใช้ในโครงการวิจัย

2.4.1 การนิยามอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ในวงจรท่อนำคลื่น N พอร์ต

ในวงจรท่อนำคลื่นที่มี N พอร์ตตามที่ได้อธิบายในหนังสือของ David, M. P. (1998) ซึ่งอธิบายว่าวงจรท่อนำคลื่นที่มีจุดเชื่อมต่อ (junction) ร่วมกันแสดงดังรูปที่ 2-4 เมื่อเราเลือกกระนาบอ้างอิงในแต่ละท่อ

นำคลื่นอย่างเหมาะสม เราจะสามารถนิยามอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ขึ้นมาเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้าสมมูลและกระแสไฟฟ้าสมมูลของแต่ละพอร์ตได้ ในการสร้างอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ซึ่งเปรียบเหมือนการสร้างวงจรสมมูลขึ้นนั้น ถ้าท่อนำคลื่นที่เกี่ยวข้องสามารถส่งผ่านได้หลายโหมด จำนวนพอร์ตของวงจรสมมูลก็จะมากกว่าจำนวนพอร์ตของท่อนำคลื่นที่มีจริงทางกายภาพ ดังนั้นเพื่อสะดวกในการพิจารณากรณีที่นำคลื่นส่งผ่านเพียงโหมดเดียว ซึ่งทำให้จำนวนพอร์ตของวงจรสมมูลและวงจรจริงเท่ากัน



รูปที่ 2-4 วงจรท่อนำคลื่น N พอร์ต

ในการนิยามอิมพีแดนซ์เมตริกซ์นั้นเราอาจจะอาศัยหลักความจริงที่ว่ากำลังคลื่นที่ส่งเข้าทางพอร์ตใดพอร์ตหนึ่ง เช่น พอร์ตที่ i นอกจากจะส่งผลให้เกิดการสะท้อนกลับมาในพอร์ตที่ i แล้วยังสามารถทำให้เกิดคลื่นส่งผ่านออกไปในพอร์ตอื่น ๆ อีกด้วย การที่กำลังคลื่นจากพอร์ตที่ i จะส่งผลให้เกิดการส่งผ่านออกไปทางพอร์ตที่ j มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของจุดเชื่อมต่อ นั้น อันที่จริงภายในจุดเชื่อมต่อ นั้นอาจจะ เป็นวงจรท่อนำคลื่นที่มีความสลับซับซ้อนอย่างไรก็ได้ เพียงแต่ต้องมีคุณสมบัติเป็นเชิงเส้นเท่านั้น ในสภาพ

ที่ขึ้นส่วนของวงจรทั้งหมดมีคุณสมบัติเป็นเชิงเส้นดังกล่าวนี้ เนื่องจากสมการ แมกซ์เวลล์ก็มีคุณสมบัติเป็นเชิงเส้นเช่นเดียวกัน ดังนั้นผลกระทบรวมที่เกิดขึ้นที่พอร์ตที่ i ที่เกิดจากคลื่นที่ส่งเข้าไปในพอร์ตที่ j ก็จะเป็นผลบวกเชิงเส้นของผลกระทบจากแต่ละพอร์ต ดังนั้นถ้าเราทำให้ V_i และ I_i เป็นแรงดันไฟฟ้าสมมูลและกระแสไฟฟ้าสมมูลที่เกิดขึ้นที่พอร์ตที่ i เราจะสามารถผูกความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างกระแสไฟฟ้าสมมูลและแรงดันไฟฟ้าสมมูลของพอร์ตต่าง ๆ ได้ในรูปของอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ดังต่อไปนี้

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} \quad (2-28)$$

Z_{ij} ซึ่งเป็นตัวประกอบของเมตริกซ์ก็จะเป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าที่พอร์ต j กับแรงดันไฟฟ้าที่พอร์ต i และเนื่องจาก Z_{ij} โดยทั่วไปเป็นค่าเชิงซ้อน ดังนั้นอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของวงจร N พอร์ตก็จะมีพารามิเตอร์รวมกันทั้งหมด $2N^2$ ตัว ที่จะมากำหนดคุณสมบัติของจุดเชื่อมโยงได้ครบถ้วน โดยจะนำมาประยุกต์ใช้ในการพิจารณาปรากฏการณ์การเชื่อมต่อร่วมระหว่างสายอากาศซึ่งจะกล่าวต่อไป

