ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ	สถิติ
สาขา	**ภาควิชา**

เรื่อง การสุ่มตัวอย่างซ้ำและสถิติเบส์เพื่อควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

Resampling and Bayesian Statistics Procedure for Controlling False Discovery Rate in Multiple Testing

นามผู้วิจัย นางสาวยุวดี สังข์สนิท

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วินัย โพธิ์สุวรรณ์, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา ....

(รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

....

(รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ .... **เดือน** .... **พ.ศ.** ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การสุ่มตัวอย่างซ้ำและสถิติเบส์
เพื่อควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

Resampling and Bayesian Statistics Procedure
for Controlling False Discovery Rate in Multiple Testing

โดย

นางสาวยุวดี สังข์สนิท

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2556

ยุวดี สังข์สนิท 2556: การสุ่มตัวอย่างซ้ำและสถิติเบส์เพื่อควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์วินัย โพธิ์สุวรรณ์, Ph.D. 94 หน้า

การวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง และเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี คือ การทดสอบพหุคูณปรับปรุงแบบขั้นบันได การทดสอบพหุคูณปรับปรุงสองชั้นแบบขั้นบันได และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ โดยพิจารณาจากอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย ในการจำลองข้อมูลกำหนดให้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 40, 80 และ 120 ตัวแปร สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2, 0.5 และ 0.8 และค่าสหสัมพันธ์ของตัวแปรเท่ากันเท่ากับ 0.3, 0.5, 0.7 และ 0.9 โดยจำลองข้อมูลตามสถานการณ์ที่กำหนดจำนวน 100 ชุด และทำซ้ำ 1000 ครั้ง จากนั้นประมวลผลด้วยโปรแกรม R

ผลการศึกษาการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง พบว่ากรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีระดับต่ำถึงระดับปานกลาง วิธีสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ซึ่งกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของ π_0 จากวิธีของ Dudoit *et al.* (2008) (RB.DGL) ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด และกรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีระดับสูง วิธีขั้นบันไดแบบประยุกต์ (ALS) ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด

ผลการศึกษาการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณพบว่าการทดสอบพหุคูณแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ในแต่ละสถานการณ์แตกต่างกัน ซึ่งสรุปได้ว่า ควรใช้วิธี RB.DGL ในกรณี ρ และ π_0 อยู่ในระดับต่ำ สำหรับกรณีอื่นควรใช้วิธี ALS นอกจากนี้สำหรับการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ เมื่อค่า ρ เพิ่มขึ้นจะพบว่าค่า FDR ของแต่ละการทดสอบจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยของแต่ละการทดสอบจะลดลงเมื่อค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนดมีค่าเพิ่มขึ้น

____________________ ____________________ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Yuwadee Sangsanit 2013: Resampling and Bayesian Statistics Procedure for Controlling False Discovery Rate in Multiple Testing. Master of Science (Statistics), Major Filed: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Assistant Professor Winai Bodhisuwan, Ph.D. 94 pages.

The purpose of this research is to study false discovery rate estimation in multiple testing, proportion of true null hypotheses estimation, and draw a comparison between three multiple testing procedures. There are adaptive linear step-up procedure, adaptive two-stage linear step-up procedure, and resampling-based empirical Bayesian procedures. Moreover, we compare the performance of three multiple testing procedures through false discovery rate control and the average power of tests. The simulation result are based on parameter sample size n = 250, number of variables m = 40, 80, 120, proportion of true null hypotheses π_0 = 0.2, 0.5, 0.8 and constant correlation coefficient of the variables ρ = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9. For each simulation scenario with specific parameter, we generate 100 data sets and 1000 replications by using R programming language.

Based on proportion of true null hypotheses estimation, the result shows that in the case low and middle level of ρ and π_0, the resampling-based empirical Bayesian which employ procedure of Dudoit *et al*. (2008) as prior probability estimator of π_0 (RB.DGL) gave the most accurate $\hat{\pi}_0$, in the case high level of ρ and π_0 the adaptive linear step-up procedure (ALS) gave the most accurate $\hat{\pi}_0$.

Regarding false discovery rate control in multiple testing, the result shows that each multiple testing have a good performance in different type of scenarios. In summary, we should use the RB.DGL procedure in the case low level of ρ and π_0, and we should use the ALS procedure in other cases. In addition, we find that ρ is increasing the FDR of each test trend to be increasing. The average power of each test is decreasing when proportion of true null hypotheses π_0 is increasing.

____________________________ ____________________________ ____ / ____ / ____

Student's signature Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วินัย โพธิ์สุวรรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ในการดำเนินชีวิตและการเรียน ให้คำปรึกษาในการวางแผนทำวิทยานิพนธ์ ตลอดจนช่วยตรวจทานวิทยานิพนธ์จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง ประธานกรรมการสอบ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสาวณิต สุขภารังษี ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและให้ความเอาใจใส่และความรู้อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการนำไปใช้ในชีวิตต่อไป

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้องและเพื่อน ที่เป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือสนับสนุนอย่างดีมาเสมอ

ยุวดี สังข์สนิท
มีนาคม 2556

สารบัญ

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

การสุ่มตัวอย่างซ้ำและสถิติเบส์
เพื่อควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

Resampling and Bayesian Statistics Procedure for Controlling False Discovery Rate in Multiple Testing

คำนำ

โดยทั่วไปงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ การแพทย์ ดาราศาสตร์ และธุรกิจ มักประกอบไปด้วยการศึกษาตัวแปรจำนวนมาก โดยการทดสอบสมมติฐานที่สอดคล้องกับตัวแปรดังกล่าว ผู้วิจัยจะนำค่าสถิติทดสอบ (test statistic) หรือค่าพี (p-value) ทั้งหมดมาพิจารณาพร้อมกัน ในการกำหนดค่าวิกฤต (cut-off) ที่เหมาะสม เพื่อจะควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) แทนด้วยค่า α ให้น้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ (significant level) ที่กำหนดแทนด้วยค่า q เนื่องจากในการทดสอบสมมติฐานจำนวนมาก การกำหนดค่าวิกฤตแยกแต่ละสมมติฐานนั้น จะทำให้ α โดยรวมเพิ่มขึ้นตามจำนวนของสมมติฐาน (Benjamini and Hochberg, 1995) ซึ่งจะมีค่ามากกว่า q ที่กำหนด

ในการทดสอบสมมติฐานจะเกิดความคลาดเคลื่อน 2 ประเภท ดังแสดงในตารางที่ 1 ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) คือ การปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง โดยที่ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 แทนด้วยค่า α และความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (type II error) คือ การยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ แทนด้วยค่า β ซึ่งผู้วิจัยไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 ประเภทพร้อมกันได้ เนื่องจากมีค่าที่แปรผกกัน

ในทางปฏิบัติจะกำหนดค่าวิกฤตซึ่งสามารถควบคุม α ที่ระดับ q และให้ค่า β น้อยที่สุด Benjamini and Hochberg (1995) เสนอการประมาณความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในการทดสอบพหุคูณ (multiple testing procedure, MTP) โดยอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (false discovery rate, FDR) ซึ่งเป็นค่าคาดหวังของอัตราส่วนระหว่างจำนวนครั้งในการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (V) และจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (R)

ตารางที่ 1 แสดงการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสมมติฐาน

การตัดสินใจ	ค่าแท้จริงของ H_0	
	H_0 เป็นจริง	H_0 เป็นเท็จ
ปฏิเสธ H_0	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1	ตัดสินใจถูกต้อง
ยอมรับ H_0	ตัดสินใจถูกต้อง	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

ในทางปฏิบัติจะกำหนดค่าวิกฤตซึ่งสามารถควบคุม α ที่ระดับ q และให้ค่า β น้อยที่สุด Benjamini and Hochberg (1995) เสนอการประมาณความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในการทดสอบพหุคูณ (multiple testing procedure, MTP) โดยอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (false discovery rate, FDR) ซึ่งเป็นค่าคาดหวังของอัตราส่วนระหว่างจำนวนครั้งในการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (V) และจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (R)

การทดสอบพหุคูณใช้สำหรับกำหนดค่าวิกฤติ ในการทดสอบสมมติฐานจำนวน m ซึ่งประกอบไปด้วยสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (true null hypothesis) จำนวน m_0 และสมมติฐานแย้งที่เป็นจริง (true alternative hypothesis) จำนวน $m_1 = m - m_0$ Benjamini and Hochberg (1995) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได (linear step-up multiple testing procedure, LSU) ซึ่งกำหนดค่าวิกฤตจากการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง (test statistic marginal null distribution) Benjamini and Hochberg (2000) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple testing procedure, ALS) และต่อมา Benjamini *et al*. (2006) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up multiple testing procedure, TSLS) ทั้ง ALS และ TSLS มีขั้นตอนการกำหนดค่าวิกฤตเช่นเดียวกับ LSU ซึ่งมีการประยุกต์ในส่วนของการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (π_0) เพื่อเพิ่มอำนาจการทดสอบ (Power of test) (Benjamini and Hochberg, 2000)

Dudoit *et al*. (2008) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (resampling-based empirical Bayes multiple testing procedure, RB) ซึ่งกำหนดค่าวิกฤตจากการแจกแจงร่วมของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง (test statistic joint null distribution, Q_0) และการแจงแจงค่าความจริงของสมมติฐานหลัก (true null hypotheses distribution, Q_0^H)

Dudoit *et al*. (2008) ประมาณ π_0 โดยใช้สถิติเบส์ จากนั้นจำลองค่าสถิติทดสอบ (test statistic, T_{0m}^{b}) จากการแจกแจง Q_0 และจำลองค่าความจริงของสมมติฐานหลัก H_{0m}^{b} จากการแจกแจง Q_0^{H} โดยการสุ่มตัวอย่างซ้ำจำนวน B ครั้ง จากนั้นเลือกค่าวิกฤตสูงสุดที่ให้ค่า FDR น้อยกว่าค่า q RB จะทำให้ได้ค่าอำนาจการทดสอบเพิ่มขึ้นและควบคุม FDR ได้กรณีที่ข้อมูลมีความสัมพันธ์กัน โดยไม่มีข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงของข้อมูล (Dudoit *et al*., 2008)

งานวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง และได้จำลองข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี ได้แก่ การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ นำเสนอโดย Benjamini and Hochberg (2000) การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ นำเสนอโดย Benjamini *et al*. (2006) และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดยวิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) และวิธีของ Dudoit *et al*. (2008) ซึ่งการวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบพหุคูณ ทั้ง 3 วิธี โดยใช้อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) และอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย ($AvrPw$) เป็นเกณฑ์

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

2. เพื่อศึกษาการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง 3 วิธี ได้แก่ วิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) โดยเขียนแทนด้วย BH วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) โดยเขียนแทนด้วย BKY และวิธีของ Dudoit *et al*. (2008) โดยเขียนแทนด้วย DGL

3. เพื่อเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี ได้แก่

3.1 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple testing procedure, ALS)

3.2 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up multiple testing procedure, TSLS)

3.3 การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (resampling-based empirical Bayes multiple testing procedure, RB) เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดย

1) วิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) โดยเขียนแทนด้วย RB.BH

2) วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) โดยเขียนแทนด้วย RB.BKY

3) วิธีของ Dudoit *et al*. (2008) โดยเขียนแทนด้วย RB.DGL

ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตการวิจัยมีดังนี้

1. การวิจัยนี้พิจารณาการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยกรณีประชากรกลุ่มเดียว ดังนี้

1.1 กำหนดสมมติฐานการทดสอบของตัวแปรที่ k เมื่อ $k = 1, 2, \ldots, m$

H_{0k} : ค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรตัวที่ k เท่ากับศูนย์
H_{1k} : ค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรตัวที่ k ไม่เท่ากับศูนย์

1.2 กำหนดระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

1.3 กำหนดให้สถิติทดสอบเป็น t-test

1.4 กำหนดให้ปฏิเสธ H_{0k} เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสถิติทดสอบมากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤติ

2. การวิจัยนี้ศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบพหุคูณภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

2.1 กำหนดให้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250

2.2 กำหนดจำนวนตัวแปรน้อยกว่าขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40, 80 และ 120 ตัวแปร

2.3 กำหนดสัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2, 0.5 และ 0.8

2.4 กำหนดให้ค่าสหสัมพันธ์ของข้อมูลเท่ากัน $\rho_{kk'} = 1$ เมื่อ $k = k'$ และ $\rho_{kk'} = \rho$ เมื่อ $k \neq k'$ โดยที่ $\rho = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ และ $k, k' = 1, 2, \ldots, m$

3. การวิจัยนี้จำลองสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) และทำการจำลองข้อมูล 100 ชุด ซ้ำ 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

4. การวิจัยนี้ประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดยวิธีประมาณค่า 3 วิธี คือ

4.1 วิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) โดยเขียนแทนด้วย BH

4.2 วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) โดยเขียนแทนด้วย BKY

4.2 วิธีของ Dudoit *et al*. (2008) โดยเขียนแทนด้วย DGL

5. การวิจัยนี้เปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี คือ

5.1 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple testing procedure, ALS)

5.2 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up multiple testing procedure, TSLS)

5.3 การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (resampling-based empirical Bayes multiple testing procedure, RB) เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดย

1) วิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) โดยเขียนแทนด้วย RB.BH

2) วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) โดยเขียนแทนด้วย RB.BKY

3) วิธีของ Dudoit *et al*. (2008) โดยเขียนแทนด้วย RB.DGL

6. การวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบพหุคูณ ทั้ง 3 วิธี โดยใช้อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) และอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย ($AvrPw$) เป็นเกณฑ์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทราบถึงการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

2. ทราบถึงการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง 3 วิธี คือวิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) (BH) วิธีของ Benjamini et al. (2006) (BKY) และวิธีของ Dudoit et al. (2008) (DGL)

3. ทราบถึงการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี ได้แก่

5.1 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (ALS)

5.2 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (TSLS)

5.3 การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (RB) เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดย

1) วิธีของ Benjamini and Hochberg (2000) โดยเขียนแทนด้วย RB.BH

2) วิธีของ Benjamini *et al*. (2006) โดยเขียนแทนด้วย RB.BKY

3) วิธีของ Dudoit *et al*. (2008) โดยเขียนแทนด้วย RB.DGL

4. เป็นแนวทางในการเลือกวิธีควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ

การตรวจเอกสาร

ในการตรวจเอกสารประกอบไปด้วยเอกสารเกี่ยวกับการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ลักษณะและคุณสมบัติของตัวแปรพหุ การจำลองข้อมูล แนวความคิดเบื้องต้นในการทดสอบสมมติฐาน องค์ประกอบของการทดสอบพหุคูณ การทดสอบพหุคูณ การสุ่มตัวอย่างซ้ำ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Multivariate normal distribution)

ถ้าเวกเตอร์ของตัวแปร $\mathbf{x}$ หรือ $\mathbf{x} = (X_1, X_2, ..., X_m)'$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ที่มีเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยเป็น $\boldsymbol{\mu}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariate matrix) คือ $\boldsymbol{\Sigma}$ เขียนแทนด้วย $\mathbf{x} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ โดยที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของเวกเตอร์ตัวแปร $\mathbf{x}$ คือ

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \left|\boldsymbol{\Sigma}\right|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right] \qquad ; \; -\infty < \mathbf{x} < \infty$$

โดยที่ m เป็นจำนวนตัวแปร (หทัยรัตน์, 2549)

คุณสมบัติของการแจกแจงปกติหลายตัวแปร มีดังนี้

1. ผลรวมเชิงเส้นของสมาชิกของ $\mathbf{X}$ มีการแจกแจงปกติ

2. ทุกเซตย่อยของสมาชิกของ $\mathbf{X}$ มีการแจกแจงปกติ

3. ถ้าสมาชิกที่ ij ของเมทริกซ์ของความแปรปรวนร่วมเป็นศูนย์ แสดงว่าสมาชิกที่ i และ j ของ $\mathbf{X}$ เป็นอิสระกัน

4. การแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของสมาชิกของ $\mathbf{X}$ มีการแจกแจงปกติ

5. ผลรวมเชิงเส้นของเวกเตอร์สุ่มมีการแจกแจงปกติ

ในการศึกษานี้ให้ $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_m)'$ และ $\boldsymbol{\mu}$ เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $(\mu_1, \mu_2, ..., \mu_m)'$ ซึ่ง $\mu_i = E(X_i)$ เมื่อ $i = 1, 2, ..., m$ และ $\boldsymbol{\Sigma}$ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ขนาด $m \times m$ และเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix)

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j) = \sigma_{ji} = Cov(X_j, X_i)$ สำหรับ $i \neq j$ และ $\sigma_{ii} = Var(X_i)$, $i = 1, 2, ..., m,\ j = 1, 2, ..., m$

เนื่องจาก $\boldsymbol{\Sigma}$ เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน จะเขียน $\boldsymbol{\Sigma}$ ได้เป็น

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{CC}'$$

โดยที่ $\mathbf{C}$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix)

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mm} \end{bmatrix}$$

และดังนั้น ถ้า $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, ..., Z_m)'$ โดยที่ $Z_1, Z_2, ..., Z_m$ เป็นอิสระกัน และต่างมีการแจกแจง $N(0,1)$ จะเขียน $\mathbf{X}$ ได้เป็น

$$\mathbf{X} = \mathbf{CZ} + \boldsymbol{\mu} \tag{1}$$

ซึ่งได้ $\mathbf{X}$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร และ

$$E(\mathbf{X}) = \boldsymbol{\mu}$$

$$Var(\mathbf{X}) = \mathbf{C}Var(\mathbf{Z})\mathbf{C}' = \mathbf{CIC}' = \mathbf{\Sigma}$$

ดังนั้น ในการจำลอง $\mathbf{X} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{\Sigma})$ จะจำลอง $\mathbf{Z}$ ด้วยวิธีแปลงผกผันจากนั้น จำลอง $\mathbf{X}$ ด้วยสมการที่ 1 และต้องทราบค่า c_{ij} ใน $\mathbf{C}$ ด้วย ซึ่งสามารถเขียน $\mathbf{C}$ ในรูปผลคูณของเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง เรียกว่า การแยกแบบโชลเลสกี้ (cholesky decomposition)

การหา $\mathbf{C}$ มีสูตรดังนี้

$$c_{ij} = \frac{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik} c_{jk}}{\left(\sigma_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{jk}^2 \right)^{1/2}}$$

เมื่อ $\sum_{k=1}^{m} c_{ik} c_{jk} = 0,\ 1 \le j \le i \le n$

นั่นคือ

$$c_{i1} = \frac{\sigma_{i1}}{\sqrt{\sigma_{11}}} \qquad , 1 \le i \le m$$

$$c_{ii} = \sqrt{\sigma_{ii} - \sum_{k-1}^{i-1} c_{ik}^2} \qquad , 1 \le i \le m$$

$$c_{ii} = \frac{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik} c_{jk}}{c_{jj}} \qquad , 1 \le j \le i \le m$$

$$c_{ij} = 0 \qquad , 1 \le j \le i \le m$$

2. ลักษณะและคุณสมบัติของตัวแปรพหุ

กำหนดให้ $\mathbf{x}$ เป็นตัวแปรสุ่ม m ตัว ซึ่งวัดจากหน่วยเดียวกัน โดยที่ N เป็นขนาดประชากรและ n เป็นขนาดตัวอย่าง ถ้าสุ่มตัวอย่าง n หน่วย จะได้เวกเตอร์ของค่าที่ได้จากตัวอย่าง $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ (กัลยา, 2552: 505-509)

เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย (Mean Vectors)

1. เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{\mathbf{x}}$

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_m \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\bar{x}_i = \dfrac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{n}$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n

กำหนดให้เมทริกซ์ $\mathbf{X}$ เป็นเมทริกซ์ของข้อมูลตัวอย่าง n ซึ่งมีตัวแปร m ตัว ในที่นี้กำหนดให้ทางด้านแถวนอน (row) แสดงตัวแปร ส่วนทางด้านแนวตั้ง (column) แสดงหน่วยตัวอย่าง

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1' \\ \mathbf{x}_2' \\ \vdots \\ \mathbf{x}_i' \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

โดยที่ $n > m$; $i = 1, ..., m$; $j = 1, ..., n$

2. เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยของประชากร $\boldsymbol{\mu}$

2.1 ค่าเฉลี่ยของ x

$$E(\mathbf{x}) = E\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_\mathrm{m} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu}$$

โดยที่ $\mathbf{x}' = (X_1, X_2, ..., X_m)$ และ μ_j คือค่าเฉลี่ยของตัวแปรที่ j

2.2 ค่าเฉลี่ยของ $\bar{x}$

$$E(\bar{\mathbf{x}}) = E\begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\bar{X}_1) \\ E(\bar{X}_2) \\ \vdots \\ E(\bar{X}_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_\mathrm{m} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu}$$

เมทริกซ์ของความแปรปรวนร่วม (Covariance Matrices)

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของประชากร Σ

$$\Sigma = Cov(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1j} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2j} & \cdots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i1} & \sigma_{i2} & \cdots & \sigma_{ij} & \cdots & \sigma_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nj} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}_{m\times m}$$

ค่าบนเส้นทแยงมุมคือ $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ เป็นค่าความแปรปรวนของตัวแปรที่ i และค่านอกเส้นทแยงมุมเป็นค่าความแปรปรวนร่วมของตัวแปรที่ i และ j เมื่อ $i \neq j$

โดยที่

$$\Sigma = E[(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})']$$

$$= E\left(\begin{bmatrix} X_1-\mu_1 \\ X_2-\mu_2 \\ \vdots \\ X_m-\mu_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1-\mu_1 & X_2-\mu_2 & \cdots & X_m-\mu_m \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1j} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2j} & \cdots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i1} & \sigma_{i2} & \cdots & \sigma_{ij} & \cdots & \sigma_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nj} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$\Sigma = E[\mathbf{x}\mathbf{x}'] - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'$$

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง คือ $\mathbf{S}$ โดยที่

$$\mathbf{S} = (\mathbf{s}_{ij}) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1j} & \cdots & s_{1m} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2j} & \cdots & s_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ s_{i1} & s_{i2} & \cdots & s_{ij} & \cdots & s_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \cdots & s_{nj} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix}_{m\times m}$$

โดยที่ $s_{ii} = s_i^2$ เป็นค่าความแปรปรวนของตัวแปรที่ i ; $i = 1,\ldots,m$

$$s_{ii} = s_i^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)^2}{n-1} = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{k=1}^{n} x_{ki}^2 - n\bar{x}_i^2\right]$$

s_{ij} เป็นค่าความแปรปรวนของตัวแปรที่ i และ j

$$s_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)(x_{kj}-\bar{x}_j)}{n-1} = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{k=1}^{n} x_{ki}x_{kj} - n\bar{x}_i\bar{x}_j\right]$$

และเมทริกซ์ $\mathbf{S}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร สามารถเขียนเมทริกซ์ $\mathbf{S}$ ในรูป

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i-\bar{\mathbf{x}})' = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i' - n\bar{\mathbf{x}}\ \bar{\mathbf{x}}'\right)$$

เมทริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation Matrices)

1. เมทริกซ์สหสัมพันธ์ของประชากร

กำหนดให้ $\boldsymbol{\rho}$ เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปร m ตัว โดยที่

$$\boldsymbol{\rho} = (\rho_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1m} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{m1} & \rho_{m2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}$$

2. เมทริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง

กำหนดให้ $\mathbf{r}$ เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปร m ตัว โดยที่

$$\mathbf{r} = (r_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

3. การจำลองข้อมูล

งานวิจัยนี้ใช้การจำลองข้อมูลพหุที่มีความสัมพันธ์กัน โดยใช้หลักการดังต่อไปนี้

วิธีแปลงผกผันสำหรับตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

เมื่อต้องการจำลองตัวแปรสุ่ม X ประเภทตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ด้วยวิธีการแปลงผกผันให้มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F จะให้ $r = F(x)$ จากสมการนี้ หาค่า x ได้ $x = F^{-1}(r)$ เพราะฉะนั้น ถ้า $R \sim U(0,1)$ ได้ว่า

$$X = F^{-1}(R)$$

เป็นตัวแบบผลิต (generator) หรือ ตัวแบบจำลอง (simulator) สำหรับผลิตหรือจำลองตัวแปรสุ่ม X ซึ่งจะได้ว่า $X_1 = F^{-1}(R_1),\ X_2 = F^{-1}(R_2),\ ...,\ X_m = F^{-1}(R_m)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ และต่างมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F และเมื่อทราบค่าของ R_i จะได้ค่าของ X_i เป็นดังนี้

$$X_i = F^{-1}(R_i)$$

จากตัวแบบจำลอง $X = F^{-1}(R)$ จะเริ่มด้วยการจำลองค่าของ R จากการแจกแจง $U(0,1)$ สมมติได้ $R = r$ จากนี้แทนค่า $R = r$ ในตัวแบบจำลองค่าของ X ได้ $X = F^{-1}(r)$ เป็นค่าที่เป็นไปได้ค่าหนึ่งของ X ที่มีฟังก์ชันการแจกแจง F เมื่อต้องการค่าของ X ค่าต่อไป

จะทำวิธีการซ้ำอย่างเดียวกัน คือ เริ่มด้วยจำลองค่าใหม่ของ R ในตัวแบบจำลอง ค่าของ X ที่ได้เหล่านี้เป็นค่าของตัวอย่างสุ่ม $X_1, X_2, ..., X_m$ จากประชากร หรือ จากการแจกแจงซึ่งมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F

การจำลองตัวแปรสุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ในกรณีมีตัวแปรหลายตัวหรือเวกเตอร์สุ่ม ตัวแปรสุ่มในกลุ่มอาจมีความสัมพันธ์กัน เช่น มีความสัมพันธ์เชิงเส้นหรือที่เรียกว่ามีสหสัมพันธ์ (correlation) ในกรณีนี้ เมื่อต้องการจำลองตัวแปรสุ่มให้มีความสัมพันธ์กัน จะจำลองตัวแปรสุ่มตามความสัมพันธ์ที่กำหนด
ตัวแปรสุ่มสองตัวมีสหสัมพันธ์กัน

ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีสหสัมพันธ์ต่อกัน โดยมีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ คือ $\rho_{X,Y}$ ต้องการจำลอง X และ Y ที่มี $\rho_{X,Y} = \theta$

ทฤษฎีบท 1 ให้ X และ W เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเดียวกัน ให้ $Y = \alpha X + (1-\alpha)W$ ซึ่ง α เป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$\rho_{X,Y} = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + (1-\alpha)^2}}$$

พิสูจน์ ตามบทนิยามของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \text{ , } \sigma_X = \sqrt{Var(X)} \text{ , } \sigma_Y = \sqrt{Var(Y)}$$

ซึ่ง $Cov(X,Y)$ คือ ความแปรปรวนร่วม (covariance) ของ X และ Y หาค่าได้ดังนี้

$$Cov(X,Y) = Cov[X, \alpha X + (1-\alpha)W]$$

$$= \alpha Cov(X,X) + (1-\alpha)Cov(X,W)$$

$$= \alpha\sigma_X^2 + 0 = \alpha\sigma_X^2 \qquad (X, W \text{ เป็นอิสระกัน})$$

และได้ว่า

$$\sigma_Y^2 = Var(Y) = Var[\alpha X + (1-\alpha)W]$$

$$= \alpha^2\sigma_X^2 + (1-\alpha)^2\sigma_X^2 \quad (\sigma_W^2 = \sigma_X^2)$$

$$= \sigma_X^2[\alpha^2 + (1-\alpha)^2]$$

เพราะฉะนั้นเมื่อแทนค่าจะได้

$$\rho_{X,Y} = \frac{\alpha\sigma_X^2}{\sigma_X\sqrt{\sigma_X^2[\alpha^2 + (1-\alpha)^2]}}$$

$$= \frac{\alpha}{\sigma_X\sqrt{\alpha^2 + (1-\alpha)^2}}$$

จากทฤษฎีบท 1 สามารถนำมาใช้ประโยชน์ในการจำลอง (X,Y) ที่มี $\rho_{X,Y} = \theta$ จะเริ่มด้วยการค่า α จากสมการ

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + (1-\alpha)^2}} = \theta$$

$$(2\theta^2 - 1)\alpha^2 + 2\theta^2\alpha + \theta^2 = 0$$

จะได้

$$\alpha = \frac{\theta^2 - \theta\sqrt{1-\theta^2}}{2\theta^2 - 1} \qquad \text{สำหรับ } -\frac{1}{\sqrt{2}} < \theta \le 1$$

$$= \frac{1}{2} \qquad \text{สำหรับ } \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ดังนั้น เมื่อกำหนดค่าของ θ จะได้หาค่าของ α ตามสูตรข้างต้นแล้ว จะเขียนขั้นตอนวิธีการจำลอง (X,Y) ที่มี $\rho_{X,Y}=\theta$ ดังนี้ สมมติว่า X และ W มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F เดียวกัน

1. จำลอง X และ W จาก F (โดยอิสระกัน)

2. ให้ $Y=\alpha X+(1-\alpha)W$

(มานพ, 2550: 103-231)

4. แนวความคิดเบื้องต้นในการทดสอบสมมติฐาน

4.1 สมมติฐาน

ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม 1 ตัว หรือมากกว่า 1 ตัว หรือเป็นข้อความที่เกี่ยวกับรูปของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น หรือเป็นข้อความที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบรูปการแจกแจง หรือเปรียบเทียบพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดหรือบางส่วนก็ได้

1) สมมติฐานหลัก (null hypothesis)

สมมติฐานที่ตั้งขึ้นเพื่อการทดสอบ และมุ่งหวังที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลักใช้สัญลักษณ์แทนด้วย H_0

2) สมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis)

สมมติฐานที่แย้งกับสมมติฐานหลัก ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย H_1

ในการทดสอบสมมติฐานนั้น จะพิจารณา H_0 และ H_1 ที่ขัดแย้งกันเสมอ ถ้า H_0 เป็นจริงแล้ว H_1 จะไม่จริง แต่ถ้า H_0 ไม่จริงแล้ว H_1 จะเป็นจริง

4.2 การทดสอบเชิงสถิติ

ให้ $X_1,...,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega$ โดยที่ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และ Ω เป็นปริภูมิพารามิเตอร์

ถ้าพิจารณาปริภูมิตัวอย่าง S ซึ่งประกอบด้วยค่าสังเกตที่เป็นไปได้ทั้งหมด ต้องการหากฎเกณฑ์ที่จะบอกให้ทราบว่าเมื่อไรจะถือว่า H_0 เป็นจริง และ H_1 ไม่เป็นจริง และเมื่อไรจะถือว่า H_0 ไม่เป็นจริง และ H_1 เป็นจริง นั่นคือต้องการแบ่ง S ออกเป็น 2 เซทย่อย คือ C และ $S-C$ ถ้าค่าสังเกตอยู่ใน C จะถือว่า H_0 ไม่เป็นจริง ซึ่งจะปฏิเสธ H_0 และถ้าค่าสังเกตอยู่ใน $S-C$ จะถือว่า H_0 เป็นจริง ซึ่งจะยอมรับ H_0

1) สถิติทดสอบ

สถิติเพื่อการทดสอบ คือ สถิติ T ที่คำนวณจากตัวอย่าง เป็นกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 ซึ่งแบ่งปริภูมิตัวอย่าง S ออกเป็น 2 เซทย่อยคือ C และ $S-C$ ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ถ้าสถิติที่คำนวณมาจากตัวอย่างที่มีค่าเป็น T_1 ตกอยู่ใน C แล้วจะปฏิเสธ H_0 แต่ถ้าสถิติที่คำนวณมาจากตัวอย่างมีค่าเป็น T_2 ตกอยู่ใน $S-C$ แล้วจะยอมรับ H_0

2) อาณาเขตวิกฤตและอาณาเขตยอมรับ

ในการทดสอบหนึ่งที่แบ่งปริภูมิตัวอย่าง S ออกเป็น 2 เซทย่อย คือ C และ $S-C$ ถ้าค่าสถิติ T ตกอยู่ใน C จะปฏิเสธ H_0 แต่ถ้าค่าสถิติ T ตกอยู่ใน $S-C$ จะยอมรับ H_0 เรียกเซท C ว่าอาณาเขตวิกฤต และเรียกเซท $S-C$ ว่าอาณาเขตยอมรับ

4.3 ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ

1) ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) คือ ความคลาดเคลื่อนในการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง โดยความน่าจะเป็นในการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เขียนแทนด้วย α แสดงได้ดังนี้

$$\alpha = \Pr[(X_1,\ldots,X_n) \in C \mid H_0 \text{ เป็นจริง}]$$

2) ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (type II error) คือ ความคลาดเคลื่อนในการตัดสินใจยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ โดยความน่าจะเป็นในการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 เขียนแทนด้วย β แสดงได้ดังนี้

$$\beta = \Pr[(X_1,\ldots,X_n) \notin C \mid H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}]$$

ความสัมพันธ์ระหว่างการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 หรือยอมรับ H_0 กับค่าแท้จริงของ H_0 แสดงดังตารางที่ 1

4.4 อำนาจการทดสอบ

คือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ แสดงได้ดังนี้

$$1-\beta = \Pr[(X_1,\ldots,X_n) \in C \mid H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}]$$

(สายชล, 2549: 1-12)

5. องค์ประกอบของการทดสอบพหุคูณ

การทดสอบสมมติฐาน (hypothesis testing) คือ การใช้ข้อมูลจากตัวอย่างมาทดสอบเกี่ยวกับลักษณะที่สนใจของประชากร โดยการทดสอบพหุคูณใช้ในกรณีผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมติฐานหลักจำนวนหลายสมมติฐานพร้อมกัน เพื่อควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนให้น้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด

5.1 ลักษณะของข้อมูล

ในการทดสอบพหุคูณ มีการเก็บรวบรวมข้อมูลหลาย ๆ ลักษณะหรือหลาย ๆ ตัวแปร จากแต่ละหน่วยตัวอย่าง ในที่นี้จะกำหนดให้มีตัวแปร m ตัว คือ $X_1, X_2, ..., X_m$ โดยที่ $m > 1$

กำหนดให้

X_{ij} แทน ตัวแปรตัวที่ i ของหน่วยตัวอย่างที่ j $\quad i = 1, 2, \ldots, m$

$j = 1, 2, \ldots, n$

ตารางที่ 2 แสดงลักษณะของข้อมูล n หน่วย m ตัวแปร

ตัวแปรที่	หน่วยที่			
	1	2	…	n
1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1n}
2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
m	X_{m1}	X_{m2}	…	X_{mn}

จากตารางที่ 2 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ ได้ดังนี้

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{11} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix}$$

กรณีเก็บข้อมูลตัวอย่าง n หน่วย โดยแต่ละหน่วยมี m ลักษณะ หรือ m ตัวแปร จะได้ เมทริกซ์ $\mathbf{X}$ เป็นเมทริกซ์ของข้อมูล ดังนี้

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

ให้ $\mathbf{x}$ เป็นเวกเตอร์ตัวแปร m ตัว โดยที่

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix}$$

5.2 สมมติฐานการทดสอบ

งานวิจัยนี้พิจารณาการทดสอบค่าเฉลี่ยสำหรับข้อมูล m ตัวแปร กรณีประชากรกลุ่มเดียว ซึ่งแสดงสมมติฐานการทดสอบได้ดังนี้

สมมติฐานหลัก (H_{0i}) คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตัวที่ i ไม่แตกต่างจากศูนย์

สมมติฐานแย้ง (H_{1i}) คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตัวที่ i แตกต่างจากศูนย์

5.3 สถิติทดสอบ

การทดสอบค่าเฉลี่ยสำหรับข้อมูล m ตัวแปร กรณีประชากรกลุ่มเดียวได้เวกเตอร์ของสถิติทดสอบ คือ $\mathbf{T}_m = (T_1, \ldots, T_m)'$ เมื่อ

$$T_i = \sqrt{\mathrm{n}}\,\frac{\mu_i - \mu_{0i}}{\sigma_i} \qquad ; i = 1, 2, \ldots, m$$

โดยที่

μ_i คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตัวที่ i

μ_{0i} คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตัวที่ i เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง

σ_i คือ ความแปรปรวนของตัวแปรตัวที่ i

5.4 ค่าพีที่ปรับแก้

สำหรับสมมติฐานหลัก $H_{01}, H_{02}, ..., H_{0m}$ ซึ่งมีค่าสถิติทดสอบ เป็น $T_1, T_2, ..., T_m$ และค่าพีเป็น $P_1, P_2, ..., P_m$ กำหนดให้ค่าพีที่ปรับแก้ $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, ..., \tilde{P}_m$ คือ ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) ที่น้อยที่สุด เมื่อปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ i โดยที่ i =1, 2,…, m ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\tilde{P}_{0i} = \inf\left\{FDR \in [0,1]: \ T_i \in C_i\right\}$$

โดยที่

T_i คือ ค่าสถิติทดสอบของสมมติฐานที่ i

C_i คือ ค่าวิกฤตของสมมติฐานที่ i

การตัดสินใจปฏิเสธหรือยอมรับ $H_{01}, H_{02}, ..., H_{0m}$ โดยพิจารณาจากค่าพี $P_1, P_2, ..., P_m$ หรือค่าพีที่ปรับแก้ $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, ..., \tilde{P}_m$ มีหลักเกณฑ์ในลักษณะเดียวกัน กล่าวคือ เมื่อค่าพี P_i หรือค่าพีที่ปรับแก้ $\tilde{P}_i$ น้อยลงแนวโน้มที่จะปฏิเสธ H_{0i} จะเพิ่มขึ้น

5.5 อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน

ในการทดสอบสมมติฐานจำนวน m ให้จำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงคือ m_0 และจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นเท็จคือ $m-m_0$ โดยจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เขียนแทนด้วย R และจำนวนครั้งในการยอมรับสมมติฐานหลัก เขียนแทนด้วย W ซึ่งผลการทดสอบสมมติฐานจำแนกตามค่าความจริงของสมมติฐานหลัก แสดงในตารางที่ 3 ดังนี้

ตารางที่ 3 แสดงผลการทดสอบตัวแปรพหุจำแนกตามค่าความจริงของสมมติฐานหลัก

ค่าความจริงของ	ผลการทดสอบ		รวม
สมมติฐานหลัก	ยอมรับ H_0	ปฏิเสธ H_0	
H_0 เป็นจริง	U	V	m_0
H_0 เป็นเท็จ	T	S	$m-m_0$
รวม	W	R	m

จากตารางที่ 3 ตัวแปรที่ผู้วิจัยสามารถทราบค่าได้จากการทดสอบคือ R และ W ส่วนตัวแปร U, V, T และ S นั้นเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า

ในการทดสอบสมมติฐานแต่ละครั้งหากกำหนดระดับนัยสำคัญเท่ากับ α/m จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มากกว่า 1 ครั้ง (family-wise error rate, $FWER$) ให้ไม่เกินค่า α แสดงได้ดังนี้

$$\Pr(v \geq 1) \leq \alpha$$

Benjamini and Hochberg (1995) เสนอให้ ขนาดของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 คือ ขนาดของอัตราส่วนระหว่างจำนวนการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และจำนวนการปฏิเสธสมมติฐานหลัก แสดงได้ดังนี้

$$Q = \frac{V}{V+S}$$

โดยที่ $Q=0$ เมื่อ $V+S=0$

และกำหนดให้อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (false discovery rate, FDR) คือ ค่าคาดหวังของตัวแปร Q แสดงได้ดังนี้

$$FDR = E(Q) = E(V/R)$$

โดย $R = V + S$

คุณสมบัติของอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน

1) เมื่อการทดสอบสมมติฐานพหุคูณประกอบไปด้วยสมมติฐานหลักที่เป็นจริงทั้งหมด $m_0 = m$ ซึ่งหมายถึง $s = 0$ และ $v = r$ สามารถแบ่งค่าของ Q ได้เป็น 2 กรณี คือ กรณี $v = 0$ จะได้ $Q = 0$ และกรณี $v \geq 0$ จะได้ $Q = 1$ จะได้สมการระหว่าง FDR และ $FWER$ เป็น

$$\Pr(V \geq 1) = E(Q)$$

ดังนั้น เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงทั้งหมด แล้ว FDR มีค่าเท่ากับ $FWER$ ด้วยเหตุนี้ วิธีการที่สามารถใช้ควบคุม FDR ถือเป็นวิธีการที่สามารถใช้ควบคุม $FWER$ ได้แบบหยาบ

2) เมื่อการทดสอบสมมติฐานพหุคูณ ประกอบไปด้วยสมมติฐานหลักที่เป็นจริงและสมมติฐานหลักที่เป็นเท็จ $m_0 < m$ จะได้สมการระหว่าง FDR และ $FWER$ เป็น

$$\Pr(V \geq 1) \geq E(Q)$$

ดังนั้น เมื่อการทดสอบสมมติฐานพหุคูณ ประกอบไปด้วยสมมติฐานหลักที่เป็นจริงและสมมติฐานหลักที่เป็นเท็จ วิธีการที่สามารถใช้ควบคุม $FWER$ จึงเป็นวิธีการที่สามารถใช้ควบคุม FDR ได้ สำหรับการทดสอบพหุคูณซึ่งควบคุมได้เฉพาะ FDR ถือว่าเป็นวิธีควบคุมที่ไม่เข้มงวด สำหรับงานวิจัยเมื่อจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นเท็จมากขึ้น ขนาดของตัวแปร S รวมถึงความแตกต่างระหว่าง FDR และ $FWER$ ควรจะเพิ่มขึ้น ดังนั้นควรให้ความสำคัญในการเพิ่มอำนาจของการทดสอบ (Benjamini and Hochberg, 1995)

6. การทดสอบพหุคูณ

การทดสอบพหุคูณนำค่าสถิติทดสอบ $T_1, T_2, ..., T_m$ และค่าพี $P_1, P_2, ..., P_m$ มากำหนด ค่าวิกฤตที่เหมาะสม ซึ่งสามารถควบคุมค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) ให้น้อยกว่าค่าระดับนัยสำคัญ q การทดสอบพหุคูณที่ใช้ในงานวิจัยมีดังนี้

6.1 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได (linear step-up multiple testing procedure, LSU)

Benjamin and Hochberg (1995) นำเสนอวิธีควบคุม FDR ไว้ดังนี้

กำหนดให้ P_m คือ ค่าพี

$O_n(m)$ คือ ลำดับของ P_m ซึ่งเป็นการเรียงจากค่าน้อยไปหาค่ามาก

กำหนดให้สมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธ คือ

$$R_n(q) = \left\{ O_n(m) : P_{(O_n(h))} \leq \frac{h}{m} q \right\}$$

ค่าพีที่ปรับปรุงแล้ว คือ

$$\tilde{P}_{(O_n(m))} = \min_{h=m,...,M} \left\{ \min \left\{ \frac{m}{h} P_{(O_n(h))}, 1 \right\} \right\} \qquad ; h = 1, 2, \ldots, m$$

6.2 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple testing procedure, ALS)

Benjamini and Hochberg (2000) ปรับปรุง LSU โดยเพิ่มขั้นตอนการประมาณค่าจำนวนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง h_0 แสดงได้ดังนี้

$$h_0^{ABH} = \left\lceil \min \{ h_0(m_n), m \} \right\rceil$$

เมื่อ

$$h_0(\mathrm{i}) \;=\; \frac{m+1-n}{1-P_{(O_n(i))}}$$

$$m_n \;=\; \min\{i=2,\ldots,m \;:\; h_0(i) \;>\; h_0(i-1)\}$$

กำหนดให้สมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธ คือ

$$R_n(q) \;=\; \left\{\; O_n(m) \;:\; P_{(O_n(h))} \;\leq\; \frac{h_0^{ABH}}{m} q \;\right\}$$

ค่าพีที่ปรับปรุงแล้ว คือ

$$\tilde{P}_{(O_n(m))} \;=\; \min_{h=m,\ldots,M} \left\{ \min\left\{ \frac{m}{h_0^{ABH}} P_{(O_n(h))}, 1 \right\} \right\} \qquad ;\; h = 1, 2, \ldots, \mathrm{m}$$

6.3 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up procedure, TSLS)

Benjamin *et al.* (2006) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ โดยขั้นแรกเป็นการประมาณค่าจำนวนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง h_0 จากจำนวนของสมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธจากการทดสอบ LSU ที่ระดับนัยสำคัญ $q' = q/(1+q)$

ขั้นที่ 1 ทดสอบ LSU ที่ระดับนัยสำคัญ $q' = q/(1+q)$

ดังนั้นเซตของสมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธ คือ

$$R(q') \;=\; \left\{\; O_n(m) \;:\; P_{(O_n(h))} \;\leq\; \frac{h}{m} q' \;\right\}$$

ให้ $R_1^{TSLS}(q')$ คือ จำนวนสมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธในขั้นที่ 1 ของ TSLS

ขั้นที่ 2

ประมาณจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

$$h_0^{TSLS} = \left(M - R_1^{TSLS}(q')\right)$$

กำหนดให้สมมติฐานหลักที่ถูกปฏิเสธ คือ

$$R_n(q) = \left\{ O_n(m) : P_{(O_n(h))} \le \frac{h_0^{TSLS}}{m} q \right\}$$

ค่าพีที่ปรับปรุงแล้ว คือ

$$\tilde{P}_{(O_n(m))} = \min_{h=m,\ldots,M} \left\{ \min\left\{ \frac{m}{h_0^{TSLS}} P_{(O_n(h))}, 1 \right\} \right\} \; ; \; h = 1, 2, \ldots, \mathrm{m}$$

6.4 การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (resampling-based empirical Bayes multiple testing procedure, RB)

Dudoit *et al*. (2008) นำเสนอการทดสอบพหุคูณที่กำหนดค่าวิกฤตจากการแจกแจงร่วมของสถิติทดสอบ ซึ่งทำให้มีกำลังการทดสอบสูงขึ้น

กำหนดให้

$\mathbf{Z}_0 = (Z_{01}, Z_{02}, \ldots, Z_{0m})'$ คือ เวกเตอร์ของสถิติทดสอบกรณีสมมติฐานหลักเป็นจริง

$\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \ldots, Z_m)'$ คือ เวกเตอร์ของสถิติทดสอบกรณีสมมติฐานหลักเป็นเท็จ

$H \subseteq \{1, \ldots, m\}$ คือ เซตของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

$\mathbf{c} = (c_1, c_2, \ldots, c_m)'$ คือ เวกเตอร์ของค่าวิกฤติ

ดังนั้นจำนวนความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 คือ

$$V(\mathbf{c};H,\mathbf{Z}_0) \equiv \sum_{i\in H} I(Z_{0i} > c_i)$$

จำนวนการปฏิเสธสมมติฐานหลักที่เป็นเท็จ คือ

$$S(\mathbf{c};H,\mathbf{Z}) \equiv \sum_{i\notin H} I(Z_i > c_i)$$

จำนวนการปฏิเสธสมมติฐานหลัก คือ

$$R(\mathbf{c};H,\mathbf{Z}_0,\mathbf{Z}) = V(\mathbf{c};H,\mathbf{Z}_0) + S(\mathbf{c};H,\mathbf{Z})$$

1) การประมาณจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงโดยทฤษฎีของเบส์

องค์ประกอบของการประมาณจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงโดยทฤษฎีของเบส์ มีดังนี้

1.1) ความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (prior probability function)

$$\pi_0 = \Pr(H_{0i} = 1)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{m} I(H_{0i} = 1)}{m} = \frac{h_0}{m}$$

โดยที่

H_{0i} คือ ค่าความจริงของสมมติฐานหลักมีค่าเป็น 1 เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง มีค่าเป็น 0 เมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ

h_0 คือ จำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

π_0 คือ ความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

1.2) การแจกแจงขอบของสถิติทดสอบ (test statistics marginal distribution)

ให้สถิติทดสอบ $T_i = t$ มีการแจกแจงขอบผสมแบบนอนพาราเมทริกส์ (marginal non-parametric mixture distribution) แสดงได้ดังนี้

$$f_n(i) \;=\; \frac{h_0}{m}\, f_0(t \mid \mu_{0i}, \sigma_{0i}^2) \;+\; (1-\frac{h_0}{m})\, f_1(t \mid \mu_{1i}, \sigma_{1i}^2)$$

$$= \pi_0 f_0 \;+\; (1-\pi_0) f_1 \quad ; i \;=\; 1,\ldots,m$$

โดยที่

μ_{0i} คือ ค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบค่าที่ i ภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง

μ_{1i} คือ ค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบค่าที่ i ภายใต้สมมติฐานแย้งที่เป็นจริง

σ_{0i}^2 คือ ความแปรปรวนจากการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบค่าที่ i ภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง

σ_{1i}^2 คือ ความแปรปรวนจากการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบค่าที่ i ภายใต้สมมติฐานแย้งที่เป็นจริง

f_0 คือ ความหนาแน่นขอบของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง (test statistics marginal null density)

f_1 คือ ความหนาแน่นขอบของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานแย้งที่เป็นจริง (test statistics marginal alternative density)

f_n คือ ความหนาแน่นขอบของสถิติทดสอบ (test statistics marginal density)

1.3) ความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (posterior probability function)

$$q_0(T_i) = \Pr\left(H_{0i} = 1 \middle| T_i = t\right)$$

$$= \frac{\frac{h_0}{m} f_0(t \mid \mu_{0i}, \sigma_{0i}^2)}{\frac{h_0}{m} f_0(t \mid \mu_{0i}, \sigma_{0i}^2) + (1 - \frac{h_0}{m}) f_1(t \mid \mu_{1i}, \sigma_{1i}^2)}$$

$$= \frac{\pi_0 f_0(t)}{f_n(t))} \qquad ; i = 1,\ldots,m$$

เมื่อ $q_0(T_i)$ คือ ความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อกำหนด $T_i = t$

2) ขั้นตอนการประมาณจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงโดยทฤษฎีของเบส์

2.1) ประมาณความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง คือ $\hat{\pi}_0$ คำนวณจากอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงและจำนวนสมมติฐานหลักทั้งหมด ซึ่งจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงกำหนดโดยหลักการ 3 หลักการ ดังนี้

1) สมมติฐานหลักทั้งหมดเป็นจริง กำหนดให้เป็น h_0^C

2) จำนวนของการยอมรับสมมติฐานหลัก การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple procedures, ALS) เสนอโดย Benjamin and Hochberg (2000) กำหนดให้เป็น h_0^{BH}

3) จำนวนของการยอมรับสมมติฐานหลัก จากการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up procedure, TSLS) เสนอโดย Benjamin and Hochberg (2000) กำหนดให้เป็น h_0^{BKY}

2.2) ประมาณการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบ

ให้การแจกแจงโดยประมาณของ f_n คือ $\hat{f}_n$ คำนวณโดยวิธีการประมาณความหนาแน่นแบบเคอร์เนล (kernel density estimation) ในแต่ละแถวของเมทริกซ์ $\mathbf{T}_m^B$ ซึ่งสร้างจากการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยคือ เวกเตอร์ของสถิติทดสอบ และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม คือ เมทริกซ์ค่าสหสัมพันธ์ของข้อมูล (Dudoit *et al.*, 2008)

2.3) ประมาณการแจกแจงขอบของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง

ให้การแจกแจงโดยประมาณของ f_0 คือ $\hat{f}_0$ ซึ่งเป็นการแจกแจงปกติมาตรฐานตัวแปรเดียว

2.4) ประมาณความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

นำค่า $\hat{\pi}_0$ จากข้อ 2.1) $\hat{f}_n$ จากข้อ 2.2) และ $\hat{f}_0$ จากข้อ 2.3) มาคำนวณความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงสำหรับค่าสถิติทดสอบแต่ละค่า เมื่อกำหนด $T_i = t$

$$q_0(T_i) = \frac{\hat{\pi}_0 \hat{f}_0(T_i = t)}{\hat{f}_n(T_i = t)} \qquad ; i = 1,\ldots,m$$

ได้เวกเตอร์ของ $q_0(t)$ ขนาด m

2.5) ประมาณจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

ให้ค่าประมาณของจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง h_0 คือ $\hat{h}_0$ คำนวณจากผลรวมของความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง แสดงได้ดังนี้

$$\hat{h}_0 = \sum_{i=1}^{m} q_0(T_i) \qquad ; \; i = 1,\dots,m$$

3) การสร้างเซตที่เป็นไปได้ของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (guessed set of true null hypothesis)

ให้ค่าความจริงของสมมติฐานหลักมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี่ (Bernoulli distribution) ซึ่งมีพารามิเตอร์เป็น $q_0(t)$ แสดงได้เป็น

$$H_{0i} \sim Bernoulli(q_0(t))$$

สร้างเซตที่เป็นไปได้ของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงโดย แทนค่า เวกเตอร์ของ $q_0(t)$ ในการแจกแจงเบอร์นูลลี่ ได้ เวกเตอร์ H_{0i} ขนาด m โดย $H_{0i} = 1$ เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง และ $H_{0i} = 0$ เมื่อสมมติฐานแย้งเป็นจริง

4) การเลือกกำหนดค่าวิกฤต

เลือกค่าวิกฤตที่สอดคล้องกับ

$$c_n = \inf\left\{ c_n \in \mathrm{R}: \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} \frac{V(\mathbf{c};\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b)}{\max\{V(\mathbf{c};\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b) + S(\mathbf{c};\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b),1\}} \le \alpha \right\}$$

โดยที่

$\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_m)'$ คือ เวกเตอร์ของค่าวิกฤติในงานวิจัยนี้กำหนดให้เป็น $(0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.45)'$

7. การสุ่มตัวอย่างซ้ำ

ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติโดยใช้ สถิติเชิงพารามิเตอร์ (parametric statistics) แบบดั้งเดิมนั้น จะเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้ จากการสังเกตกับทฤษฎีการแจกแจงของตัวสถิติ การสุ่มตัวอย่างซ้ำเป็นการปฏิวัติวิธีการทางสถิติใหม่โดยที่การสุ่มตัวอย่างซ้ำ เป็น วิธีการที่ปราศจากทฤษฎีการแจกแจงของตัวสถิติ การอนุมานค่าสถิติของการสุ่มตัวอย่างซ้ำ อาศัยการสุ่มตัวอย่างซ้ำจากตัวอย่างที่เราสังเกตได้ หรือ สร้างข้อมูลที่มี ลักษณะที่เราสนใจ แล้วสุ่มข้อมูลจากข้อมูล ที่สร้างขึ้นคล้ายวิธี Monte Carlo Simulation ที่สร้างข้อมูล และ สรุปผลจาก รูปแบบของข้อมูลที่เกิดได้หลายๆลักษณะ แต่ในการสุ่มตัวอย่างซ้ำ จะสร้างรูปแบบ ของข้อมูลที่หลากหลายจากข้อมูลเพียงชุด เดียว

การสุ่มตัวอย่างซ้ำเป็นกระบวนทางกายภาพ ในการจำลองตัวแบบ (model) ของสถิติ อีกทั้งทำการจำลองตัวแบบด้วยวิธีที่ง่ายต่อการจัดการ โดยใช้ข้อมูลที่สังเกตได้ (ในกรณีของสถิติอนุมาน) และใช้ข้อมูลจากการสร้างขึ้นเอง (กรณีของความน่าจะเป็น) ซึ่งงานวิจัยครั้งนี้ใช้การสุ่มตัวอย่างซ้ำแบบบูทสแตร็ป

วิธีบูทสแตรปจะนำข้อมูลที่ สังเกตได้นำมาสุ่มใหม่โดยที่จะสุ่มข้อมูล แบบสุ่มแล้วใส่คืนตามจำนวนชุดที่ ต้องการ แล้วนำข้อมูลที่ได้แต่ละชุดมา หาค่าความน่าจะเป็น หรือ ค่าสถิติที่ต้องการ แล้วนำค่าความน่าจะเป็นหรือ ค่าสถิติ ที่ได้ทั้งหมด มาหาค่าความน่าจะเป็นหรือค่าสถิติอีกครั้ง

การนำบูทสแตรปใช้ในการเลือกค่าวิกฤตที่เหมาะสม Dudoit *et al*. (2008) มีขั้นตอนดังนี้

1) สร้างเมทริกซ์ของสถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริง

กำหนดให้สถิติทดสอบภายใต้สมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร $N_m(0,\sigma^*)$ เมื่อ σ^* คือเมทริกซ์ค่าสหสัมพันธ์ของข้อมูล สุ่มตัวอย่างแบบคืนที่จาก $N_m(0,\sigma^*)$ ขนาด m จำนวน B ครั้ง ได้เมทริกซ์ $\mathbf{T}_m^B$ ขนาด $m \times B$ แสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{T}_m^B = \begin{bmatrix} T_1^1 & T_1^2 & T_1^3 & \cdots & T_1^B \\ T_2^1 & T_2^2 & T_2^3 & \cdots & T_2^B \\ T_3^1 & T_3^2 & T_3^3 & \cdots & T_3^B \\ T_4^1 & T_4^2 & T_4^3 & \cdots & T_4^B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_m^1 & T_m^2 & T_m^3 & \cdots & T_m^B \end{bmatrix}$$

2) สร้างเมทริกซ์ค่าความจริงของสมมติฐานหลัก

กำหนดให้ค่าความจริงของสมมติฐานหลักมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี่ ซึ่งมีพารามิเตอร์เป็น $q_0(t)$ เมื่อ $q_0(t)$ คือความน่าจะเป็นหลังของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง สุ่มตัวอย่างแบบคืนที่จาก $Bernoulli(q_0(t))$ ขนาด m จำนวน B ครั้ง ได้เมทริกซ์ $\mathbf{H}_{0m}^B$ ขนาด $m \times B$ แสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{H}_{0m}^B = \begin{bmatrix} H_{01}^1 & H_{01}^2 & H_{01}^3 & \cdots & H_{01}^B \\ H_{02}^1 & H_{02}^2 & H_{02}^3 & \cdots & H_{02}^B \\ H_{03}^1 & H_{03}^2 & H_{03}^3 & \cdots & H_{03}^B \\ H_{04}^1 & H_{04}^2 & H_{04}^3 & \cdots & H_{04}^B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{0m}^1 & H_{0m}^2 & H_{0m}^3 & \cdots & H_{0m}^B \end{bmatrix}$$

โดยที่ $H_{0i} = 1$ เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง และ $H_{0i} = 0$ เมื่อสมมติฐานแย้งเป็นจริง

3) คำนวณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนจากค่าวิกฤติที่กำหนด

งานวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้ เวกเตอร์ค่าวิกฤติ คือ $\mathbf{c} \;=\; (0.05, 0.10, 0.15, \ldots, 0.45)'$

อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนจากค่าวิกฤติที่ k เมื่อ $k = 1,\ldots,9$ คำนวณได้ ดังนี้

$$fdr_k^b \;=\; \frac{V(c_k; \mathbf{H}_0^b, \mathbf{T}^b)}{\max\{V(c_k; \mathbf{H}_0^b, \mathbf{T}^b) + S(c_k; \mathbf{H}_0^b, \mathbf{T}^b), 1\}}$$

โดยที่

$V(c_k;\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b)$ คือ จำนวนการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ในกลุ่มที่ b เมื่อ $b=1,...,B$ แสดงได้ดังนี้

$$V(c_k;\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b) = \sum_{i=1}^{m} I(T_i^b > c_k \mid H_{0i}^b = 1)$$

$S(c_k;\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b)$ คือ จำนวนการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ ในกลุ่มที่ b เมื่อ $b=1,...,B$ แสดงได้ดังนี้

$$S(c_k;\mathbf{H}_0^b,\mathbf{T}^b) = \sum_{i=1}^{m} I(T_i^b > c_k \mid H_{0i}^b = 0)$$

จะได้ เมทริกซ์ของอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนขนาด $9\times B$

$$\mathbf{FDR} = \begin{bmatrix} FDR_1^1 & FDR_1^2 & \cdots & FDR_1^B \\ FDR_2^1 & FDR_2^2 & \cdots & FDR_2^B \\ FDR_3^1 & FDR_3^2 & \cdots & FDR_3^B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ FDR_9^1 & FDR_9^2 & \cdots & FDR_9^B \end{bmatrix}$$

จากนั้นหาค่าเฉลี่ยของ FDR สำหรับค่าวิกฤตแต่ละค่า

$$\overline{\mathrm{FDR}} = \begin{bmatrix} \overline{FDR_1} \\ \overline{FDR_2} \\ \overline{FDR_3} \\ \vdots \\ \overline{FDR_9} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\overline{FDR_i}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ FDR สำหรับค่าวิกฤตที่ i เมื่อ $i=1,...,9$

4) เลือกค่าวิกฤตที่เหมาะสม

เลือกค่าวิกฤต c_n จาก เวกเตอร์ $\mathbf{c}$ โดยที่

$$c_n = \inf\left\{c_n \in \mathrm{R}: \overline{FDR_i} \le \alpha\right\}$$

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หทัยรัตน์ (2549) ได้ศึกษาการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนของวิธีการทดสอบตัวแปรพหุคูณแบบปิดโดยใช้วิธีขั้นบันได ซึ่งใช้สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรสองกลุ่มจำนวน 5 วิธี คือ วิธีโฮเทลลิงทีสแควร์ วิธีบอนเฟอร์โรนี-โฮล์ม วิธีของโฮมเมลที่ใช้การทดสอบซิมส์เป็นหลัก วิธีฟอล-ยัง บูทสแตรป และวิธีการเรียงสับเปลี่ยนที่แท้จริง โดยพิจารณาจากความสามารถในควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน และอำนาจการทดสอบเมื่อประชากรทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ผลการวิจับพบว่า วิธีโฮเทลลิงทีสแควร์มีอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ของการทดลองน้อยกว่าขอบล่างของเกณฑ์ที่กำหนด ส่วนวิธีอื่น ๆ มีอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ของการทดลองอยู่ในช่วงของการทดสอบความสามารถในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ขนาดตัวอย่างและโครงสร้างของเมทริกซ์สหสัมพันธ์ไม่มีผลต่อการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน แต่ตัวแปรตามมีผล

Benjamini and Hochberg (2000) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์ (adaptive linear step-up multiple testing procedure) ซึ่งเพิ่มการประมาณค่าจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (h_0) และนำประมาณดังกล่าวใช้กำหนดค่าวิกฤติในการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได (linear step-up multiple testing procedure) Benjamini and Hochberg (2000) ทำการศึกษากรณีสถิติทดสอบเป็นอิสระต่อกัน พบว่า การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์สามารถควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) และให้กำลังการทดสอบสูงกว่าการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดซึ่งกำหนดให้จำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (m_0) เท่ากับจำนวนสมมติฐานหลักทั้งหมด (m) อีกทั้งการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดประยุกต์จะให้กำลังการทดสอบมากกว่าการทดสอบพหุคูณที่ควบคุมความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ($FWER$)

Benjamini *et al.* (2006) เสนอการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ (adaptive two-stage linear step-up multiple testing procedure) ซึ่งขั้นที่หนึ่งเป็นการประมาณค่าจำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (h_0) จากการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดโดยกำหนดค่าวิกฤตเป็น $\alpha/(1+\alpha)$ เมื่อ α คือ ระดับนัยสำคัญ จากนั้นขั้นที่สองเป็นการทดสอบพหุคูณ Benjamini *et al.* (2006) ทำการศึกษาทั้งกรณีสถิติทดสอบเป็นอิสระต่อกัน และสถิติทดสอบมีความสัมพันธ์กัน พบว่า การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดสองชั้นประยุกต์ สามารถควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน (FDR) และให้กำลังการทดสอบสูงกว่าการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันไดซึ่งกำหนดให้จำนวนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง (m_0) เท่ากับจำนวนสมมติฐานหลักทั้งหมด (m)

Dudoit *et al.* (2008) นำเสนอการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ (resampling-based empirical Bayes multiple testing procedure) เพื่อใช้ควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ในการทดสอบพหุคูณ โดยกำหนดให้อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน คือ $gTP(q,g)=\Pr(g(V_n,S_n)>q)$ และค่าคาดหวังของอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน คือ $gEV(q,g)=E(g(V_n,S_n))$ ซึ่ง $g(V_n,S_n)$ คือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 V_n และจำนวนการปฏิเสธสมมติฐานว่างทั้งหมด V_n+S_n และจากการจำลองข้อมูลพบว่าการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ สามารถควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน ได้ทั้งในกรณีที่ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันและกรณีที่ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน และทำให้ได้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องคอมพิวเตอร์ PC Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU E7500 Microsoft Window XP

2. โปรแกรม R รุ่น 2.15.2

วิธีการ

การวิจัยครั้งนี้ศึกษาการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง 3 วิธี คือ วิธี BH วิธี BKY และวิธี DGL อีกทั้งศึกษาเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี คือ ALS TSLS และ RB เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดยวิธี BH BKY และ DGL ซึ่งเกณฑ์การเปรียบเทียบจะพิจารณาจากอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน และอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1) จำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดจำนวน 100 ชุดโดยทำซ้ำ 1000 ครั้ง

2) คำนวณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงจากวิธี ALS วิธี TSLS และวิธี DGL

3) เลือกค่าวิกฤตที่เหมาะสมจากการทดสอบพหุคูณวิธี ALS วิธี TSLS วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL

4) คำนวณอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย ในแต่ละการทดสอบพหุคูณ

ผลและวิจารณ์

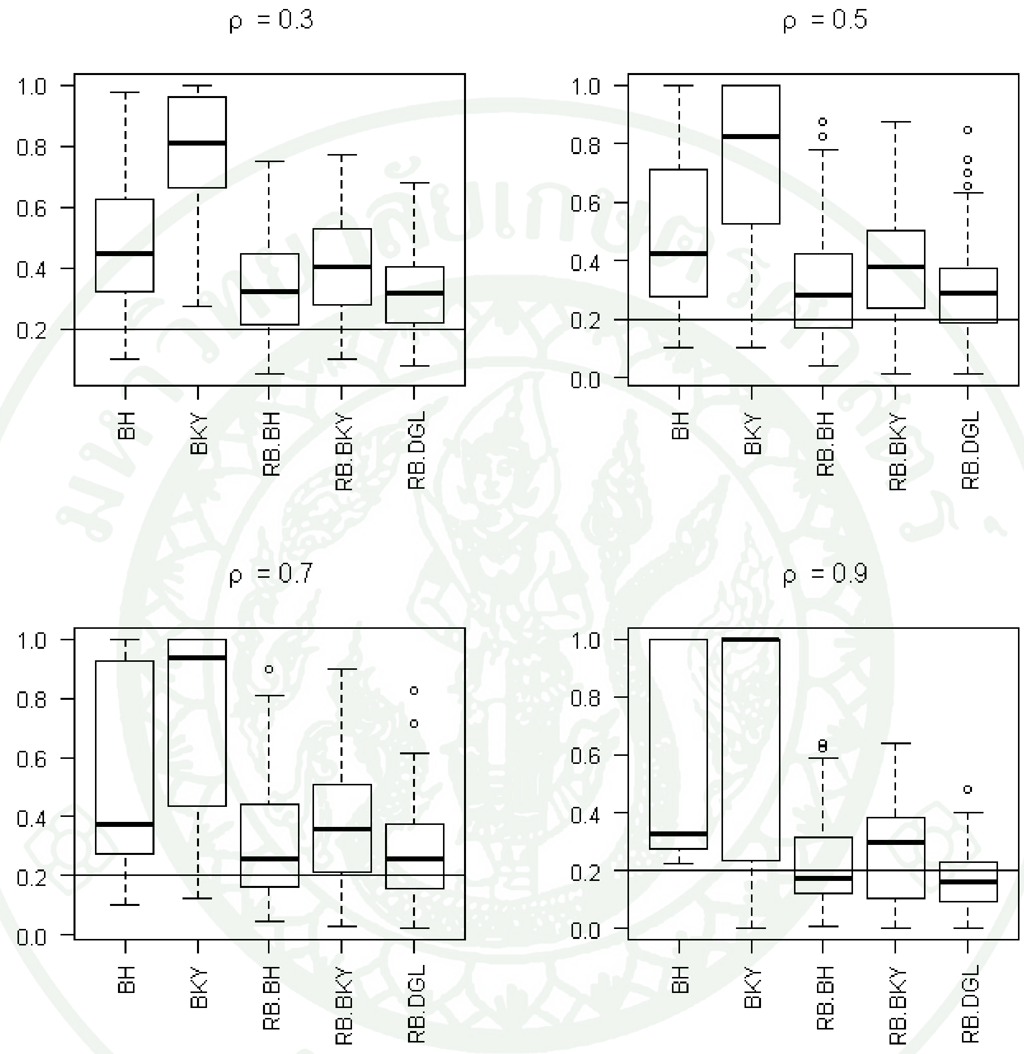
ผล

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการประมาณค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง 3 วิธี คือ BH BKY และ DGL อีกทั้งศึกษาเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ 3 วิธี คือ ALS TSLS และ RB เมื่อกำหนดความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง โดยวิธี BH BKY และ DGL ผู้วิจัยแบ่งผลการศึกษาเป็น 2 หัวข้อดังนี้

1. การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

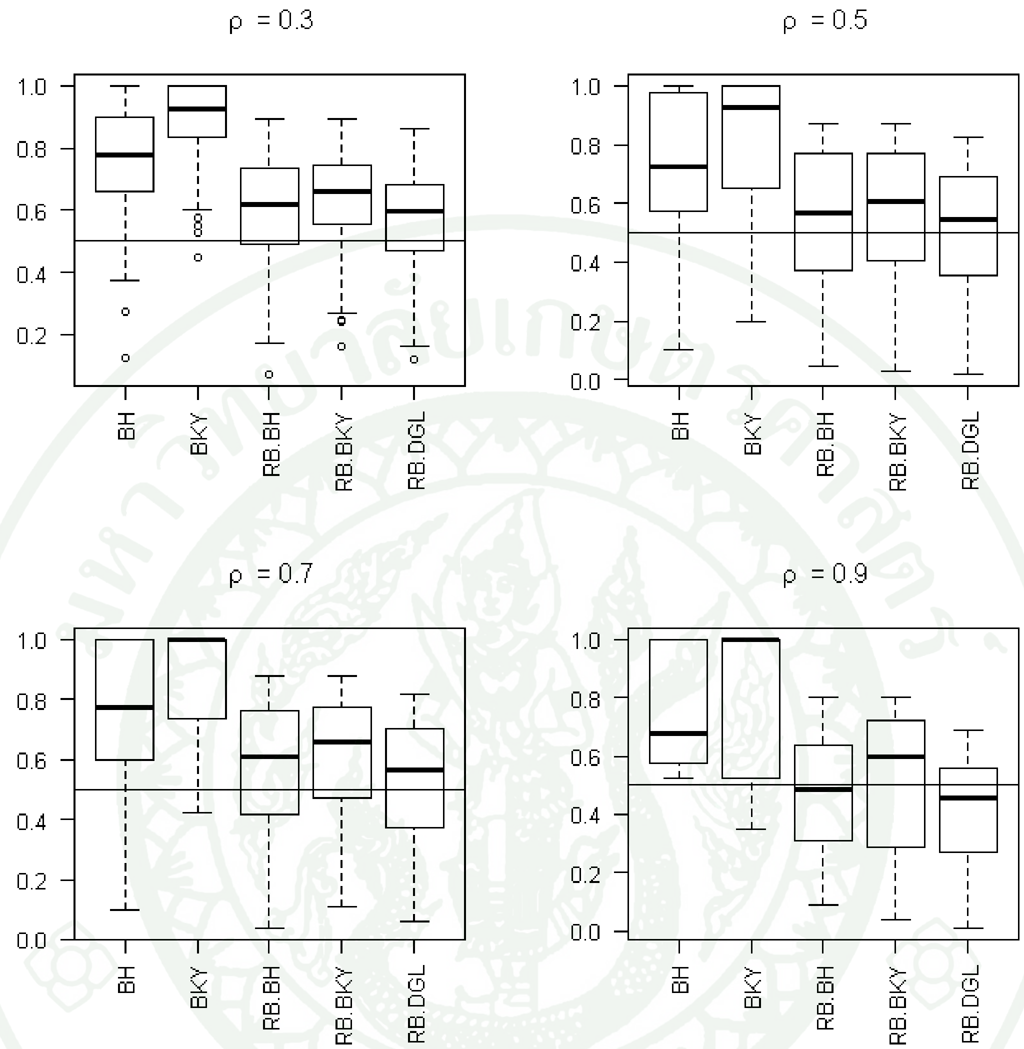
2. การเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ วิธี ALS วิธี TSLS วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL

1. การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง



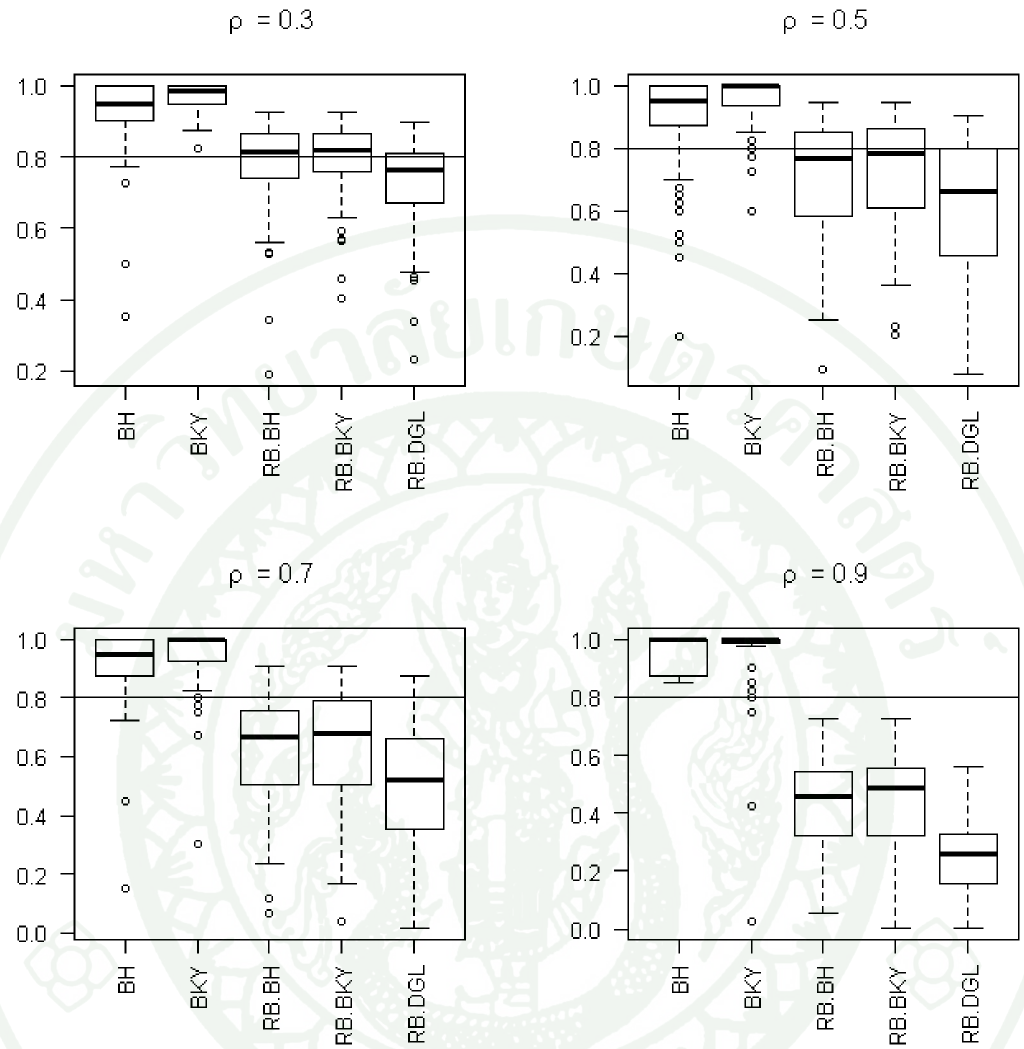
ภาพที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2

จากภาพที่ 1 แสดงให้เห็นว่าการประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.2 มากที่สุด



ภาพที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.5

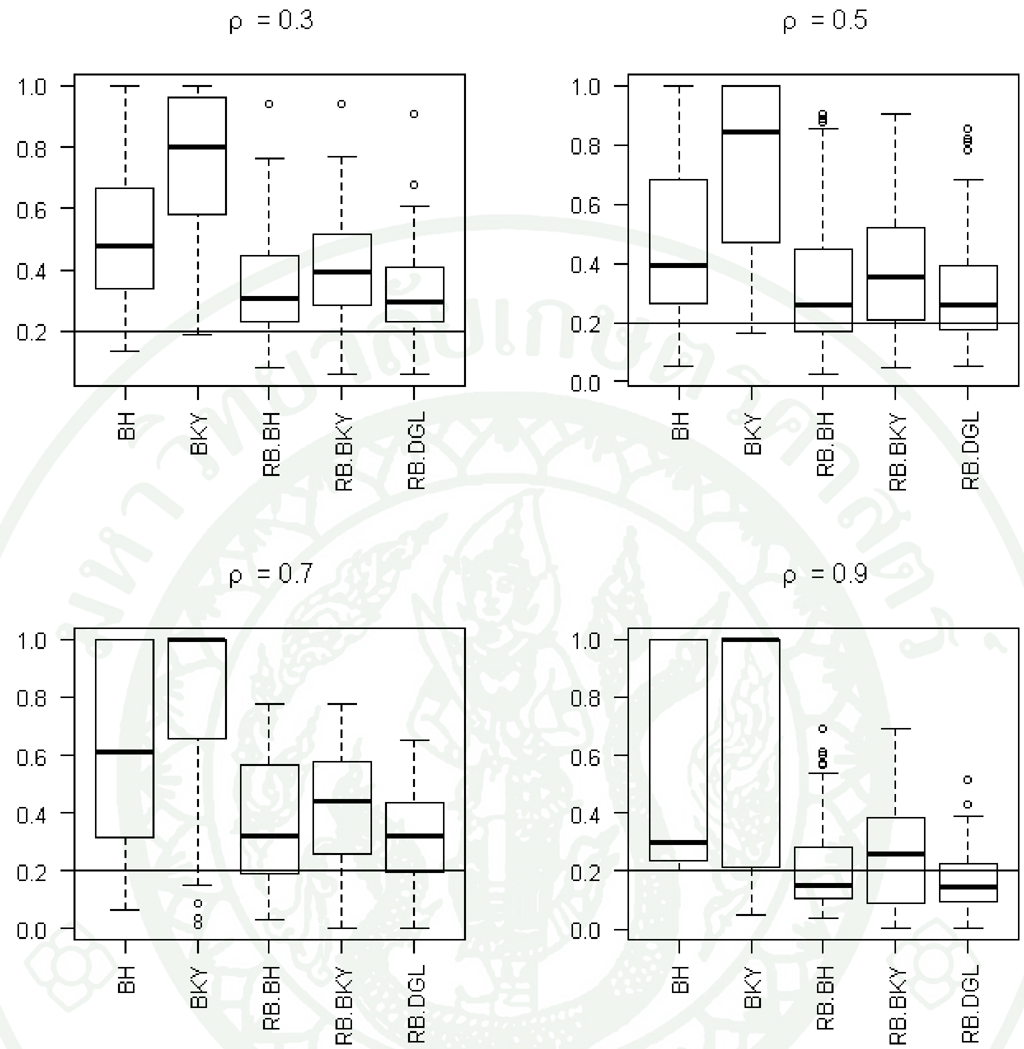
จากภาพที่ 2 แสดงให้เห็นว่าการประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.5 มากที่สุด



ภาพที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.8

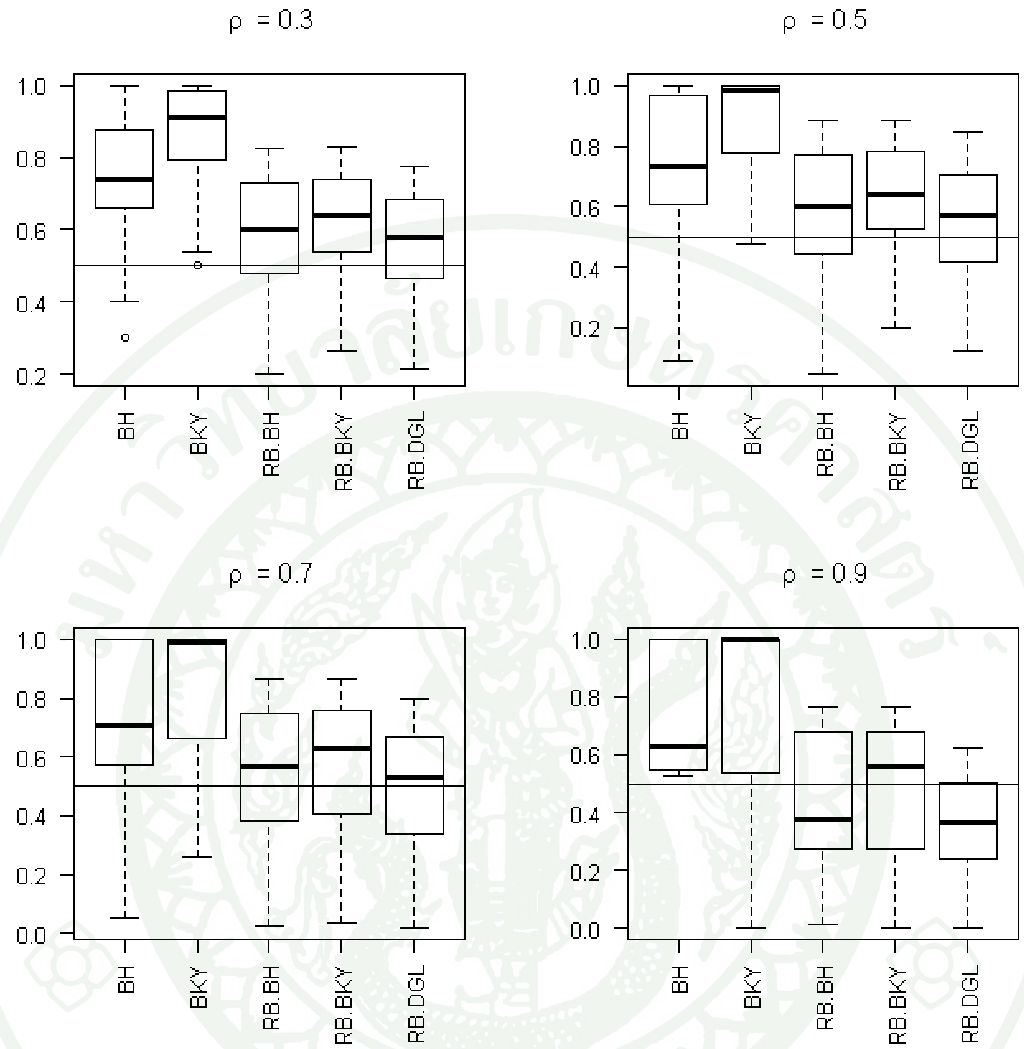
จากภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3, 0.5 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 ที่สุด

กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.7, 0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี BH และวิธีของ BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด



ภาพที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2

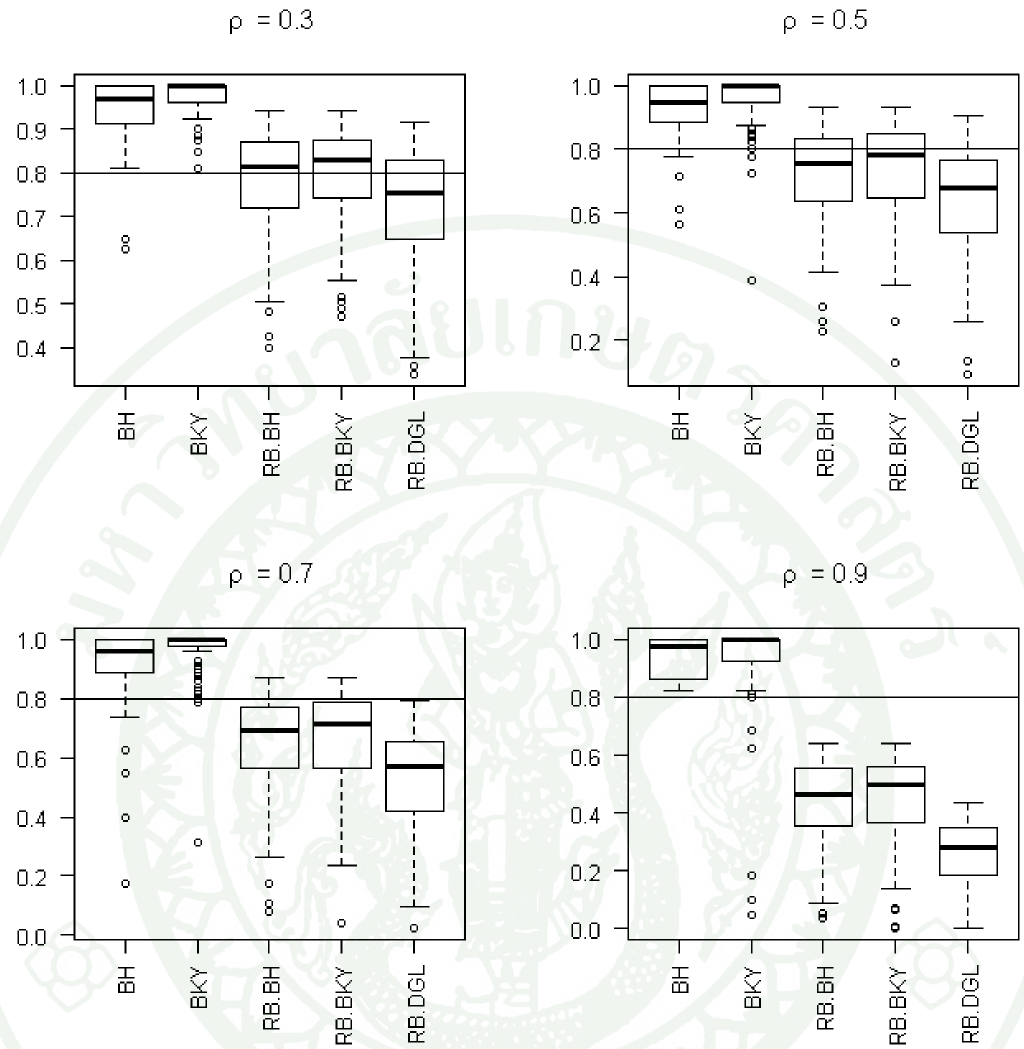
จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่าการประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.2 มากที่สุด



ภาพที่ 5 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.5

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3, 0.5, 0.7 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.5 มากที่สุด

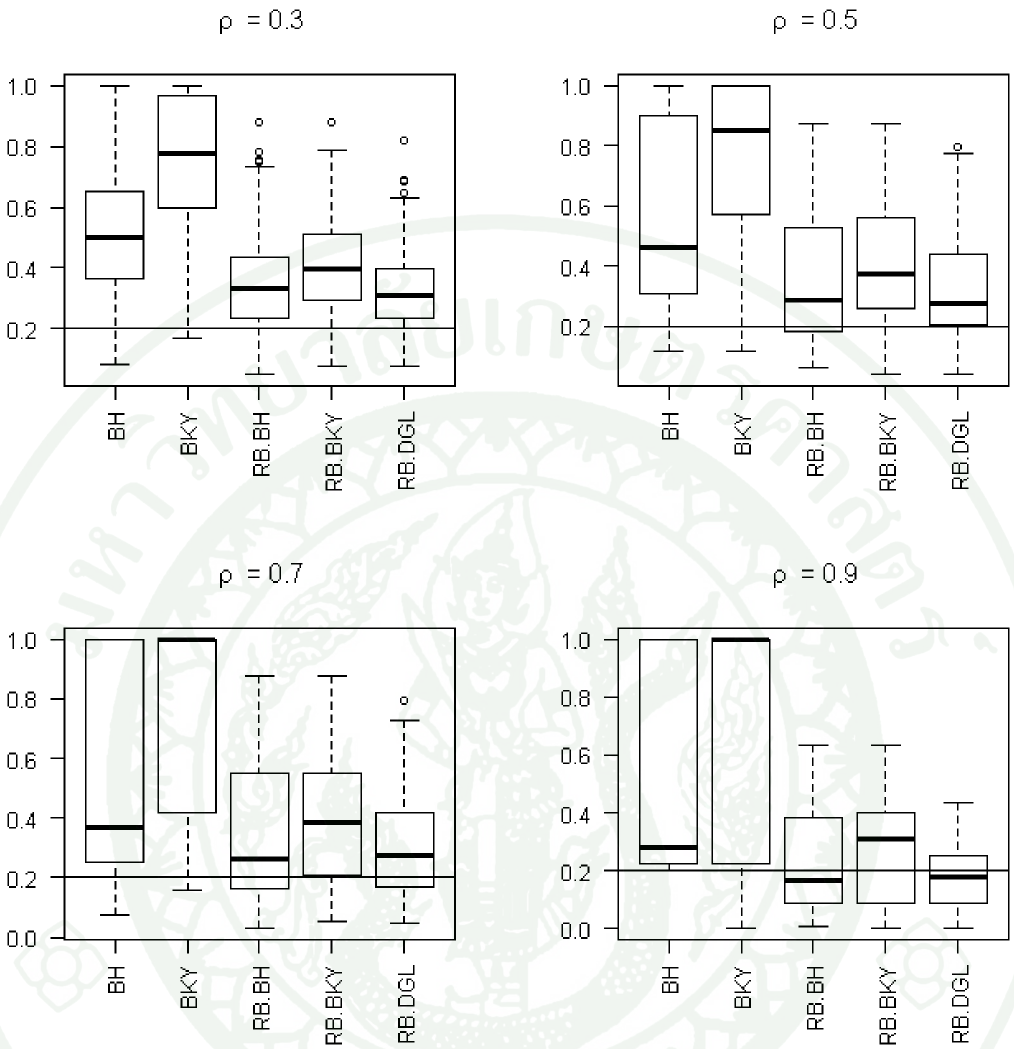
กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BKY และ วิธี BH ให้ค่าใกล้เคียง 0.5 มากที่สุด



ภาพที่ 6 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.8

จากภาพที่ 6 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3, 0.5, 0.7 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH และวิธี RB.BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด

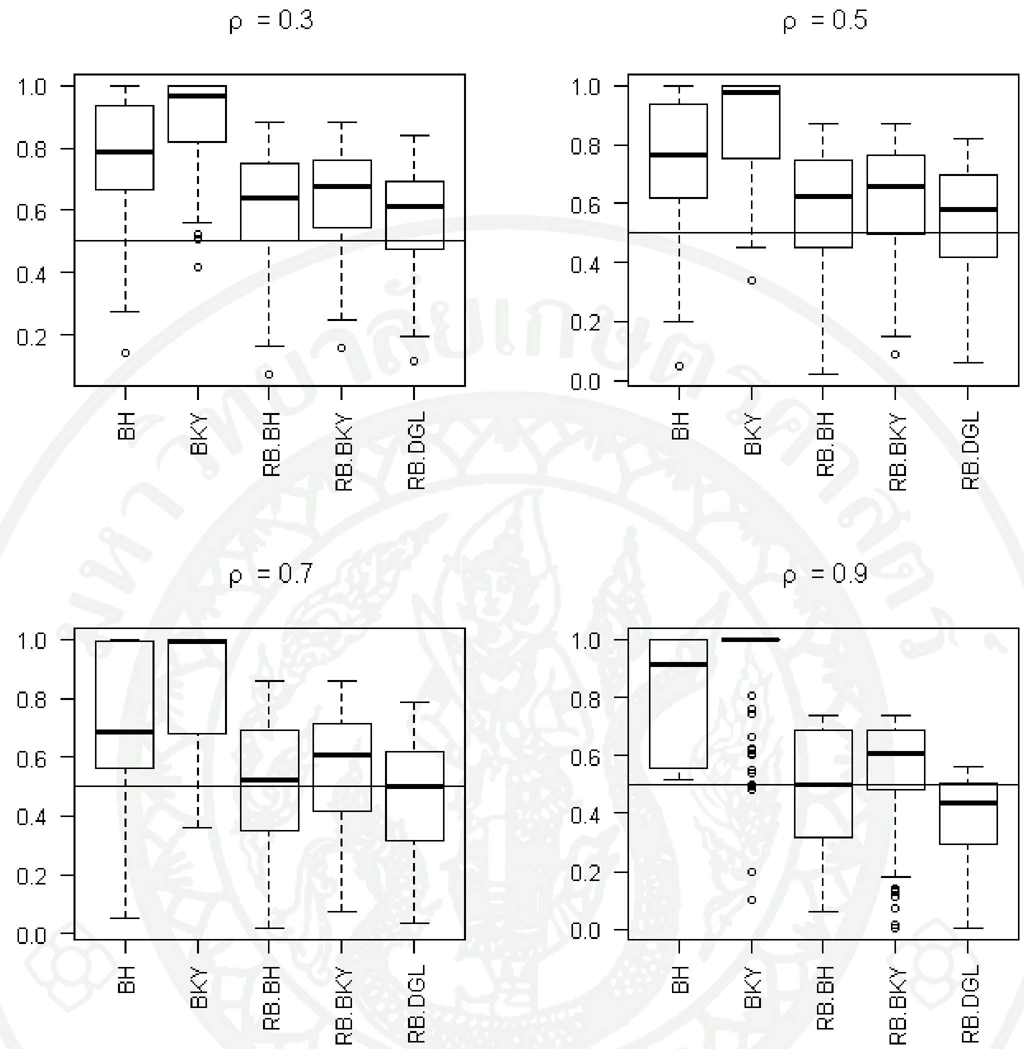
กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี BH และวิธี BKY ให้ค่าใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด



ภาพที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2

จากภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3, 0.5, 0.7 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.2 มากที่สุด

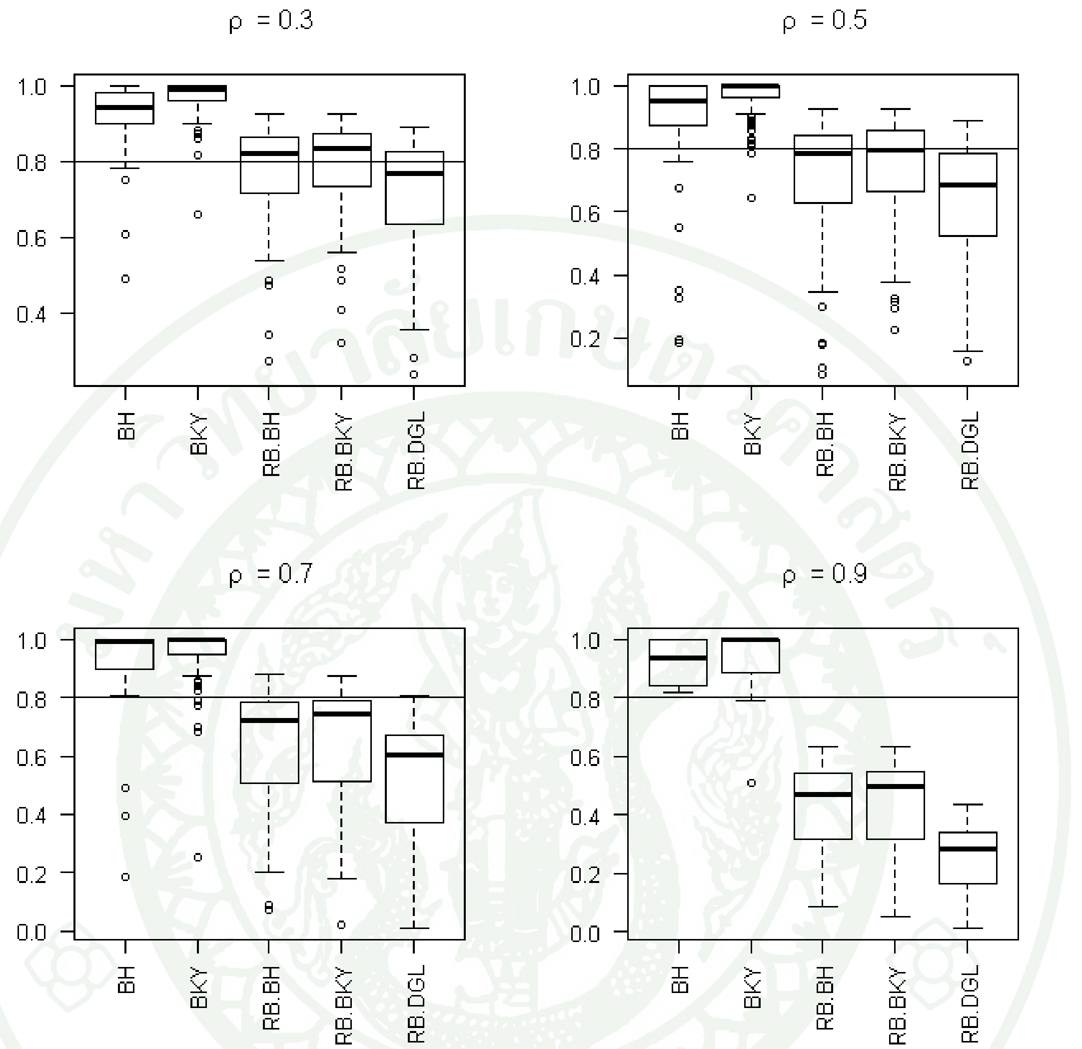
กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี BH ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.2 มากที่สุด



ภาพที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.5

จากภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3, 0.5, 0.7 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.5 มากที่สุด

กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.5 มากที่สุด



ภาพที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.8

จากภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.3 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด

กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.5, 0.7 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริงโดยวิธี RB.BH และวิธี RB.BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด

กรณีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ =0.9 การประมาณค่าสัดส่วนของสมมติฐานที่เป็นจริง โดยวิธี BH และวิธี BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียง 0.8 มากที่สุด

2. ผลการเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ วิธี ALS วิธี TSLS วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL

ตารางที่ 4 แสดงอัตราการพบความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย กรณี ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 40

ρ	การทดสอบพหุคูณ	ค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง					
		0.2		0.5		0.8	
		FDR	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*
0.3	ALS	0.0158	0.4822	0.0234	0.3040	0.0149	0.1525
	TSLS	0.0078	0.3516	0.0186	0.2610	0.0098	0.1488
	RB.BH	0.0502	0.5275	0.0302	0.1850	0.0076	0.0400
	RB.BKY	0.0289	0.4306	0.0287	0.1690	0.0025	0.0288
	RB.DGL	0.0460	0.5378	0.0316	0.1895	0.0098	0.0463
0.5	ALS	0.0190	0.5344	0.0445	0.4025	0.0284	0.1950
	TSLS	0.0141	0.3934	0.0336	0.3270	0.0250	0.1863
	RB.BH	0.0712	0.5916	0.0683	0.3445	0.0343	0.1275
	RB.BKY	0.0483	0.5034	0.0624	0.3230	0.0327	0.1138
	RB.DGL	0.0681	0.6006	0.0798	0.3600	0.0424	0.1500
0.7	ALS	0.0224	0.5369	0.0491	0.4168	0.0331	0.2288
	TSLS	0.0242	0.4141	0.0344	0.3390	0.0252	0.2025
	RB.BH	0.0814	0.6713	0.0692	0.3540	0.0566	0.2075
	RB.BKY	0.0685	0.5897	0.0785	0.3310	0.0475	0.1963
	RB.DGL	0.0803	0.6663	0.0839	0.3630	0.0882	0.2575

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ρ	การทดสอบพหุคูณ	ค่าแท้จริงของสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง 0.2		0.5		0.8	
		FDR	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*
0.9	ALS	0.0099	0.5872	0.0067	0.4230	0.0174	0.2438
	TSLS	0.0253	0.4191	0.0478	0.3570	0.0257	0.2288
	RB.BH	0.1255	0.6997	0.1003	0.3920	0.0977	0.2338
	RB.BKY	0.0705	0.6066	0.1045	0.3490	0.0978	0.2975
	RB.DGL	0.1180	0.7188	0.1106	0.4000	0.2198	0.3813

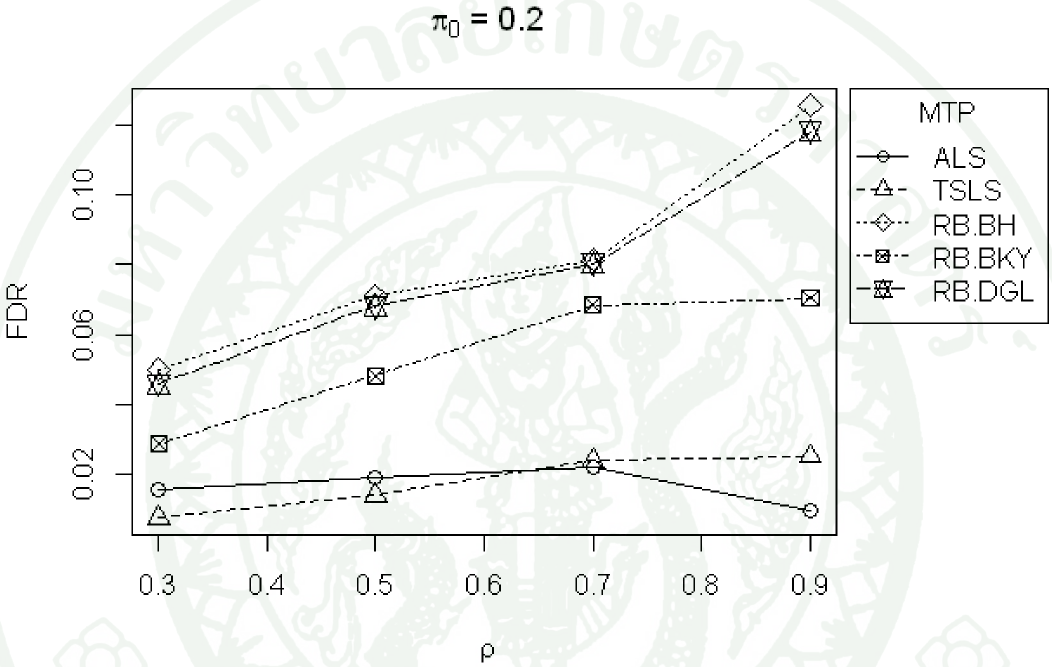
จากตารางที่ 4 แสดงให้เห็นว่าวิธี ALS ควบคุม FDR ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า $AvrPw$ พบว่า เมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.48,0.59) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.30,0.42) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.15,0.24)

วิธี TSLS ควบคุม FDR ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า $AvrPw$ พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.35,0.42) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.26,0.36) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.15,0.23)

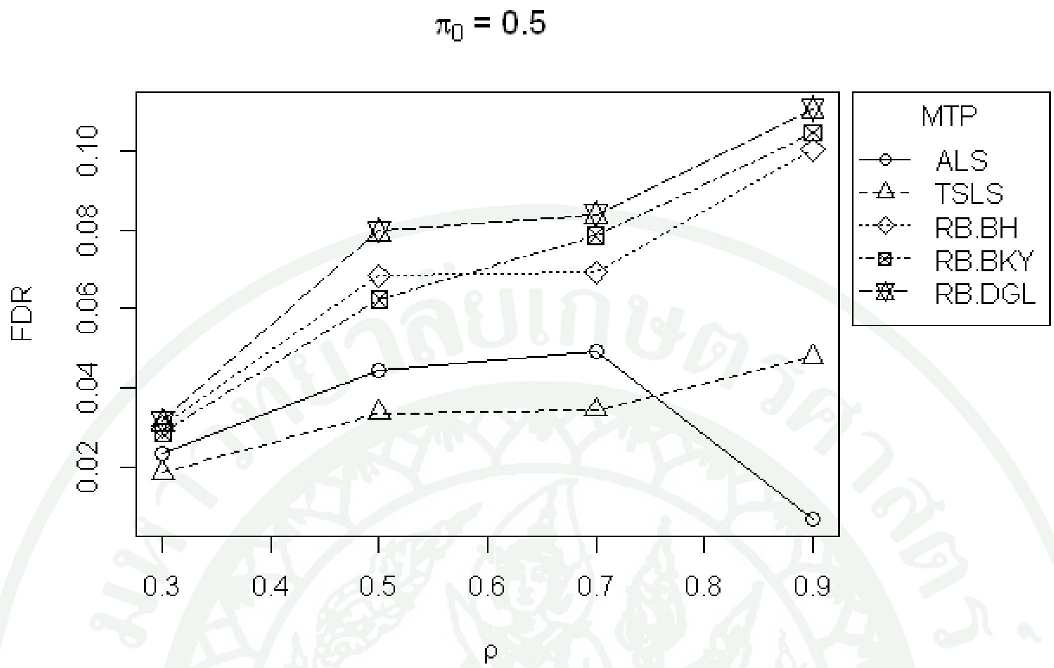
วิธี RB.BH ควบคุม FDR ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในกรณี $\pi_0 = 0.5$ ที่มี $\rho = 0.3, 0.7$ และกรณี $\pi_0 = 0.8$ ที่มี $\rho = 0.3, 0.5, 0.7$ พิจารณาค่า $AvrPw$ พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.53,0.70) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.19,0.39) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.04,0.23)

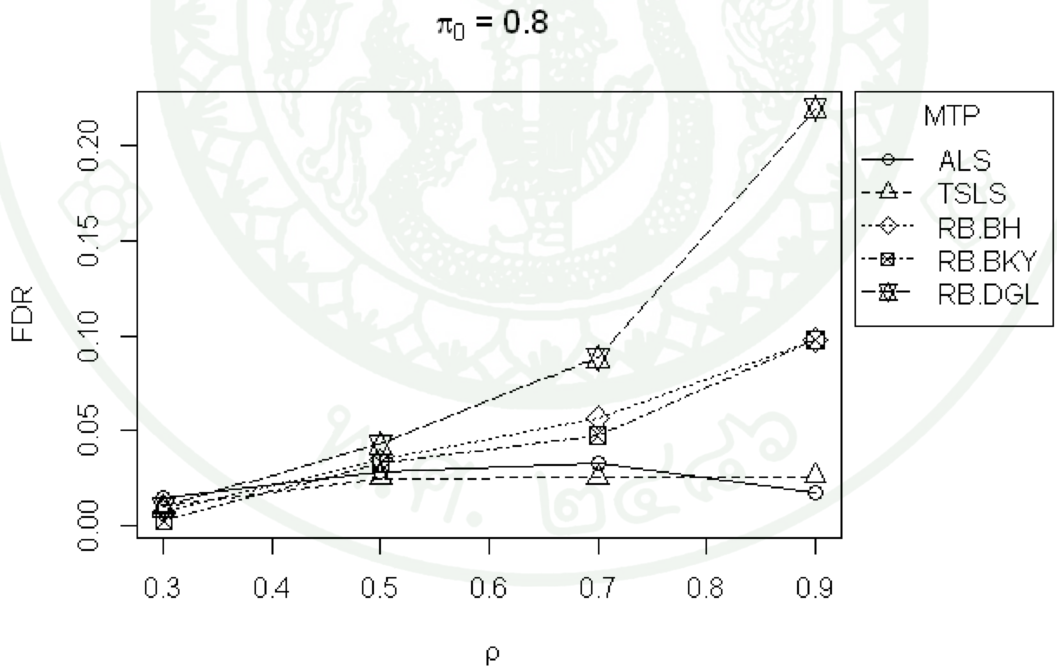
วิธี RB.BKY ควบคุม FDR ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในกรณี $\pi_0 = 0.2$ ที่มี $\rho = 0.3, 0.5$ กรณี $\pi_0 = 0.5$ ที่มี $\rho = 0.3, 0.7$ และกรณี $\pi_0 = 0.8$ ที่มี $\rho = 0.3, 0.5, 0.7$ พิจารณาค่า $AvrPw$ พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.43,0.61) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.17,0.35) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า $AvrPw$ อยู่ในช่วง (0.03,0.30)

วิธี RB.DGL ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในกรณี π_0 = 0.2, 0.5 ที่มี ρ = 0.3 และกรณี π_0 = 0.8 ที่มี ρ = 0.3 พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.54,0.72) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.19,0.40) เมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.05,0.38)



ภาพที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.2 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ





ภาพที่ 10 (ต่อ)

จากภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่าการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญในทุกกรณี

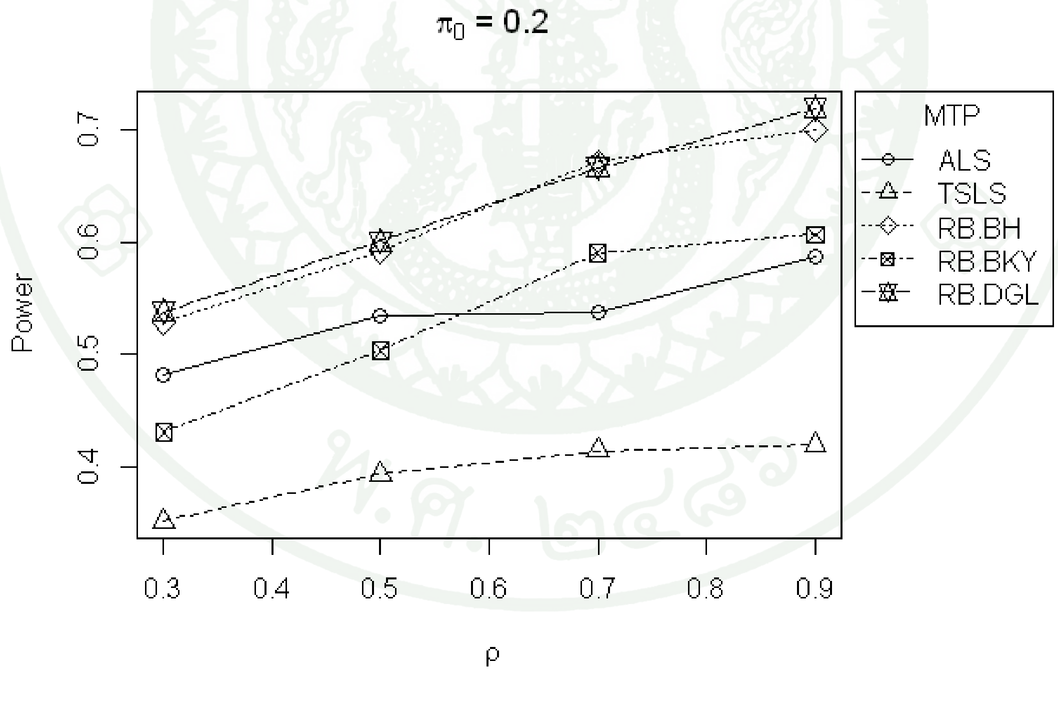
สำหรับการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ในกรณีต่าง ๆ มีวิธีที่ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ ดังนี้

1) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$

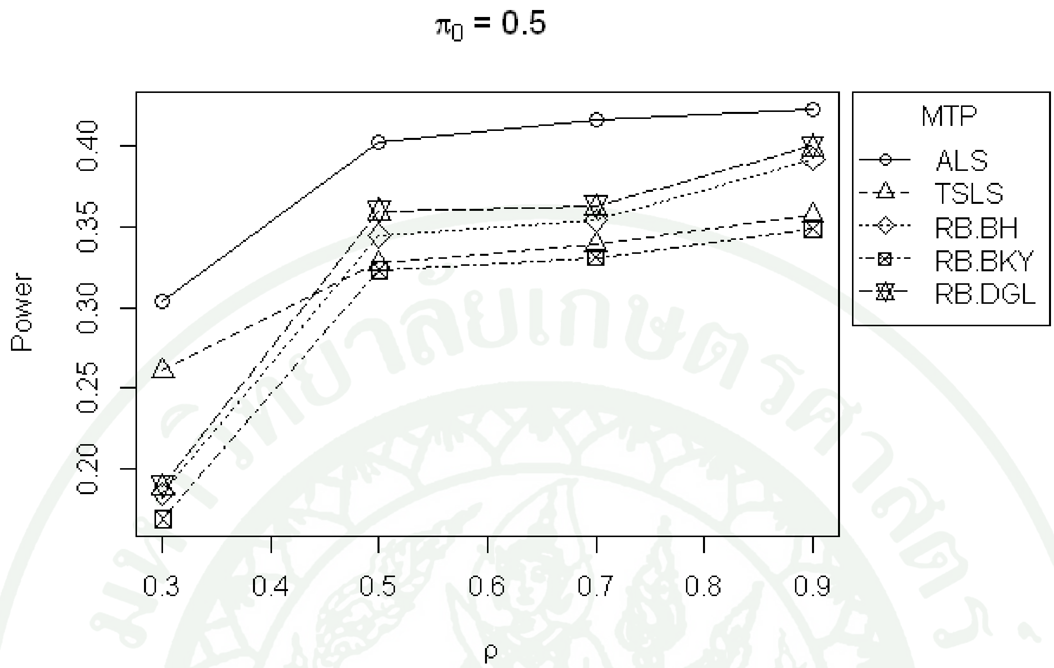
เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง $\rho = 0.5$ คือวิธี RB.BKY

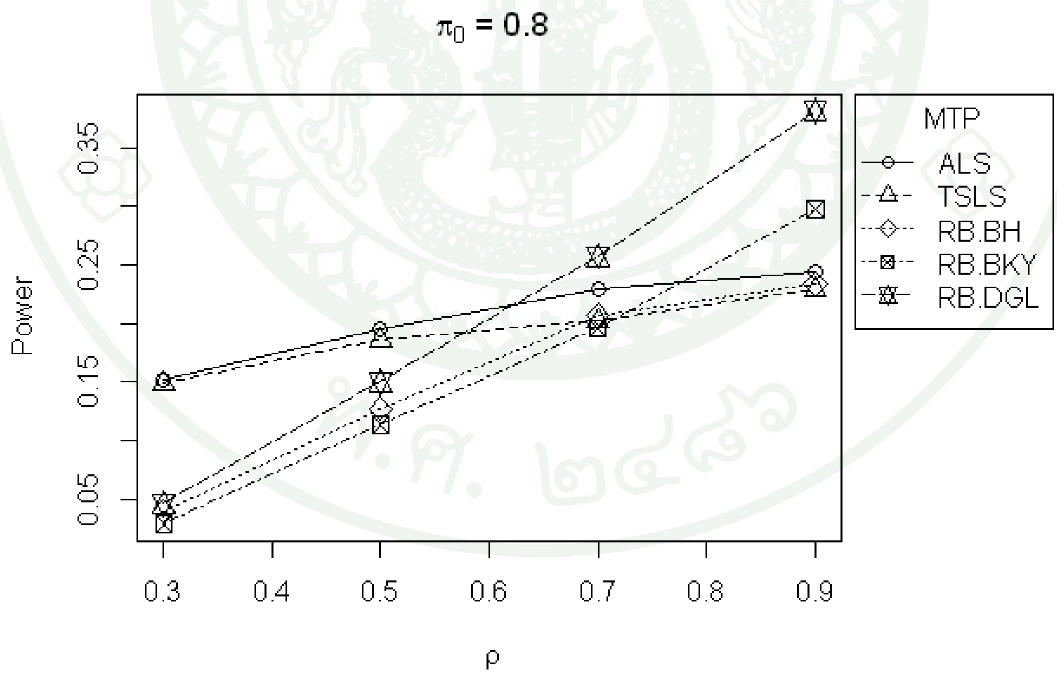
2) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ และระดับสูง $\pi_0 = 0.8$

เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และวิธี RB.DGL



ภาพที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ


π0 = 0.5
Power
ρ
MTP
ALS
TSLS
RB.BH
RB.BKY
RB.DGL


π0 = 0.8
Power
ρ
MTP
ALS
TSLS
RB.BH
RB.BKY
RB.DGL

ภาพที่ 11 (ต่อ)

จากภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่ากรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$ การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่วิธี RB.BH และวิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ เมื่อ $\rho = 0.3$ การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.5, 0.7, 0.9$ วิธี ALS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่วิธี RB.DGL อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับสูง $\pi_0 = 0.8$ เมื่อ $\rho = 0.3, 0.5$ การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.7$ วิธี ALS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่วิธี RB.DGL อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.9$ วิธี RB.BH และวิธี RB.DGL อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

ตารางที่ 5 แสดงอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 80

ρ	การทดสอบพหุคูณ	ค่าแท้จริงของ π_0					
		0.2		0.5		0.8	
		FDR	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*
0.3	ALS	0.0173	0.4750	0.0249	0.3123	0.0135	0.1244
	TSLS	0.0119	0.3800	0.0195	0.2813	0.0106	0.1206
	RB.BH	0.0511	0.5206	0.0282	0.2023	0.0100	0.0288
	RB.BKY	0.0382	0.4509	0.0190	0.1785	0.0100	0.0269
	RB.DGL	0.0512	0.5411	0.0277	0.2163	0.0163	0.0431

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ρ	การทดสอบพหุคูณ	ค่าแท้จริงของ π_0					
		0.2		0.5		0.8	
		FDR	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*
0.5	ALS	0.0231	0.5266	0.0175	0.3008	0.0226	0.1819
	TSLS	0.0151	0.4159	0.0110	0.2615	0.0192	0.1750
	RB.BH	0.0773	0.5741	0.0285	0.2265	0.0250	0.0819
	RB.BKY	0.0554	0.5119	0.0225	0.2030	0.0200	0.0819
	RB.DGL	0.0730	0.5753	0.0317	0.2398	0.0288	0.1175
0.7	ALS	0.0165	0.4084	0.0225	0.3743	0.0239	0.1806
	TSLS	0.0215	0.2688	0.0173	0.3278	0.0157	0.1719
	RB.BH	0.0537	0.4800	0.0590	0.3603	0.0470	0.1419
	RB.BKY	0.0426	0.3822	0.0526	0.3228	0.0355	0.1413
	RB.DGL	0.0532	0.4723	0.0764	0.3765	0.0707	0.1800
0.9	ALS	0.0124	0.6256	0.0141	0.4530	0.0319	0.2463
	TSLS	0.0312	0.4498	0.0333	0.3473	0.0386	0.2400
	RB.BH	0.1303	0.7200	0.0930	0.5365	0.0746	0.2831
	RB.BKY	0.0853	0.6458	0.0976	0.4255	0.0750	0.2575
	RB.DGL	0.1283	0.7295	0.1137	0.5488	0.1680	0.3731

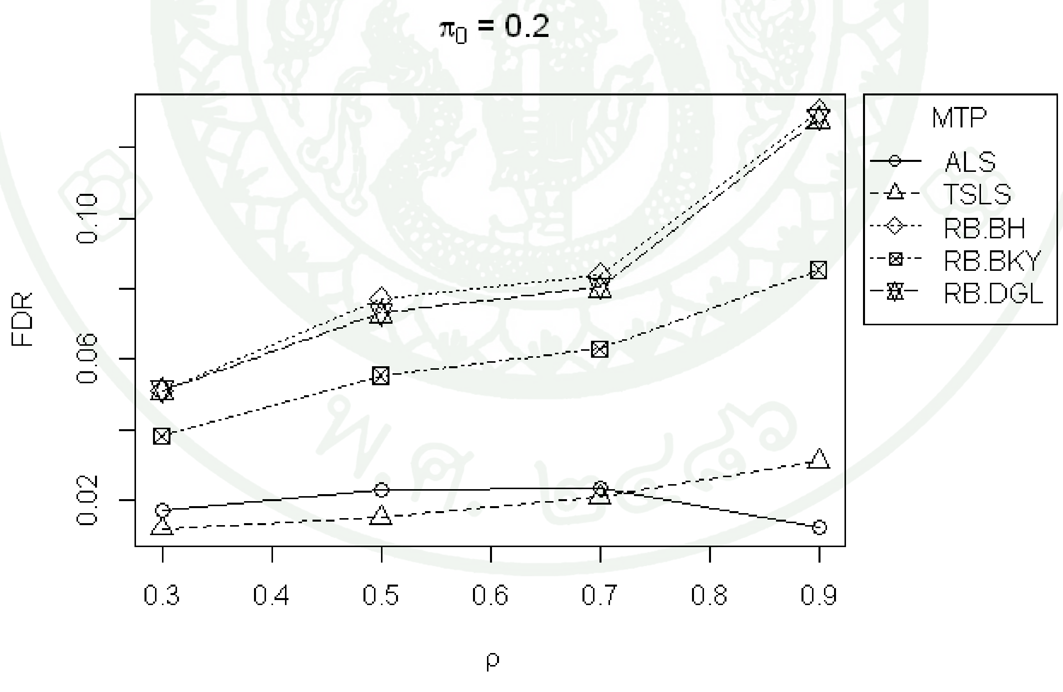
จากตารางที่ 5 แสดงให้เห็นว่าวิธี ALS ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่า เมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.48,0.63) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.31,0.45) เมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.12,0.25)

วิธี TSLS ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.38, 0.45) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.28, 0.35) เมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.12,0.24)

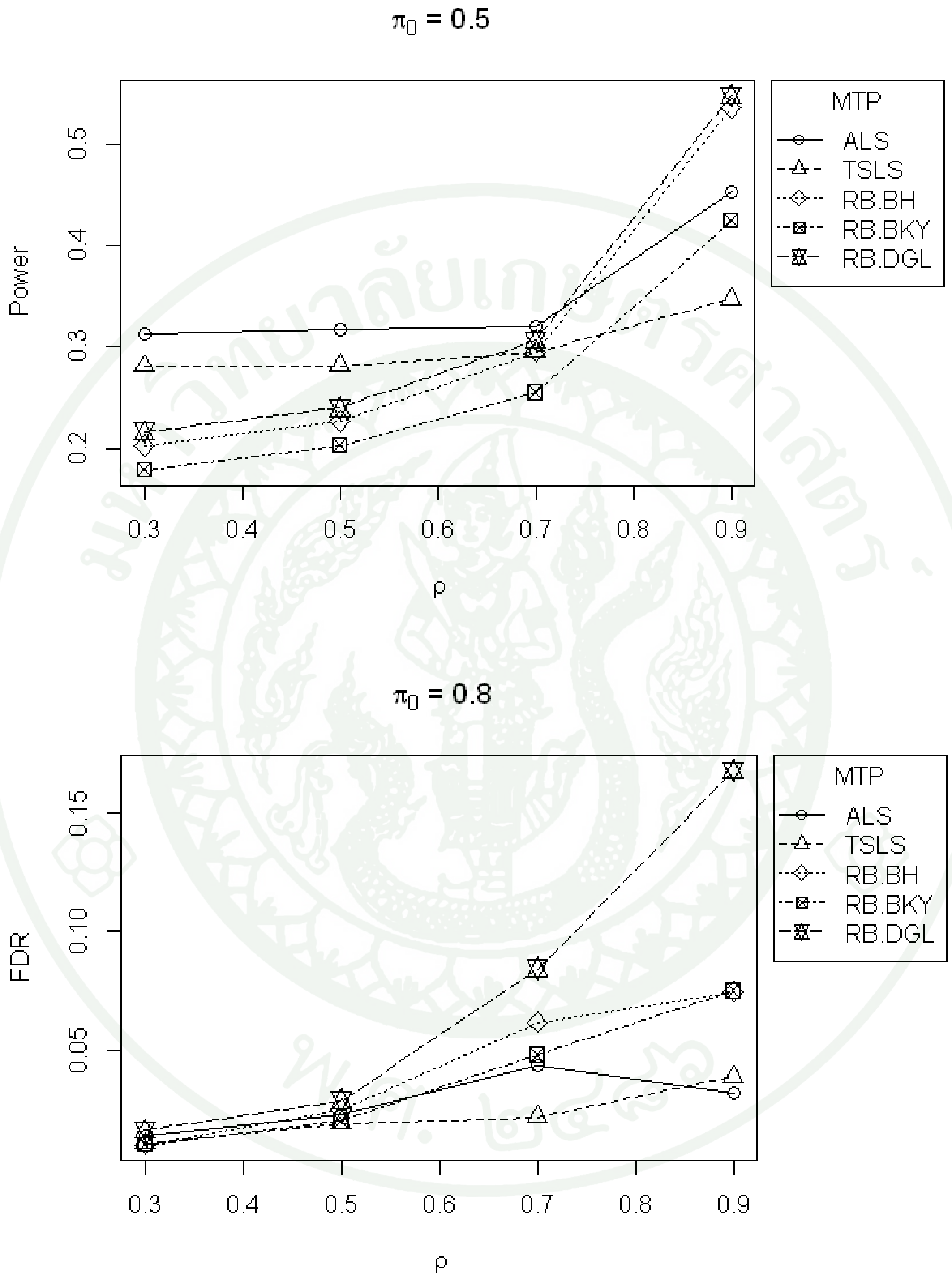
วิธี RB.BH ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในกรณี π_0 = 0.5 ซึ่งมี ρ = 0.3, 0.5 และในกรณี π_0 = 0.5 ซึ่งมี ρ = 0.3, 0.5, 0.7 พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.52, 0.72) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.20, 0.54) เมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.03, 0.28)

วิธี RB.BKY ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในกรณี π_0 = 0.2 ซึ่งมี ρ = 0.3 ในกรณี π_0 = 0.5 ซึ่งมี ρ = 0.3, 0.5 และในกรณี π_0 = 0.8 ซึ่งมี ρ = 0.3, 0.5, 0.7 พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.45, 0.65) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.18, 0.43) และเมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.03, 0.26)

วิธี RB.DGL ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ในกรณี π_0 = 0.5,0.8 ซึ่งมี ρ = 0.3, 0.5 พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ π_0 = 0.2 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.54, 0.73) เมื่อ π_0 = 0.5 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.22, 0.55) และเมื่อ π_0 = 0.8 ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.04, 0.37)



ภาพที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ



ภาพที่ 12 (ต่อ)

จากภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่าการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้อัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทุกกรณี

สำหรับการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ในกรณีต่าง ๆ มีวิธีที่ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ ดังนี้

1) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$

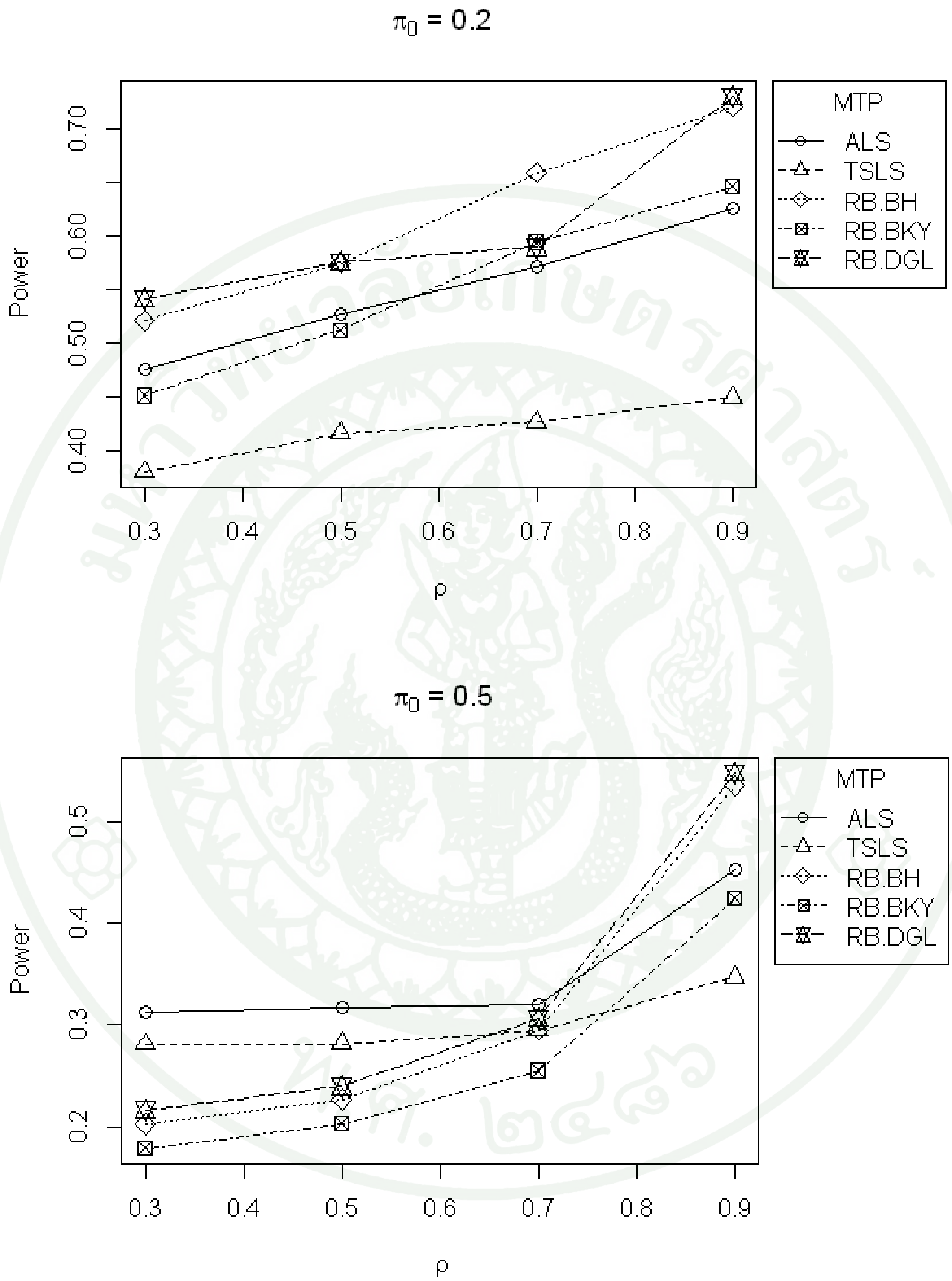
เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ คือ วิธี RB.BKY

2) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$

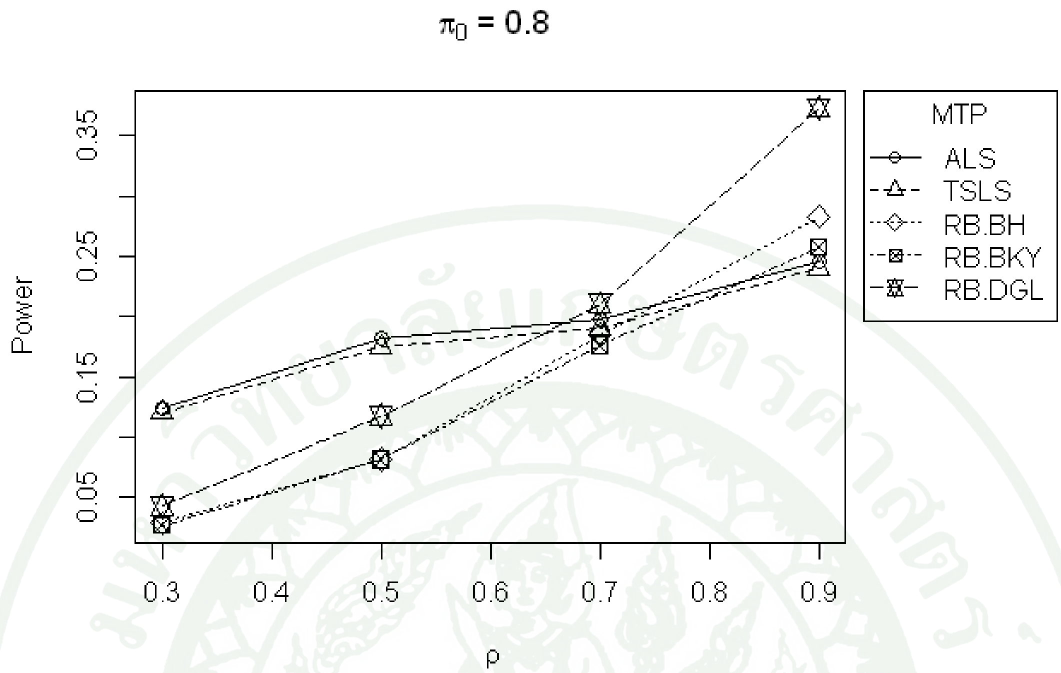
เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ และระดับปานกลาง $\rho = 0.5$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง $\rho = 0.7$ คือ วิธี RB.BH และ วิธี RB.BKY

3) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับสูง $\pi_0 = 0.8$

เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ ถึงระดับปานกลาง $\rho = 0.5$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง $\rho = 0.6$ คือ วิธี RB.BKY



ภาพที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ



ภาพที่ 13 (ต่อ)

จากภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่ากรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$ เมื่อ $\rho = 0.3, 0.5, 0.9$ การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่ วิธี RB.BH และวิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.7$ วิธี RB.BH และวิธี RB.BKY ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ ถึงระดับสูง $\pi_0 = 0.8$ เมื่อ $\rho = 0.3, 0.5$ การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.7$ วิธี ALS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ วิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ $\rho = 0.9$ วิธี RB.BH และวิธี RB.BKY ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

ตารางที่ 6 แสดงอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120

ρ	การทดสอบพหุคูณ	ค่าแท้จริงของ π_0					
		0.2		0.5		0.8	
		FDR	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*	*FDR*	*AvrPw*
0.3	ALS	0.0146	0.4777	0.0237	0.2737	0.0212	0.1467
	TSLS	0.0082	0.3784	0.0183	0.2370	0.0169	0.1442
	RB.BH	0.0476	0.5216	0.0257	0.1770	0.0109	0.0458
	RB.BKY	0.0319	0.4432	0.0214	0.1532	0.0089	0.0421
	RB.DGL	0.0461	0.5389	0.0270	0.1905	0.0147	0.0608
0.5	ALS	0.0180	0.4909	0.0325	0.3032	0.0354	0.1754
	TSLS	0.0149	0.3748	0.0196	0.2777	0.0203	0.1667
	RB.BH	0.0640	0.5752	0.0568	0.2460	0.0412	0.0958
	RB.BKY	0.0446	0.4774	0.0490	0.2275	0.0293	0.0904
	RB.DGL	0.0594	0.5870	0.0614	0.2563	0.0478	0.1217
0.7	ALS	0.0251	0.5069	0.0340	0.3045	0.0473	0.2517
	TSLS	0.0186	0.3820	0.0198	0.2780	0.0229	0.2392
	RB.BH	0.0832	0.5768	0.0589	0.3007	0.0822	0.1992
	RB.BKY	0.0630	0.5342	0.0519	0.2673	0.0687	0.1975
	RB.DGL	0.0796	0.5910	0.0623	0.3115	0.1152	0.2458
0.9	ALS	0.0156	0.5417	0.0121	0.3143	0.0070	0.2758
	TSLS	0.0190	0.3891	0.0268	0.2940	0.0290	0.2438
	RB.BH	0.1184	0.6563	0.0666	0.3643	0.0762	0.3154
	RB.BKY	0.0721	0.5701	0.0661	0.2843	0.0753	0.2971
	RB.DGL	0.1124	0.6778	0.0777	0.3745	0.1848	0.4133

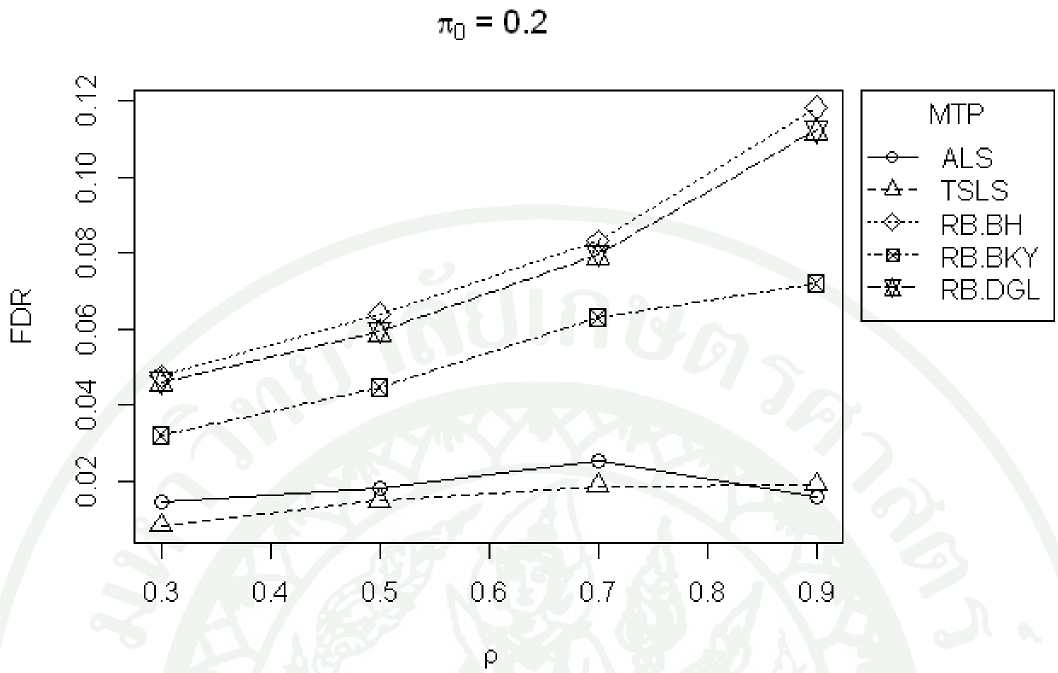
จากตารางที่ 6 แสดงให้เห็นว่าวิธี ALS ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่า เมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.48,0.54) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.27,0.31) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.15,0.28)

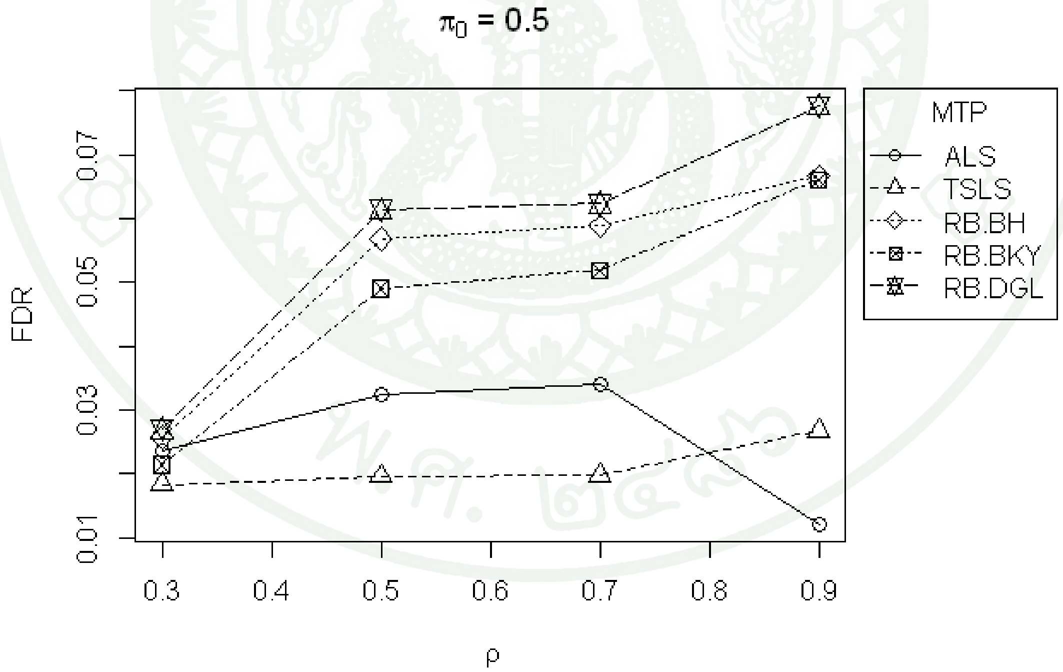
วิธี ASLS ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในทุกกรณีของ π_0 และ ρ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.37,0.39) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.24,0.29) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.14,0.24)

วิธี RB.BH ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในกรณี $\pi_0 = 0.2, 0.5$ ซึ่งมี $\rho = 0.3$ และในกรณี $\pi_0 = 0.8$ ซึ่งมี $\rho = 0.3, 0.5$ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.52,0.66) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.18,0.36) เมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.05,0.32)

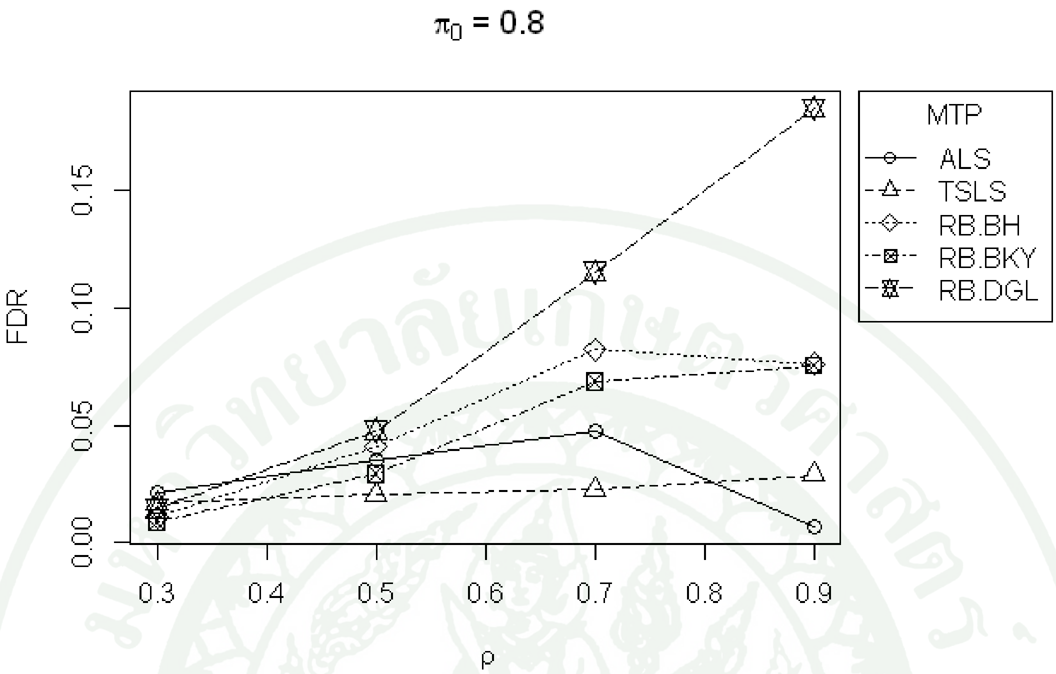
วิธี RB.BKY ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในกรณี $\pi_0 = 0.2$ ซึ่งมี $\rho = 0.3,0.5$ และในกรณี $\pi_0 = 0.8$ ซึ่งมี $\rho = 0.3, 0.5,0.7$ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.44,0.57) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.15,0.28) และเมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.04,0.30)

วิธี RB.DGL ควบคุม *FDR* ได้น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ในกรณี $\pi_0 = 0.2, 0.5$ ซึ่งมี $\rho = 0.3$ และในกรณี $\pi_0 = 0.8$ ซึ่งมี $\rho = 0.3, 0.5$ พิจารณาค่า *AvrPw* พบว่าเมื่อ $\pi_0 = 0.2$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.54,0.68) เมื่อ $\pi_0 = 0.5$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.19,0.37) และเมื่อ $\pi_0 = 0.8$ ค่า *AvrPw* อยู่ในช่วง (0.06,0.41)





ภาพที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120 ระดับนัยสำคัญ เท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ



ภาพที่ 14 (ต่อ)

จากภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่าการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทุกกรณี

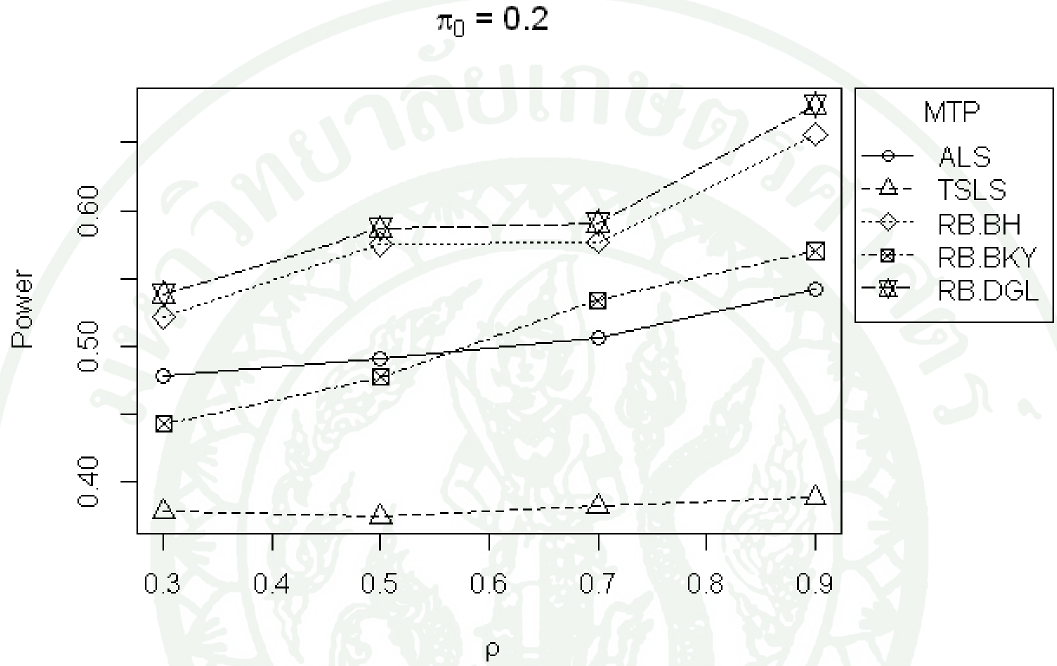
สำหรับการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ในกรณีต่าง ๆ มีวิธีที่ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ ดังนี้

1) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$ และระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$

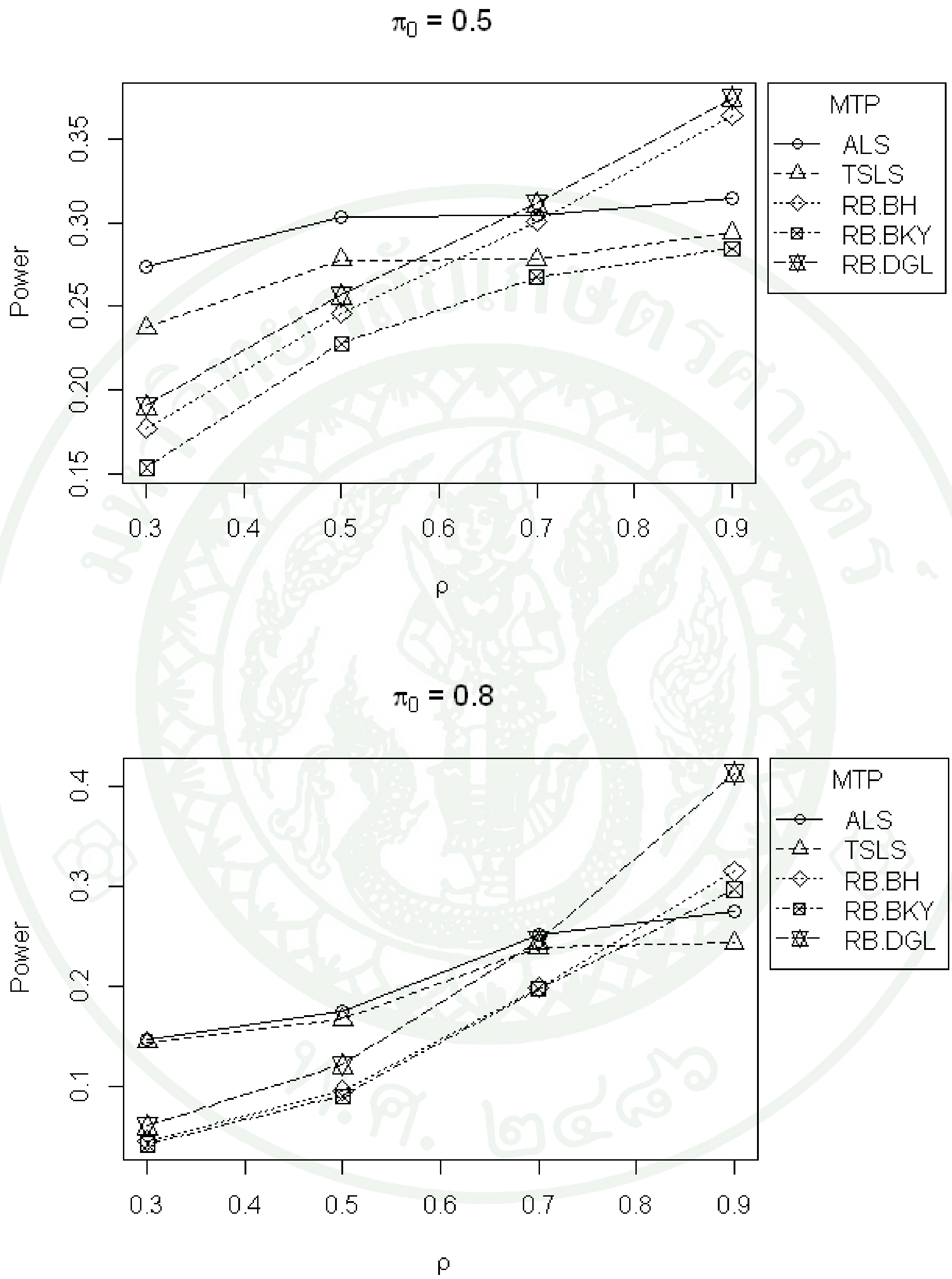
เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง $\rho = 0.5$ คือ วิธี RB.BKY

2) กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับสูง $\pi_0 = 0.8$

เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ $\rho = 0.3$ และระดับปานกลาง $\rho = 0.5$ คือ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL



ภาพที่ 15 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ โดยเฉลี่ย เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120 ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 สัดส่วนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริงเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.8 ตามลำดับ



π0 = 0.5
Power
ρ
MTP
ALS
TSLS
RB.BH
RB.BKY
RB.DGL
π0 = 0.8
Power
ρ
MTP
ALS
TSLS
RB.BH
RB.BKY
RB.DGL

ภาพที่ 15 (ต่อ)

จากภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่ากรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$ การทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่วิธี RB.BH และวิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

กรณีสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ เมื่อ ρ = 0.3,0.5 การทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ ρ = 0.7 วิธี ALS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่ วิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด เมื่อ ρ = 0.9 วิธี RB.BH และ วิธี RB.DGL ให้อำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยสูงสุด

วิจารณ์

การศึกษาการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง การเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ สามารถแบ่งผลวิจารณ์เป็น 2 ส่วนได้ดังนี้

1. การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

1.1 วิธีประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง ซึ่งให้ค่า $\hat{\pi}_0$ น้อยที่สุด คือ RB.DGL วิธีที่ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ สูงขึ้นมา คือ RB.BH RB.BKY ALS และวิธีที่ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ สูงที่สุด คือ TSLS

1.2 เมื่อ ρ สูงขึ้น การแจกแจงของค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง จากวิธี ALS มีลักษณะเบ้ขวามากขึ้น

1.3 เมื่อ ρ สูงขึ้น การแจกแจงของค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง จากวิธี TSLS มีลักษณะเบ้ซ้ายมากขึ้น

2. การเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ ALS TSLS RB.BH RB.BKY RB. DGL

2.1 เมื่อสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าสูงขึ้น ทั้งการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ ALS และ TSLS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น และในทางตรงกันข้าม ค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยน้อยลง

2.2 เมื่อข้อมูลมีความสัมพันธ์กันสูงขึ้น ทั้งการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได ได้แก่ วิธี ALS และ วิธี TSLS และการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์ ได้แก่ วิธี RB.BH วิธี RB.BKY และ วิธี RB.DGL ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนสูงขึ้น และในทางตรงกันข้าม ค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยน้อยลง

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การศึกษาการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง การเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ สามารถแบ่งผลสรุปเป็น 2 ส่วนได้ดังนี้

1. การประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

วิธีประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงซึ่งให้ค่าประมาณใกล้เคียงที่สุด ในแต่ละสถานการณ์ แสดงในตารางที่ 7 เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้

ตารางที่ 7 แสดงวิธีประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงซึ่งให้ค่าประมาณใกล้เคียงที่สุด โดยแจกแจงตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด

ค่าสัมประสิทธิ์	ค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด		
สหสัมพันธ์	0.2	0.5	0.8
0.3	RB.DGL	RB.DGL	RB.BH
0.5	RB.DGL	RB.DGL	RB.BKY
0.7	RB.DGL	RB.DGL	ALS
0.9	RB.DGL	RB.BH	ALS

จากตารางที่ 7 แสดงให้เห็นว่ากรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าต่ำ $\pi_0 = 0.2$ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด

กรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ $\rho = 0.3, 0.5, 0.7$ วิธี RB.DGL ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ $\rho = 0.9$ วิธี RB.BH ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด

กรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าสูง π_0 = 0.8 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ = 0.3 วิธี RB.BH ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ = 0.5 วิธี RB.BKY ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ = 0.7, 0.9 วิธี ALS ให้ค่า $\hat{\pi}_0$ ใกล้เคียงที่สุด

2. การเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบพหุคูณ ALS TSLS RB.BH RB.BKY และ RB.DGL

การทดสอบพหุคูณแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนในแต่ละสถาการณ์แตกต่างกัน ดังนั้นในส่วนนี้ผู้วิจัยได้แสดงประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อน และค่าอำนาจการทดสอบ โดยเฉลี่ยไว้ในตารางที่ 8, 9 และ 10 เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้การทดสอบพหุคูณ

ตารางที่ 8 แสดงประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนของการทดสอบพหุคูณและค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย โดยแจกแจงตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด กรณีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 40

การทดสอบพหุคูณ	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด		
		0.2	0.5	0.8
ALS	0.3	✔ (0.4822)	✔ (0.3040)	✔ (0.1525)
	0.5	✔ (0.5344)	✔ (0.4025)	✔ (0.1950)
	0.7	✔ (0.5369)	✔ (0.4168)	✔ (0.2288)
	0.9	✔ (0.5872)	✔ (0.4230)	✔ (0.2438)
TSLS	0.3	✔ (0.3516)	✔ (0.2610)	✔ (0.1488)
	0.5	✔ (0.3934)	✔ (0.3270)	✔ (0.1863)
	0.7	✔ (0.4141)	✔ (0.3390)	✔ (0.2025)
	0.9	✔ (0.4191)	✔ (0.3570)	✔ (0.2288)

ตารางที่ 8 (ต่อ)

การทดสอบพหุคูณ	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด		
		0.2	0.5	0.8
RB.BH	0.3	✗ (0.5275)	✔ (0.1850)	✔ (0.0400)
	0.5	✗ (0.5916)	✗ (0.3445)	✔ (0.1275)
	0.7	✗ (0.6713)	✔ (0.3545)	✔ (0.2075)
	0.9	✗ (0.6997)	✗ (0.3920)	✗ (0.2338)
RB.BKY	0.3	✔ (0.4306)	✔ (0.1690)	✔ (0.0288)
	0.5	✔ (0.5034)	✗ (0.3230)	✔ (0.1138)
	0.7	✗ (0.5897)	✔ (0.3310)	✔ (0.1963)
	0.9	✗ (0.6066)	✗ (0.3490)	✗ (0.2975)
RB.DGL	0.3	✔ (0.5378)	✔ (0.1895)	✔ (0.0463)
	0.5	✗ (0.6006)	✗ (0.3600)	✔ (0.1500)
	0.7	✗ (0.6663)	✗ (0.3630)	✗ (0.2575)
	0.9	✗ (0.7188)	✗ (0.4000)	✗ (0.3813)

หมายเหตุ ✔ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ
✗ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าระดับนัยสำคัญ

ตารางที่ 9 แสดงประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนของการทดสอบพหุคูณและค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย โดยแจกแจงตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด กรณีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 80

การทดสอบพหุคูณ	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด 0.2	0.5	0.8
ALS	0.3	✔ (0.4750)	✔ (0.3123)	✔ (0.1244)
	0.5	✔ (0.5266)	✔ (0.3175)	✔ (0.1819)
	0.7	✔ (0.5714)	✔ (0.3208)	✔ (0.1981)
	0.9	✔ (0.6256)	✔ (0.4530)	✔ (0.2463)
TSLS	0.3	✔ (0.3800)	✔ (0.2813)	✔ (0.1206)
	0.5	✔ (0.4159)	✔ (0.2815)	✔ (0.1750)
	0.7	✔ (0.4269)	✔ (0.2950)	✔ (0.1906)
	0.9	✔ (0.4498)	✔ (0.3473)	✔ (0.2400)
RB.BH	0.3	✘ (0.5206)	✔ (0.2023)	✔ (0.0288)
	0.5	✘ (0.5741)	✔ (0.2265)	✔ (0.0819)
	0.7	✘ (0.6583)	✘ (0.2953)	✔ (0.1850)
	0.9	✘ (0.7200)	✘ (0.5365)	✘ (0.2831)
RB.BKY	0.3	✔ (0.4509)	✔ (0.1785)	✔ (0.0269)
	0.5	✘ (0.5119)	✔ (0.2030)	✔ (0.0819)
	0.7	✔ (0.5939)	✘ (0.2555)	✔ (0.1763)
	0.9	✘ (0.6458)	✘ (0.4255)	✘ (0.2575)
RB.DGL	0.3	✘ (0.5411)	✔ (0.2163)	✔ (0.0431)
	0.5	✘ (0.5753)	✔ (0.2398)	✔ (0.1175)
	0.7	✘ (0.5891)	✘ (0.3068)	✘ (0.2106)
	0.9	✘ (0.7295)	✘ (0.5488)	✘ (0.3731)

หมายเหตุ ✔ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ

✘ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าระดับนัยสำคัญ

ตารางที่ 10 แสดงประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนของการทดสอบพหุคูณและค่าอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย โดยแจกแจงตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด กรณีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 120

การทดสอบพหุคูณ	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงที่กำหนด 0.2	0.5	0.8
ALS	0.3	✔ (0.4777)	✔ (0.2737)	✔ (0.1467)
	0.5	✔ (0.4909)	✔ (0.3032)	✔ (0.1754)
	0.7	✔ (0.5069)	✔ (0.3045)	✔ (0.2517)
	0.9	✔ (0.5417)	✔ (0.3143)	✔ (0.2758)
TSLS	0.3	✔ (0.3784)	✔ (0.2370)	✔ (0.1442)
	0.5	✔ (0.3748)	✔ (0.2777)	✔ (0.1667)
	0.7	✔ (0.3820)	✔ (0.2780)	✔ (0.2392)
	0.9	✔ (0.3891)	✔ (0.2940)	✔ (0.2438)
RB.BH	0.3	✔ (0.5216)	✔ (0.1770)	✔ (0.0458)
	0.5	✖ (0.5752)	✖ (0.2460)	✔ (0.0958)
	0.7	✖ (0.5508)	✖ (0.3758)	✖ (0.1642)
	0.9	✖ (0.6563)	✖ (0.3643)	✖ (0.3154)
RB.BKY	0.3	✔ (0.4432)	✔ (0.1532)	✔ (0.0421)
	0.5	✔ (0.4774)	✔ (0.2275)	✔ (0.0904)
	0.7	✖ (0.5342)	✖ (0.2673)	✔ (0.1975)
	0.9	✖ (0.5701)	✖ (0.2843)	✖ (0.2971)
RB.DGL	0.3	✔ (0.5389)	✔ (0.1905)	✔ (0.0608)
	0.5	✖ (0.5870)	✖ (0.2563)	✔ (0.1217)
	0.7	✖ (0.5910)	✖ (0.3115)	✖ (0.2458)
	0.9	✖ (0.6778)	✖ (0.3745)	✖ (0.4133)

หมายเหตุ ✔ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ

✖ หมายถึง ให้ค่าอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าระดับนัยสำคัญ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

จากการศึกษาวิธีประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง เมื่อพิจารณาความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS พบว่ากรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีระดับต่ำ $\pi_0 = 0.2$ ถึงระดับปานกลาง $\pi_0 = 0.5$ ค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มีความแตกต่างของค่าประมาณน้อยกว่า 0.3 และกรณีค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีระดับสูง $\pi_0 = 0.8$ ค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มีความแตกต่างของค่าประมาณมากกว่า 0.3 ดังนั้น ในเบื้องต้นผู้วิจัยสามารถใช้ค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS พิจารณาแนวโน้มของค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

เนื่องจากในทางปฏิบัติผู้จัยสามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรก่อนการทดสอบพหุคูณ แต่สำหรับค่าประมาณสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงนั้นจะคำนวณได้ในขั้นตอนของการทดสอบพหุคูณ ดังนั้นการเลือกวิธีประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงในเบื้องต้นควรพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และค่าความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS โดยเลือกวิธีประมาณค่าที่เหมาะสมดังนี้

1) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับต่ำ เมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS น้อยกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.DGL และเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มากกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.BH

2) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับปานกลาง เมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS น้อยกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.DGL และเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มากกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.BKY

3) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับค่อนข้างสูง เมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS น้อยกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.DGL และเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มากกว่า 0.3 ควรใช้วิธี ALS

4) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับสูง เมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS น้อยกว่า 0.3 ควรใช้วิธี RB.DGL หรือ RB.BH และเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าประมาณจากวิธี RB.DGL และ ALS มากกว่า 0.3 ควรใช้วิธี ALS หรือ RB.BH

จากการเปรียบเทียบการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนของการทดสอบพหุคูณ โดยพิจารณาจากประสิทธิภาพในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ย พบว่า

1) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับต่ำ เมื่อสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าน้อยควรใช้วิธี RB.DGL และเมื่อสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริงมีค่าปานกลางถึงสูงควรใช้วิธี ALS

2) กรณีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีระดับกลาง ถึงระดับสูงควรใช้วิธี ALS

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป

จากการศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบพหุคูณในการควบคุมอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนครั้งนี้ พบว่ามีประเด็นที่น่าสนใจ สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

1) การแจงแจกสำหรับจำลองข้อมูล เนื่องจากในงานวิจัยครั้งนี้ศึกษาเฉพาะข้อมูลจากการแจกแจกปกติหลายตัวแปร ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบสมมาตร ดังนั้นสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไป ควรพิจารณาเพิ่มเติมกรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร

2) Storey and Tibshirani (2003) ได้นำการสุ่มตัวอย่างซ้ำและหลักการของเบส์ในการประมาณค่าสัดส่วนสมมติฐานหลักที่เป็นจริง ซึ่งมีขั้นตอนที่แตกต่างจากวิธีของ Dudoit *et al.* (2008) ดังนั้นสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไปควรเพิ่มเติมวิธีของ Storey and Tibshirani (2003) ในการประมาณความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐานหลักที่เป็นจริง

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กัลยา วานิชย์บัญชา. 2552. **การวิเคราะห์ข้อมูลหลายตัวแปร**, พิมพ์ครั้งที่ 4, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

มานพ วราภักดิ์. 2550. **การจำลอง (Simulation)**, พิมพ์ครั้งที่ 1, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

หทัยรัตน์ วงศ์สุวัฒน์, 2549. **การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบพหุคูณแบบปิดสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร**, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

สายชล สินสมบูรณ์ทอง, 2549. **สถิติคณิตศาสตร์ 2,** จามจุรีโปรดักท์, กรุงเทพฯ.

Benjamini, Y. and Y. Hochberg. 1995. Controlling the False Discovery Rate: a Practical and Powerful Approach to Multiple Testing**. Journal of the Royal Statistical Society**, Series B (Methodological). 57: 289-300.

Benjamini, Y. and Y. Hochberg. 2000. On the adaptive control of the false discovery rate in multiple testing with independent statistics. **Journal of Educational and Behavioral Statistics**. 25: 60-83.

Benjamini, Y., A. M. Krieger and D. Yekutieli. 2006. Adaptive linear step-up false discovery rate controlling procedures. **Biometrika**. 93: 491-507.

Bhattacharjee, M., K. D. Sunil, and S. Subraminian. 2011. **Recent Advances in Biostaistics: False Discovery Rates, Survival Analysis, and Related Topics**, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.

Dudoit, S. and M. J. van der Laan. 2008. **Multiple Testing Procedures with Applications to Genomics**. Springer Series in Statistics. Springer, New York.

Dudoit, S., J. P. Shuffer and J. C. Boldrick. 2003. Multiple Hypothesis Testing in Microarray Experiments, **Statist. Sci.** 18: 71-103.

Dudoit, S., H. N. Gilbert, and M. J. van der Laan. 2008. Resampling-Based Empirical Bayes Multiple Testing. **Biometrical Journal**. 50: 716-744.

Efron, B. 2010. **Large-Scale Inference: Empirical Bayes Methods for Estimation, Testing, and Prediction,** Cambridge University Press, New York.

Jiang, H. and R.W. Doerge. 2008. Estimating the Proportion of True Null Hypotheses for Multiple Comparison. **Cancer Inform**. 6: 25-32.

R Development Core Team. 2012. R: **A langguage and Environment for Statistical Computing**, R foudation for statistical computing. http://www.R-project.org, 2012.

Storey, J. D. and R. Tibshirani. 2003. Statistical Significance foe genomewide studies. **Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.** 100: 9440-9445.

ภาคผนวก

โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองข้อมูล

```
gen.sigma<-function(m,rho){
sigma.mat<-diag(m)
        sigma.mat[sigma.mat!=1]<-rho
        sigma.mat
}
gen.snormal<-function(n){
x1<-rep(NA,n);x2<-rep(NA,n);i<-1
         while(i<n){
                v1<-runif(1,-1,1)
                v2<-runif(1,-1,1)
                r<-v1^2+v2^2
        if(r<1){
                i<-sum(!is.na(x1))+1
                x1[i]<-v1*sqrt((-2*log(r))/r)
                x2[i]<-v2*sqrt((-2*log(r))/r)
}
}
x1
}

gen.mnormal<-function(n,m,h.ratio,muNull,muAlt,sigma.mat){
mnormal<-NULL
n0<-(m*h.ratio)
n1<-m-n0
mu<-c(rep(muNull,n0),rep(muAlt,n1))
chol.mat <- chol(sigma.mat)
        for(i in 1:m){
        mnormal<-cbind(mnormal,gen.snormal(n))
```

```
}
result <- mnormal%*%chol.mat
normal<-t(result)
multi<-normal+mu
multi
}

kernel.est<-function(obs.t){
mar.dens<-NULL
        for(i in 1:length(obs.t)){
        k.dens<-density(obs.t,bw="nrd",kernel="gaussian",from=obs.t[i],to=obs.t[i])
        mar.dens<-c(mar.dens,k.dens$y[1])
        }
mar.dens
}

gen.nulldist<-function(B,m,cort.mat){
        t.null<-NULL
        chol.mat <- chol(cort.mat)
        all.t<-gen.snormal(B*m)
        mat.t1<-matrix(all.t,nrow=B,ncol=m)
        mat.t2<-mat.t1%*%chol.mat
        result<-t(mat.t2)
}

gen.h0mat<-function(B,m,phi0.est){
h0.mat<-NULL
        for(i in 1:B){
        h0.mat<-cbind(h0.mat,rbinom(m,1,phi0.est))
 }
```

```
h0.mat
}

choose.cutoff<-function(cutoff,vec.fdr){
ii<-ifelse(vec.fdr<=alpha,1,0)
        if(sum(ii)>0){
        best.ct<-cutoff[cutoff==min(cutoff[vec.fdr<=alpha])]
}
        if(sum(ii)==0){
        best.ct<-100
}
 best.ct
}
```

โปรแกรมสำหรับการทดสอบพหุคูณแบบขั้นบันได

ดัดแปลงมาจากโปรแกรม multtest (Pollard *et al.*, 2007)

```
bh.proc<-function(obs.p,alpha){
index<-order(obs.p)
temp.p<-obs.p[index]
adj.bh<-c(rep(NA,m-1),min(temp.p[m],1))
        for(i in (m-1):1){
        bh<-min((m*temp.p[i])/i,1)
        adj.bh[i]<-min(adj.bh[i+1],bh)
 }
 adj.bh<-adj.bh[order(index)]
 r.bh<-sum(adj.bh<=0.05)
 prior.bh<-(m-r.bh)/m
 bh.out<-list(adj.bh,prior.bh)
}
```

โปรแกรมสำหรับการทดสอบพหุคูณประยุกต์แบบขั้นบันได

ดัดแปลงมาจากโปรแกรม multtest (Pollard *et al.*, 2007)

```
abh.proc<-function(obs.p,adj.bh,alpha){
index<-order(obs.p)
temp.p<-obs.p[index]
BH<-rep(NA,m)
  for(k in 1:m){
     BH[k]<-(m +1-k)/(1-temp.p[k])
  }
order.diff<-1:(m-1)
con1<-diff(caBH)>0
if(sum(con1)>0){
h0.BH <-ceiling(min(caBH[min(order.diff[con1])],m))}else{
h0.BH<-m
}
prior.BH<-h0.BH/m
adj.BH<-adj.bh*prior.BH
BH.out<-list(adj.BH,prior.BH)
}
```

โปรแกรมสำหรับการทดสอบพหุคูณประยุกต์สองชั้นแบบขั้นบันได

ดัดแปลงมาจากโปรแกรม multtest (Pollard *et al.*, 2007)

```
tsbh.proc<-function(obs.p,adj.bh,alpha){
nh0.tsbh<-m-sum(adj.bh<=(alpha/(1+alpha)))
prior.tsbh<-nh0.tsbh/m
adj.tsbh<-adj.bh*prior.tsbh
tsbh.out<-list(adj.tsbh,prior.tsbh)}
```

โปรแกรมสำหรับคำนวณอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนสำหรับการทดสอบพหุคูณประยุกต์แบบขั้นบันไดและการทดสอบพหุคูณประยุกต์สองชั้นแบบขั้นบันได

```
f.and.p1<-function(obs.h0,adj.p,n.fh0,alpha){
v.jung<-sum(adj.p<=alpha & obs.h0==1)
s.kung<-sum(adj.p<=alpha & obs.h0==0)
vs<-max(v.jung+s.kung,1)
fdr.proc<-v.jung/vs
fdr.proc[is.na(fdr.proc)]<-0
pw.proc<-s.kung/n.fh0
pw.proc[is.na(pw.proc)]<-0
ff.pp<-c(fdr.proc,pw.proc)
}
```

โปรแกรมสำหรับคำนวณอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อสำหรับการทดสอบพหุคูณแบบสุ่มตัวอย่างซ้ำและใช้สถิติเบส์

```
f.and.p2<-function(obs.h0,adj.p,n.fh0,alpha,eb.cof){
eb.cof<-round(2*pnorm(eb.cof,lower.tail=F),5)
v.jung<-sum(adj.p<=eb.cof & obs.h0==1)
s.kung<-sum(adj.p<=eb.cof & obs.h0==0)
vs<-max(v.jung+s.kung,1)
fdr.proc<-v.jung/vs
fdr.proc[is.na(fdr.proc)]<-0
pw.proc<-s.kung/n.fh0
pw.proc[is.na(pw.proc)]<-0
ff.pp<-c(fdr.proc,pw.proc)
}
```

โปรแกรมสำหรับคำนวณอัตราการเกิดความคลาดเคลื่อนและอำนาจการทดสอบโดยเฉลี่ยจากการจำลองข้อมูล

```
EB.MTP<-function(B,A,alpha,n,m,h.ratio,muNull,muAlt,rho){
cutoff<-seq(0.05,4.5,0.05)
n.cutoff<-length(cutoff)

# NULL matrix & NULL vector

phi0est.BH<-rep(NA,A)
phi0est.tsbh<-rep(NA,A)
phi0est.ebBH<-rep(NA,A)
phi0est.ebtsbh<-rep(NA,A)
phi0est.eb<-rep(NA,A)


all.fdr.BH<-rep(NA,A)
all.fdr.tsbh<-rep(NA,A)
all.fdr.ebBH<-rep(NA,A)
all.fdr.ebtsbh<-rep(NA,A)
all.fdr.eb<-rep(NA,A)

all.pw.BH<-rep(NA,A)
all.pw.tsbh<-rep(NA,A)
all.pw.ebBH<-rep(NA,A)
all.pw.ebtsbh<-rep(NA,A)
all.pw.eb<-rep(NA,A)
```

```
for(i in 1:A){

# Set of truenull/Test statistics/p value

sigma.mat<-gen.sigma(m,rho)
multi.data<-gen.mnormal(n,m,h.ratio,muNull,muAlt,sigma.mat)
cort.mat<-cor(t(multi.data))

#number of truenull
n.th0<-h.ratio*m
#number of fBHenull
n.fh0<-m-(h.ratio*m)

obs.h0<-c(rep(1,n.th0),rep(0,n.fh0))
obs.h1<-1-obs.h0
obs.t<-apply(multi.data,1,function(multi.data)t.test(multi.data)$statistic)
obs.p<- pmin(round(2*pnorm(obs.t,lower.tail=F),5),0.9999)


# Estimated ratio of truenull form adaptive
adj.bh<-bh.proc(obs.p,alpha)[[1]]

prior.BH<-BH.proc(obs.p,adj.bh,alpha)[[2]]
prior.tsbh<-tsbh.proc(obs.p,adj.bh,alpha)[[2]]

#------Local q-value's ingredients-------
#1.Compute density for obs.t from f0n~N(0,1)
marg.null<-dnorm(obs.t)
```

```
#2.Compute kernel density for obs.t
marg.density<-kernel.est(obs.t)

#Vector q value

post.c<-pmin(marg.null/marg.density,1)
post.c[is.na(post.c)]<-0

post.ebBH<- pmin((prior.BH*marg.null)/marg.density,1)
post.ebtsbh<- pmin((prior.tsbh* marg.null)/marg.density,1)
post.eb<-pmin((mean(post.c,na.rm=0)*marg.null)/marg.density,1)

post.ebBH[is.na(post.ebBH)]<-0
post.ebtsbh[is.na(post.ebtsbh)]<-0
post.eb[is.na(post.eb)]<-0

#sum qvalue / m

cal.ebBH<-round(mean(post.ebBH),5)
cal.ebtsbh<-round(mean(post.ebtsbh),5)
cal.eb<-round(mean(post.eb),5)

phi0est.BH[i]<-prior.BH
phi0est.tsbh[i]<-prior.tsbh
phi0est.ebBH[i]<-cal.ebBH
phi0est.ebtsbh[i]<-cal.ebtsbh
phi0est.eb[i]<-cal.eb

#----Generate B pairs of null T0n and random guessed sets H0(m)----
#Joint test statistics distribution
```

```
cort.mat<-cor(t(multi.data))

# For Vn
joint.null<-gen.mnormal(B,m,h.ratio,0,0,cort.mat)
joint.null<-abs(joint.null)
# For Sn
obs.tB<-matrix(rep(obs.t,B),m,B)
obs.tB<-abs(obs.tB)

#H0(m) distribution

gh0.ebBH.mat<-gen.h0mat(B,m,cal.ebBH)
gh0.ebtsbh.mat<-gen.h0mat(B,m,cal.ebtsbh)
gh0.eb.mat<-gen.h0mat(B,m,cal.eb)

#NULL vector for fdr

 fdr.ebBH<-rep(NA,n.cutoff)
 fdr.ebtsbh<-rep(NA,n.cutoff)
 fdr.eb<-rep(NA,n.cutoff)

for(j in 1:n.cutoff){
 # M x B
 rjoint.null<-ifelse(joint.null>cutoff[j],1,0)
 robs.tB<-ifelse(obs.tB>cutoff[j],1,0)

 v.ebBH.mat<-ifelse(rjoint.null==1 & gh0.ebBH.mat==1,1,0)
 v.ebtsbh.mat<-ifelse(rjoint.null==1 & gh0.ebtsbh.mat==1,1,0)
 v.eb.mat<-ifelse(rjoint.null & gh0.eb.mat==1,1,0)
```

```
s.ebBH.mat<-ifelse(robs.tB==1 & gh0.ebBH.mat==0,1,0)
s.ebtsbh.mat<-ifelse(robs.tB==1 & gh0.ebtsbh.mat==0,1,0)
s.eb.mat<-ifelse(robs.tB==1 & gh0.eb.mat==0,1,0)

# 1 x B

v.ebBH.sum<-apply(v.ebBH.mat,2,sum)
v.ebtsbh.sum<-apply(v.ebtsbh.mat,2,sum)
v.eb.sum<-apply(v.eb.mat,2,sum)

s.ebBH.sum<-apply(s.ebBH.mat,2,sum)
s.ebtsbh.sum<-apply(s.ebtsbh.mat,2,sum)
s.eb.sum<-apply(s.eb.mat,2,sum)

vs.ebBH<-pmax(v.ebBH.sum+s.ebBH.sum,1)
vs.ebtsbh<-pmax(v.ebtsbh.sum+s.ebtsbh.sum,1)
vs.eb<-pmax(v.eb.sum+s.eb.sum,1)

# 1 value to vector length(cutoff)

fdr.ebBH[j]<-mean(v.ebBH.sum/vs.ebBH)
fdr.ebtsbh[j]<-mean(v.ebtsbh.sum/vs.ebtsbh)
fdr.eb[j]<-mean(v.eb.sum/vs.eb)

} #loop cutoff

cut.ebBH<-choose.cutoff(cutoff,fdr.ebBH)
cut.ebtsbh<-choose.cutoff(cutoff,fdr.ebtsbh)
cut.eb<-choose.cutoff(cutoff,fdr.eb)
```

```
# Compute adj p-value for LSU

adj.BH<-BH.proc(obs.p,adj.bh,alpha)[[1]]
adj.tsbh<-tsbh.proc(obs.p,adj.bh,alpha)[[1]]
adj.ebBH<-adj.bh*cal.ebBH
adj.ebtsbh<-adj.bh*cal.ebtsbh
adj.eb<-adj.bh*cal.eb

# FDR and Power

fp.BH<-f.and.p1(obs.h0,adj.BH,n.fh0,alpha)
fp.tsbh<-f.and.p1(obs.h0,adj.tsbh,n.fh0,alpha)
fp.ebBH<-f.and.p2(obs.h0,adj.ebBH,n.fh0,alpha,cut.ebBH)
fp.ebtsbh<-f.and.p2(obs.h0,adj.ebtsbh,n.fh0,alpha,cut.ebtsbh)
fp.eb<-f.and.p2(obs.h0,adj.eb,n.fh0,alpha,cut.eb)

all.fdr.BH[i]<-fp.BH[1]
all.fdr.tsbh[i]<-fp.tsbh[1]
all.fdr.ebBH[i]<-fp.ebBH[1]
all.fdr.ebtsbh[i]<-fp.ebtsbh[1]
all.fdr.eb[i]<-fp.eb[1]

all.pw.BH[i]<-fp.BH[2]
all.pw.tsbh[i]<-fp.tsbh[2]
all.pw.ebBH[i]<-fp.ebBH[2]
all.pw.ebtsbh[i]<-fp.ebtsbh[2]
all.pw.eb[i]<-fp.eb[2]

} #loop A
```

```
averphi0.BH<-round(mean(phi0est.BH,na.rm=TRUE),5)
averphi0.tsbh<-round(mean(phi0est.tsbh,na.rm=TRUE),5)
averphi0.ebBH<-round(mean(phi0est.ebBH,na.rm=TRUE),5)
averphi0.ebtsbh<-round(mean(phi0est.ebtsbh,na.rm=TRUE),5)
averphi0.eb<-round(mean(phi0est.eb,na.rm=TRUE),5)

averfdr.BH<-round(mean(all.fdr.BH,na.rm=TRUE),5)
averfdr.tsbh<-round(mean(all.fdr.tsbh,na.rm=TRUE),5)
averfdr.ebBH<-round(mean(all.fdr.ebBH,na.rm=TRUE),5)
averfdr.ebtsbh<-round(mean(all.fdr.ebtsbh,na.rm=TRUE),5)
averfdr.eb<-round(mean(all.fdr.eb,na.rm=TRUE),5)

averpw.BH<-round(mean(all.pw.BH,na.rm=TRUE),5)
averpw.tsbh<-round(mean(all.pw.tsbh,na.rm=TRUE),5)
averpw.ebBH<-round(mean(all.pw.ebBH,na.rm=TRUE),5)
averpw.ebtsbh<-round(mean(all.pw.ebtsbh,na.rm=TRUE),5)
averpw.eb<-round(mean(all.pw.eb,na.rm=TRUE),5)

phi0.est<-rbind(averphi0.BH,averphi0.tsbh,averphi0.ebBH,averphi0.ebtsbh,averphi0.eb)

fdr.est<-rbind(averfdr.BH,averfdr.tsbh,averfdr.ebBH,averfdr.ebtsbh,averfdr.eb)

pw.est<-rbind(averpw.BH,averpw.tsbh,averpw.ebBH,averpw.ebtsbh,averpw.eb)

aver.allA<-cbind(phi0.est,fdr.est,pw.est)

rownames(aver.allA)<-c("BH","TSBH","EBBH","EBTSBH","EB")

colnames(aver.allA)<-c("phi0","FDR","Power")
```

```
phi0.allA<cbind(LSU.BH=phi0est.BH,LSU.TSBH=phi0est.tsbh,REB.BH=phi0est.ebBH,REB.TS
BH=phi0est.ebtsbh,REB.QV=phi0est.eb)

fdr.allA<-
cbind(LSU.BH=all.fdr.BH,LSU.TSBH=all.fdr.tsbh,REB.BH=all.fdr.ebBH,REB.TSBH=all.fdr.eb
tsbh,REB.QV=all.fdr.eb)

pw.allA<-
cbind(LSU.BH=all.pw.BH,LSU.TSBH=all.pw.tsbh,REB.BH=all.pw.ebBH,REB.TSBH=all.pw.eb
tsbh,REB.QV=all.pw.eb)

out<-list(aver.allA,phi0.allA,fdr.allA,pw.allA)
}
```

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นางสาวยุวดี สังข์สนิท
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 3 ธันวาคม 2529
สถานที่เกิด	อำเภอควนขนุน จังหวัดพัทลุง
ประวัติการศึกษา	วท.บ. (สถิติ) มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	โครงการพัฒนากำลังคนด้านวิทยาศาสตร์ (ทุนเรียนดีวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย)