206478

สำหรับแต่ละ unary operation f บนเซตจำกัด A ซึ่ง |A| = k จะมีโซ่ลดลง $A \supseteq Im\ f \supseteq Im\ f^2 \supseteq \ldots \supseteq Im\ f^n = Im\ f^{n+1}$ โดยเรียกจำนวนเต็มบวกตัวน้อยสุด $\lambda(f)$ ที่ทำให้ $Im\ f^{\lambda(f)} = Im\ f^{\lambda(f)+1}$ ว่า pre-period ของ f และ pre-period ของ f มีค่าจาก 0 ถึง k − 1 ถ้า $\lambda(f) = k - 1$ เมื่อ $k \geq 1$ เราเรียก f ว่า long-tailed (*LT*)-operation และถ้า $\lambda(f) = k - 2$ เมื่อ $k \geq 2$ เราเรียก f ว่า (LT_1)-operation ได้มีการจำแนก Unary (*LT*)- และ (LT_1)-operations ตลอดจนบรรยาย equivalence relations ทั้งหมดซึ่งไม่แปรเปลี่ยนภายใต้ f ในโครงการวิจัยนี้เราศึกษา ให้นิยามและจำแนก n-ary operations สำหรับทุกๆ n > 1 ซึ่งเป็นทั้ง (*LT*)- และ (LT_1)-operations รวมถึงบรรยาย invariant equivalence relations ทั้งหมดซึ่งไม่แปรเปลี่ยนภายใต้ f ผลการศึกษาเหล่านี้สามารถประยุกต์กับสาขาวิชาอื่นๆ ที่ดำเนินการศึกษาด้วยวิธี iteration และ recursion นอกจากนี้ยังจำแนก unary operations บนเซตจำกัดทั้งหมดซึ่ง $\lambda(f) = k - t$ สำหรับทุกๆ $1 \leq t \leq n - 1$ และให้รายละเอียดเกี่ยวกับ equivalence relations บนเซตจำกัดซึ่งไม่แปรเปลี่ยนภายใต้ unary operations เหล่านี้

เราใช้สัญลักษณ์ $f : A \multimap A$ แทน partial unary operation ซึ่งนิยามบน A ถ้า f เป็น partial unary operation เราแทนโดเมนของ f ด้วย *dom f* และให้ $Im\ f = \{\ f(a) \mid a \in Dom\ f\ \}$ แทนเซตส่วนฉายของ f และถ้า f เป็น proper partial operation บน A ที่ไม่สมนัยหนึ่งต่อหนึ่งบน *dom f* แล้ว $|A| > |dom\ f| \geq |Im\ f|$ และมีจำนวนเต็มบวกตัวน้อยสุด $\lambda(f)$ ที่ทำให้ $Im\ f^{\lambda(f)} = Im\ f^{\lambda(f)+1}$ ในโครงการวิจัยนี้เราศึกษาเพื่อจำแนก partial unary operations ที่มี $\lambda(f) = k$ และ $\lambda(f) = k - 1$ และในทั้งสองกรณีเราบรรยาย equivalence relations บน A ทั้งหมดซึ่งไม่แปรเปลี่ยนภายใต้ f ผลงานเหล่านี้เป็นการวางนัยทั่วไปของกรณี total unary operations

เราอาจศึกษา algebraic structure ของ Clone ได้หลายแบบ และเพราะเราอาจนิยาม(n+1)-ary operation บน $O^n(A)$ โดย $S^n(f,g_1,\ldots,g_n)(a_1,\ldots,a_n) := f(g_1(a_1,\ldots,a_n),\ldots,g_n(a_1,\ldots,a_n))$ สำหรับทุกๆ n-ary operations $f, g_1,\ldots,g_n$ บน A และ $a_1,\ldots,a_n \in A$ จึงได้นิยาม binary operation + บน $O^n(A)$ โดย $f + g := S^n(f,g_1,\ldots,g_n)$ ที่ทำให้ $(O^n(A); +)$ เป็น semigroup สำหรับโครงการวิจัยนี้ แทนที่จะศึกษา clone บนเซตจำกัดใดๆ ซึ่งเป็นโครงสร้างที่ซับซ้อนและยุ่งยาก เราศึกษา semigroups ของ n-ary operations ซึ่งเป็น subsemigroups ของ $(O^n(A); +)$ และศึกษาสมบัติของ semigroup เหล่านี้แทน ตลอดจนศึกษา Green's relations และจำแนก constant subsemigroups, rectangular bands และ normal bands ใน $(O^n(A); +)$

Iterating a unary operation f defined on a finite set A with $|A| = k$, one obtains the descending chain $A \supseteq Im\ f \supseteq Im\ f^2 \supseteq \ldots \supseteq Im\ f^m = Im\ f^{m+1}$. The least integer $\lambda(f)$ with $Im\ f^{\lambda(f)} = Im\ f^{\lambda(f)+1}$ is called the pre-period of f. The pre-period of f is an integer between 0 and k – 1. If $\lambda(f) = k - 1$ and $k \geq 1$, then f is called a long-tailed (LT)-operation and if $\lambda(f) = k - 2$ for $k \geq 2$, f is said to be an (LT_1)-operation. Unary (LT)- and (LT_1) - operations and their invariant equivalence relations have been characterized. In the project, we consider the iteration of n-ary operations for $n > 1$, define and characterize (LT)- and (LT_1) - operations and their invariant equivalence relations. The results can be applied in all fields where iteration and recursion plays a role.

We denote a partial unary operation f defined on A by $f : A \multimap A$ and denote the domain of f by *dom f* and also let $Im\ f = \{ f(a) \mid a \in \mathrm{Dom} f \}$ be the image of f. If $f : A \multimap A$ is a proper partial operation on A which is not bijective on its domain, then $|A| > |\mathrm{dom}\ f| \geq |Im\ f|$ and there is a least integer $\lambda(f)$ with $Im\ f^{\lambda(f)} = Im\ f^{\lambda(f)+1}$. In the project, we characterize partial unary operations with $\lambda(f) = k$ and $\lambda(f) = k - 1$. In both cases, we describe the equivalence relations on A which are invariant with respect to such partial unary operations. This generalizes similar results for total unary operations.

There are several ways to regard a clone as an algebraic structure. If f, $g_1,\ldots,g_n$ are n-ary operations defined on A, by $S^n(f,g_1,\ldots,g_n)(a_1,\ldots,a_n) := f(g_1(a_1,\ldots,a_n),\ldots,g_n(a_1,\ldots,a_n))$ for all $a_1,\ldots,a_n \in A$ an (n+1)-ary operation on the set $O^n(A)$ of all n-ary operations can be defined; and one can derive a binary operation + defined by $f+g := S^n(f,g_1,\ldots,g_n)$ and obtains a semigroup $(O^n(A); +)$. The collection of all clones of operations on a finite set forms a complete lattice. This lattice is well-described if $|A| = 2$. If $|A| > 2$, this lattice is uncountably infinite and very complex. In the project, instead of clones we study semigroups of n-ary operations, i.e. subsemigroups of the semigroup $(O^n(A); +)$ and their properties. We consider Green's relations for the semigroup $(O^n(A); +)$, characterize all constant subsemigroups of $(O^n(A); +)$, all semilattices, rectangular bands and normal bands contained in $(O^n(A); +)$.