2.5 ปรากฏการณ์เชื่อมต่อร่วม (MUTUAL COUPLING)

ปรากฏการณ์เชื่อมต่อร่วม (Mutual coupling) เกิดขึ้นจากการกระทำร่วมกันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับที่อยู่ในบริเวณตำแหน่งที่ใกล้เคียงโดยสามารถคำนวณได้จากทฤษฎีสานแม่เหล็กไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced Electromagnetic Force: EMF) ตามที่ได้อธิบายในหนังสือของ Constantine, A. B. (1997) ซึ่งจะส่งผลต่อประสิทธิภาพของระบบโมโมโดยจะส่งผลต่อค่าความจุของช่องสัญญาณ โครงการวิจัยนี้จะใช้เทคนิค N พอร์ต ที่กล่าวไปในหัวข้อที่ผ่านมา เข้ามาเพื่อใช้ในการพิจารณาคำแนะนำที่เหมาะสมที่สุดของการจัดวางสายอากาศ

2.5.1 อิมพีแดนซ์เมตริกซ์ (impedance matrices)

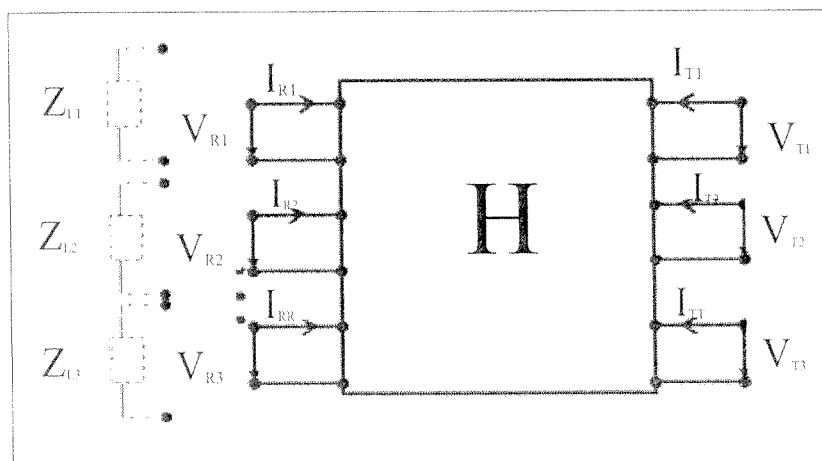
เพื่อทำการศึกษาปรากฏการณ์เชื่อมต่อร่วมระหว่างสายอากาศในระบบโมโมทางผู้วิจัยได้พิจารณาระบบทั้งหมดเป็นระบบมัลติพอร์ตขนาดใหญ่โดยสายอากาศแต่ละต้นที่เชื่อมโยงกันจะเรียกว่า i พอร์ตโดย

จะพิจารณาช่องสัญญาณที่ติดต่อสื่อสารกันด้วยรูปแบบของ Z-parameter

รูปที่ 2-5

แสดงให้เห็นถึงระบบมัลติพอร์ตโดยจะจัดวางสายอากาศภาคส่งอยู่ทางขวามือและบอกถึงสายอากาศภาครับอยู่ทางด้านซ้ายมือโดยกำหนดให้ $\mathbf{v}_T = [v_{T1}, v_{T2}, \dots, v_{TN}]^T$ และ $\mathbf{i}_T = [i_{R1}, i_{R2}, \dots, i_{RN}]^T$ คือแรงดันและกระแสของภาคส่งและในทำนองเดียวกัน $\mathbf{v}_R = [v_{R1}, v_{R2}, \dots, v_{RN}]^T$ และ $\mathbf{i}_R = [i_{R1}, i_{R2}, \dots, i_{RN}]^T$ คือแรงดันและกระแสของภาครับระบบ

มัลติพอร์ตจะสามารถอธิบายผ่านระบบ Z-parameter ได้ตามสมการ 2-29



รูปที่ 2-5 ระบบมัลติพอร์ต

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_R \\ \mathbf{v}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{RR} & \mathbf{Z}_{RT} \\ \mathbf{Z}_{TR} & \mathbf{Z}_{TT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_R \\ \mathbf{i}_T \end{pmatrix} \quad (2-29)$$

