บทที่ 2

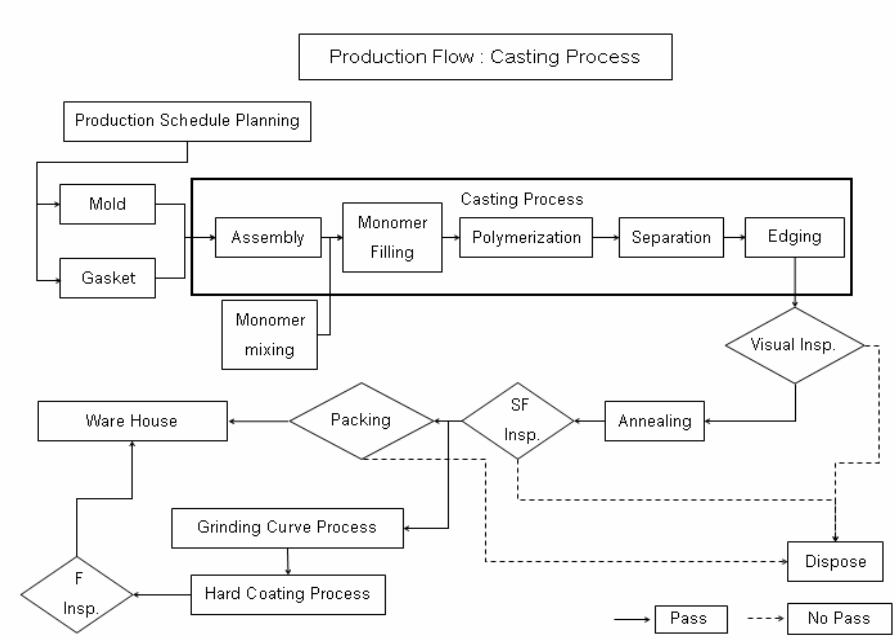
ทฤษฎี

งานวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับการผลิตเลนส์พลาสติกโดยมีขั้นตอนกระบวนการผลิต ความรู้ทั่วไปและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องต่างๆ ดังนี้

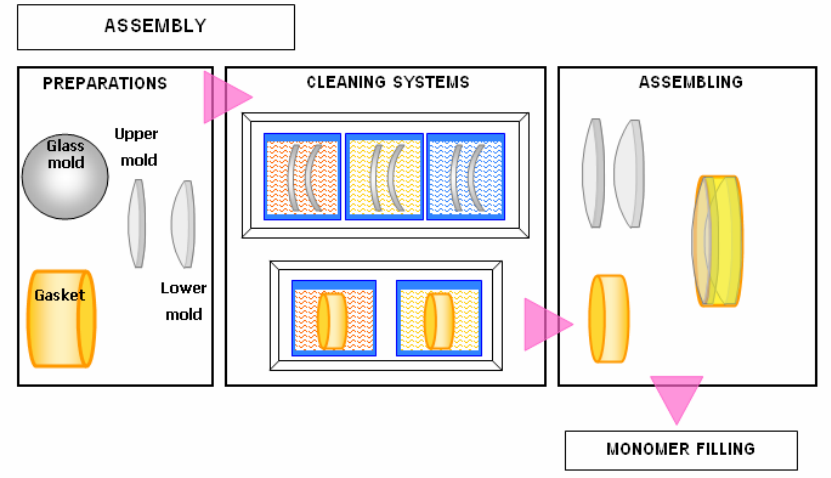
2.1 กระบวนการผลิตเลนส์พลาสติก

กระบวนการผลิตเลนส์พลาสติกมีขั้นตอนกระบวนการผลิตดังภาพที่ 2.1 ซึ่งสามารถอธิบายเป็นกระบวนการหลักๆ ได้ดังนี้คือ เริ่มแรกนำแม่แบบกระจกกับพลาสติกหุ้มแม่แบบ มาผ่านกระบวนการล้างเพื่อป้องกันฝุ่นละอองเข้าไปปนเปื้อนในกระบวนการผลิต หลังจากนั้นนำ แม่แบบกระจกกับพลาสติกหุ้มแม่แบบ มาประกอบเข้าด้วยกัน (Assembly) ดังภาพที่ 2.2 ภายในห้องที่ควบคุมความสะอาด ซึ่งจะได้เป็นแม่แบบออกมาเสร็จแล้วเข้าสู่กระบวนการฉีดพลาสติก (Monomer Filling) ดังภาพที่ 2.3 โดยนำมอนอเมอร์ที่เตรียมไว้มาทำการฉีดเข้าไปภายในแม่แบบต่อมานำแม่แบบที่ได้มาผ่านกระบวนการการอบเลนส์ หรือโพลิเมอร์ไรเซชั่น (Polymerization) ดังภาพที่ 2.4 โดยใช้ความร้อนทำให้มอนอเมอร์เปลี่ยนโครงสร้างทางเคมีกลายเป็นพอลิเมอร์ หรือเลนส์พลาสติก เมื่อได้ดังนี้แล้วทำการแยกเลนส์พลาสติก (Separation) ออกจากแม่แบบแล้วนำเลนส์พลาสติก มาลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (Edging) ให้ได้ขนาดตามที่กำหนด หลังจากนั้นนำเลนส์พลาสติกมาทำการตรวจสอบหาจุดบกพร่อง (Visual Inspection) ซึ่งเมื่อผ่านเกณฑ์คุณภาพที่กำหนด ก็จะนำเลนส์พลาสติกมาทำการอบอ่อน (Annealing) เพื่อปรับโครงสร้างผลึกภายในของเลนส์พลาสติกให้มีการจัดเรียงตัวที่สมบูรณ์ขึ้นมีผลทำให้เลนส์พลาสติกมีความเหนียวเพิ่มมากขึ้น และยังสามารถลดการแตกหักของเลนส์พลาสติกลงได้ จากนั้นเป็นการตรวจสอบคุณภาพ และค่ากำลังขยายของเลนส์ (SF Inspection) แล้วก็ทำการบรรจุใส่หีบห่อ (Packing) ซึ่งจะได้เป็นผลิตภัณฑ์ที่เรียกว่าเลนส์กึ่งสำเร็จรูป (Semi Finished Lens) ถัดมาเมื่อนำเลนส์กึ่งสำเร็จรูปไปผ่านกระบวนการกัดความโค้งของเลนส์ด้านนูนหรือด้านเว้า ตามค่าที่กำหนด (Grinding Curve Process) แล้วนำไปผ่านกระบวนการเคลือบแข็ง (Hard Coating Process) เพื่อให้มีความทนทานต่อการขูดขีดเพิ่มมากขึ้น จากนั้นทำการตรวจสอบคุณภาพ และค่ากำลังขยายของเลนส์

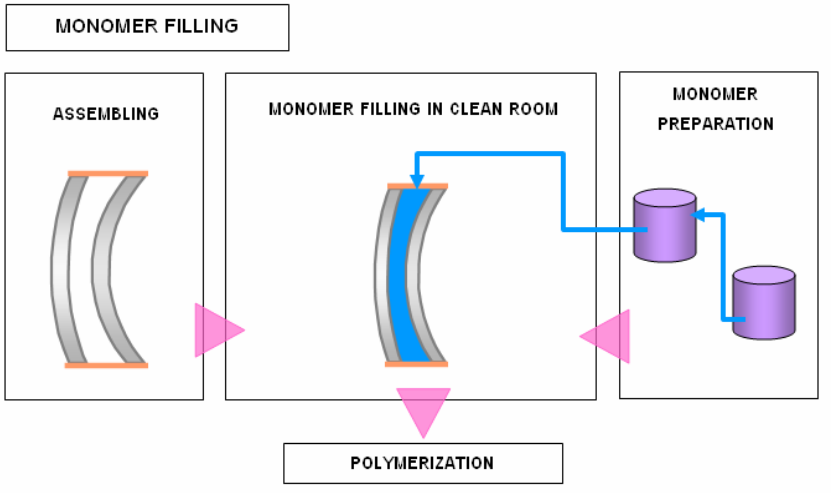
(F Inspection) โดยเมื่อผ่านกระบวนการทั้งหมดเหล่านี้ จะได้ผลิตภัณฑ์ที่เรียกว่า เลนส์สำเร็จรูป (Finished Lens)



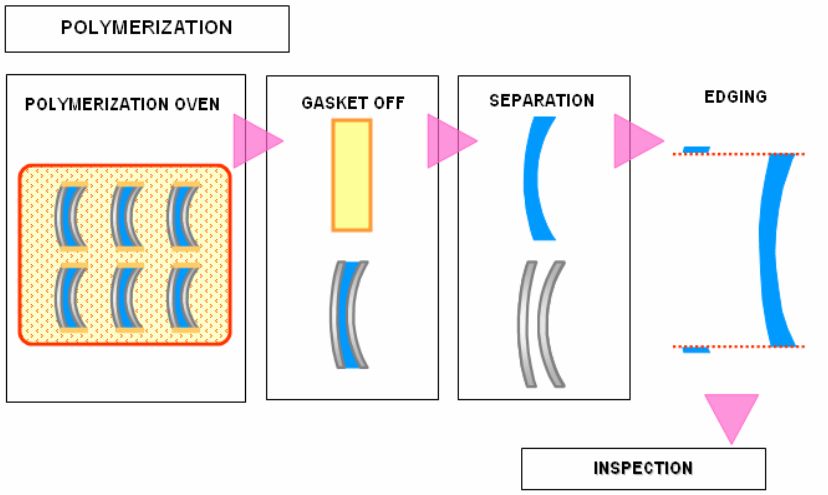
ภาพที่ 2.1
ขั้นตอนกระบวนการผลิตเลนส์พลาสติก



ภาพที่ 2.2
ขั้นตอนกระบวนการประกอบแม่แบบ



ภาพที่ 2.3
ขั้นตอนกระบวนการฉีดมอนอเมอร์



ภาพที่ 2.4
ขั้นตอนกระบวนการโพลิเมอร์ไรเซชั่น การแยกเลนส์พลาสติกและ
การลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเลนส์พลาสติก

สำหรับการวิจัยนี้กระบวนการที่เกี่ยวข้องเพื่อทำการศึกษา และพัฒนากระบวนการ คือ กระบวนการผลิตเลนส์พลาสติกกึ่งสำเร็จรูป โดยมีกระบวนการที่สำคัญๆ ดังนี้ กระบวนการประกอบ แม่แบบกระจกกับพลาสติกหุ้มแม่แบบ (Assembly) กระบวนการฉีดพลาสติก (Monomer Filling) กระบวนการโพลิเมอร์ไรเซชั่น (Polymerization) และกระบวนการลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเลนส์พลาสติก (Edging) ซึ่งกระบวนการผลิตทั้ง 4 กระบวนการที่กล่าวถึงนี้เป็นกระบวนการหลักที่มีผลต่อปัจจัยทางด้านคุณภาพ และประสิทธิภาพในกระบวนการผลิตเลนส์พลาสติก

2.2 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับพลาสติก

พลาสติกเป็นสารประกอบอินทรีย์ที่สังเคราะห์ขึ้นเพื่อใช้แทนวัสดุธรรมชาติ มีคุณสมบัติเสถียร สลายตัวยากมีมวลน้อยน้ำหนักเบาเป็นฉนวนความร้อน และไฟฟ้าที่ดี ส่วนมากอ่อนตัว และหลอมเหลวเมื่อได้รับความร้อน จึงเปลี่ยนเป็นรูปต่างๆ ได้ตามต้องการ ผลิตภัณฑ์พลาสติกที่เราพบกันอยู่ทั่วไปในปัจจุบันจะมีกรรมวิธีการผลิตที่แตกต่างกันออกไป เช่น กรรมวิธีการอัดแบบต่อเนื่อง (Extrusion) กรรมวิธีการเป่าถุงและแผ่นฟิลม์ (Blow Film) กรรมวิธีการเป่าภาชนะต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปทรงกลวง (Blow Molding) กรรมวิธีขึ้นรูปจากแผ่นฟิลม์พลาสติก (Thermoforming) กรรมวิธีการรีด (Calendering) และกรรมวิธีการฉีดพลาสติก (Injection Mold) ซึ่งเป็นกรรมวิธีที่นิยมใช้กันมากที่สุดเนื่องจากสามารถผลิตชิ้นงานที่มีรูปร่างได้หลากหลาย สามารถฉีดชิ้นงานที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ดี ราคาเครื่องจักรไม่สูงมาก ใช้พื้นที่ในการผลิตน้อย และยังสามารถทำงานได้ทั้งแบบพลาสติกที่เป็นผงและเม็ด

2.2.1 วัตถุดิบสำหรับงานฉีดพลาสติก

โดยทั่วไปจะนิยมแบ่งออกเป็น 3 ประเภทด้วยกัน คือ กลุ่มเทอร์โมพลาสติก กลุ่มเทอร์โมเซต และกลุ่มอีลาสโตเมอร์ หรือยางสังเคราะห์ ซึ่งมีคุณสมบัติที่แตกต่างกันต่อไปนี้

1. เทอร์โมพลาสติก (Thermoplastic) หรือเรซิน เป็นพลาสติกที่ใช้กันแพร่หลายที่สุด มีสมบัติพิเศษคือ เมื่อหลอมแล้วสามารถนำกลับมาขึ้นรูปใช้ใหม่ได้

2. เทอร์โมเซตติงพลาสติก (Thermosetting plastic) เป็นพลาสติกที่มีสมบัติพิเศษคือ ทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและทนปฏิกิริยาเคมีได้ดี เกิดคราบ และรอยเปื้อนได้ยาก พลาสติกแบบนี้เมื่อหลอมตัวเป็นรูปแบบใดจะเป็นรูปแบบนั้นอย่างถาวรหมายความว่าจะเอามาหลอมใช้เป็นผลิตภัณฑ์ใหม่ไม่ได้ กล่าวคือ เกิดการเชื่อมต่อข้ามไปมาระหว่างสายโซ่

ของโมเลกุลของโพลิเมอร์ (Cross Linking Among Polymer Chains) เหตุนี้หลังจากพลาสติกเย็นจนแข็งตัวแล้วจะไม่สามารถทำให้อ่อนได้อีกโดยใช้ความร้อน หากแต่จะสลายตัวทันทีที่อุณหภูมิสูงถึงระดับ การทำพลาสติกชนิดนี้ให้เป็นรูปลักษณะต่างๆ ต้องใช้ความร้อนสูงและโดยมากต้องการแรงอัดด้วย เทอร์โมเซตติงพลาสติก

3. อีลาสโตเมอร์ (Elastomer) หรือยางสังเคราะห์ คือ พลาสติกที่เมื่อนำไปหลอมเหลวแล้วปล่อยให้เย็นจนแข็งตัวด้วยกรรมวิธีวัลคาไนเซชั่น (Vulcanization) จะทำให้เกิดโครงสร้างแบบร่างแห (MoleculeCross-Linking) ภายใต้อิทธิพลของความร้อนที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ไม่สามารถนำกลับมาหลอมเหลวได้อีก เช่น ยาง SBR, ยาง NBR, ยาง NR และยาง CR เป็นต้น

โดยในส่วนของการผลิตเลนส์พลาสติกจะใช้วัตถุดิบมอนอเมอร์ที่อยู่ในประเภทของเทอร์โมเซตติงพลาสติก (Thermosetting plastic) ซึ่งมีข้อดี คือ มีความแข็งแรง ทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ และปฏิกิริยาทางเคมีได้ดี เมื่อขึ้นรูปแล้วก็จะเป็นรูปแบบนั้นอย่างถาวรไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ข้อเสีย คือ ไม่สามารถนำกลับมาหลอมเหลวแล้วขึ้นรูปใหม่ได้เนื่องจากเมื่อใช้ความร้อนจนอุณหภูมิถึงจุดหนึ่งก็จะสลายตัวทันที

2.2.2 การฉีด และการขึ้นรูปพลาสติก

การฉีดพลาสติกถูกออกแบบมาเพื่อใช้กับพลาสติกประเภทเทอร์โมพลาสติกโดยเฉพาะแต่ก็สามารถใช้ฉีดประเภทเทอร์โมเซตได้ เช่นกัน การฉีดพลาสติกจะเป็นวิธีที่สามารถผลิตได้ทีละปริมาณมากๆ และรวดเร็ว โดยการฉีดพลาสติกสามารถแบ่งออกได้เป็น 5 วิธี ได้แก่

1. การฉีดแบบ Injection Molding เป็นการฉีดพลาสติกแบบธรรมดาที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง ใช้สกรูเป็นตัวขับเคลื่อนเพื่อดันพลาสติกเหลวเข้าสู่แม่พิมพ์

2. การฉีดแบบ Injection Blow Molding เป็นการฉีดพลาสติกที่ดัดแปลงมาจากการผลิตแบบเป่าโดยกรรมวิธีนี้ใช้สำหรับผลิตขวดที่มีขนาดเล็กเท่านั้น และความหนาของงานจะต้องมีลักษณะใกล้เคียงกันทั่วทั้งชิ้น

3. การฉีดแบบ Inject Stretch Blow Molding เป็นการฉีดพลาสติกที่คล้ายกับการเป่าทั่วๆ ไปแต่แตกต่างกันตรงที่จะต้องทำการยืดพลาสติกก่อนที่จะทำการเป่า

4. การฉีดแบบ Reactive Injection Molding (RIM) เป็นกรรมวิธีที่ใช้ฉีดพลาสติกโมโนเมอร์เข้าไปในแม่พิมพ์ แทนการฉีดพลาสติกเหลวที่ร้อน แต่เป็นกรรมวิธีที่ยังไม่

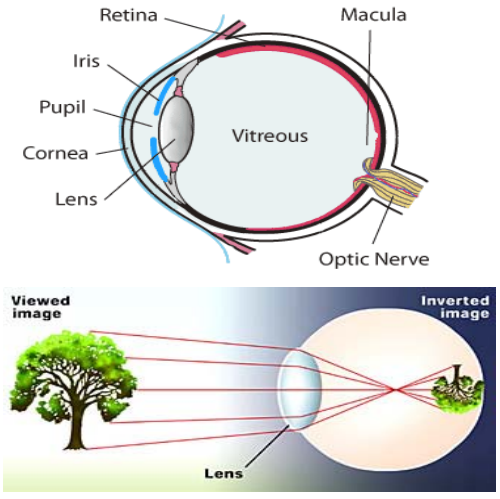
สามารถใช้ได้กับพลาสติกทั่วๆ ไปได้ ที่ใช้ได้ผลก็คือ โพลียูรีเทน (Polyurethane) เรซิ่น (Resin) และไนลอน (Nylon) เป็นต้น

5. การฉีดแบบ Injection Stamping เป็นกรรมวิธีการผลิตแบบพิเศษสำหรับงานที่ต้องการความละเอียดสูง คือแม่พิมพ์สามารถปรับขนาดได้ เพื่อป้องกันการหดตัว หรือการบิดงอของชิ้นงาน ซึ่งยังไม่เป็นที่นิยมใช้กัน ส่วนมากนิยมใช้ผลิตเกี่ยวกับเลนซ์ (Lens)

2.3 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับเลนส์พลาสติก และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.3.1 แสง (Light)

คือ การแผ่รังสีแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความยาวคลื่นที่สายตามนุษย์มองเห็น หรือบางครั้งอาจรวมถึงการแผ่รังสีแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความยาวคลื่นตั้งแต่รังสีอินฟราเรดถึงรังสีอัลตราไวโอเลตด้วยดวงตาของคนเรา มีลักษณะการมองเห็นคล้ายๆ กับกล้องถ่ายรูป ซึ่งมีขั้นตอนในการมองเห็นที่สลับซับซ้อน แต่สามารถเข้าใจได้ง่าย โดยแสงเข้าไปถึงตาที่กระจกตา (Cornea) จากกระจกตาแสงผ่านไปที่รูม่านตา (Pupil) และมีม่านตา (Iris) ไว้ควบคุมแสงที่จะผ่านเข้าดวงตาไปที่เลนส์นัยน์ตาจากนั้นไปถึงของเหลวที่อยู่ภายในลูกตา (Vitreous) สุดท้ายแสงไปที่จอรับภาพ (Retina) ภาพที่ปรากฏขึ้นจะเป็นภาพหัวกลับ ดังภาพที่ 2.5



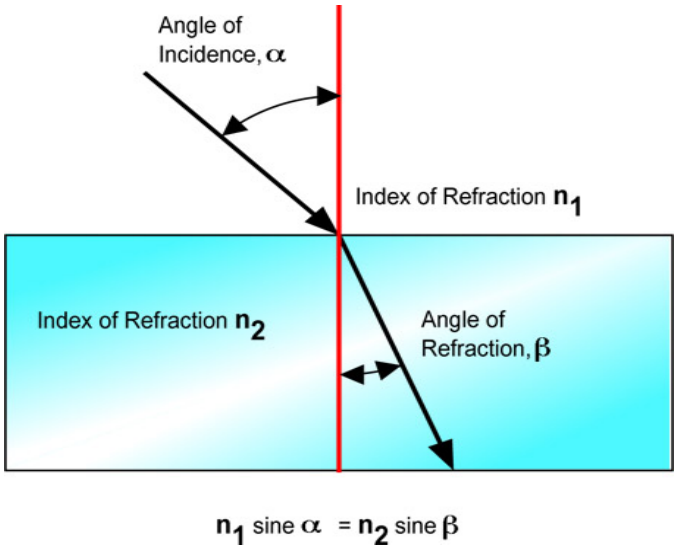
ภาพที่ 2.5

โครงสร้างลักษณะของดวงตาและการมองเห็น

(ที่มา: www.heightseyecare.com/education/eye_anatomy.html)

2.3.2 การหักเหของแสง

แสงนั้นวิ่งผ่านตัวกลางด้วยความเร็วจำกัด ความเร็วของแสงในสุญญากาศ (C) จะมีค่าเท่ากับ 299,792,458 เมตรต่อวินาที (186,282.397 ไมล์ต่อวินาที) โดยไม่ขึ้นกับว่าผู้สังเกตการณ์นั้นเคลื่อนที่ หรือไม่ เมื่อแสงวิ่งผ่านตัวกลางโปร่งใสเช่น อากาศ น้ำ หรือแก้ว ความเร็วแสงในตัวกลางหนาแน่นสูงนี้จะวัดด้วย ดรรชนีหักเหของแสง (Refractive Index : n) โดยที่จะลดลงซึ่งเป็นเหตุให้เกิดปรากฏการณ์การหักเหของแสง คุณลักษณะของการลดลงของความเร็วแสงในตัวกลางที่มีความหนาแน่นสูงนี้จะวัดด้วยดรรชนีหักเหของแสง (Refractive Index, n) โดย n=1 ในสุญญากาศ และ n>1 ในตัวกลางอื่นๆ เมื่อลำแสงวิ่งผ่านเข้าสู่ตัวกลางจากสุญญากาศ หรือวิ่งผ่านจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง แสงจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงความถี่ แต่เปลี่ยนความยาวคลื่นเนื่องจากความเร็วที่เปลี่ยนไป ในกรณีที่มุมตกกระทบของแสงนั้นไม่ตั้งฉากกับผิวของตัวกลางใหม่ที่แสงวิ่งเข้าหาทิศทางของแสงจะถูกหักเหดังภาพที่ 2.6 ตัวอย่างของปรากฏการณ์หักเหนี้ เช่น เลนส์ต่างๆ ทั้งกระจกขยาย คอนแทคเลนส์ แว่นสายตา กล้องจุลทรรศน์ กล้องส่องทางไกล



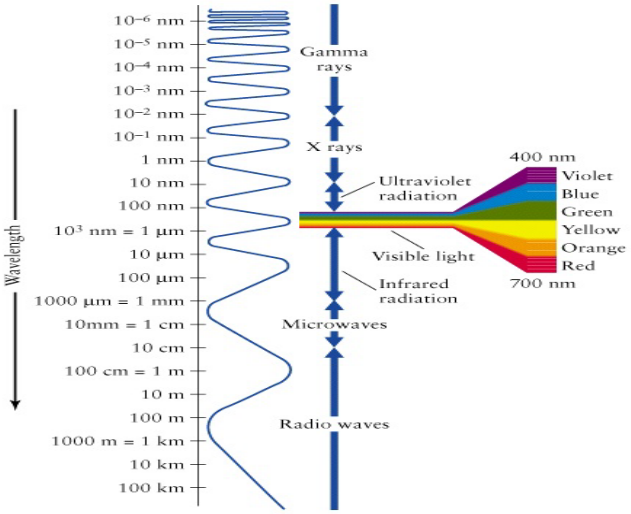
ภาพที่ 2.6

การหักเหของแสงผ่านตัวกลาง

(ที่มา: www.datasync.com/~wizard/Lasers/Lasers.html)

2.3.3 สี และความยาวคลื่นของแสง

ความยาวคลื่นที่แตกต่างกันนั้น จะถูกตรวจจับได้ด้วยดวงตาของมนุษย์ ซึ่งจะแปลผลด้วยสมองของมนุษย์ให้เป็นสีต่างๆ ในช่วงที่มนุษย์มองเห็นได้ สีแดงซึ่งมีความยาวคลื่นยาวสุด (ความถี่ต่ำสุด) ถึงสีม่วง ซึ่งมีความยาวคลื่นสั้นสุด (ความถี่สูงสุด) ความถี่ที่อยู่ในช่วงนี้จะมีสีส้ม, สีเหลือง, สีเขียว, สีน้ำเงิน และสีคราม ดังภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7

ความสัมพันธ์ของสีและความยาวคลื่นของแสง

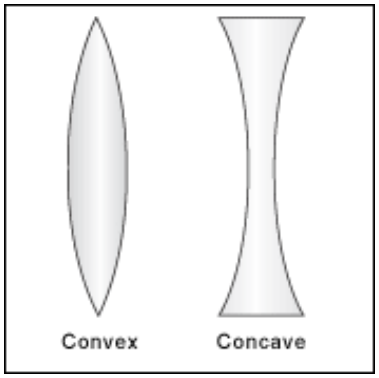
(ที่มา: science-edu.larc.nasa.gov/EDDOCS/Wavelengths)

2.3.4 การหักเหของแสงผ่านเลนส์

เลนส์ คือ วัตถุโปร่งใสที่บริเวณกลางเลนส์ และขอบเลนส์มีความหนาแตกต่างกัน เมื่อแสงเดินทางจากอากาศผ่านเข้าไปในเลนส์ จะเกิดการหักเหของแสงที่ผิวเลนส์ ลักษณะของเลนส์นูน และเลนส์เว้า ดังภาพที่ 2.8

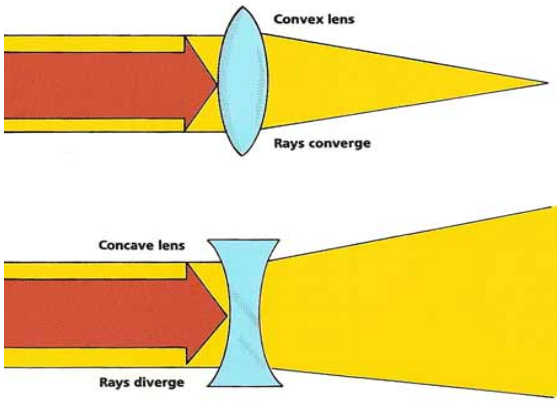
เลนส์นูน คือ เลนส์ที่มีลักษณะบริเวณกลางเลนส์หนากว่าบริเวณขอบ

เลนส์เว้า คือ เลนส์ที่มีลักษณะบริเวณกลางเลนส์บางกว่าบริเวณขอบ



ภาพที่ 2.8
ลักษณะของเลนส์นูน (Convex) และเลนส์เว้า (Concave)
(ที่มา: www1.curriculum.edu.au/.../light/refr_lenses.htm)

การที่แสงผ่านเลนส์ รังสีหักเหที่ผ่านเลนส์นูนจะเบนเข้าหากัน ส่วนรังสีหักเหที่ผ่านจากเลนส์เว้า จะกระจายออกจากกัน ดังภาพที่ 2.9



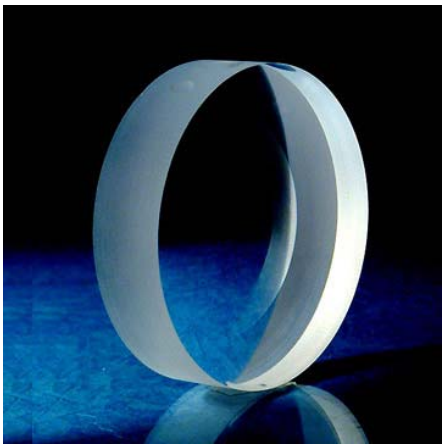
ภาพที่ 2.9
ลักษณะการหักเหของแสงที่ผ่านเลนส์นูนและเลนส์เว้า
(ที่มา: www.daviddarling.info/.../light_Chapter4.html)

2.3.5 **เลนส์พลาสติก** (Organic Lens)

เลนส์สายตาที่ผลิตจากวัตถุดิบพลาสติกจะแบ่งตามประเภท พลาสติกหลักที่นำมาใช้ในการผลิตทั้งนี้เลนส์สายตาพลาสติก จะทำการผลิตออกมาใน 2 รูปแบบ ดังนี้

1. เลนส์กึ่งสำเร็จรูป (Semi-Finished Lens) ดังภาพที่ 2.10

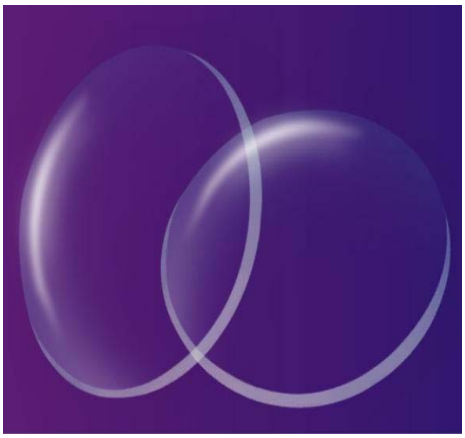
เป็นเลนส์สายตาที่มีการทำความโค้งที่ผิวเลนส์ด้านนูนให้ได้ตามแบบมาตรฐาน โดยผู้ซื้อจะต้องมีห้องแล็บเพื่อนำเลนส์กึ่งสำเร็จรูปไปกัดผิวเลนส์ด้านเว้าเพิ่มเติมเพื่อให้ได้ค่าสายตาตามที่กำหนด



ภาพที่ 2.10
ลักษณะของเลนส์กึ่งสำเร็จรูป
(ที่มา: www.germes-online.com/catalog/51/395/page3/op...)

2. เลนส์สำเร็จรูป (Finished Lens) ดังภาพที่ 2.11

เป็นเลนส์สายตาที่มีโค้งผิวเลนส์ทั้งด้านนูน และด้านเว้ามีความโค้งเป็นค่าสายตามาตรฐาน ซึ่งผู้ซื้อสามารถนำไปใช้ตัดประกอบกับแว่นตาได้ทันที



ภาพที่ 2.11
ลักษณะของเลนส์สำเร็จรูป
(ที่มา: www.123giftfactory.com)

2.3.6 ความรู้ทั่วไปที่เกี่ยวข้องกับเลนส์สายตา

กำลังขยายของเลนส์ในทางวิชาการ (Diopter, D)

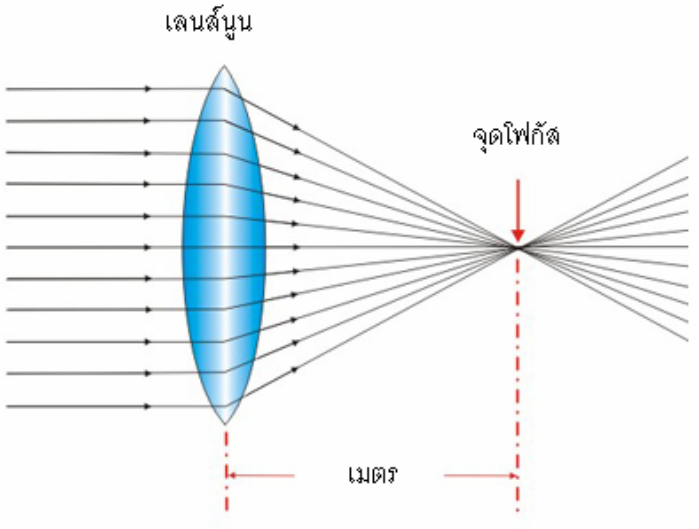
$$Diopter = \frac{1}{Focus} \quad (1)$$

เมื่อ ค่า Diopter ของเลนส์นูนจะมีค่าเป็น บวก (+)

ค่า Diopter ของเลนส์เว้าจะมีค่าเป็น ลบ (-)

ค่า Diopter ของเลนส์ทรงกระบอก จะมีค่าตามค่าแนวตั้ง และแนวนอน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของกำลังขยายในแนวตั้งและแนวนอนซึ่งจะเป็นทั้งเลนส์นูนทรงกระบอกหรือเลนส์เว้าทรงกระบอก

ตัวอย่างที่1) 1D = +1.00 ที่เราเรียกกันอยู่ทุกวันนี้ ซึ่งมีความยาวของ Focus ที่ด้านหลังของเลนส์ ดังภาพที่ 2.12

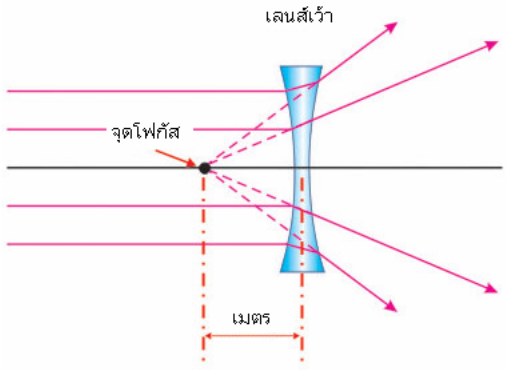


ภาพที่ 2.12

ระยะโฟกัสของเลนส์นูน

(ที่มา: passmyexams.co.uk/.../concave_&_convex.html)

ตัวอย่างที่ 2) -1D = -1.00 ที่เราเรียกกันอยู่ทุกวันนี้ ซึ่งมีความยาวของ Focus ที่ด้านหน้าของเลนส์ ดังภาพที่ 2.13



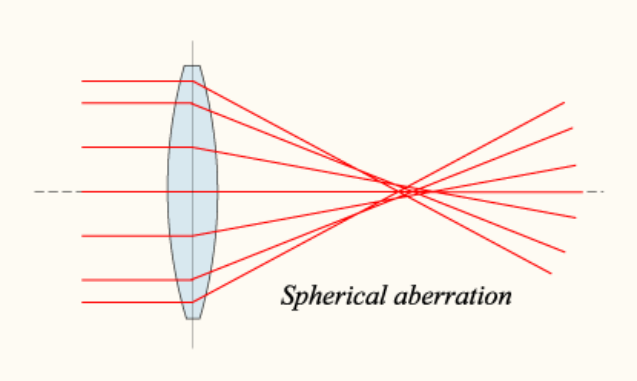
ภาพที่ 2.13

ระยะโฟกัสของเลนส์เว้า

(ที่มา: passmyexams.co.uk/.../concave_&_convex.html)

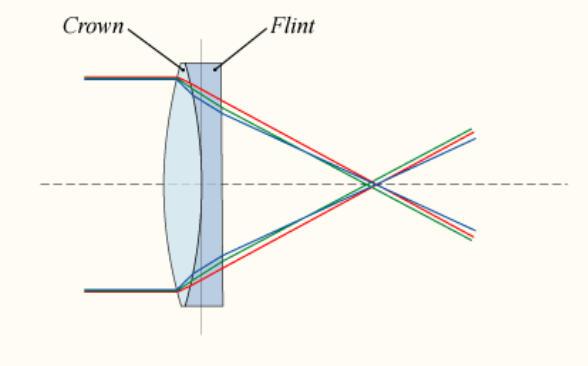
2.3.7 เลนส์สายตาสามารถแบ่งตามลักษณะความโค้งของผิวเลนส์ได้ 3 ประเภท ดังนี้

1. เลนส์ที่มีความโค้งของผิวเป็นส่วนหนึ่งของวงกลมเดียวกันทั้งในแนวตั้งและแนวนอน (Spherical lens, S) ดังภาพที่ 2.14 ได้แก่ เลนส์นูน (เลนส์บวก) ซึ่งใช้กับคนที่มีสายตายาว และเลนส์เว้า (เลนส์ลบ) ซึ่งใช้กับคนสายตาสั้นตามลำดับ เช่น เลนส์ 2 D. หรือ +2.00 และ-2 D. หรือ -2.00 เป็นต้น



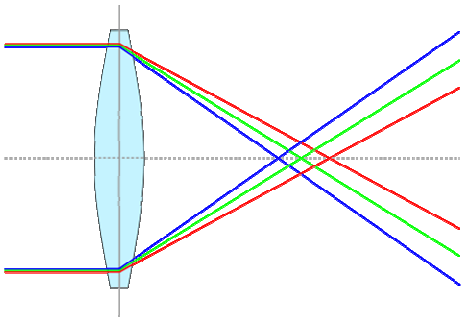
ภาพที่ 2.14
ลักษณะเลนส์ที่มีความโค้งของผิวเป็นส่วนหนึ่งของวงกลมเดียวกัน
(ที่มา: www.umich.edu/~lowbrows/guide/opticaljargon.html)

2. เลนส์ทรงกระบอกที่มีความโค้งของผิวเลนส์ระหว่างแนวตั้งกับแนวนอนไม่เท่ากัน (Toric lens, TC) ดังภาพที่ 2.15 ค่าความแตกต่างของความโค้ง มี 2 แนวจะมีค่าเท่ากับ ค่าความแตกต่างของกำลังขยายระหว่าง แนวตั้งกับแนวนอน (Cylindrical, C) มีค่าเป็น Diopter ไม่ว่าจะเป็นเลนส์นูนทรงกระบอก (เลนส์บวก TC) หรือเลนส์เว้าทรงกระบอก (เลนส์ลบ TC) เช่น S -3.00 C -0.50, S +5.00 C + 1.00 เป็นต้น



ภาพที่ 2.15
ลักษณะเลนส์ทรงกระบอกที่มีความโค้งของผิวเลนส์ระหว่างแนวตั้งกับแนวนอนไม่เท่ากัน
(ที่มา: commons.wikimedia.org/wiki/File:Achromatic_do...)

3. เลนส์ผสม หมายถึง เลนส์ทรงกระบอกที่มีค่าความโค้งผิวเลนส์ในแนวนอนเป็นส่วนหนึ่งของเลนส์นูน และค่าความโค้งผิวเลนส์ในแนวตั้งเป็นส่วนหนึ่งของเลนส์เว้า (Mix lens) ดังภาพที่ 2.16 ฉะนั้นค่ากำลังขยายระหว่างแนวนอนกับแนวตั้งจะมีเครื่องหมายไม่เหมือนกัน เช่น S +1.00 C -2.00 เป็นต้น



ภาพที่ 2.16
ลักษณะเลนส์ทรงกระบอกที่มีค่าความโค้งผิวเลนส์ในแนวนอนเป็นส่วนหนึ่งของเลนส์นูนและค่าความโค้งผิวเลนส์ในแนวตั้งเป็นส่วนหนึ่งของเลนส์ เว้า
(ที่มา: commons.wikimedia.org/wiki/File:Achromatic_do...)

2.3.8 การคำนวณหาค่าต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเลนส์สายตา

การทำเลนส์ที่ใช้สวมใส่กันทุกชิ้นนั้นเกี่ยวข้องกับความโค้งทั้งนั้น เลนส์กระจก เลนส์พลาสติก หรือแม้กระทั้ง คอนแทคเลนส์ ดังนั้นเราต้องทราบค่าคงที่ ที่จะนำมาใช้ในการหาคำนวณหลักๆ ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้

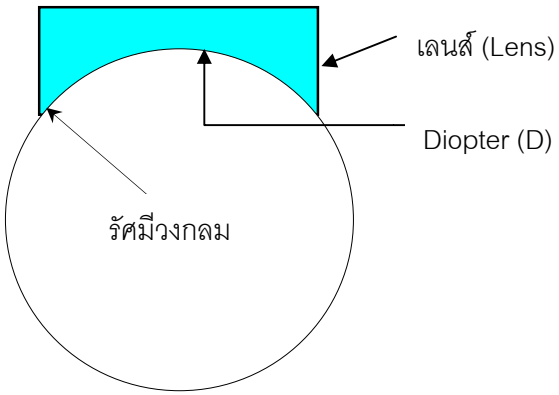
2.3.8.1 การคำนวณหาค่ารัศมี (Radius) ดังภาพที่ 2.17 สามารถหาได้จากสมการ

$$R = \frac{(N-1)x1000}{D} \qquad (2)$$

เมื่อ R (Radius) คือ ค่ารัศมีของความโค้งหรือวงกลมที่ออกมาจากจุดกึ่งกลางมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร

N (Index) คือ ค่าดัชนีการหักเหของแสงโดยคิดจากเลนส์ชนิดนั้น ๆ

D (Diopter) คือ ค่ากำลังขยายของเลนส์



ภาพที่ 2.17
คำนวณรัศมีของเลนส์สายตา

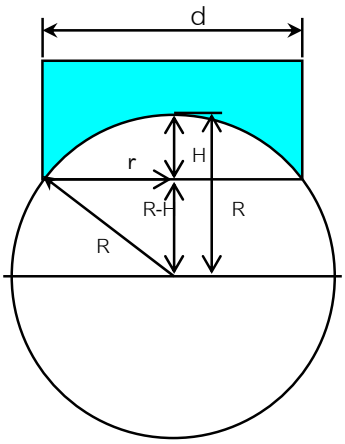
2.3.8.2 การคำนวณหาค่าความสูงของความโค้ง (Height, H) ดังภาพที่ 2.18 สามารถหาได้จากสมการ

$$H = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (3)$$

เมื่อ H คือ ระยะความสูงของค่าความโค้ง (Height)

R (Radius) คือ ค่ารัศมีของความโค้งหรือวงกลมที่ออกมาจากจุดกึ่งกลาง มีหน่วยเป็นมิลลิเมตร

d คือ ระยะเส้นผ่านศูนย์กลางของเลนส์



ภาพที่ 2.18

คำนวณหาค่าความสูงของความโค้งเลนส์

2.3.8.3 การคำนวณหาระยะความสูงของขอบเลนส์ (Edge Thickness, ET) ดังภาพที่ 2.19 สามารถหาได้จากสมการ

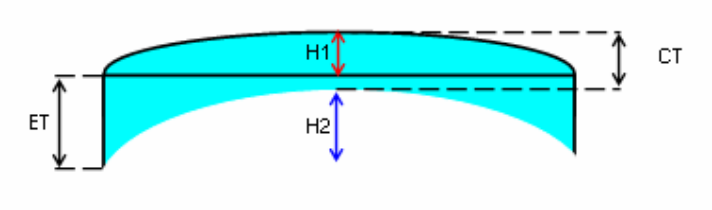
$$ET = (H2 + CT) - H1 \quad (4)$$

เมื่อ ET คือ ระยะความสูงของขอบเลนส์

$H1$ คือ ระยะความสูงของค่าความโค้ง (High) ของเลนส์ด้านนูน

$H2$ คือ ระยะความสูงของค่าความโค้ง (High) ของเลนส์ด้านเว้า

CT คือ ระยะความสูงตรงกลางของเลนส์



ภาพที่ 2.19
การคำนวณหาระยะความสูงของขอบเลนส์

2.3.8.4 การคำนวณหาค่ากำลังขยายของเลนส์สำเร็จรูป (Diopter, D) ดังภาพที่ 2.20 สามารถหาได้จากสมการ

$$D = \frac{D1}{1-\left[\frac{(D1xCT)}{1000xN}\right]} - D2 \qquad (5)$$

เมื่อ D คือ ค่ากำลังขยายของเลนส์สำเร็จรูป

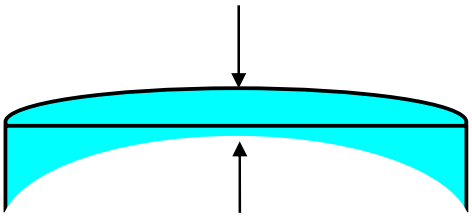
$D1$ คือ ค่ากำลังขยายด้านนูนของเลนส์

$D2$ คือ ค่ากำลังขยายด้านเว้าของเลนส์

CT คือ ระยะความสูงตรงกลางของเลนส์

N (Index) คือ ค่าดัชนีการหักเหของแสงโดยคิดจากเลนส์ชนิดนั้นๆ

ค่ากำลังขยายด้านนูน (D1)



ค่ากำลังขยายด้านเว้า (D2)

ภาพที่ 2.20
การคำนวณหากำลังขยายของเลนส์สำเร็จรูป

2.3.8.5 การคำนวณหาปริมาตรของเลนส์ ดังภาพที่ 2.21 สามารถหาได้จากสมการ

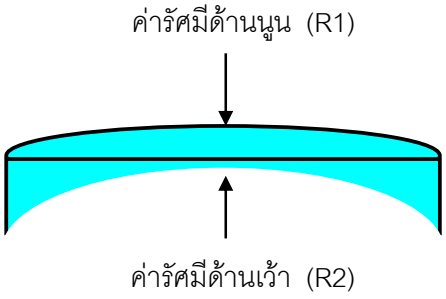
$$2\pi\left[-\left(\frac{1}{3}(R_1^2-(\frac{d}{2})^2)^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}(R_1^2)^{\frac{3}{2}}\right)+\left(\frac{1}{3}(R_2^2-(\frac{d}{2})^2)^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}(R_2^2)^{\frac{3}{2}}\right)-\left(\frac{1}{2}(\frac{d}{2})^2(R_1-R_2-CT)\right)\right] \quad 6)$$

เมื่อ $R1$ คือ ค่ารัศมีของความโค้งด้านนูนของเลนส์ที่ออกมาจากจุดกึ่งกลางมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร

$R2$ คือ ค่ารัศมีของความโค้งด้านเว้าของเลนส์ที่ออกมาจากจุดกึ่งกลางมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร

d คือ ระยะเส้นผ่านศูนย์กลางของเลนส์

CT คือ ระยะความสูงตรงกลางของเลนส์



ภาพที่ 2.21
การคำนวณหาปริมาตรของเลนส์

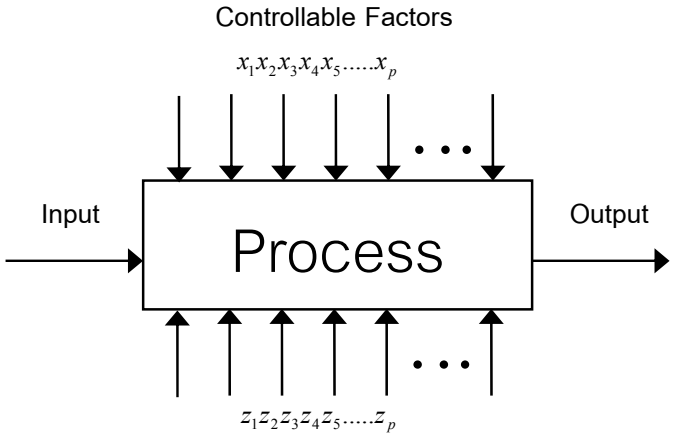
2.4 การออกแบบการทดลอง (Design of Experiments, DOE)

เนื่องจากปัจจุบันมีการแข่งขันอย่างสูงในด้านการผลิตผลิตภัณฑ์ให้ได้คุณภาพจึงมีความจำเป็นจะต้องได้รับความพึงพอใจจากลูกค้าซึ่งอยู่ภายใต้กรอบการออกแบบ การพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตเป็นหลัก โดยการออกแบบ การพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการผลิตในที่นี้จะหมายถึงกระบวนการรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์กิจกรรมการออกแบบการพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิต ด้วยวิธีศึกษา พัฒนา สำรวจ และทดลอง

ผลกระทบจากการออกแบบ โดยการประยุกต์หลักการแนวคิดทางสถิติเพื่อประเมินผลการออกแบบ และการผลิตผลิตภัณฑ์ให้มีประสิทธิภาพ การใช้กลยุทธ์การออกแบบ พัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิต ให้มีประสิทธิภาพนั้นเป็นแนวทางในการทำให้บรรลุวัตถุประสงค์โดยที่ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพตรงตามความต้องการของลูกค้า ผลิตภัณฑ์ที่จะได้รับรองการมีคุณภาพได้นั้นต้องมีกระบวนการผลิตที่ได้มาตรฐานโดยที่สามารถผลิต ผลิตภัณฑ์ที่มีความผันแปรไปจากเป้าหมายน้อยที่สุด นั่นคือ กระบวนการผลิตมีความแปรปรวนน้อยที่สุด ซึ่งวิธีการที่ได้รับความนิยม และน่าเชื่อถือในระดับหนึ่งในการทำให้ผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลก็คือ การออกแบบการทดลอง (Design Of Experiments)

2.4.1 **กลยุทธ์การทดลอง** (Strategy of Experimentation)

ระบบการออกแบบการทดลอง ทั่วไปจะประกอบด้วยการใส่ทรัพยากรที่จำเป็นในการทดลองลงไปในกระบวนการทดลองนั้นๆ และจะได้ผลผลิตออกมาแสดงดังภาพที่ 2.22 ทรัพยากรที่จำเป็นในการทดลองเป็นปัจจัยทีมีผลต่อผลผลิตที่ได้ซึ่งมีความจำเป็นที่ต้องควบคุมให้ได้ในระดับที่เหมาะสม อย่างไรก็ตามปัจจัยที่ไม่สามารถควบคุมได้ หรือยากต่อการควบคุมยังมีผลรบกวนต่อระบบการทดลอง ซึ่งเป็นผลให้ได้ผลผลิตออกมามีความคลาดเคลื่อน



ภาพที่ 2.22
รูปแบบระบบการทดลองทั่วไป
(ที่มา: Montgomery, 2001)

2.4.2 **จุดประสงค์การทดลอง** (Objectives of the Experiment)

การออกแบบ พัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตโดยใช้การออกแบบการทดลองมีจุดประสงค์เพื่อหาตัวแปรอิสระ หรือปัจจัยที่สามารถควบคุมได้ในทางปฏิบัติ (Independent Variables or Factors, x) ที่มีผลต่อตัวแปรตาม หรือผลตอบสนอง (Responses or Outputs, y) โดยลดความแปรปรวนของผลตอบสนองให้น้อยที่สุดในขณะที่ทำให้ผลตอบสนองอยู่ในเป้าหมาย (target) ของการออกแบบมากที่สุด ซึ่งการกำหนดตัวแปรอิสระ และระดับ (Levels or Treatments) ของตัวแปรอิสระต้องอยู่ในระดับที่เหมาะสมที่สุด อีกทั้งเพื่อเป็นการลดความแปรปรวนของตัวแปรรบกวน หรือตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้ในทางปฏิบัติ หรืออาจจะควบคุมตัวแปรนี้ได้ในขณะทำการทดลอง (Noise Factors, z) ถ้ามีการออกแบบ และพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตโดยมีผลกระทบอย่างน้อยจากแหล่งของความแปรปรวนจากภายนอก ซึ่งเป็นผลให้ผลการทดลองมีความน่าเชื่อถือมากที่สุด กระบวนการนี้จะเรียกว่า Robust Process (Montgomery, 1999)

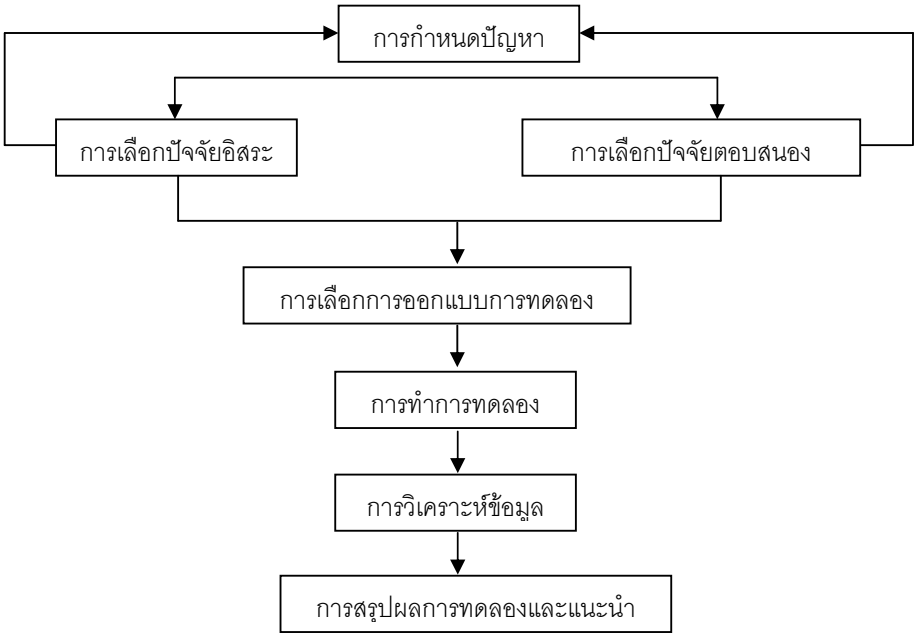
การออกแบบการทดลองเพื่อพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในทางวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมที่ถูกนำมาใช้งานอย่างกว้างขวางโดยทำการพัฒนาผลิตภัณฑ์ใหม่ๆ และปรับปรุงผลิตภัณฑ์ที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น การประยุกต์ใช้เทคนิคนี้ในการออกแบบพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตในเบื้องต้นจะให้ผล 4 ประการดังนี้

1. ช่วยเพิ่มผลผลิตจากกระบวนการผลิตที่ได้รับการพัฒนาแล้ว
2. ช่วยลดความแปรปรวนโดยทำให้ผลิตภัณฑ์อยู่ในรูปแบบเดียวกันตามเป้าหมายของการออกแบบ
3. ช่วยลดเวลาในการผลิต
4. ช่วยลดต้นทุนการผลิต

2.4.3 **ข้อแนะนำในการออกแบบการทดลอง** (Guideline for Designing Experiment)

Coleman and Montgomery (1993) ได้นำเสนอข้อแนะนำก่อนการออกแบบการทดลองเพื่อช่วยในการวางแผนให้การทดลองสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีโดยเฉพาะการทำความเข้าใจภายในทีมงานที่ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญหลายฝ่ายอาทิ เช่น วิศวกร นักวิทยาศาสตร์ นักสถิติ และผู้เชี่ยวชาญจากสาขาอื่นๆ ซึ่งมีความรู้ และประสบการณ์ต่างกัน ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการทดลองทุกฝ่ายต้องหันหน้าเข้าหากันเพื่อให้การทดลองดำเนินไปตามแผนที่ตั้งไว้โดยการออกแบบพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตมีด้วยกันสามเฟส

คือ การบรรยายลักษณะรูปแบบ (Characterization) การควบคุม (Control) และการหาผลที่ดีที่สุด (Optimization) การบรรยายลักษณะรูปแบบการทดลอง ประกอบด้วยการวิเคราะห์ปัญหาโดยการหาตัวแปรอิสระ หรือปัจจัยที่มีผลต่อความแปรปรวนของผลตอบสนองในการออกแบบและพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการผลิต Montgomery (2001) ได้เสนอแนวทางการออกแบบการทดลองในเฟสนี้ ดังภาพที่ 2.23 โดยมีขั้นตอนหลักๆ ที่ควรคำนึงถึงหกขั้นตอน คือ การกำหนดปัญหา การกำหนดตัวแปร การเลือกการออกแบบการทดลอง การทำการทดลอง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสรุปผลการทดลองและแนะนำ



ภาพที่ 2.23
รูปแบบการออกแบบการทดลอง
(ที่มา: Montgomery, 2001)

2.4.4 **การกำหนดปัญหา** (Identify Problem)

เป็นขั้นตอนที่ให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการออกความคิดเห็นซึ่งอาจมีการทำงานเป็นทีมเพื่อปรึกษาหารือโดยการค้นคว้างานวิจัยที่ผ่านมา ไม่ว่าจะเป็นแผนกวิศวกรรม แผนกการผลิต แผนกการตลาด เป็นต้น และที่สำคัญผู้ที่มีส่วนร่วมในการออกแบบการทดลองจำเป็นต้องมีความชัดเจนในการกำหนดปัญหาซึ่งสามารถกำหนดได้โดยการระดมสมองจากผู้เชี่ยวชาญหลายสาขา

2.4.5 การกำหนดตัวแปร (Define Variable)

การออกแบบพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตโดยใช้การออกแบบการทดลอง ณ ที่นี้จะเกี่ยวข้องกับการทำการทดลองโดยการศึกษาปัจจัยหลายๆ ตัวพร้อมกัน ซึ่งเป็นประโยชน์มากกว่าแผนการทดลอง One-Factor-At-A-Time ที่ไม่สามารถแสดงให้เห็นถึงกิริยาร่วมระหว่างปัจจัย (Interaction) ได้เปรียบเสมือนผู้ผลิตสีจะไม่มีโอกาสรู้เลยว่า ถ้าใช้แผนการทดลอง One-Factor-At-A-Time จะไม่รู้ว่าสีแดงผสมกับสีน้ำเงินทำให้เกิดเป็นสีม่วงได้ โดยปกติแล้วการออกแบบพัฒนาผลิตภัณฑ์ และกระบวนการผลิตใหม่ ผู้ทำการทดลองจะไม่สามารถทราบปัจจัยที่ชัดเจนได้ทั้งหมดซึ่งมีผลกระทบต่อผลตอบสนอง (หมายเหตุ ปัจจัยสามารถแบ่งได้เป็นแบบปัจจัยเชิงปริมาณ Quantitative และปัจจัยเชิงคุณภาพ Qualitative) ดังนั้น ผู้ทำการทดลอง (จากผู้เชี่ยวชาญหลายสาขา) สามารถกำหนดปัจจัยหลายตัว (ตั้งแต่ 4 ตัวขึ้นไป) โดยการใช้การระดมสมองด้วยแผนภูมิก้างปลา (A Cause-And-Effect Diagram) เพื่อทำการทดลองพร้อมกันหลายๆ ปัจจัย ผู้ทำการทดลองสามารถคัดปัจจัยที่ไม่เกี่ยวข้องออกไปได้โดยใช้แผนภาพความน่าจะเป็นแบบปกติของตัว

2.4.6 ประมาณของอิทธิพลทั้งหมด (Normal Probability Plot Of The Estimates Of The Effects)

การทดลองเบื้องต้นเพื่อกลั่นกรองตัวแปรที่มีผลต่อผลตอบสนอง (Screening Experiment) นอกจากนี้การกำหนดระดับของปัจจัยยังต้องให้ความสำคัญด้วย กล่าวคือ ผู้ทำการทดลองควรกำหนดขอบเขต (range) ของระดับในแต่ละปัจจัยให้กว้างๆ ไว้ซึ่งจะเป็นการลดความเสี่ยงในเรื่องความผิดพลาดในการทดลองเบื้องต้นเพื่อกลั่นกรองตัวแปรที่มีผลต่อผลตอบสนอง นอกจากตัวแปรอิสระที่ต้องพิจารณาแล้ว ตัวแปรตาม หรือตัวแปรตอบสนองยังต้องคำนึงถึงความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระ หรือปัจจัย ตัวแปรตอบสนองสามารถมีได้มากกว่าหนึ่งตัวโดยแต่ละตัวจะต้องมีความเป็นอิสระต่อกัน

2.4.7 การเลือกออกแบบการทดลอง (Select Design)

สิ่งที่ควรพิจารณา คือ การกำหนดขนาดตัวอย่าง ซึ่งจำนวนซ้ำจะต้องทำอย่างเป็นอิสระต่อกัน ประโยชน์ของการทำซ้ำคือ ทำให้ผู้ทำการทดลองสามารถรู้ค่าประมาณที่เกิดความผิดพลาดจากการทดลองเป็นผลให้ผู้ทำการทดลองใช้เป็นเครื่องมือในการสรุปผลความแตกต่างในเชิงสถิติได้ การเลือกการออกแบบการทดลองจำเป็นต้องคำนึงถึง 3 หลักการเบื้องต้นของการออกแบบการทดลอง นั่นคือ

1. การจัดกลุ่ม (Blocking)

2. การสุ่มตัวอย่าง (Randomization)

3. การกำหนดขนาดตัวอย่าง (Sample Size or Number of Replicates)

การเลือกการออกแบบการทดลองขึ้นอยู่กับปัจจัยที่มีผลกระทบต่อผลตอบสนอง เช่น ถ้าจำนวนปัจจัยเป็นหนึ่ง การออกแบบการทดลองที่ใช้คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนที่เป็นทางเดียว (One Way Analysis Of Variance) ถ้าจำนวนของปัจจัยมีมากกว่าหนึ่งแต่ไม่เกินห้า ควรใช้การออกแบบการทดลองแบบแฟคตอเรียล (Factorial Design) หรือถ้าจำนวนปัจจัยมีมากกว่าห้า ควรใช้การออกแบบการทดลองแบบแฟรคชั่นนัลแฟคตอเรียล (Fractional Factorial Design) เป็นต้น

2.4.8 **การทำการทดลอง** (Perform Experiment)

ขณะที่เริ่มทำการทดลองควรจะเฝ้าสังเกตกระบวนการทดลองอย่างระมัดระวังเพื่อให้ได้ผลการทดลองที่ถูกต้องแม่นยำ ถ้าเป็นไปได้ควรมีการศึกษาในห้องปฏิบัติการต้นแบบ (Pilot Plant) ซึ่งจะให้ข้อมูลด้านวัสดุการทดลอง ระบบการวัดการทดลอง และเป็นการลดความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นขณะทำการทดลอง

2.4.9 **การวิเคราะห์ข้อมูล** (Statistical Analysis of the Data)

เป็นกระบวนการที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อใช้เป็นแนวทางในการตัดสินใจตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ สามารถทำการวิเคราะห์ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น Design Expert, SAS, Minitab, SPSS เป็นต้น

2.4.10 **การสรุปผลการทดลองและเสนอแนะ** (Conclusions and Recommendations)

หลังจากที่ทำการวิเคราะห์ข้อมูลแล้ว ผู้ทำการทดลองควรสามารถสรุปผลการทดลอง และสามารถนำผลไปทำการปรับปรุง หรือเสนอแนะในการทดลองครั้งต่อไปได้ ผู้ทำการทดลองควรมีวิธีเสนอผลสรุปโดยใช้กราฟเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ

การควบคุมผลการทดลองที่ดีนั้นจะต้องมีกระบวนการออกแบบการทดลองที่มีการควบคุมให้ได้ผลการทดลองที่ได้รับความน่าเชื่อถือที่สุด การพิจารณาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของผลการทดลองที่ได้จากกระบวนการทดลองจึงเป็นสิ่งที่ต้องให้การควบคุมอย่างดี

การหาผลที่ดีที่สุดหลังจากทำการหาปัจจัยที่มีผลกระทบต่อผลตอบสนองแล้วการหาจุดที่เหมาะสมที่สุดของปัจจัยนั้นๆ สามารถหาได้จากการหาความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองและปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลตอบสนอง ซึ่งอยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์หาจุดที่เหมาะสมที่สุดสามารถใช้หลักการของแผนภาพของผลตอบสนอง (Response Surface Plot) และโครงร่างของผลตอบสนอง (Contour Plot) หรือใช้หลักการหาโดยเทคนิคของการหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimization)

2.5 การทดลองแฟคทอเรียล (Factorial Experiment)

การทดลองแฟคทอเรียล คือ การทดลองที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในการออกแบบแผนการทดลองเนื่องจากสามารถศึกษาปัจจัยได้หลายปัจจัยพร้อมกัน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือ ศึกษาผลกระทบร่วมระหว่างปัจจัย หรือที่เรียกว่า “อันตรกิริยา” (Interaction) เช่น กรณีที่ศึกษา 3 ปัจจัย คือ ปัจจัย A, B และC ผลกระทบที่เกิดขึ้นสามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. ผลกระทบหลัก หรือผลกระทบปัจจัยเดี่ยว (Main Effects)คือ ผลกระทบกรณีที่สนใจพิจารณาปัจจัยเดี่ยว ได้แก่ ผลกระทบปัจจัย A ผลกระทบของปัจจัย B และผลกระทบของปัจจัย C

2. ผลกระทบร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย (Two-Factors or 2-ways Interaction) คือ ผลกระทบที่เกิดจากการพิจารณาปัจจัยพร้อมกันเป็นคู่ (ครั้งละ 2 ปัจจัย) ได้แก่ ผลกระทบของปัจจัยร่วม (อันตรกิริยา) AB, BC และ AC

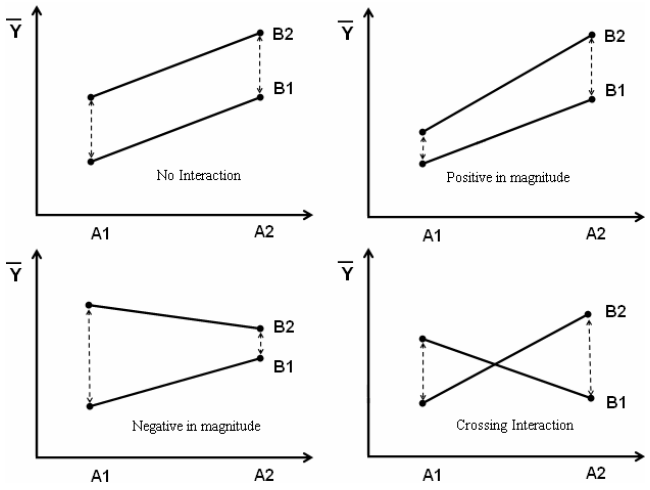
3. ผลกระทบร่วม 3 ปัจจัย (Three-Factors or 3-ways Interaction) คือ ผลกระทบที่เกิดจากการพิจารณาปัจจัยสามปัจจัยพร้อมกัน ในที่นี้ได้แก่ ผลกระทบของปัจจัยร่วม ABC

โดยทั่วไปผู้ทดลองจะให้ความสำคัญแก่การศึกษา ผลกระทบหลัก และผลกระทบร่วมของ 2 ปัจจัย (Two-Factors or 2-ways Interaction) เท่านั้น (Montgomery, 2005) เนื่องจาก ผลกระทบร่วมตั้งแต่ 3 ปัจจัยขึ้นไป โดยทั่วไปจะมีค่าน้อยมากจึงไม่นิยมนำมาพิจารณา จะเห็นว่าการทดลองแฟคทอเรียลนั้นมีความแตกต่างจากการศึกษากรณี CRD และ RBD ทั้งในด้านจำนวนปัจจัยที่มีได้ไม่จำกัด และยังสามารถศึกษาผลกระทบร่วมในกรณีที่สองปัจจัยใดๆ อาจไม่เป็นอิสระต่อกันด้วย แต่ต้องพึงระวังเสมอว่าจำนวนทดลองที่ทำมีค่า

อย่างน้อยเท่ากับ ผลคูณระหว่างค่าระดับปัจจัยของทุกปัจจัย ถ้าจำนวนปัจจัย (k) มีจำนวนมาก จำนวนการทดลอง (Runs: N) จะมีค่าสูงไปด้วย

วัตถุประสงค์หลักของการใช้การทดลองแฟคทอเรียลนั้น ก็คือ การสำรวจศึกษาผลกระทบร่วม (อันตรกิริยา: Interactions) ระหว่างปัจจัย จึงทำความเข้าใจในความหมายของคำว่าผลกระทบร่วม หรืออันตรกิริยาก่อน ในที่นี่จะใช้คำง่ายๆ คือ “ผลกระทบร่วม” แทน “อันตรกิริยา” ผลกระทบร่วม (Interactions) คือ “ความล้มเหลวของผลต่างของค่าตอบสนอง (Y) ที่จะมีค่าต่าง เท่ากัน เมื่อผู้ทดลองทำการเปลี่ยนค่าระดับของปัจจัยที่หนึ่ง (จากระดับที่ 1 ไปสู่ระดับที่ 2 เป็นต้น) ภายใต้แต่ละระดับของปัจจัยที่สอง”

การพิจารณาผลกระทบร่วมนั้นอาจจะพิจารณาได้โดยใช้การคำนวณผลต่าง (Difference; Δ) ในแนวนอน (Horizontal) หรือใช้การคำนวณในแนวตั้ง (Vertical) ก็ทำได้เช่นกัน จะเห็นว่ากรณีที่ปัจจัย 2 ปัจจัย มีผลกระทบกันนั้นค่าตอบสนอง (Y) จะเปลี่ยนไปสำหรับปัจจัยหนึ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการทดลอง ณ ระดับของปัจจัยที่เหลือ กล่าวคือ ค่าตอบสนอง Y เมื่อเปลี่ยนค่าของปัจจัย B จากระดับที่ 1 ไปสู่ 2 นั้นขึ้นอยู่กับผู้ทดลองทำการทดลองที่ระดับที่ 1 หรือระดับที่ 2 ของปัจจัย A ดังนั้นการพิจารณาผลกระทบร่วมนั้นอาจพิจารณาได้โดยการใช้กราฟที่เรียกว่า “Interaction Plot” (กราฟผลกระทบร่วม) ดังภาพที่ 2.24

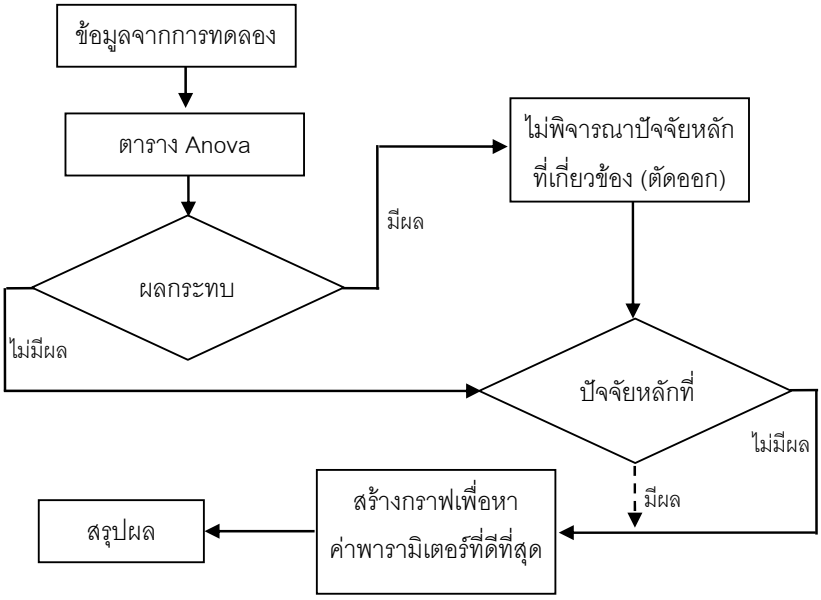


ภาพที่ 2.24

กราฟ อันตรกิริยาระหว่าง 2 ปัจจัย

ถ้าเส้นกราฟขนานกัน (Parallel) แสดงว่าค่าต่างระหว่างเส้นที่มีค่าเท่ากัน หรือคงที่ หมายถึง กรณีที่ไม่พบผลกระทบร่วม (No Interactions) ระหว่างปัจจัย กรณีเมื่อระดับปัจจัยสูงขึ้น (ค่าปัจจัยมากขึ้น) ค่าความแตกต่าง ณ ระดับของปัจจัยที่เหลือมีค่ามากขึ้น (Δ_B ณ จุด A_2 มีค่ามากกว่า Δ_B ณ จุด A_1) จึงเรียกผลกระทบนี้ว่า Positve Interaction ในกรณีที่ระดับปัจจัยมีค่ามากขึ้นค่าความแตกต่าง ณ ระดับของปัจจัยที่เหลือมีค่าลดลงซึ่งจะเรียกการเกิดผลกระทบนี้ว่า Negative Interaction (Δ_B ณ จุด A_1 มีค่ามากกว่า Δ_B ณ จุด A_2) และกรณีที่กราฟตัดกันอย่างเห็นได้ชัด (Δ_B ณ จุด A_1 มีเครื่องหมายตรงข้ามกับ Δ_B ณ จุด A_2) ซึ่งเรียกว่า Crossing Interaction

ขั้นตอนการทดลองแฟคทอเรียล คือการนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาทำการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เพื่อทำการตรวจสอบการแจกแจงปกติ และเป็นอิสระต่อกันด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่คือ $\sigma^2[\varepsilon \sim NID(0,\sigma^2)]$ โดยการทดลองแฟคทอเรียลเต็มรูป (Full Factorial) จะทำการวิเคราะห์ด้วยตาราง ANOVA ได้ก็ต่อเมื่อมีการทำการทดลองซ้ำเท่านั้น (Replicate (n) > 1) หลังจากนั้นพิจารณาข้อมูลถึงผลกระทบร่วม เมื่อได้ข้อมูลทั้งหมด ก็สามารถสร้างกราฟและสรุปผลการทดลอง ดังภาพที่ 2.25



ภาพที่ 2.25
ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.6 การทดลอง 2^k แฟคทอเรียล (2^k Factorial Design)

การออกแบบชนิดนี้ได้ใช้กันอย่างแพร่หลายสำหรับการทดลองต่างๆ ที่ประกอบไปด้วยปัจจัยหลายๆ ปัจจัยนอกจากนี้ยังเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องศึกษาถึงความสัมพันธ์ร่วมกันของปัจจัยเหล่านั้นต่อผลตอบสนองที่ต้องการด้วยการออกแบบการทดลองใน 2 ระดับของปัจจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ เป็นจำนวน k ปัจจัยโดยระดับนี้อาจแทน “ระดับของปริมาณ (Quantitative Level)” เช่น อุณหภูมิ ความดัน เวลา หรือ“ระดับของคุณภาพ (Qualitative Level)” เช่น ประสิทธิภาพ เครื่องจักร คน โดยแบ่งออกเป็นระดับ สูง (High) และต่ำ (Low) หรือเป็นระดับที่มี (Yes) หรือไม่มี (No) ของปัจจัยนั้นๆ การออกแบบชนิด 2^k นี้มักใช้ในการทดลองเมื่อมีปัจจัยเกี่ยวข้องหลายตัว ซึ่งให้จำนวนการทดลองที่ต่ำที่สุดใน k ปัจจัยของการออกแบบกรณีหลายปัจจัยที่สมบูรณ์

การทดลอง 2^k แฟคทอเรียล เป็นการทดลองที่นำเอา k ปัจจัย แต่ละปัจจัยมี 2 ระดับ ซึ่งสามารถกำหนดอิทธิพลหลัก และอิทธิพลร่วมให้อยู่ในรูปผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยหรือผลรวมของทรีทเมนต์ลักษณะของการทดลอง 2^k แฟคทอเรียล ดังตารางที่ 2.1 และ2.2

ตารางที่ 2.1

สัญลักษณ์ของผลกระทบ หรืออิทธิพลที่เกิดขึ้นจากปัจจัยและความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างปัจจัย

อิทธิพลที่เกิดขึ้นจาก		สัญลักษณ์
ปัจจัยหลักที่ 1	Main Effect of A	A
ปัจจัยหลักที่ 2	Main Effect of B	B
ความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างปัจจัย	Interaction of A and B	AB

ตารางที่ 2.2

สัญลักษณ์ของปัจจัยและระดับของปัจจัย

ระดับ		สัญลักษณ์	
ต่ำ	Low	-	-1
สูง	High	+	+1

การทดลองชนิดนี้ประกอบไปด้วย 4 วิธีปฏิบัติ และสามารถเขียนวิธีปฏิบัติทั้งหมดด้วยสัญลักษณ์มาตรฐาน ซึ่งเรียกว่า Treatment Combination โดยการใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวเล็ก สำหรับกรณีศึกษาปัจจัยที่ 2 ระดับกล่าวคือ ถ้าองค์ประกอบการทดลอง หรือวิธีปฏิบัติที่มีการกำหนดปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอยู่ในระดับ (High) จะมีการแสดงเป็นอักษรตัวเล็กแต่ถ้าองค์ประกอบการทดลอง หรือวิธีปฏิบัติที่มีการกำหนดปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอยู่ในระดับต่ำ (Low) จะไม่มีการแสดงเป็นตัวอักษร ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3

สัญลักษณ์ของผลรวมข้อมูลการทดลองในแต่ละวิธีปฏิบัติ

ปัจจัย		Treatment Combination
A	B	
Low	Low	(1)
High	Low	a
Low	High	b
High	High	ab

หลักการเขียนสัญลักษณ์มาตรฐานนี้สามารถนำไปใช้ได้ในทุกๆ กรณีของการออกแบบทดลองกรณี 2^k แฟคทอเรียล นอกจากนี้ยังมีข้อกำหนดเพิ่มเติมกล่าวคือ ผลจากวิธีปฏิบัติ a b ab และ(1) หมายถึง ผลรวมในทุกๆ ครั้งของการทดลอง (n) ดังนั้นผลกระทบหลักของปัจจัยหนึ่งจะเป็นค่าเฉลี่ยของผลกระทบทั้งหมด (Total Effect) จากวิธีปฏิบัติที่เกิดขึ้น (ซึ่งสามารถแทนด้วยสัญลักษณ์มาตรฐาน) แต่มีเครื่องหมายบวกและลบที่แตกต่างกันอย่างไรก็ตามมีปริมาณที่เท่ากันในแต่ละเครื่องหมาย ถ้าค่าผลกระทบหลักมีค่า

\+ หมายความว่า ถ้าเพิ่มระดับปัจจัยจากต่ำไปสูง ค่าตอบสนองจะเพิ่มขึ้น

\- หมายความว่า ถ้าเพิ่มระดับปัจจัยจากต่ำไปสูง ค่าตอบสนองจะลดลง

การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการทดลองเพื่อใช้ตรวจสอบอิทธิพลของปัจจัยต่อผลตอบสนองที่กำลังสนใจ โดยในขั้นตอนแรกจะต้องพิจารณาผลกระทบทั้งหมด (Total Effect) หรืออาจเรียกว่า คอนทราสท์ (Contrast) ซึ่งเป็นผลรวมของผลกระทบอันเกิดจากปัจจัย

A และB รวมทั้งความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยทั้งสองคือ A และB ในที่นี้เป็นการพิจารณาการออกแบบการทดลองกรณี 2^2 แฟคทอเรียล ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4

คำนวณหาผลกระทบของปัจจัยหลักและผลกระทบจากความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างปัจจัย

ปัจจัย	(1)	a	b	ab	คอนทราสท์	ผลรวมกำลังสอง
A	-1	+1	-1	+1	ab+a-b-(1)	$SS_a = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{n(4)}$
B	-1	-1	+1	+1	ab+b-a-(1)	$SS_b = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{n(4)}$
AB	+1	-1	-1	+1	ab+(1)-a-b	$SS_{ab} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{n(4)}$

โดยแต่ละค่ามีองศาเสรี (Degree of Freedom, df) เท่ากับหนึ่ง ส่วนค่า SS อื่นๆ ยังคงใช้สูตรตามปกติคือ $SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk^2} - \frac{Y_{...}{}^2}{4n}$ ซึ่งมีค่าองศาเสรีเท่ากับ 4n-1 ในขณะที่องศาเสรีสำหรับค่าความผิดพลาดคือ 4(n-1) และมีค่า $SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB}$ ในการแสดงการคำนวณค่าคอนทราสท์จากตารางดังกล่าวอาจเกิดความสับสนเข้าใจยากหากประยุกต์ใช้ในกรณีตั้งแต่สามปัจจัยขึ้นไป จึงได้มีการนำเสนอวิธีการเพื่อลดความผิดพลาดในการคำนวณคอนทราสท์ โดยอาศัยวิธีการเขียนองค์ประกอบการทดลอง หรือวิธีปฏิบัติเป็นลำดับมาตรฐาน เช่น คอนทราสท์ของปัจจัยใดๆ จะมีเครื่องหมายหน้าวิธีปฏิบัติเป็นบวกเมื่อมีอักษรตรงกันดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5
คอนทราสท์ด้วยวิธีการเขียนองค์ประกอบการทดลอง

วิธีปฏิบัติ	เครื่องหมายกำกับแต่ละวิธีปฏิบัติสำหรับการคำนวณ		
	A	B	AB
(1)	-	-	+
a	+	-	-
b	-	+	-
ab	+	+	+

การทดลองแบบ 2^k การทดลองแฟคทอเรียลเต็มรูป (ศึกษาปัจจัยที่ 2 ระดับ) สามารถใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธีการใช้เปรียบเทียบด้วยเครื่องหมาย (Contrast) แทนการวิเคราะห์ด้วยตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ เนื่องจากการกำหนดค่า code แบบออร์ทอกอนัล (Orthogonal Coding) นั้นจะใช้ค่า -1 แทนระดับปัจจัยที่มีค่าน้อยและค่า +1 แทนระดับปัจจัยที่มีค่ามาก

การใช้คอนทราสท์นั้นสามารถคำนวณได้ทั้งส่วนของผลรวม (Total Contrast) และค่าเฉลี่ย (Mean Cotrast) โดยทำการเขียนรูปแผนการทดลองใหม่จาก code -/+1 ให้อยู่ในรูปของ Treatment Combination (กลุ่มของวิธีปฏิบัติ) โดยมีหลักการสรุปสั้นๆ คือ ในวิธีปฏิบัติปัจจัยใดทำการทดลองที่ระดับสูง (ค่ามาก) Treatment Combination จะกำหนดโดยใช้ ผลคูณของชื่อปัจจัยทุกปัจจัยที่ทดลองที่ระดับสูง เขียนแทนด้วยอักษรตัวเล็ก และการทดลองที่ระดับต่ำ (-1) ทั้งหมด Treatment Combination = (1)

2.7 การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานเป็นการสรุป หรือพิสูจน์คำตอบของการวิจัยในการที่จะให้ได้ข้อสรุป หรือการตัดสินใจที่ชัดเจนตามสมมติฐานที่สนใจเฉพาะ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการยืนยันโดยใช้ข้อเท็จจริงจากชุดข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างต่างๆ โดยจะต้องมีวิธีการสำหรับการปฏิเสธ

หรือการยอมรับสมมติฐานอย่างถูกต้องแน่นอน วิธีทางวิทยาศาสตร์ที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ การสรุปผลที่มีเหตุผลทางวิทยาศาสตร์ เป็นวิธีที่ยอมรับและสามารถที่จะทดสอบข้อสรุปซ้ำได้โดยนักวิจัยคนอื่นๆ โดยสมมติฐานแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis,H_0) เป็นสมมติฐานของการไม่มีความแตกต่างไม่มีความเกี่ยวข้อง หรือไม่มีผลต่อกันในการทดสอบทางสถิติ โดยทั่วไปแล้วสมมติฐานหลักที่แสดงไว้เพื่อต้องการพิสูจน์ว่าจะถูกปฏิเสธหรือยอมรับ เมื่อใด H_0 ถูกปฏิเสธสมมติฐานรอง H_1 ก็จะถูกยอมรับ

2. สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis,H_1) เป็นสมมติฐานที่เกี่ยวกับสิ่งที่ต้องพิสูจน์ สิ่งที่ต้องการทราบหรือศึกษาของผู้ทำการวิจัย เป็นสิ่งที่คาดการณ์ ข้อสงสัย ความคิดเกี่ยวกับพารามิเตอร์ที่หวังว่าจะเป็น โดยจะต้องมีความหมายที่แย้งกับสมมติฐานที่กำหนดโดยชัดเจน โดยใช้สัญลักษณ์ H_1

2.7.1 **การเลือกสถิติที่ใช้ทดสอบ** (Test Statistic)

ตัวทดสอบทางสถิติที่นำมาใช้ในการตัดสินใจ เพื่อสรุปเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานที่สำคัญๆ ได้แก่ ตัวทดสอบ Z ตัว ทดสอบ t ตัวทดสอบ χ^2 และตัวทดสอบ F

ตัวทดสอบ Z (Z-test) ใช้ทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยที่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ข้อมูลจะถูกแปลงให้เป็นค่ามาตรฐานคือ Z ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนมีค่าเทากับ 1 หากค่าสถิติที่นำมาทดสอบเป็นค่าสัดส่วนซึ่งไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรก็สามารถใช้ตัวทดสอบ Z ได้

ตัวทดสอบ t (t-test) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปรกติใช้ตัวทดสอบ t ทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยโดยไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรสามารถใช้ค่าความแปรปรวนของข้อมูลจากสิ่งตัวอย่างแทนได้ ซึ่งตัวทดสอบ t มีลักษณะการแจกแจง หรือการกระจาย เส้นโค้งจะกว้าง และแบนกว่าตัวทดสอบ Z เมื่อองศาของความเป็นอิสระ (Degree Of Freedom, d.f.) เพิ่มขึ้น t จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0

ตัวทดสอบ χ^2 (χ^2-test) มีลักษณะการแจกแจง ซึ่งจะเปลี่ยนไปตามระดับขององศาของความเป็นอิสระ จะมีค่าเป็นบวกเสมอตัวทดสอบ χ^2 นำไปใช้ในการทดสอบเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของข้อมูล 1 ชุด ทดสอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์และทดสอบว่าข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงปรกติหรือไม่

ตัวทดสอบ F (F-test) ลักษณะการแจกแจงของ F จะมีลักษณะคล้ายการแจกแจง χ^2 แต่มีองศาแห่งความอิสระ 2 ค่า คือ ของเศษและส่วน

2.7.2 **ความผิดพลาดในการทดสอบสมมุติฐานทางสถิติ** คำว่าความผิดพลาดในที่นี้หมายถึงความผิดพลาด เนื่องจากการใช้ข้อมูลตัวอย่างมาสรุปผลการทดสอบเพื่ออ้างอิงค่าประชากร ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความผิดพลาด 2 ประเภท คือ

1. ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการสรุปผลการทดสอบที่ปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง และความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 1 นี้เขียนแทนด้วย α

2. ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) เป็นความผิดพลาดของการสรุปว่ายอมรับ H_0 เมื่อ H_0 ไม่เป็นจริง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 นี้เขียนแทนด้วย β

ดังนั้น ในการสรุปผลการทดสอบ ถ้ายอมรับ H_0 ในกรณี H_0 เป็นจริงจะไม่เกิดความผิดพลาดขึ้น ซึ่งมีความน่าจะเป็น $1-\alpha$ ที่จะเป็นไปเช่นนั้น ถ้าสรุปผลการทดสอบ คือ ปฏิเสฐ H_0 ในกรณีที่ H_0 ไม่เป็นจริงจะไม่เกิดความผิดพลาดขึ้น ซึ่งมีค่าความน่าจะเป็น $1-\beta$ ที่จะเป็นไปเช่นนั้น ค่านี้ถ้ามีค่ามากขึ้นจะทำให้การทดสอบมีคุณภาพดีขึ้น เราเรียกค่านี้ว่า $1-\beta$ อำนาจของการทดสอบถ้าต้องการลดความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้งสองอย่าง เราต้องเพิ่มค่า n เมื่อขนาดของตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีผลในการลดค่า α และ β หรือลดความผิดพลาดทั้งสองประเภทลงได้พร้อมกัน

2.7.3 **ระดับนัยสำคัญ**

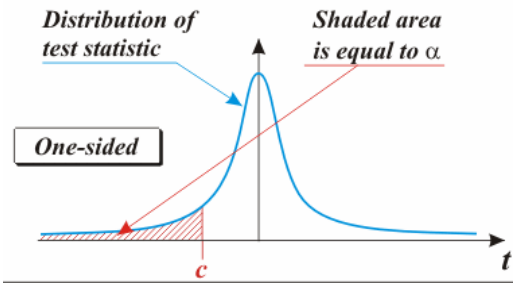
คือ การที่ผู้วิจัยกำหนดขอบเขตของความคลาดเคลื่อนที่จะยอมรับให้เกิดขึ้นได้ในการทดสอบสมมติฐาน การกำหนดความคลาดเคลื่อนจะใช้ความน่าจะเป็นในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ ถ้าเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าที่กำหนดจะยอมรับสมมติฐานหลัก ในทางตรงข้ามหากเกิดความคลาดเคลื่อนเกินกว่าที่กำหนดจะไม่ยอมรับสมมติฐานหลัก ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดจากการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง ระดับนัยสำคัญนี้ผู้วิจัยเป็นผู้กำหนดเอง ปกตินิยมกำหนด α = 0.01 หรือα = 0.05 หรือα = 0.10

2.7.4 บริเวณวิกฤต (Critical Region)

คือ ชุดของค่าที่อาจเป็นไปได้ของค่าสถิติจากตัวอย่าง ซึ่งทำให้ผู้วิจัยปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงถูกต้องแล้วเราปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือเราได้ทำความผิดพลาดไปซึ่งเป็นความผิดพลาดประเภท 1 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดดังกล่าวจะสอดคล้องเท่ากันพอดี กับระดับนัยสำคัญคือ α บริเวณวิกฤต คือ บริเวณของการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริงหาได้จากการนำค่า α ที่กำหนดไ

2.7.5 ประเภทของการทดสอบสมมติฐาน มี 2 ประเภท คือ

1. การทดสอบแบบข้างเดียว (One Sided Test) ให้พิจารณาจากสมมติฐานรองใน H_1 ถ้าใน H_1 มีเครื่องหมายมากกว่าหรือน้อยกว่าจะเรียกว่าการทดสอบแบบข้างเดียวดังภาพที่ 2.26

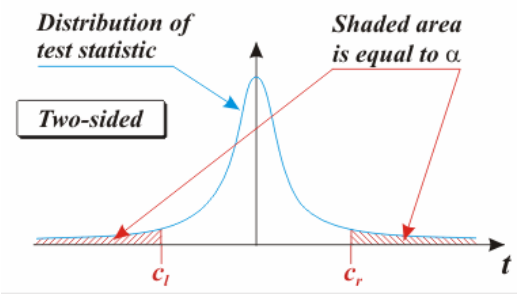


ภาพที่ 2.26

การทดสอบสมมติฐานแบบข้างเดียว

(ที่มา: www.aiaccess.net/.../GlosMod/e_gm_test_1.htm)

2. การทดสอบแบบสองข้าง (Two Sided Test) ถ้าในสมมติฐานรอง H_1 มีเครื่องหมายไม่เท่ากับ ($\neq$) จะเรียกว่าเป็นการทดสอบแบบสองข้าง ดังภาพที่ 2.27



ภาพที่ 2.27

การทดสอบสมมติฐานแบบสองข้าง

(ที่มา: www.aiaccess.net/.../GlosMod/e_gm_test_1.htm)

2.7.5 การใช้ P-Value ในการทดสอบสมมติฐาน

คือ วิธีรายงานผลของการทดสอบสมมติฐานวิธีหนึ่ง โดยแสดงว่าสมมติฐานหลักจะถูกปฏิเสธหรือไม่ ที่ค่า α หรือระดับนัยสำคัญที่กำหนด วิธีการของ P-Value ได้ถูกนำมาใช้อย่างมากเพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากดังกล่าว P-Value คือ ความน่าจะเป็นที่ค่าทดสอบทางสถิติจะมีค่าเป็นอย่างน้อยที่จะทำให้ค่านี้มีค่ามากเท่ากับค่าสังเกต ในทางสถิติเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ดังนั้น P-Value นี้จะแสดงถึงน้ำหนักของหลักฐานที่จะใช้ในการปฏิเสธ และผู้ตัดสินใจสามารถสร้างข้อสรุปที่ระดับนัยสำคัญอื่นๆ ได้นอกจากนี้ยังสามารถนิยาม P-Value ว่าเป็นเหมือนกับค่าที่น้อยที่สุดระดับนัยสำคัญซึ่งนำไปสู่การปฏิเสธสมมติฐานหลัก ถ้าค่าสถิติทดสอบตกอยู่บริเวณวิกฤติ หรือP-value $<$ α จะสรุปว่า ปฏิเสธ H_0 ถ้าไม่ตกอยู่ในวิกฤต หรือ P-value $>$ α จะสรุปว่ายอมรับ H_0

2.8 การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance; ANOVA)

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่สองชุดขึ้นไป และต้องการทำการทดสอบเพียงครั้งเดียวสามารถที่จะทำการวิเคราะห์ได้โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งมีประสิทธิภาพมากกว่าการทำการทดสอบทีละคู่ สมมติฐานคือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 ; \mu_i$ คือ ค่าเฉลี่ยที่ระดับที่ i ; i = 1,2,3,4

$H_0 : \mu_i \neq \mu_j \ \exists_{i,j}$

ถ้าการทดสอบแต่ละครั้งทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ (α_i) ระดับนัยสำคัญรวมจะมีค่าสูงกว่าระดับนัยสำคัญ (α_i) โดยจะสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\alpha_{Total} = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - \alpha_i)$$

เมื่อ k = จำนวนครั้งทั้งหมดที่ทดสอบ

α_i = ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการทดสอบครั้งที่ i

ระดับนัยสำคัญรวม หรือความผิดพลาดโดยรวมจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อทำการทดสอบมากครั้งขึ้น

การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis Of Variance, ANOVA) นี้จัดเป็นวิธีการพื้นฐานทางสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการออกแบบการทดลอง โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ความแปรปรวนของ ค่าตอบสนอง (Response, y) หรือลักษณะทางคุณภาพ (Quality Characteristics) สนใจศึกษา หรือปรับปรุงของผลิตภัณฑ์ (ผลลัพธ์; Output) จากระบบหรือกระบวนการในการวิเคราะห์จะแยกสาเหตุของความแตกต่างออกเป็น 2 ส่วนหลักๆ คือ

1. ความแตกต่างที่สามารถอธิบายได้ (Explained Variation) คือความแตกต่างหรือการเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากปัจจัย (Factor) หรือวิธีปฏิบัติ (Treatment) ที่ใช้ในการออกแบบการทดลองบางครั้งอาจถูกเรียกว่าความแตกต่างระหว่างกลุ่ม (Between Group Variation)

2. ความแตกต่างที่ไม่สามารถอธิบายได้ (Unexpected Variation) คือความแตกต่างหรือการเปลี่ยนแปลงที่ไม่สามารถอธิบายได้เนื่องจากขาดความรู้ หรือความรู้เกี่ยวกับระบบยังไม่มากพอซึ่งในบางครั้งอาจเกิดจากกรณีที่ผู้ศึกษาทราบถึงปัจจัยที่ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแต่ไม่สามารถควบคุมได้ในการทดลอง (Noise Factors) ซึ่งในการวิเคราะห์ความแปรปรวนกล่าวถึงความแตกต่างในส่วนนี้ ในรูปของความผิดพลาด หรือส่วนที่ยังไม่สามารถอธิบายได้ (Error & Residuals) ถ้าผู้ทดลองมีความรู้หรือความสามารถในการควบคุมการทดลองมากขึ้นความผิดพลาดส่วนนี้ก็จะลดลง

ข้อกำหนดของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ข้อกำหนด (Assumptions) หมายถึง เงื่อนไขในการใช้เทคนิคทางสถิติเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูล ผลสรุปของการวิเคราะห์จะเป็นจริงต่อเมื่อข้อมูลมีลักษณะตามข้อกำหนด สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนมีข้อกำหนดของการวิเคราะห์ดังนี้

1. ประชากรแต่ละประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ
2. ความแปรปรวนของแต่ละประชากรเท่ากัน
3. ตัวอย่างสุ่มจากแต่ละประชากรเป็นอิสระต่อกัน

2.8.1 การทดลองอย่างสุ่มสมบูรณ์หรือการจำแนกทางเดียว (Complete Randomized Design; CRD**หรือ** One-Way ANOVA)

เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลจำแนกทางเดียวโดยทำการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบลักษณะที่สนใจศึกษาเพียงหนึ่งลักษณะของกลุ่มประชากร เป็นการสนใจศึกษาปัจจัยเพียงปัจจัยเดียว ซึ่งจำนวนระดับที่สนใจศึกษาของปัจจัยนี้เท่ากับ a ระดับ เพื่อดูว่าระดับที่แตกต่างกันของปัจจัยนั้น จะมีผลกระทบต่อค่าเฉลี่ยของตัวแปรตอบสนอง (Y's) อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่อย่างไร ซึ่งมีลักษณะข้อมูลเป็นดังตารางที่ 2.6

ตารางที่ 2.6

แผนการเก็บข้อมูลอย่างสมบูรณ์

ลำดับที่	วิธีปฏิบัติ						
	1	2	3	4	…i…	a	
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	Y_{41}	…Y_{i1}…	Y_{a1}	
2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	Y_{42}	…Y_{i2}…	Y_{a2}	
3	Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	Y_{43}	…Y_{i3}…	Y_{a3}	
.	.	.					
.	.	.					
j	Y_{1j}	Y_{2j}				Y_{aj}	
.	.	.					
.	.	.					
n	Y_{1n}	Y_{2n}	Y_{3n}	Y_{4n}	…Y_{in}…	Y_{an}	
	d.f. = ?						
ผลรวม (Ti)	T_1	T_2	T_3	T_4	…T_i…	T_a.	T..
$(\text{ผลรวม})^2$ $(Ti)^2$	T_1^2	T_2^2	T_3^2	T_4^2	…T_i^2…	T_a^2.	$\sum T.^2$

(ที่มา: ประไพศรี สุทัศน์ ณ อยุธยา และพงศ์ชนัน เหลืองสมบูรณ์, การออกแบบและวิเคราะห์การทดลอง, บริษัทสำนักพิมพ์ท้อป จำกัด, 2551, หน้า 66)

T_i = ผลรวมของข้อมูลจากวิธีปฏิบัติที่ I ; i = 1, 2...., a

$= \sum_{j=1}^{ni} Y_{ij}$; n_i = จำนวนข้อมูลในวิธีปฏิบัติที่ i

$T..$ = ผลรวมข้อมูลทั้งหมด = $\sum\sum Y_{ij}$

N = จำนวนของข้อมูลทั้งหมด = $\sum_{i=1}^{a} n_i$

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการทดลองแบบ CRD นี้จะทำการวิเคราะห์ส่วนของความแปรปรวนได้จากสมการต้นแบบ ดังนี้คือ

จาก $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$(Y_{ij} - \mu) = \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$V(Y_{ij} - \mu) = V(\tau_i) + V(\varepsilon_{ij})$

จาก $\sum_i^a \sum_j^{n_i} (Y_{ij} - \overline{Y}..)^2 = \sum_i^a \left[n_i (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..)^2 \right] + \sum_i^a \sum_j^{n_i} (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2$

ความแปรปรวนทั้งหมดที่ปรับแล้วด้วยค่าเฉลี่ย = ความแปรปรวนจากปัจจัย + ความแปรปรวนจากค่าผิดพลาด จะเห็นได้ว่าแหล่งที่มา (Source) ของความแปรปรวนแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ซึ่งจะเขียนในตารางที่ ANOVA ต่อไป และสามารถเขียนแทนด้วย

SST = SSA + SSE

เมื่อ SST = ผลบวกกำลังสองของทั้งหมดที่ปรับแล้ว (Sum Square of Total)

$= \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}..)^2 ; \overline{Y}.. = \frac{\sum\sum Y_{ij}}{N}$ หรือค่าเฉลี่ยรวม (Grand Mean)

$= \sum_i \sum_j Y_{ij}{}^2 - \frac{T..^2}{N} ; T.. =$ ผลรวมทั้งหมด

N = จำนวนการทดลองทั้งหมด

SSA = ผลบวกกำลังสองของปัจจัย A หรือวิธีปฏิบัติ (Sum Square of Factor A Effect or Treatment)

$= \sum_{i=1}^{a} \frac{T.^2}{n_i} - \frac{T..^2}{N}$ หรือ $\sum_{i=1}^{a} \left[n_i (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..)^2 \right]$

SSE = ผลบวกกำลังสองของข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่อธิบายไม่ได้ (Sum Square Error or Residuals)

= SST – SSA

สามารถสรุป และนำไปเขียนตารางที่วิเคราะห์ความแปรปรวนของกรณีจำแนกทางเดียว (CRD) แสดงดังตารางที่ 2.7

ตารางที่ 2.7
การวิเคราะห์ความแปรปรวน กรณีจำแนกทางเดียว

แหล่งที่มา (Sourec)	องศาเสรี (d.f.)	ผลบวกกำลังสอง (Sum Square)	ค่าเฉลี่ย SS (Mean Square)	ค่าสถิติ (F)
วิธีปฏิบัติ (Treatment)	a-1	SSA	MSA = $\frac{SSA}{a-1}$	F = $\frac{MSA}{MSE}$
ความผิดพลาด (Error)	N-a	SSE = SST-SSA	MSE = $\frac{SSE}{N-a}$	
ทั้งหมดที่ปรับแล้ว ($Total_{adj}$)	N-1	SST		

(ที่มา: ประไพศรี สุทัศน์ ณ อยุธยา และพงศ์ชนัน เหลืองสมบูรณ์, การออกแบบและวิเคราะห์การทดลอง, บริษัทสำนักพิมพ์ท้อป จำกัด, 2551, หน้า 68)

จากตารางที่ 2.7 สามารถนำข้อมูลมาใช้ในการทดสอบสมมติฐาน กรณีการทดลองแบบจำแนกทางเดียว หรือCRD โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้ คือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = ... = \mu_a$

(ปัจจัยที่ทำการศึกษาไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าตอบสนอง)

$H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; \exists_{ij}$ (มีอย่างน้อย 1 คู่ที่แตกต่างกัน)

(ปัจจัยที่ทำการศึกษามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าตอบสนอง)

แต่เนื่องจาก $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$= \mu_i + \varepsilon_{ij} ; \Theta\ \mu_i = \mu + \tau_i$

จะเห็นได้ว่าถ้า $\tau_i = 0; \forall_i$ ค่าเฉลี่ยของทุกวิธีปฏิบัติจะเท่ากันหมดจึงสามารถเขียนสมมติฐานได้อีกรูปแบบหนึ่ง คือ

$H_0: \tau_i = 0; \forall_i$ (ปัจจัยไม่มีผลต่อค่าตอบสนอง)

$H_1: \tau_i \neq 0; \exists_i$ (ปัจจัยมีผลต่อค่าตอบสนอง)

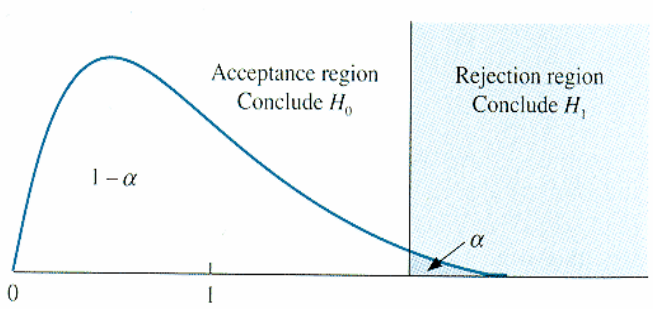
เมื่อ τ_i = ผลกระทบของปัจจัยที่ระดับที่ i ; i = 1,2…,a

(ii) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

(iii) คำนวณตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ

$$F_0 = \frac{MSA}{MSE}; \nu = (a-1, N-a)$$

(iv) สรุปผล จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ P-Value = P ($F > F_0$) $< \alpha$ หรือจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_0 > F_{\alpha,(a-1,N-a)}$ ดังภาพที่ 2.28



ภาพที่ 2.28

การทดสอบสมมติฐาน

(ที่มา: www.unc.edu/~nielsen/soci709/m2/m2.htm)

2.9 การตรวจสอบความถูกต้องของภาพแบบ (Model Adequacy Checking)

จากสมการ $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ย

τ_i คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัยใดๆ

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนของ Model

ในการออกแบบการทดลองส่วนใหญ่มักจะตั้งสมมติฐานในการวิเคราะห์ว่าตัวแปร Y มีการแจกแจงปกติ (Normal Distribution) ดังนั้น Y จะมีการกระจายแบบนี้ได้ ε ต้องมี

การกระจายแบบปกติ และการกระจายต้องเป็นอิสระ $\varepsilon_{ij} \sim NID(0,\sigma^2)$ การตรวจสอบ ε_{ij} มี 3 ขั้นตอน คือ

1. การตรวจสอบการกระจายว่าเป็นแบบแจกแจงปกติ (Normal distribution) หรือไม่ โดยใช้

- การทดสอบแบบไคร์สแควร์ (χ^2 – Goodness of Fit Test)
- การทดสอบแบบโคโมโกรอฟ–สเมอร์นอฟ (Kolgomorov–Smirnov Test)
- การทดสอบโดยใช้กระดาษตรวจสอบการแจกแจงปกติ (Normal Probability Plot ,NOPP)

ข้อมูลมีการกระจายตัวปกติ หมายความว่า ข้อมูลแต่ละตัวที่เป็นตัวแปรสุ่มจะต้องมีแนวโน้มที่ค่าจะเข้าหาค่าหนึ่งที่คงที่ แล้วมีการกระจายรอบค่าดังกล่าวในลักษณะสมมาตร ทั้งนี้หากข้อมูลไม่ได้มีรูปแบบปกติแล้วก็จะทำให้วิเคราะห์ข้อมูลไม่ได้ ดังนั้นถ้าหากข้อมูลมิได้เป็นตัวแปรสุ่มปกติแล้ว แสดงว่าข้อมูลที่ได้มาจากกระบวนการที่มิได้กำหนดมาตรฐาน จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อแก้ไขก่อนการวิเคราะห์

2. การตรวจสอบความเป็นอิสระ (Independent) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย (Scatter Plot) แล้วดูลักษณะการกระจายของจุดที่แทนข้อมูลบนแผนภูมิว่าเป็นภาพแบบอิสระหรือไม่ข้อมูลมีความอิสระหมายความว่า ข้อมูลแต่ละตัวที่ใช้ในการสร้างแบบถดถอยจะต้องเป็นอิสระต่อกันอันเนื่องมาจากการสุ่ม ทั้งนี้หากข้อมูลไม่มีการสุ่มแล้วจะทำให้วิเคราะห์ข้อมูลมิได้โดยเฉพาะการหาค่าเฉลี่ย หรือค่าความคาดหมายของตัวแปรตาม ดังนั้นถ้าหากข้อมูลไม่มีการสุ่ม แสดงว่าข้อมูลมีความลำเอียง (Bias) จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อการแก้ไขก่อนการวิเคราะห์

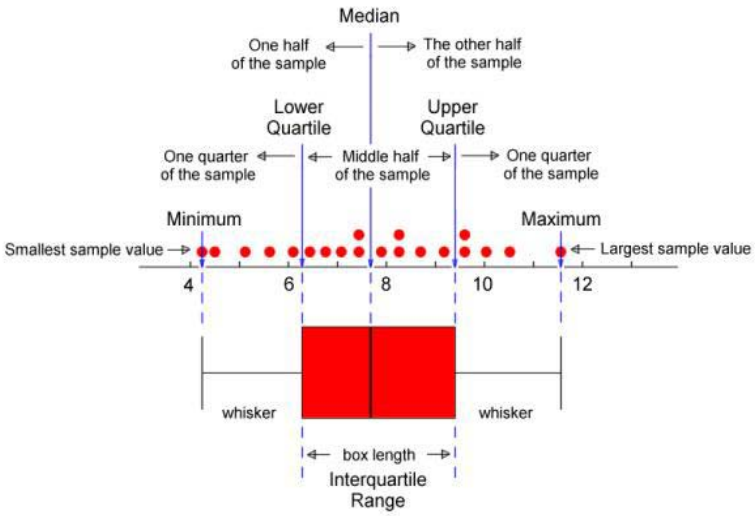
3. การตรวจสอบความเสถียรของความแปรปรวน (Variance Stability) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย ซึ่งเป็นแผนภูมิการกระจายค่าความคลาดเคลื่อน (Residual) ในแต่ละระดับของปัจจัย ถ้าภาพร่างของการกระจายของข้อมูลที่ออกมาไม่เป็นลักษณะของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความแปรปรวน แสดงว่าข้อมูลมีความเสถียรของความแปรปรวน

ความเสถียรภาพของค่าความแปรปรวน (Variance Stability) หมายความว่าข้อมูลจะต้องได้รับการเก็บมาจากกระบวนการที่ได้จัดทำเป็นมาตรฐานแล้ว จึงทำให้ความแตกต่างของข้อมูลมีค่าความแปรปรวนที่ไม่มีเสถียรภาพแล้ว แสดงว่าข้อมูลเกิดขึ้นจากสาเหตุที่สามารถควบคุมได้ แต่ไม่ได้รับการควบคุม (Assignable Cause) จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อแก้ไขก่อนการวิเคราะห์ต่อไป

2.10 เครื่องมือทางสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบการทดลอง

2.10.1 แผนภาพกล่อง Box and Whisker plot

เป็นแผนภาพที่ใช้ในการแสดงข้อมูลซึ่งอธิบายรายละเอียดของข้อมูลได้ครบทั้ง 4 ประการคือ ค่าตำแหน่งกลาง การกระจาย ลักษณะการแจกแจงข้อมูล และค่าผิดปกติของข้อมูล (Outlier) โดยใช้ค่าที่คำนวณได้ในข้อมูล เช่น ควอไทล์มาสร้างแผนภาพ ดังนั้นแผนภาพกล่องจะแสดงลักษณะที่สำคัญๆ ของข้อมูลสรุปได้ 5 ค่าประกอบด้วย จำนวนที่ใช้อธิบายการแจกแจงของข้อมูลเชิงปริมาณ ได้แก่ ค่าต่ำสุด ควอไทล์ล่าง มัธยฐาน ควอไทล์บน และค่าสูงสุด ลักษณะของแผนภาพ ประกอบด้วยค่าควอไทล์ (Q1 , Q2 และ Q3) ในส่วนที่เป็นกล่องสี่เหลี่ยมจะแสดงถึง 3 ควอไทล์ ด้านซ้ายหรือด้านล่างของกล่องจะแสดงถึง ควอไทล์แรก (Q1) ส่วนด้านบนหรือด้านขวาของกล่องจะแสดงถึง ควอไทล์ที่สาม (Q3) ในการชี้บ่งขอบเขตกล่องหรือค่าพิสัยควอไทล์ (IQR) ซึ่งคือความยาวของกล่องในการบอกการกระจายของข้อมูล ส่วนเส้นตรงที่อยู่ในกล่องแสดงถึง ควอไทล์ที่ 2 (Q2) หรือมัธยฐาน (Median) แบ่งกล่องออกเป็น 2 ส่วนที่มีอยู่ข้างละจำนวนเท่าๆ กัน และสามารถบอกลักษณะการแจกแจงว่าเป็นแบบเบ้ซ้าย เบ้ขวา หรือสมมาตร ขอบเขตเส้นตรงที่ลากออกจากกล่องทั้งสองด้าน โดยที่ค่าของข้อมูลที่น้อยที่สุดและที่มากที่สุดตกอยู่ภายนอกขอบเขตรั้วชั้นใน (Inner Fence) ที่มีค่า Q1 - 1.5 IQR หรือ Q3 + 1.5 IQR จะเรียกข้อมูลตรงจุดนี้ว่าข้อมูลที่ผิดปรกติ (Outlier) และข้อมูลที่ตกอยู่ภายนอกรั้วชั้นนอก (Outer Fence) ที่มีค่า Q1 – 3.0 IQR หรือ Q3 – 3.0 IQR จะเรียกข้อมูลตรงจุดนี้ว่าข้อมูลที่ต้องตัดทิ้งก่อนวิเคราะห์ (Extreme Outlier) นอกจากการใช้แผนภาพกล่องเพื่ออธิบายข้อมูลดังกล่าว แผนภาพกล่องยังใช้ในการนำเสนอผลจากการทดสอบสมมติฐาน การเปรียบเทียบผลความแตกต่างของค่าเฉลี่ยในแต่ละระดับของปัจจัยในการออกแบบการทดลอง หรือการวิเคราะห์ความแปรปรวน เพื่อประโยชน์ในการกำหนดค่าที่เหมาะสม ดังภาพที่ 2.29



ภาพที่ 2.29

แผนภาพกล่อง (Box and Whisker Plot)

(ที่มา: www.resample.com/.../help/Boxplot/Box_Intro.htm)