และเมตริกซ์ขนาด $N \times N$ ของ $\mathbf{Z}_{TT}$ และ $\mathbf{Z}_{RR}$ คืออิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของสายอากาศที่บรรจุด้วยอิมพีแดนซ์ของตัวเองและอิมพีแดนซ์ที่กระทำร่วมกันของภาคส่งและภาครับตามอันดับและเมตริกซ์ $\mathbf{Z}_{RT}$ แทนค่าโดยอิมพีแดนซ์การส่งผ่านจากภาคส่งแถวลำดับไปยังภาครับแถวลำดับเช่นเดียวกับ $\mathbf{Z}_{TR}$ แทนค่าโดยอิมพีแดนซ์การส่งผ่านจากภาครับแถวลำดับไปยังภาคส่งแถวลำดับโดยสมมุติให้แรงดันที่ภาคส่งและภาครับมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์ของโหลดโดยกำหนดให้เมตริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) ของโหลดที่ภาครับมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์ของโหลด โดย $\mathbf{Z}_L = \text{diag}[Z_{L1}, Z_{L2}, \dots, Z_{LN}]$ ภายใต้สถานการณ์ของกระแสและแรงดันที่ภาครับผ่านความสัมพันธ์ผ่านโหลด $\mathbf{v}_R = -\mathbf{Z}_L \mathbf{i}_R$ โดแทนในสมการ 2-29 ซึ่งจะได้

$$V_R = (I_r + Z_{RR}Z_L^{-1} - Z_{RT}Z_{TT}^{-1}Z_{TR}Z_L^{-1})^{-1}Z_{RT}Z_{TT}^{-1}V_T \quad (2-30)$$

โดยกำหนด I_r หมายถึงเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด r มิติ โดยเมตริกซ์ Z_{TT} , Z_{RT} , Z_{TR} และ Z_{RR} เกี่ยวข้องกับระยะทางระหว่างสายอากาศ ดังนั้นระยะทางระหว่างภาคส่งและภาครับโดยทั่วไปมาขนาดใหญ่มากว่าระยะทางระหว่างสายอากาศแอดอันดับ ดังนั้นจึงมีเหตุผลที่สามารถละเลย Z_{RT} และ Z_{TR} ดังนั้น

$$V_R = Z_L(Z_L + Z_{RR})^{-1}Z_{RT}Z_{TT}^{-1}V_T$$

$$V_R = Z_L(Z_L + Z_{RR})^{-1}Z_{RT}I_T \quad (2-31)$$

ดังนั้นรูปแบบของช่องสัญญาณที่ง่ายและสะดวกโดยพิจารณาด้วยการออกแบบสายอากาศแอดลำดับ

$$H = Z_L(Z_L + Z_{RR})^{-1}Z_{RT}Z_{TT}^{-1} \quad (2-32)$$

โดย H คือรูปแบบช่องสัญญาณการแผ่กระจายคลื่นทางกายภาพหรือทางสถิติซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของภาคส่งและภาครับที่กำหนดโดย Z_{RT} ดังนั้นความจุช่องสัญญาณที่ถูกอธิบายโดยเงื่อนไขการแผ่กระจายคลื่นวิทยุของระบบช่องสัญญาณไมโมลักษณะและการสร้างแบบจำลองของระบบไมโมสำหรับสภาพแวดล้อมที่แตกต่างกันจึงเป็นปัญหาสำคัญ ดังนั้นรูปแบบของช่องสัญญาณควรจะมีควมถูกต้องเพื่อแสดงถึงประสิทธิภาพของระบบโดยโครงการวิจัยนี้ โดย H สามารถพิจารณาโดยใช้ช่องสัญญาณแบบกำหนดขึ้นเอง (Deterministic channel) โดยเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมดจะเกิดภายใต้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน และได้มีการกำหนดเวลาที่แน่นอนโดยช่องสัญญาณที่พิจารณาการเชื่อมต่อรวมจะแทนด้วย H_{mc} โดย

$$H_{mc} = Z_L(Z_L + Z_{RR})^{-1}HZ_{TT}^{-1} \quad (2-33)$$

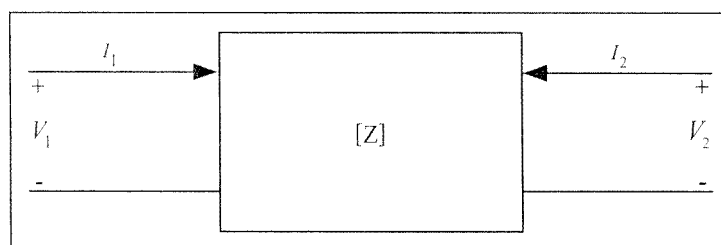
$$Z_{RR}, Z_{TT} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots \\ Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (2-34)$$

โดย Z_{ii} คืออิมพีแดนซ์ตัวเอง ขององค์ประกอบ i และ Z_{ij} คืออิมพีแดนซ์ร่วมระหว่างองค์ประกอบ i และองค์ประกอบ j ในโครงการวิจัยนี้สมมุติให้ Z_{ij} มีค่าเท่ากับ Z_{ji} เป็นไปตามทฤษฎีบทภาวะย้อนกลับ (Reciprocity theorem) ซึ่งจะอธิบายในหัวข้อต่อไปโดยเมตริกซ์การแมตซ์อิมพีแดนซ์ (Matching-impedance matrix) ซึ่ง $\mathbf{Z}_L$ จะมีค่าเท่ากับสมการ 2-35

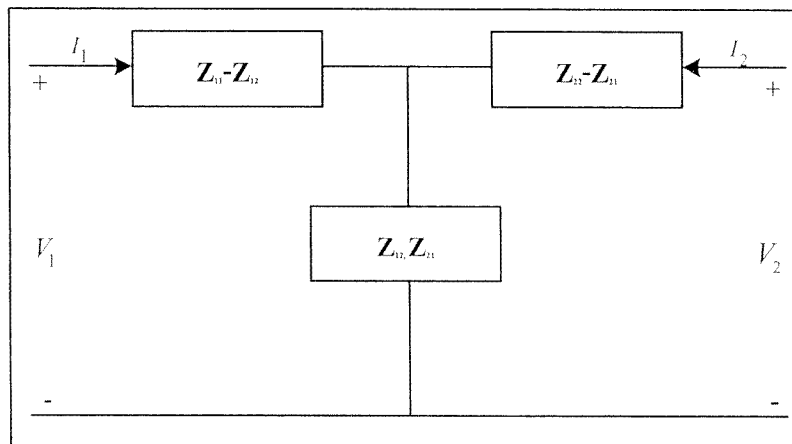
$$\mathbf{Z}_L = \begin{pmatrix} Z_{L1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & Z_{L2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & Z_{L3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix} \quad (2-35)$$

2.6 อิมพีแดนซ์ร่วมระหว่างสายอากาศไดโพล

ในโครงการวิจัยนี้จะศึกษาเกี่ยวกับการเชื่อมต่อร่วมระหว่างสายอากาศ การเชื่อมต่อร่วมระหว่างสายอากาศจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีองค์ประกอบข้างเคียงจึงทำให้เกิดค่าอิมพีแดนซ์ร่วม (mutual impedance) เกิดขึ้นด้วยทำให้อินพุตอิมพีแดนซ์ของสายอากาศเป็นอิมพีแดนซ์จุดขับ (driving-point impedance) ซึ่งประกอบด้วยอิมพีแดนซ์ตัวเอง (self impedance) และอิมพีแดนซ์ร่วมในการวิเคราะห์จะสมมุติว่ามี 2 องค์ประกอบแสดงด้วยเครือข่าย 2 ทางเข้าออก



รูปที่ 2-6 เครือข่าย 2 พอร์ต



รูปที่ 2-7 เครือข่าย 3 พอร์ต

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2-36)$$

เมื่อ

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \text{อินพุตด้านเข้าที่ทางเข้า 1 เมื่อทางเข้า 2 เปิดวงจร}$$

$$I_2 = 0$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \text{อิมพีแดนซ์ร่วมที่ทางเข้า 1 ที่เกิดจากกระแสที่ทางเข้า 1 เมื่อทางเข้า 1 เปิดวงจร}$$

$$I_1 = 0$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \text{อิมพีแดนซ์ร่วมที่ทางเข้า 2 ที่เกิดจากกระแสที่ทางเข้า 1 เมื่อทางเข้า 2 เปิดวงจร}$$

$$I_2 = 0$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = \text{อินพุตด้านเข้าที่ทางเข้า 2 เมื่อทางเข้า 1 เปิดวงจร}$$

$$I_1 = 0$$

(2-37)

สำหรับวงจรข่ายภาวะย้อนกลับ (Reciprocal network) $Z_{12} = Z_{21}$ เมื่อมีองค์ประกอบอื่นจะทำให้อิมพีแดนซ์ด้านเข้าเปลี่ยนไป ซึ่งจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้คือ

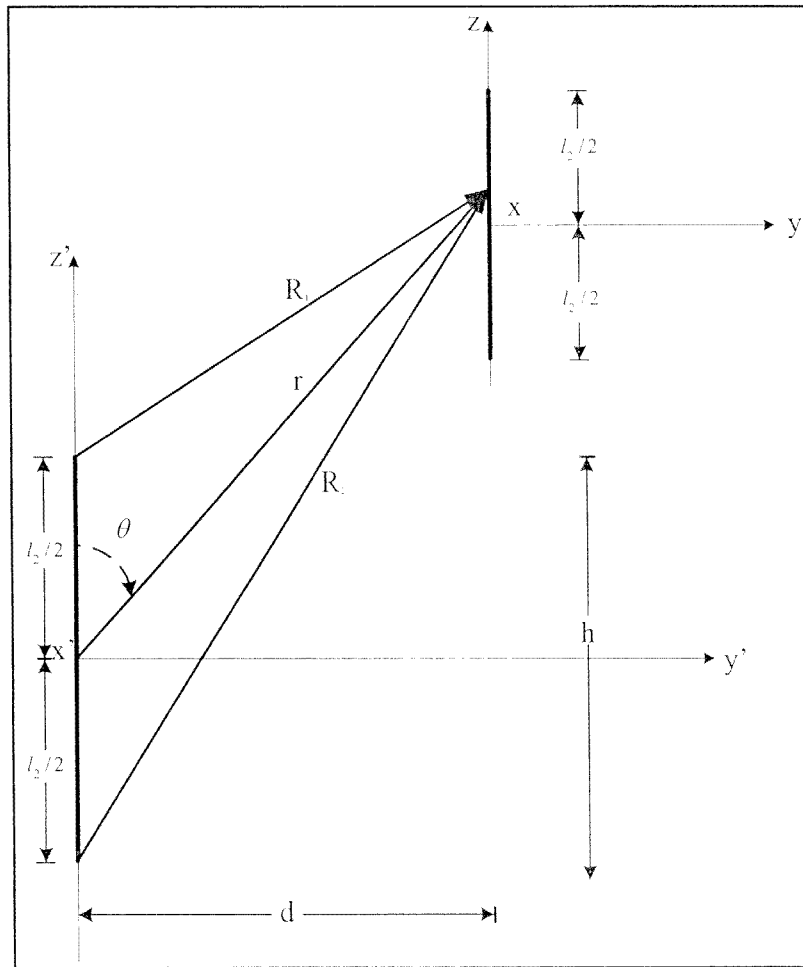
1. ชนิดของสายอากาศ
2. ตำแหน่งการจัดวางของสายอากาศแต่ละตัว
3. ลักษณะการป้อนกระแสให้แก่สายอากาศแต่ละตัว

เราสามารถเขียนสมการ 2-37 ได้อีกรูปหนึ่งคือ

$$Z_{1d} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

$$Z_{2d} = \frac{V_2}{I_2} = Z_{22} + Z_{21} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \quad (2-38)$$

เมื่อ Z_{1d} และ Z_{2d} เป็น อิมพีแดนซ์จุดจับของสายอากาศ 1 และสายอากาศ 2 ตามลำดับจะเห็นได้ว่า อิมพีแดนซ์จุดจับของสายอากาศของสายอากาศแต่ละตัวจะมีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของ กระแส $\frac{I_1}{I_2}$ อิมพีแดนซ์ร่วมและอิมพีแดนซ์ตัวเองของสายอากาศนั้น ๆ เมื่อกระจายในการส่งผ่านอากาศว่าง (free space))



รูปที่ 2-8 รูปสายอากาศไดโพลที่ใช้คำนวณปรากฏการณ์เชื่อมต่อนาน

$$V_{21} = \frac{-1}{I_{2l}} \int_{-l_2/2}^{l_2/2} E_{z21}(z') I_2(z') dz' \quad (2-39)$$

เมื่อ E_{z21} เป็นส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายของสายอากาศ 1 ซึ่งมีทิศทางขนานกับสายอากาศ 2 โดยคิดเมื่อไม่มีสายอากาศ 2 $I_2(z')$ โดย

$$E_z = \frac{-j\eta I}{4\pi} \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos\left(\frac{kl}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \quad (2-40)$$

ซึ่งจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$V_{21} = \frac{-j\eta I_{1m} I_{2m}}{4\pi I_{2i}} \int_{-l/2}^{l/2} \sin\left[k\left(\frac{l_2}{2} - |z|\right)\right] \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos\left(\frac{kl}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] dz \quad (2-41)$$

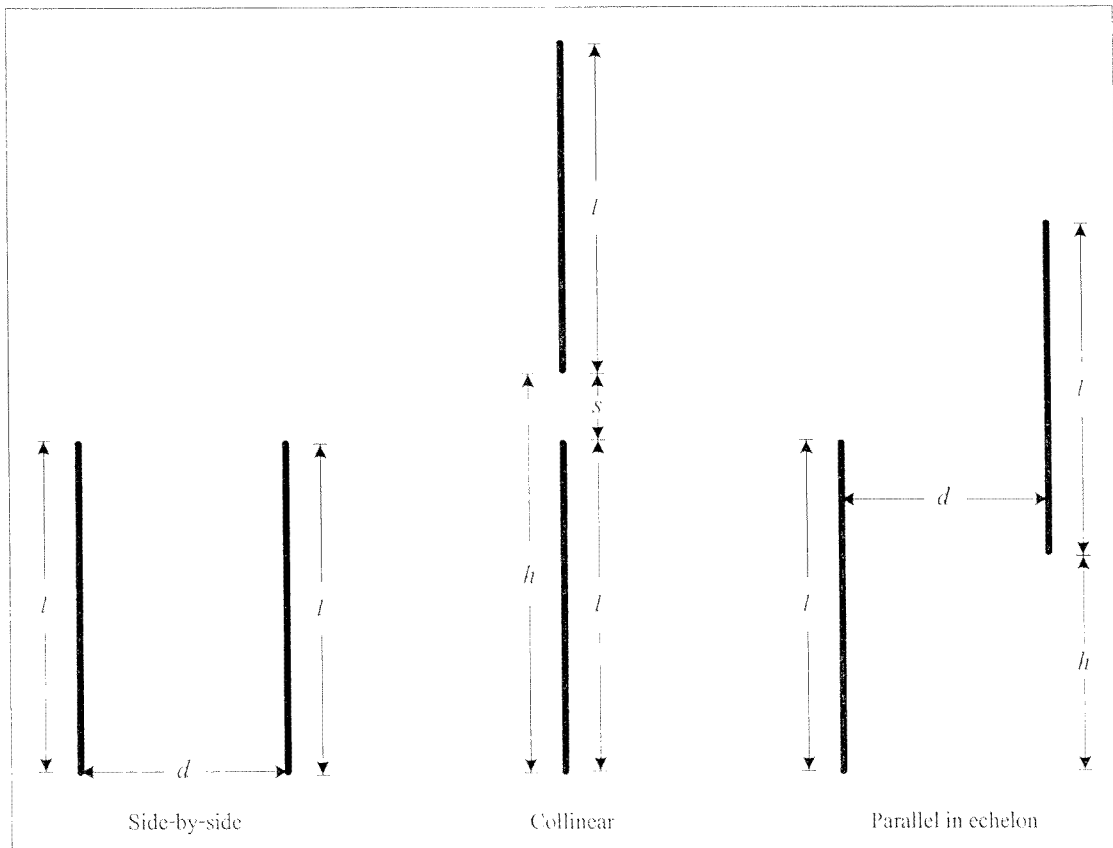
และอิมพีแดนซ์ร่วมเมื่อคิดกระแสอินพุต I_{1i} ของสายอากาศ 1 จะเป็นดังนี้

$$Z_{21i} = \frac{V_{21}}{I_{1i}} = \frac{-j\eta I_{1m} I_{2m}}{4\pi I_{2i}} \int_{-l/2}^{l/2} \sin\left[k\left(\frac{l_2}{2} - |z|\right)\right] \times \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos\left(\frac{kl}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] dz \quad (2-42)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z - l/2)^2} = \sqrt{y^2 + (z - l/2)^2} \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{y^2 + z^2} \\ R_2 &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z + l/2)^2} = \sqrt{P^2 + (z - l/2)^2} \end{aligned} \quad (2-43)$$

แต่ถ้า $r = d$ และ $l = l_1 + l_m + l_{2m}$ และ l_{1i}, l_{2i} จะแทนกระแสสูงสุดและกระแสที่เข้าอินพุตของสายอากาศ 1 และ สายอากาศ 2 ตามลำดับ



รูปที่ 2-9 การจัดวางสายอากาศไดโพลที่เหมือนกันสองตัวเพื่อกำนวณอิมพีแดนซ์ร่วม

ค่าอิมพีแดนซ์ร่วมที่คำนวณได้จากสมการ 2-42 เป็นค่าที่จากกระแสที่เข้าขาเข้าของสายอากาศนั้น และจะถ่ายโอนไปยังค่าที่กระแสมีค่าสูงสุดได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$Z_{21m} = Z_{21i} \frac{I_{1i} I_{2i}}{I_{1m} I_{2m}} \quad (2-43)$$

หรือ

$$Z_{2im} = \frac{-j\eta}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \sin \left[k \left(\frac{l_2}{2} - |z| \right) \right] \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos \left(\frac{kl}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] dz$$

ในกรณีที่สายอากาศเหมือนกัน (แต่ละตัวยาว $l = \frac{n\lambda}{2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$) จะมีรูปแบบที่ง่าย ดังแสดงต่อไปนี้

การจัดวางสายอากาศในระนาบข้างถึงข้าง (side by side configuration)

$$\text{Re}_{21m} = \frac{\eta}{4\pi} [2C_i(u_0) - Ci(u_1) - Ci(u_2)].$$

$$\text{Im}_{21m} = -\frac{\eta}{4\pi} [2S_i(u_0) - Si(u_1) - Si(u_2)].$$

$$u_0 = kd_y.$$

$$u_1 = k(\sqrt{d_y^2 + l^2} + l),$$

$$u_2 = k(\sqrt{d_y^2 + l^2} - l), \quad (2-44)$$

การจัดวางสายอากาศในระนาบร่วมแนว (Collinear configuration)

$$\text{Re}_{21m} = -\frac{\eta}{8\pi} \cos(v_0) [-2C_i(2v_0) + C_i(v_2) + Ci(v_1) - \ln(v_3)]$$

$$+ \frac{\eta}{8\pi} \sin(v_0) [2s_i(2v_0) - s_i(v_2) - si(v_1)]$$

$$\text{Im}_{21m} = -\frac{\eta}{8\pi} \cos(v_0) [2S_i(2v_0) - S_i(v_2) - S_i(v_1)]$$

$$+ \frac{\eta}{8\pi} \sin(v_0) [2C_i(2v_0) - C_i(v_2) - Ci(v_1) - \ln(v_3)]$$

$$w_2 = k(\sqrt{d^2 + h^2} - h)$$

$$v_1 = 2k(h + l)$$

$$v_2 = 2k(h - l)$$

$$v_3 = (h^2 - l^2) / h^2 \quad (2-45)$$

การจัดวางสายอากาศแบบขนาน (Parallel in echelon configuration)

$$\text{Re}_{21m} = -\frac{\eta}{8\pi} \cos(w_0) \left[-2C_i(w_1) - 2C_i(w_{1'}) + C_i(w_2) + C_i(w_{2'}) + C_i(w_3) + C_i(w_{3'}) \right]$$

$$-\frac{\eta}{8\pi} \cos(w_0) \left[2S_i(w_1) + 2S_i(w_{1'}) - S_i(w_2) - S_i(w_{2'}) - S_i(w_3) - S_i(w_{3'}) \right]$$

$$\text{Im}_{21m} = -\frac{\eta}{8\pi} \cos(w_0) \left[2S_i(w_1) + 2S_i(w_{1'}) - S_i(w_2) - S_i(w_{2'}) - S_i(w_3) - S_i(w_{3'}) \right]$$

$$+\frac{\eta}{8\pi} \sin(w_0) \left[2C_i(w_1) - 2C_i(w_{1'}) - C_i(w_2) + C_i(w_{2'}) - C_i(w_3) + C_i(w_{3'}) \right]$$

$$w_0 = kh$$

$$w_1 = k \left(\sqrt{d^2 + h^2} + h \right)$$

$$w_{1'} = k \left(\sqrt{d^2 + h^2} - h \right)$$

$$w_2 = k \left[\sqrt{d^2 + (h-l)^2} + (h-l) \right]$$

$$w_{2'} = k \left[\sqrt{d^2 + (h-l)^2} - (h-l) \right]$$

$$w_3 = k \left[\sqrt{d^2 + (h+l)^2} + (h+l) \right]$$

$$w_{3'} = k \left[\sqrt{d^2 + (h+l)^2} - (h+l) \right] \quad (2-46)$$

ในงานพิจารณานี้ จะพิจารณาการจัดวางสายอากาศในแนวระนาบข้างถึงข้าง (side by side) ดังนั้น Z_{ij} จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_{ij}) &= \frac{\eta}{4\pi} [2C_i(u_0) - Ci(u_1) - Ci(u_2)], \\ \operatorname{Im}(Z_{ij}) &= -\frac{\eta}{4\pi} [2S_i(u_0) - Si(u_1) - Si(u_2)], \\ u_0 &= kd_{ij}, \\ u_1 &= k(\sqrt{d_{ij}^2 + l^2} + l), \\ u_2 &= k(\sqrt{d_{ij}^2 + l^2} - l). \end{aligned} \quad (2-47)$$

เมื่อ $\operatorname{Re}(Z_{ij})$ คือ ค่าจำนวนจริงของอิมพีแดนซ์ในตำแหน่ง ij
 $\operatorname{Im}(Z_{ij})$ คือ ค่าจำนวนจินตภาพของอิมพีแดนซ์ในตำแหน่ง ij
 η คือ ค่าคงที่ของอิมพีแดนซ์ในอากาศว่าง
 d_{ij} คือ ระยะห่างระหว่างสายอากาศในตำแหน่ง ij
 l คือ ความยาวสายอากาศ
 k คือ หมายเลขคลื่น
 $C_i(u)$ และ $S_i(u)$ คือการหาปริพันธ์ของไซน์และโคไซน์ตามที่ได้แสดงในสมการต่อไปนี้

$$C_i(u) = \int_{-\infty}^u \frac{\cos(x)}{x} dx; \quad (2-48)$$

$$S_i(u) = \int_0^u \frac{\sin(x)}{x} dx; \quad (2-49)$$

2.7 กล่าวท้ายบท

สำหรับเนื้อหาในบทนี้ได้อธิบายถึงความเป็นมาของระบบโมโมที่เกี่ยวข้องกับโครงการวิจัยและอธิบายถึงระบบโมโมพื้นฐานและอธิบายถึงแบบจำลองช่องสัญญาณที่ใช้ในวิจัยได้แก่แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกันและแบบจำลองช่องสัญญาณ “Two-Ring” และได้กล่าวถึงสมการคำนวณหาค่าความจุของช่องสัญญาณระบบโมโมและอธิบายถึงเทคนิค N-port

โดยนำมาพิจารณาปรากฏการณ์เชื่อมต่อกันระหว่างสายอากาศซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในโครงการวิจัย ในส่วน
สุดท้ายอธิบายถึงอิมพีแดนซ์ร่วมระหว่างสายอากาศ ไดโพลซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในโครงการวิจัยนี้