



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

The Study of Ability in Learning Mathematics on Variation by Using Learning Activity with K-W-D-L Technique of Mathayomsuksa Three Students at Kasetsart University Laboratory School, Center for Educational Research and Development

นามผู้วิจัย นายจักรพงษ์ ผิวนวน

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(อาจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน
โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

The Study of Ability in Learning Mathematics on Variation by Using Learning Activity
with K-W-D-L Technique of Mathayomsuksa Three Students at Kasetsart University
Laboratory School, Center for Educational Research and Development

โดย

นายจักรพงษ์ ผิวขาว

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2556

จักรพงษ์ ผิวฉวน 2556: การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน
โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา,
ศษ.ด. 199 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L 2) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L และ
3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนา
การศึกษา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่ง
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555
จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด
7 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค
K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน แบบ
วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน และแบบสอบถามความ
คิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L การวิเคราะห์ข้อมูล
ใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมี
นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
การแปรผัน อยู่ในระดับดีมาก และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค
K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

Jakkaphong Piewnaun 2013: The Study of Ability in Learning Mathematics on Variation by Using Learning Activity with K-W-D-L Technique of Mathayomsuksa Three Students at Kasersart University Laboratory School, Center for Educational Research and Development. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Assistant Professor Chanon Chuntra, Ph.D. 199 pages.

The purposes of this research were 1) to study mathematics learning achievement on Variation by using learning activity with K-W-D-L technique 2) to study ability in mathematical word problems solving on Variation by using learning activity with K-W-D-L technique and 3) to study students' opinions related to learning management with K-W-D-L technique of mathayomsuksa three students at Kasersart University Laboratory School, Center for Educational Research and Development.

The sample group was 38 mathayomsuksa three students of one classroom at Kasersart University Laboratory School, Center for Educational Research and Development in the second semester of the academic year 2012 that was selected by cluster random sampling from 7 classrooms. The instruments in data collection consisted of lesson plans on Variation with K-W-D-L technique, mathematics learning achievement test on Variation, ability evaluation forms in solving mathematical word problem on Variation, and students' opinions questionnaire toward learning management with K-W-D-L technique. Percentage, mean, standard deviation, and t-test were used for analyzing data.

The research results showed that the mathematics learning achievement on Variation by using learning activity with K-W-D-L technique of students after learning was higher than before learning and was higher than 60% at the .05 level of significance. The students had ability in the mathematical word problems solving on Variation at the "very good" level. Almost all students strongly agreed that the learning management with K-W-D-L technique was appropriate.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์และให้คำปรึกษา ตลอดจนตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ รวมถึงผู้เขียน ตำราและเอกสารต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำมาอ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำ วิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศศิธร จ่างภากร อาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิตแห่ง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา และอาจารย์สมนึก พงศ์กุลหาบ อาจารย์ ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ คำปรึกษา และอำนวยความสะดวกใน การเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี ตลอดจนขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนสาธิตแห่ง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้ เครื่องมือและการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ใน การวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งให้คำแนะนำและคำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัย

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยมอบแด่บิดา มารดา ผู้ให้ความรัก ให้กำลังใจ สนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

จักรพงษ์ ผิวฉวนวล

กุมภาพันธ์ 2556

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
ขอบเขตของการวิจัย	7
ประโยชน์ที่ได้รับ	9
นิยามศัพท์	9
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	13
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์	14
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	23
เทคนิค K-W-D-L	49
การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์	56
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	75
สมมติฐานการวิจัย	79
กรอบแนวคิดในการวิจัย	80
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	81
ประชากร	81
กลุ่มตัวอย่าง	81
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	81
การเก็บรวบรวมข้อมูล	90
การวิเคราะห์ข้อมูล	91

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	96
ผลการวิจัย	96
ข้อวิจารณ์	107
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	113
สรุปผลการวิจัย	113
ข้อเสนอแนะ	122
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	125
ภาคผนวก	131
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	132
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	134
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน	180
ภาคผนวก ง ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน	188
ภาคผนวก จ แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการ จัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L	195
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	199

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	แผนผัง K-W-D-L	55
2.2	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	73
2.3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	74
4.1	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน	97
4.2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียน เรื่อง การแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60	98
4.3	คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยพิจารณาภาพรวมของแต่ละชุด	99
4.4	คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยพิจารณาแต่ละขั้นตามขั้นตอน K-W-D-L ของแต่ละชุด	100
4.5	ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน	102
 ตารางผนวกที่		
ค1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	181

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	แผนภูมิแสดงการแก้ปัญหาแบบเชิงเส้น	33
2.2	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson <i>et al.</i>	34
2.3	กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	36
2.4	กรอบแนวคิดในการวิจัย	80

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนามนุษย์ให้มีประสิทธิภาพ เพื่อนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าของประเทศ และเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาทางสังคม การเมือง เศรษฐกิจ และวัฒนธรรม โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาเยาวชนไทยให้เป็นคนดี มีความสามารถ และเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศชาติในอนาคต ด้วยเหตุนี้การจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานให้กับเยาวชนไทยทุกคนจึงนับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ (ฉบับที่ 3) พุทธศักราช 2553 มาตรา 22 ซึ่งระบุว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ” และมาตรา 24 ได้ระบุว่า “ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา และจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง” นับตั้งแต่การปฏิรูปการศึกษาครั้งสำคัญของไทย เมื่อพ.ศ. 2542 ทำให้การจัดการศึกษาของไทยเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วในหลายๆ ด้านอย่างต่อเนื่องจนถึงปัจจุบัน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะต้องพยายามจัดสาระการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับวุฒิภาวะ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ให้นักเรียนได้ฝึกคิดและแก้ปัญหาจากสิ่งที่เรียน กิจกรรมการเรียนรู้ต้องผสมผสานทั้งด้านสาระการเรียนรู้ ด้านทักษะและกระบวนการ ตลอดจนปลูกฝังคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงาม ถูกต้อง และเหมาะสมให้แก่ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีคุณภาพและคุณลักษณะที่สอดคล้องตามพระราชบัญญัติข้างต้น

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับนามธรรมที่เน้นการใช้เหตุผล มีกระบวนการที่ทำให้การพัฒนาความคิดของมนุษย์เป็นระบบ นำไปสู่การพัฒนาในด้านต่างๆ ทั้งด้านวิทยาศาสตร์ ด้านสังคม ด้านเศรษฐกิจ และด้านวิชาการต่างๆ คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่เป็น

พื้นฐานในการเรียนรู้สำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพทางสมองในด้านความคิด การตัดสินใจ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับที่ ยูนิ ฟิฟิธกุล (2539) ได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดโดยมนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้นๆ ออกมา มีการสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเองที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง ทั้งในรูปของตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิดนั้นๆ เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์มีความเข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบรูป (Pattern) ซึ่งจะเห็นได้ว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน ทุกขั้นตอนสามารถหาคำตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุผล ซึ่งเริ่มจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้นตามลำดับ ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์” (Mathematics is the queen of science) ยิ่งไปกว่านั้น คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองที่ดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยให้มนุษย์คิดอย่างรอบคอบ มีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันโดยใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายเพื่อใช้ในการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา อีกทั้งยังช่วยให้เกิดการคิดค้นและพัฒนาสิ่งต่างๆ ให้เหมาะสมต่อการนำไปใช้และเข้ากับยุคสมัย อย่างไรก็ตามในปัจจุบันพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ค่อนข้างต่ำ เห็นได้จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2554 ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2555) ที่ระบุว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 52.40 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 32.08 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 22.73 ซึ่งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ไม่ถึงร้อยละ 50 ถือว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ แสดงให้เห็นว่านักเรียนไทยยังประสบปัญหากับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก และเมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยที่อยู่ในระดับต่ำ อาจมาจากหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหนึ่งมาจากตัวนักเรียน ที่นักเรียนยังไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการ

สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554) ที่กล่าวว่า นักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ไม่สามารถแปลความหมายโจทย์ได้ถูกต้อง ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ และบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง รวมถึงขาดความเข้าใจกระบวนการหรือวิธีการแก้โจทย์ปัญหาและขาดการฝึกฝนในการแก้โจทย์ปัญหาอีกด้วย จากปัญหาข้างต้นครุควรให้ความสำคัญกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาจุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พบว่าได้ให้ความสำคัญกับการปัญหา โดยกำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรกของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของ ประเทศสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคงจะเป็นจุดเน้นที่สำคัญในหลักสูตรคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการเรียนคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ Kennedy and Tipps (1994) ที่กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจุดเน้นสำคัญของหลักสูตรและเป็นเป้าหมายพื้นฐานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาคือหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์เพราะเป็นการส่งเสริมการใช้ความคิดอย่างมีระบบแบบแผน มีขั้นตอนและมีเหตุผล ทำให้รู้จักคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ รู้จักการตัดสินใจ ที่ถูกต้องและฝึกการเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี กระบวนการแก้ปัญหาคือเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่นักเรียนลงมือกระทำเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2538) และวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีความคิดในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องมีส่วนช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคุ้นเคยกับการแก้ปัญหา โดยครุควรศึกษาเนื้อหาของหลักสูตร สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ แล้วนำมาจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาคือเผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์, 2554) นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังมีเป้าหมายที่สำคัญอีกสองประการคือ ให้นักเรียนรู้จักวิธีการคิดและมีทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา การฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

ในชั้นเรียนจะเป็นรากฐานสำคัญที่นำไปสู่การพัฒนาวิธีการคิดและการเสริมสร้างทักษะในการคิดแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตจริงได้ดียิ่งขึ้น ดังนั้น การแก้ปัญหาจึงเป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ข้อมูล ทำให้รู้ข้อเท็จจริงอันเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นต่อการดำรงชีวิตประจำวันของมนุษย์ (สิริพร ทิพย์คง, 2536)

เทคนิคในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ครูสามารถนำมาใช้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้คือ เทคนิค K-W-D-L ซึ่ง Shaw *et al.* (1997a) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งพัฒนามาจากเทคนิค K-W-L ของ Ogle (1986) โดยเทคนิคนี้เน้นการฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ละเอียดถี่ถ้วน และทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ ยังฝึกให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งส่งผลให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในประสบการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี เทคนิค K-W-D-L ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

จะเห็นได้ว่า เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยชี้นำความคิด แนวทางการอ่าน และการแก้ปัญหา อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้และสร้างความสนใจในการเรียนได้เป็นอย่างดี ทำให้นักเรียนเกิดความตระหนักในการทำความเข้าใจตนเอง เช่น การวางแผน การกำหนดจุดมุ่งหมาย การตรวจสอบความเข้าใจในตนเอง การจัดระบบข้อมูล เป็นต้น เพื่อให้ นักเรียนดึงข้อมูลมาใช้ภายหลังอย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีประโยชน์ในการฝึกทักษะการแก้ปัญหา การอ่าน การคิดวิเคราะห์ การเขียนสรุป และการนำเสนอ (วัชรรา เล่าเรียนดี, 2553) นอกจากนี้

ในแต่ละขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L สามารถใช้กระตุ้นให้นักเรียนคิด หาข้อมูล จัดลำดับความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ ที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบ ช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อได้มาซึ่งคำตอบตามที่ต้องการ ซึ่งสอดคล้องกับที่ นิยม เกียตพาทราช (2548) ได้กล่าวถึง เทคนิค K-W-D-L ว่าเป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจากการศึกษาของ Shaw *et al.* (1997a) ที่ได้ทำการศึกษา เรื่อง การเรียนแบบร่วมมือในการแก้โจทย์ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือและใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้ปัญหามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ รวมถึงมีความสามารถในการทำงานร่วมกัน สามารถใช้เหตุผลในการอธิบายได้ดีกว่า และมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนมากขึ้น นอกจากนี้ พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง (2548) ได้ศึกษา เรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นโดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก และเสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) ได้ทำการศึกษา เรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ผลปรากฏว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยคะแนนเฉลี่ยทั้งหมดอยู่ในเกณฑ์ในระดับดี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ซึ่งจากการศึกษาของนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหารูปแบบหนึ่งที่น่าให้นักเรียนจัดลำดับความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบและเป็นขั้นตอนที่นำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ

สำหรับสาระการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ประกอบด้วย การแปรผันตรง การแปรผกผัน และการแปรผันเกี่ยวเนื่อง ซึ่งถือเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นและ

วิชาอื่น โดยเรื่องการแปรผันสามารถนำไปใช้ในวิชาฟิสิกส์เรื่อง มวล แรง กฎการเคลื่อนที่ โมเมนตัม หรือใช้ในการคำนวณเกี่ยวกับปริมาตรของก๊าซกับอุณหภูมิและปริมาตรของก๊าซกับความดันในวิชาเคมี และประกอบกับสาระการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ส่วนใหญ่เป็นโจทย์ปัญหา จึงจำเป็นที่นักเรียนต้องใช้ทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหาเข้ามาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น ถ้านักเรียนจัดลำดับความคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบจะส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจนำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนให้เป็นระบบมากยิ่งขึ้น รวมถึงยังเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
2. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งการจัดห้องเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ โดยจัดให้นักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเรียนเดียวกัน
3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อต่อไปนี้
 - 3.1 การแปรผันตรง
 - 3.2 การแปรผกผัน
 - 3.3 การแปรผันเกี่ยวเนื่อง
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย ใช้เวลาทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการทดสอบก่อนเรียน จำนวน 1 คาบ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 14 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 คาบ ดังนี้
 - คาบที่ 1 การทดสอบก่อนเรียน
 - คาบที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณและการแปรผันตรง
 - คาบที่ 3 เรื่อง การแปรผันตรง
 - คาบที่ 4 เรื่อง การแปรผันตรงและโจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

คาบที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

คาบที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

คาบที่ 7 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณและการแปรผกผัน

คาบที่ 8 เรื่อง การแปรผกผัน

คาบที่ 9 เรื่อง การแปรผกผันและโจทย์ปัญหาการแปรผกผัน

คาบที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

คาบที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

คาบที่ 12 เรื่อง การแปรผันเกี่ยวเนื่องและโจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง

คาบที่ 13 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ)

คาบที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5

คาบที่ 15 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6

คาบที่ 16 การทดสอบหลังเรียน

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค

K-W-D-L

5.2 ตัวแปรตาม คือ

5.2.1 ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ซึ่งประกอบด้วย
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2.2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วย
เทคนิค K-W-D-L

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์สามารถใช้เทคนิค K-W-D-L เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ผู้เกี่ยวข้องกับการจัดศึกษาสามารถนำแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ไปประยุกต์ในการจัดการเรียนรู้สำหรับสาระการเรียนรู้อื่นหรือในระดับชั้นอื่นๆ ต่อไป

นิยามศัพท์

ผู้วิจัยได้กำหนดและให้ความหมายของนิยามศัพท์ที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

เทคนิค K-W-D-L หมายถึง ขั้นตอนที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบ ช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อให้ได้คำตอบตามที่ต้องการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การแปรผัน ซึ่งขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนหรือทบทวนความรู้เดิม

2. ขั้นสอนเนื้อหา

2.1 ครูดำเนินการสอนเนื้อหาใหม่หรือนำเสนอโจทย์ปัญหาแก่นักเรียนทั้งชั้นเรียน

2.2 ครูให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญห โดยใช้เทคนิค K-W-D-L ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) ครูให้นักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) ครูให้นักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2.3 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา

3. ขั้นฝึกทักษะ

ครูให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา จากแบบฝึกเสริมทักษะหรือใบงานที่ครูสร้างขึ้นที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนและสถานการณ์อื่นๆ โดยให้นักเรียนฝึกทำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

4. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปสาระสำคัญในเรื่องที่เรียน หรือทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียน เรื่อง การแปรผัน โดยพิจารณาจาก ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถทางสติปัญญาของนักเรียน โดยมี

ลักษณะเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ซึ่งทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ ความคิดรวบยอด หลักการ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา เรื่อง การแปรผัน ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที โดยพิจารณาคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนเขียนตอบและแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L หมายถึง ความรู้สึกและความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการสอบถามหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์

- 1.1 ลักษณะของคณิตศาสตร์
- 1.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
- 1.3 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.5 ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.6 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เทคนิค K-W-D-L

- 3.1 ความเป็นมาของเทคนิค K-W-D-L
- 3.2 ความหมายของเทคนิค K-W-D-L
- 3.3 การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

4. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4.2 วัตถุประสงค์และประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4.3 หลักการของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4.4 รูปแบบของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4.5 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

6. สมมติฐานการวิจัย

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ลักษณะของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลขหรือสัญลักษณ์เพียงเท่านั้น แต่ลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาและนักวิชาการ ได้ให้ความหมายไว้แตกต่างกัน ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้สรุปลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์ในการพิสูจน์อย่างมีเหตุ มีผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีการคิด เราก็สามารถจะนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และอุตสาหกรรมต่างๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุผล เป็นคน ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่างๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาเฉพาะตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนด ขึ้นด้วยสัญลักษณ์อย่างรัดกุม และสื่อความหมายที่ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และภาษาที่

กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์แทนความคิด เช่น $x + 3 = 8$ เมื่อเขียนสมการนี้ ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์ก็จะเข้าใจตรงกัน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้ฝึกสมอง การคำนวณจะช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ดังจะเห็นในปัจจุบัน

3. คณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นจะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่ายๆ และอธิบายข้อคิดต่างๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นด้วย นิยาม จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องอันนี้เป็นพื้นฐานเหล่านี้ก็จะนำไปสู่เรื่องอื่นต่อไป การคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะต้องตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน เราจะเห็นว่าการคิดในทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องคิดอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะต้องตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่นๆ ความงดงามของคณิตศาสตร์ก็คือ ความเป็นระเบียบแบบแผนและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ ความคิดริเริ่มที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้สรุปลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยความคิด การใช้กระบวนการคิด ต้องอาศัยเหตุผล และการเรียนคณิตศาสตร์เป็นการฝึกแก้ปัญหาต่างๆ

นอกจากนี้การใช้ความคิดยังช่วยพัฒนาให้เกิดการคิดค้นและดัดแปลงพัฒนาสิ่งต่างๆ ให้ทันสมัยและเหมาะสมกับการนำไปใช้ เช่น การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการคิดคำนวณ จากการใช้ลูกคิดเป็นการใช้เครื่องคิดเลข และเครื่องคิดเลขกราฟฟิก (graphic calculator) ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการเขียนกราฟต่างๆ ได้ ตลอดจนการใช้คอมพิวเตอร์

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง สัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากการคิดและตกลงยอมรับที่จะนำไปใช้

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์เป็นความมีระเบียบและความผสมผสานกลมกลืนกัน นักคณิตศาสตร์ได้แสดงความคิดสร้างสรรค์และจินตนาการเชื่อมโยงสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติกับคณิตศาสตร์

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างความมีระเบียบแบบแผน มีลำดับขั้นตอนในการคิดและต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล สิ่งที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไปหรือในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้สรุปลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ และแบบแผนที่ชัดเจน
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์
3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาวิชาเกี่ยวกับการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา
5. คณิตศาสตร์เป็นวิธีที่นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่
6. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือให้มนุษย์สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม
7. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกนำไปใช้ในหลากหลายรูปแบบ
8. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของแบบรูป (pattern) ที่ใช้อธิบายสิ่งต่างๆ
9. คณิตศาสตร์ช่วยให้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับการแก้ปัญหาใดๆ
10. คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์จัดการกับสิ่งที่มองไม่เห็น เช่น การคำนวณความเร็วของเสียง
11. คณิตศาสตร์ช่วยในการคาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยให้มนุษย์คิดอย่างรอบคอบ มีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันโดยใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายเพื่อใช้ในการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา อีกทั้งยังช่วยให้เกิดการคิดค้นและพัฒนาสิ่งต่างๆ ให้เหมาะสมต่อการนำไปใช้และเข้ากับยุคสมัย

หลักการสอนคณิตศาสตร์

การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปปรับใช้ในชีวิตประจำวันได้นั้น ขึ้นอยู่กับความสามารถของครูผู้สอนที่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้อย่างเต็มศักยภาพและเหมาะสม ดังที่ได้มีนักการศึกษาและนักวิชาการได้ให้ความหมายไว้แตกต่างกัน ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก
2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปนามธรรม
3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรจะทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจดจำได้แม่นยำขึ้น
4. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ครูควรสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอานพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงบันดาลใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียน เร้าใจเสียก่อน

6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเลขๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียน กระดานดำ เพราะการพูดลอยๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์

7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม

8. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อมๆ กัน

9. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

10. การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตร ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ครูบางคนชอบให้โจทย์ยากๆ เกินหลักสูตร ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่นักเรียนที่เรียนเก่ง ก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายๆ ไป และการเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม

11. สอนให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือมโนคติ (concept) ให้นักเรียนได้ คิดสรุปเอง การยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้ ครูอย่ารีบบอกเกินไป

12. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

13. ครูควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียน น่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียด

14. ครูควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำความรู้แปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียน และครูควรจะเป็นผู้ที่ศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

ขมनाद चेओसुररुनठवी (2542) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์พอสรุปได้ดังนี้ ควรให้นักเรียนเข้าใจพื้นฐานของคณิตศาสตร์ นั่นคือ รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุผล และรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความเข้าใจอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีความชำนาญ กล่าวคือ มีทักษะการสังเกต มีความคิดลำดับเหตุผล สื่อความหมายได้ถี่ถ้วน มีความมั่นใจ

แม่นยำ รวดเร็ว ครูใช้ทฤษฎีการสอนโดยนักเรียนเกิดการเรียนรู้ เข้าใจและค้นพบด้วยตนเอง เกิดความคิดสร้างสรรค์ นอกจากนี้เน้นให้นักเรียนรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวว่า ครูจำเป็นต้องทราบหลักการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องที่ยากก่อนการสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล โดยขั้นตอนที่กำลังทำเป็นผลมาจากขั้นตอนก่อนหน้านั้น
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลินโดยครูอาจใช้เกม ปริศนา เพลง
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน โดยการใช้คำพูด เช่น ดีมาก ทำถูกต้องแล้ว
8. สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น เช่น วิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการเพิ่มของจำนวนแมลงหวี่ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรสอนจากเรื่องที่เป็นพื้นฐานง่ายๆ ไปหาเรื่องที่ยากขึ้น สอนจากรูปธรรมไปหานามธรรม สอนจากสิ่งที่ใกล้ตัวไปหาสิ่งที่ไกลตัว

สอนสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่ไปยังสิ่งที่ไม่รู้ สอนจากสิ่งที่พบเห็นได้ในชีวิตประจำวันไปหาสิ่งที่บางครั้งไม่เคยพบเห็นหรือไม่เคยเห็นเลย และในขณะที่สอนครูควรมีวาทศิลป์ในการสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม เพื่อพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน พร้อมทั้งควรมีเรื่องเล่า เกม ปริศนา คำถามที่สามารถกระตุ้นความสนใจของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนตั้งใจเรียนและผ่อนคลายระหว่างการจัดการเรียนการสอน

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

เทคนิค หมายถึง ศิลปะ กลวิธี (ราชบัณฑิตยสถาน, 2546) ได้มีนักการศึกษาและนักวิชาการ ได้ให้ความหมายของเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกัน ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งสรุปได้ดังนี้ “เทคนิค” หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีเฉพาะวิชานั้นๆ ดังนั้นเทคนิคจึงสอดแทรกอยู่ในขณะที่ดำเนินการสอน ไม่แยกอยู่โดยอิสระเป็นเครื่องช่วยเสริมการสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจเพลิดเพลิน สนุกสนาน เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความไม่เบื่อหน่าย ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้สอนที่มีเทคนิค มักจะพยายามหาศิลปะ วิธีการต่างๆ มาช่วยสอน เช่น การยกตัวอย่างได้ทันทั่วทั้ง การยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวัน การยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อม การใช้เพลง เกม ปริศนา การ์ตูนหรือคำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง ก็ถือว่าเป็นเทคนิคทั้งสิ้น ครูคณิตศาสตร์ควรจะได้แสวงหาเทคนิคต่างๆ เหล่านี้เสริมการสอนของตน เทคนิคต่างๆ ที่ครูคณิตศาสตร์ควรนำมาใช้มีดังนี้ เทคนิคการยกตัวอย่างและการแก้โจทย์ปัญหา เทคนิคการใช้วัสดุอุปกรณ์การสอน เทคนิคการสร้างและการใช้ภาพประกอบการสอน เทคนิคในด้านนันทนาการ เป็นต้น

ประพนธ์ จำเริญ (2551) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งสรุปได้ดังนี้ เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับครู มีเทคนิคการสอนหลายอย่างที่ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เชื่อมโยงและนำมาใช้ในการดำรงชีวิตได้ ซึ่งมีดังนี้

1. เทคนิคการสอนตามแนววิถีพุทธ เทคนิคนี้ผู้สอนเปรียบสติปัญญาของมนุษย์ออกเป็น 4 ระดับเหมือนบัว 4 เหล่า ได้แก่ เหล่าที่ 1 บัวพื้นน้ำ คือ พวกที่ฉลาดมาก เหล่าที่ 2 บัวเสมอน้ำ คือ พวกที่ฉลาดพอสมควร เหล่าที่ 3 บัวใต้น้ำ คือ พวกที่ฉลาดปานกลาง เหล่าที่ 4 บัวใต้ม คือ พวกที่

โง่เขลา การสอนตามวิธีพุทธนี้จะทำการสอน 4 ครั้งในแต่ละสาระ โดยครั้งที่ 1 เป็นการสอนพวก บัวเหล่าที่ 1 เพียงแค่ให้ศึกษาไปความรู้ พิจารณาตัวอย่างหรืออธิบายตัวอย่างเล็กน้อยก็เกิดความรู้ แล้ว สอนครั้งที่ 2 เป็นการสอนพวกบัวเหล่าที่ 2 ครูควรเพิ่มเติมหรืออธิบายหรือยกตัวอย่างเพิ่มเติม จึงเกิดการเรียนรู้โดยปล่อยให้พวกบัวเหล่าที่ 1 ทำล่วงหน้าไปก่อนด้วยตนเองแล้วตรวจสอบความ ถูกต้อง สอนครั้งที่ 3 เป็นการสอนพวกบัวเหล่าที่ 3 ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมอธิบายอย่างละเอียด โดย ปล่อยให้พวกบัวเหล่าที่ 1 และเหล่าที่ 2 ทำล่วงหน้าไปก่อน แล้วตรวจสอบความถูกต้องตามด้วย สอนครั้งที่ 4 เป็นการสอนพวกบัวเหล่าที่ 4 ในครั้งนี้จะเหลือนักเรียนเพียงไม่กี่คน ครูจะสอนให้คิด ที่ละขั้นทำทีละตอน ชี้ให้เห็นทีละบรรทัดซ้ำๆ หรือ อาจให้พวกบัวเหล่าที่ 1 มาช่วยสอน การสอน ด้วยวิธีนี้นักเรียนทุกคนจะประสบความสำเร็จในการเรียนทุกคน ต่างกันที่เวลาในการทำให้เกิดการ เรียนรู้ เมื่อนักเรียนทำได้ ทำเป็น ก็จะเกิดความสุข มีความมั่นใจในตนเอง ภูมิใจในผลงาน

2. เทคนิคการสร้างองค์ความรู้ มีขั้นตอนดังนี้

2.1 การสร้างองค์ความรู้ก่อนเรียน เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนสร้างองค์ ความรู้ก่อนจะเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม ประสบการณ์ในชีวิตจริง ฝึกให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

2.2 การสร้างองค์ความรู้ระหว่างเรียน เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นระหว่าง การเรียนการสอนเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

2.3 การสร้างองค์ความรู้หลังเรียน เป็นการสร้างองค์ความรู้หลังจากเรียนเรื่องใดเรื่อง หนึ่งจบแล้ว

3. เทคนิคการใช้สื่อการเรียนรู้ การใช้สื่อการเรียนรู้เพื่อช่วยสร้างความคิดรวบยอดทาง คณิตศาสตร์ มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง ครูต้องรู้จักเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา ที่จะสอน ซึ่งอาจเป็นสื่อรูปธรรม สื่อกึ่งรูปธรรม และสื่อนามธรรม หากครูเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ ไม่เหมาะสมก็จะเกิดปัญหาได้ทันที การใช้สื่อการเรียนรู้จึงต้องใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระ และเวลา และเมื่อนักเรียนเข้าใจดีแล้วไม่จำเป็นต้องใช้สื่อการเรียนรู้อีกต่อไป ครูควรใช้สื่อการ เรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรม

4. เทคนิคการสร้างความคงทนทางคณิตศาสตร์ เป้าหมายที่สำคัญของการสอน

คณิตศาสตร์คือ สอนแล้วนักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ สามารถนำความรู้ที่เรียนมาแล้วไปใช้อย่างถูกต้องตลอดเวลา ดังนั้นเมื่อสอนเนื้อหาใดจบแล้วอย่าผ่านเลย ต้องหมั่นให้นักเรียนกลับไปทบทวนอยู่เสมอ วิธีการก็คือครูต้องทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมสำหรับทบทวนไว้ใช้เอง เลือกเฉพาะที่มีความจำเป็นสำหรับการนำไปใช้

5. เทคนิคการเลือกวิธีสอน การสอนคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้งครูต้องมีเทคนิคในการเลือกวิธีสอนมาใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา สามารถบูรณาการวิธีสอนหลายวิธีเข้าด้วยกันเพราะการสอนเนื้อหาหนึ่งอาจใช้วิธีการสอนหลายวิธีร่วมกันเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรยึดติดกับวิธีสอนเพียงวิธีเดียว

6. เทคนิคการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาสมองทั้งสองซีก สมองมนุษย์มีสองซีก ทำหน้าที่ต่างกัน เนื้อหาคณิตศาสตร์โดยส่วนใหญ่จะเน้นพัฒนาสมองซีกซ้าย ซึ่งก่อนที่จะมาสู่ซีกซ้ายครูควรจัดกิจกรรมโดยการผ่านสมองซีกขวาก่อน

7. เทคนิคการใช้ ICT ในการสอนคณิตศาสตร์ ปัจจุบันเทคโนโลยีสารสนเทศเข้ามามีบทบาทในการเรียนการสอนมากขึ้น ครูสอนคณิตศาสตร์ต้องปรับเปลี่ยนวิธีการสอนให้ทันสมัยอยู่ตลอดเวลาโดยใช้เครือข่ายคอมพิวเตอร์สำหรับเป็นเครื่องมือในการเสาะแสวงหาความรู้ ความรู้สามารถค้นเพิ่มเติมได้ตลอดเวลา การเรียนไม่จำกัดอยู่ภายในห้องเรียนเท่านั้น การฝึกให้นักเรียนได้รู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง จะเป็นแนวทางในการฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้ตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่สามารถสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งการสอนในเนื้อหาเรื่องต่างๆ อาจใช้เทคนิคการสอนที่แตกต่างกัน เทคนิคการสอนที่เหมาะสมสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ เทคนิคการยกตัวอย่าง เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา เทคนิคการใช้สื่อการเรียนการสอน เทคนิคนันทนาการ เทคนิคการใช้ ICT เทคนิคการสรุปบทเรียน เป็นต้น

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1993) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจในการแก้ปัญหา/สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหาและหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่

Sheffield and Cruikshank (2000) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาอาจเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงงววย ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีหรือไม่ทราบวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้ตอบต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ

ยุพิน พิพิธกุล (2542) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยอาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่นๆ ก็ได้

สิริพร ทิพย์คง (2544) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่างๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระ กระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) กล่าวว่า ปัญหาคือ คำถามที่ต้องการคำตอบ ปัญหาของหลายๆ คนอาจไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องมีการวางแผน รู้จักวิธีเลือกความคิดรวบยอด ทักษะ และหลักการที่นักเรียนได้เรียนไปแล้วมาใช้ให้เหมาะสม ในการแก้ปัญหานั้นๆ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหาหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาบูรณาการกัน เพื่อกำหนดการวางแผนในการหาคำตอบนั้นๆ

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Krulik and Reys (1980 อ้างใน ชูพิน พิพิธกุล, 2539) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง

ทำไมเราจึงสอนวิชาคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามนี้มักจะคิดว่าการแก้ปัญหาเป็น

จุดหมายอันหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหามานำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหานี้ก็จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ (specific problem) กระบวนการหรือวิธีการ (procedures of methods) ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไร ซึ่งเหตุผลอันแรกสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้ มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมดและมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาคือกระบวนการหนึ่ง

ในการแก้ปัญหานี้จะเห็นได้อย่างชัดเจนในการที่นักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการหรือลำดับขั้นที่นักเรียนใช้เพื่อให้ไปถึงคำตอบหรือได้รับคำตอบ การตีความที่สำคัญก็คือ วิธีการ กระบวนการ กลวิธี และวิธีการเรียนด้วยตนเองของนักเรียนซึ่งจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ เหล่านี้ของกระบวนการแก้ปัญหาคือสิ่งจำเป็น ซึ่งนำมาเน้นในหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาคือทักษะพื้นฐานอย่างหนึ่ง

การแก้ปัญหาคือทักษะพื้นฐานนั้นจะพิจารณาถึงเนื้อหาที่เป็นปัญหาเฉพาะรูปแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญห การแก้ปัญหานี้มุ่งเน้นไปที่การแก้ปัญหานั้นเนื้อหาที่นักเรียนจะต้องเรียน ซึ่งเป็นเรื่องที่ยากที่ทำให้เกิดปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะพื้นฐานนั้น อาจจะช่วยในการจัดการสอนประจำวัน คือ เกี่ยวกับทักษะ (skill) มโนคติ (concept) และการแก้ปัญห (problem solving)

Polya (1980) กล่าวว่าโดยสรุปว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือทางออกในสิ่งที่ยุ่งยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด การแก้ปัญหาคือความสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคือสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคือ หมายถึง วิธีการหาผลลัพธ์ที่ไม่รู้ ซึ่งในการหาผลลัพธ์นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่เขารู้และใช้กระบวนการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การแก้ปัญหาคือไม่ใช่เพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ แต่หลัก

ที่สำคัญคือ การได้ลงมือปฏิบัติด้วย นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้คิดหาวิธี ได้จับต้องสื่อการเรียนรู้ และแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และครูควรจะให้กำลังใจเพื่อสะท้อนต่อการคิดของนักเรียน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามustใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ มาผสมผสานกับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของหลายๆ คนอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหามustมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่างๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็นเสนอแนะ แนวทางวิธีการแก้ปัญหามากมายหลากหลาย และทดสอบวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

อัมพร ม้าคอง (2553) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาคือทั้งทักษะซึ่งมีความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการ หมายถึง การได้มาซึ่งคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องบูรณาการความรู้ ประสบการณ์ กระบวนการแก้ปัญหามustใช้วิธีการแก้ปัญหามustมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการวางแผนการแก้ปัญหามustให้ได้คำตอบตามที่ต้องการ

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1985) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นหาลักษณะที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้

ส่วนสำคัญของปัญหาให้ค้นหาแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

- 1) สิ่งที่ต้องการหา
- 2) สิ่งที่กำหนดให้
- 3) เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูป “ถ้า q แล้ว p ”

ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

- 1) สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน
- 2) สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

Charles *et al.* (1987 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) กล่าวว่า มีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอนคือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (one - step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือ นักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาลำดับขั้นตอนเดียว คือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (multi - problem) มีความแตกต่างกับปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวที่ จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบของปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆ เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาวออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา

การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (situation problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลที่เป็นปัญหามักทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Baroody (1993 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง มีคำตอบแน่นอนส่วนใหญ่มีเพียงคำตอบเดียว
2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้าง และมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

Hatfield, Edwards, and Bitter (1993) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิด (open - ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ
2. ปัญหาให้ค้นพบ (discovery) ปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ
3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (guided discovery) เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ปัญหามุ่งให้ผู้เรียนไม่รู้สึกลังเลในการหาคำตอบ

Reys *et al.* (1987 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราวมีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญห ใน การแก้ปัญหามองต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญห

สมเดช บุญประจักษ์ (2550) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหาสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ เป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหามองไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหามองต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผล และแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญห และข้อเท็จจริงต่างๆ ในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาในข้างต้น จะเห็นได้ว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้ และเกณฑ์ในการจำแนก เช่น แบ่งตามประเภทของปัญหา ตามรูปแบบของปัญหา หรือตามที่มาของปัญหา เป็นต้น

กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์เชื่อว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ เพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบ ขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง, ม.ป.ป.) นอกจากนี้ นักการศึกษาและนักวิชาการได้เสนอกระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

กระบวนการแก้ปัญหของ Polya (1957) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างหลากหลาย ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) เป็นขั้นที่ต้องทำความเข้าใจกับสัญลักษณ์ต่างๆ และพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่กำหนดมาให้และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ ซึ่งนักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ เข้าไปเข้ามา จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้
2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา (devising a plan) เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหด้วยวิธีใด และอย่างไร โดยต้องมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนก่อน สิ่งที่ต้องการหา มีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ของแผนการในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติ ซึ่งเป็นขั้นการใช้ทักษะในการคิดคำนวณ หรือเลือกวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสม
3. ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) เป็นขั้นที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาที่ต้องการ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนการ เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนการให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติ ซึ่งเป็นขั้นการใช้ทักษะในการคิดคำนวณ หรือเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสม
4. ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ (looking back) เป็นขั้นตอนตรวจสอบวิธีการและคำตอบโดยผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องที่

สมบูรณ์ยิ่งขึ้นของคำตอบและขั้นตอนการแก้ปัญหา หากพบว่าไม่ถูกต้องขั้นตอนใดก็ปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของ Polya นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและผู้เรียนคุ้นเคยและถูกใช้มานานมากในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติ การดำเนินการตามกระบวนการนี้มักทำเพียงบางขั้นตอน เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่นๆ ทำให้ต้องยุบรวมบางขั้นตอนเข้าด้วยกัน เช่น รวมขั้นวางแผนแก้ปัญหาและขั้นตอนดำเนินการตามแผนเข้าด้วยกัน หรือทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลของคำตอบในขั้นตรวจสอบผล ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้นักเรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหของ Polya มีประโยชน์เป็นอย่างมาก เนื่องจากช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหายอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคนอง, 2553)

Lester (1978 อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล, 2539) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การแก้ปัญหา จะต้องรู้ว่ามีปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร
5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนที่วางไว้ตามขั้นตอน
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินงานตามแผน
7. การประเมินและการแก้ไขปัญหา ลงมือทำเสร็จแล้วก็ต้องมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่องหรือขัดข้องประการใดก็แก้ไขปัญหานั้น

Carr and Ogle (1987) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. สิ่ง โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง
2. สิ่ง โจทย์ต้องการทราบ
3. ดำเนินการเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ
4. สรุปและตรวจคำตอบ

Krulik and Rudnick (1993) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามี ลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (read and think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความ จากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะ ประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้อง แยกแยะข้อเท็จจริงและคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

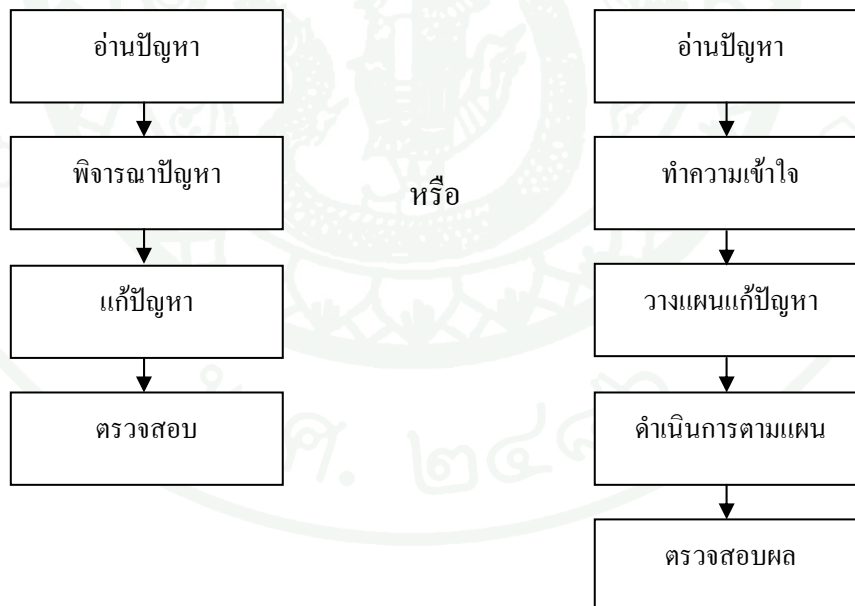
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (explore and plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และ สังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยง ข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มี อยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่างๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (select a strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือก วิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาก็แตกต่างกันไป และในการแก้ ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีกรนำวิธีหลายๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (pattern recognition) การทำย้อนกลับ (working backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (guess and test) การแสดงบทบาทสมมติหรือ การทดลอง (simulation or experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (reduction / expansion) การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (organized listing / exhaustive listing) การให้เหตุผล เชิงตรรกศาสตร์ (logical deduction)

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (find an answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (reflect and extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

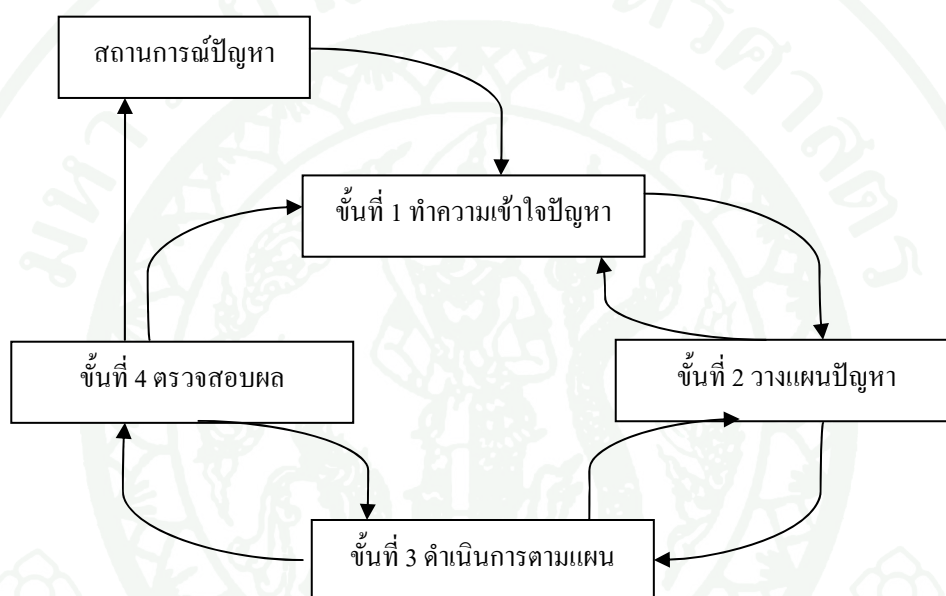
Wilson *et al.* (1993 อ้างใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไป มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้



ภาพที่ 2.1 แผนภูมิแสดงการแก้ปัญหาแบบเชิงเส้น

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553)

รูปแบบการแก้ปัญหาดังกล่าวมีข้อบกพร่อง เนื่องจากเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาที่ต้องดำเนินการตามขั้นตอนในลักษณะเชิงเส้นเท่านั้น แต่โดยความเป็นจริงในกระบวนการแก้ปัญหาเมื่อผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาแล้ว อาจมีความจำเป็นที่จะต้องย้อนกลับมาพิจารณาปัญหา ทำความเข้าใจกับปัญหาให้มากขึ้น หรือเมื่อวางแผนแก้ปัญหาแล้ว แต่ขณะที่ได้ลงมือแก้ปัญหา อาจพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ก็ต้องย้อนกลับมาวางแผนใหม่อีกครั้ง หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ดังนั้น Wilson *et al.* จึงได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya ในลักษณะพลวัตและแสดงเป็นวัฏจักร ดังนี้



ภาพที่ 2.2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson *et al.*

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550)

กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson *et al.* ตามภาพที่ 2 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อเผชิญปัญหาสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ จากนั้นจึงตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นเป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนที่การกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า เมื่อมี

ปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนอาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Wilson *et al.* เป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหาตามความคิดของ Wilson *et al.* ว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ขนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542) ได้สรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหา โดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามการวางแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

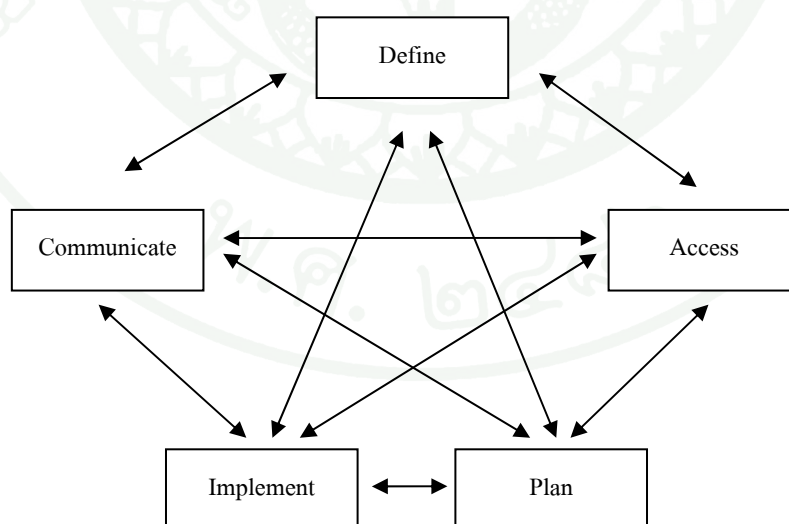
สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง เป็นต้น

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ พิจารณาถึงเหตุและหนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วยในการแก้ปัญหา
5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากรายงานการประชุมความก้าวหน้าคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี

The Integrated Mathematics Science and Technology [IMaST] (2007, อัมพร ม้าคอง 2553) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาวissenschaftเข้าด้วยกัน โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียงเป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อง่ายต่อการนำไปใช้งาน รายละเอียดของ DAPIC ดังนี้



ภาพที่ 2.3 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ที่มา: อัมพร ม้าคอง (2553)

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด ไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นขั้นตอนหรือวงจร ผู้แก้ปัญหาจะพิจารณาตามลักษณะของปัญหาว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และจะใช้องค์ประกอบใดบ้าง ด้วยความยืดหยุ่นดังกล่าว กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อน ประกอบด้วย

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน

Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และการวางแผนการดำเนินการ

Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น

Communicate เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุปและสื่อสาร

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ขั้นตอนแรก ทำความเข้าใจในปัญหาและวิเคราะห์ปัญหา ขั้นตอนที่สอง วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนที่สาม ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ และขั้นตอนที่สี่ ตรวจสอบผล โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้ของคำตอบ

ยุทธวิธีแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ที่ดี จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความรู้เรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ทันทีทันใด เมื่อเผชิญกับปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาวต่างๆ ให้มีความชำนาญเพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Hatfield *et al.* (1993) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาว สรุปได้ดังนี้

1. ยุทธวิธีหาแบบรูป (look for a pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
2. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (identify a subgoal) ในการวางแผนแก้ปัญหาบาง ปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อยๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
3. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (work backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ
4. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (draw a diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งมีความจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาก็ได้
5. การวาดภาพ กราฟ และตาราง (drawing pictures, graphs, and table) ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที ในการแก้ปัญหาก็ใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ 1) แจกแจงเป็นไปได้อย่างหมด 2) แจกแจงที่จำเป็นและเพียงพอ 3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ 4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์
6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (guess and check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจสอบคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นตอนต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป
7. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (insufficient information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป
8. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (elimination of extraneous data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูล

ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นเคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มี ความหมาย

9. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (developing formula and writing equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

10. การเขียนแผนภูมิสายงาน (flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอน ที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่างๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

11. ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งปัญหาเป็นปัญหาย่อย (simplifying the problem) เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่ายๆ ของปัญหานั้นก่อน หรือแบ่งปัญหาวออกเป็นส่วนๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลงและแก้ปัญหาจากกรณีง่ายๆ นั้นก่อน แล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

12. ยุทธวิธีแจงกรณีที่เป็นไปได้ (account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้นักเรียนจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ นักเรียนอาจจะแจงความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการ หรือสร้างตาราง เหมาะสมสำหรับจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

13. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (change your point of view) ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหุคคิดความคิดนั้น ดังนั้น ต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาพอสรุปได้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา การลองเดาเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่ต้องอ้างอิงต่อไป
2. การทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีง่ายๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป

3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น ใช้การทอดลูกเต๋า สร้างรูป วัด คำนวณ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลมาพิจารณา

4. การสร้างแผนภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่น จะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบจะช่วย ทำให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยมองเห็นแนวทางในการคิด

5. การทำตาราง จะช่วยให้มองเห็นข้อมูลที่เหมือนกันหรือต่างกัน หรือแตกต่าง เห็น แบบรูปได้ชัดเจน อันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่างๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางของสิ่งที่จะเป็นไปได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูล และเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบ ในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัย ประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดา ครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มี ทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าไปใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่างๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็ม สิบบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่นๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณ อย่างคร่าวๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆ บันทึกคำตอบที่ได้

จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหของนักเรียนมีข้อจำกัด จนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่าคือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือปฏิบัติเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าวๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่างๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจจะนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหามathematics มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองชุด (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหามathematics เด็กเล็กๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จาก การร้อยลูกปัด การเล่นเกมไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8, ...; 30, 27, 24, 21, ... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าจะเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้ บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาในรอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้าย กับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วน ของปัญหาคลายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามองต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้ แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความ ซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาก็กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาได้ง่ายคือ การแบ่งปัญหา ออกเป็นส่วนๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถ นำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้าง ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหา คำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ใน รูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความ เป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้อุปกรณ์ต่างๆ ที่กำหนดให้ ปัญหาผนวกกับข้อความที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับ ไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

14. ยุทธวิธีย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์กับปัญหาบางปัญหา โดยการแก้ปัญหาเริ่มต้นจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

ในการแก้ปัญหานั้น ขั้นตอนที่ต้องถือว่ามีความสำคัญมากคือ การวางแผนเป็นขั้นตอนที่บุคคลผู้แก้ปัญหามันจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้ากับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าบุคคลที่ได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอจะมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอ เมื่อเผชิญกับปัญหาก็จะสามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหา

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเป็นเสมือนเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา สามารถช่วยทำให้ผู้แก้ปัญหามีประสบความสำเร็จในการหาคำตอบได้ด้วยดี ปัญหาข้อหนึ่งสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาก็หลากหลายวิธี โดยผู้แก้ปัญหามันต้องเรียนรู้ยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหาย่อยๆ ซึ่งถ้านักเรียนที่ได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอจะมีมีความสามารถในการแก้ปัญหาเพียงพอ เมื่อเผชิญกับปัญหาก็จะสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญประกอบด้วย

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่าน การฟัง องค์ความรู้ ข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล
4. แรงขับ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งเกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา
5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ
6. ความรู้พื้นฐาน ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอและสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา
7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ
8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมี

ความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีการสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000 อ้างใน ยุรวพันธ์ คล้ายมงคล, 2545) ได้เสนอลักษณะของปัญหาที่ควรใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ปัญหาในชีวิตจริงที่นักเรียนสามารถคิด สัมผัส ค้นคว้ากับเนื้อหาได้จริง ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย
2. ปัญหาที่สามารถช่วยให้นักเรียนก้าวข้ามกระบวนการเบื้องต้นไปยังความเข้าใจในเรื่องนั้นอย่างลึกซึ้ง
3. เนื้อหาควรมีความน่าจะเป็น สถิติ เรขาคณิต จำนวนตรรกยะ
4. ควรสร้างสถานการณ์ที่ช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาบนความรู้ ทักษะที่นักเรียนมีอยู่ และช่วยขยายความรู้ ทักษะ และภาษาทางคณิตศาสตร์ให้ลึกซึ้ง

นอกจากนี้ยังได้เสนอว่าครูควรมีบทบาทในการช่วยพัฒนาการแก้ปัญหา ดังนี้

1. สร้างทักษะการวิเคราะห์ปัญหาด้วยปัญหาที่มีข้อมูลข่าวสารที่มากเกินไปหรือไม่จำเป็น
2. ทำทายนักเรียนด้วยปัญหาที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ มีวิธีหาคำตอบหลายวิธี

3. กระตุ้นความสนใจด้วยการส่งเสริมการสื่อสารและการร่วมมือกันหาวิธีการแก้ปัญหา การมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหจะช่วยเพิ่มแรงจูงใจ
 4. ครูควรให้นักเรียนได้สร้างปัญหาที่น่าสนใจบนสถานการณ์ที่หลากหลายทั้งในและนอก ขอบเขตวิชาคณิตศาสตร์
 5. ครูควรให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายถึงกลวิธีในการแก้ปัญหาและคำตอบอย่างสม่ำเสมอ เพื่อหาวิธีการที่ครอบคลุมซึ่งใช้แก้ปัญหาต่างๆ ไปได้
 6. ใช้ปัญหาย่อยๆ ชับซ้อน ที่ต้องใช้คอมพิวเตอร์ เครื่องคิดเลขกราฟฟิกในการแก้ปัญหา
 7. ช่วยให้นักเรียนมีการไตร่ตรองกระบวนการแก้ปัญหา โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิด อย่างเปิดกว้างและสม่ำเสมอ
 8. ประเด็นสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา เช่น การทำความเข้าใจปัญหาและการทบทวน การแก้ปัญหา
 9. ให้ประสบการณ์ที่ช่วยแนะการใช้กลวิธีการแก้ปัญหได้อย่างเหมาะสมและมี ประสิทธิภาพ
 10. ควรแนะนำให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีการไตร่ตรองและตรวจสอบการแก้ปัญหา
- สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป.) กล่าวไว้ว่า ครูในฐานะผู้สอนสามารถเสริมสร้างทักษะในการ แก้ปัญหาได้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นของความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมี ประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น
2. ตรวจสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอที่จะสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือไม่ ถ้านักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวน

3. ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด

4. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน โจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนทำจะต้องมีหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะในชีวิตประจำวันของเรานั้น เราต้องใช้การประมาณค่า

7. ช่วยนักเรียนคิดในการที่จะได้มาซึ่งความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ครูแนะนำให้ นักเรียนวาดภาพ เขียนแผนผัง ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด และเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยการถามนักเรียน

9. การแก้โจทย์ปัญหา ครูควรให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบและทบทวนวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน และสนับสนุนให้นักเรียนใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย

บทบาทอื่นๆ ที่ครูจะทำได้อีก เช่น คำพูดที่ใช้ส่งเสริมการใช้ความคิด การให้นักเรียนนำปัญหามาเองเพื่อถามกัน ให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาด้วยกลุ่มเล็กๆ และให้นักเรียนได้มีโอกาสคาดคะเนคำตอบอย่างมีแบบแผน

ดังนั้นการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ครูต้องจัดประสบการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับวัยของนักเรียน และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกคิดมากที่สุด โดยผ่านการกระตุ้นความคิดด้วยคำถามที่ดีของครู ตลอดจนการเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความสนุกสนานในการฝึกคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง และร่วมกับผู้อื่น

เทคนิค K-W-D-L

ความเป็นมาของเทคนิค K-W-D-L

การสอนแบบเทคนิค K-W-D-L หรือเทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค K-W-L ของ Ogle (1986) โดยเทคนิค K-W-L มุ่งเน้นที่ใช้สอนและฝึกทักษะทางด้านการอ่านเป็นสำคัญ และในปีต่อมา Carr and Ogle (1987 อ้างใน กฤษฎา วรพิน, 2554) ได้พัฒนาโมเดลให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น โดยยังคงสาระเดิมไว้ ซึ่งเป็นเทคนิคการสอนที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (semantic mapping) สรุปเรื่องที่อ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและการพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือ การสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ในการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ ได้ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นต้น โดยมีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอน K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นตอน W (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้

ขั้นตอน D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้

ขั้นตอน L (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สรุปและตรวจคำตอบ

ต่อมา Shaw *et al.* (1997a) อาจารย์มหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเทคนิค K-W-D-L ที่พัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว โดยนำมาใช้สอนในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้การสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และนำมาประยุกต์กับวิชาคณิตศาสตร์ โดยได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนไว้ 4 ขั้นตอนที่มาจากการถาม ดังนี้

ขั้นตอน K (What we know) รู้อะไรหรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

ขั้นตอน W (What we want) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีการอะไรบ้าง

ขั้นตอน D (What we do) เราทำอะไร อย่างไร

ขั้นตอน L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร หรือคำตอบที่ได้ และบอกวิธีคิดคำตอบอย่างไร

ความหมายของเทคนิค K-W-D-L

เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษาและนักวิชาการได้ให้ความหมายของเทคนิค K-W-D-L ไว้ดังนี้

Carr and Ogle (1987 อ้างใน กฤษฎา วรพิน, 2554) ได้กล่าวถึง ความหมายของเทคนิค K-W-D-L สรุปได้ว่า เป็นเทคนิคการสอนที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย สรุปเรื่องที่อ่านและมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและการพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟังและการอ่านโดยมีวัตถุประสงค์หลักคือ การสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ในการเรียนวิชาอื่นๆ ได้ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอน K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นตอน W (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้

ขั้นตอน D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้

ขั้นตอน L (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สรุปและตรวจคำตอบ

Shaw *et al.* (1997a) ได้ให้ความหมายของเทคนิค K-W-D-L สรุปได้ว่า เป็นเทคนิคการสอนพัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อเพิ่มความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านเพื่อเพิ่มความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว โดยสามารถนำมาประยุกต์กับวิชาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาทักษะ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยากและซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน K (What we know) รู้อะไรหรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

ขั้นตอน W (What we want) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีการอะไรบ้าง

ขั้นตอน D (What we do) เราทำอะไร อย่างไร

ขั้นตอน L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร หรือคำตอบที่ได้ และบอกวิธีคิดคำตอบอย่างไร

วัชร่า เล่าเรียนดี (2553) ได้กล่าวถึง K-W-D-L ไว้ว่า เป็นเทคนิคที่ช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่างๆ จากเรื่องนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ และยังสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ และสร้างความสนใจได้เป็นอย่างดี ซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอน K (What we know) เรารู้อะไรหรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

ขั้นตอน W (What we want) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร

ขั้นตอน D (What we do) เรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมีวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

ขั้นตอน L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

จากที่ได้กล่าวมาสรุปได้ว่า เทคนิค K-W-D-L เป็นขั้นตอนที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบ ช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่เรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานี้อย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาชาวไทย ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ไว้หลายวิธี ดังต่อไปนี้

Shaw *et al.* (1997a) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้บัตรกิจกรรมเทคนิค K-W-D-L

ขั้นที่ 2 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย เพื่อหาสิ่งที่ต้องการเรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์ หาความสัมพันธ์ของโจทย์ และกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนช่วยกันดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา โดยให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา และสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยนำมาบูรณาการกับการเรียนแบบร่วมมือกัน (cooperative learning) ด้วยการปรับรูปแบบการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนของ K-W-D-L

ขั้นตอน K คือ หาสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ให้นักเรียนระดมสมองถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นตอน W คือ นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอน D คือ ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ และหาคำตอบ

ขั้นตอน L คือสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นวัดผลและประเมินผล สังเกตการร่วมกิจกรรม ตรวจสอบงานและแบบฝึกหัด

วัชรรา เล่าเรียนดี (2553) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

- 1.1 ทบทวนความรู้เดิม
- 1.2 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.3 เร้าความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

1.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียน ร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง K-W-D-L ดังนี้

ขั้นตอน K คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

ขั้นตอน W คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและ วางแผนการแก้ไขปัญหา

ขั้นตอน D คือ ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอน L คือ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้ปัญหา

1.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย โดยครูคอยแนะนำ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น กลุ่ม และแก้โจทย์ปัญหาตามบัตรกิจกรรม K-W-D-L

ขั้นที่ 3 นักเรียนฝึกทักษะโดยอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น โดยเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่นๆ

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและวัดผลประเมินผล นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ มีการสอนซ่อมเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจ

นอกเหนือจากขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ดังกล่าว ในการใช้เทคนิค K-W-D-L ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูจะต้องเตรียมแผนผังหรือตาราง K-W-D-L โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจ โดยมีแผนผังหรือตาราง K-W-D-L ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วยในการร่วมมือกันฝึก และทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้นักเรียนจะต้องมีแผนผังหรือตาราง K-W-D-L ของตัวเองเพื่อเติมข้อความเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คนต่อ 1 ชุด จะเหมาะสมเพื่อเสริมการทำงานร่วมกัน แผนผัง K-W-D-L แสดงไว้ดัง ตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แผนผัง K-W-D-L

K	W	D	L
โจทย์บอก อะไรบ้าง	โจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	ดำเนินการตาม กระบวนการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์	คำตอบที่ได้ และ บอกวิธีคิด คิด คำตอบอย่างไร
1.....	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	แสดงวิธีคิด	คำตอบ
2.....	คือ	วิธีคิดที่ 1	
3.....			
4.....			
	วิธีการแก้ปัญหาคือ	วิธีคิดที่ 2	สรุปขั้นตอนที่ใช้
			
			
			
			

ที่มา: วัชรวิภา เล่าเรียนดี (2553)

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วย เทคนิค K-W-D-L ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

2) ขั้นสอนเนื้อหา โดยในขั้นนี้จะใช้เทคนิค K-W-D-L ในส่วนของการสอนแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ 3) ขั้นฝึกทักษะ และ 4) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึง การวัดผลและประเมินผลไว้ ดังนี้

การวัดผล (Measurement) หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบเพื่อต้องการทราบคุณภาพ จำนวนหรือปริมาณในสิ่งที่ต้องการวัดนั้น เมื่อพูดถึงการวัดผลเรามักมุ่งไปที่การออกข้อสอบเพียงอย่างเดียว ซึ่งความจริงแล้วการวัดผลมีความหมายกว้างกว่านั้น เราจะต้องถามตัวเราว่าเราจะวัดอะไร ถ้าต้องการวัดทางด้านสติปัญญาหรือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเราก็ออกข้อสอบ แต่ถ้าต้องการวัดทางด้านอารมณ์ จิตใจ เราก็อาจจะใช้การสังเกต หรือต้องการวัดทางด้านกระทำการทางกาย เราก็ให้ลงมือปฏิบัติ เป็นต้น

การประเมินผล (Evaluation) หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุปหรือตีค่า การประเมินผลนั้นจะต้องอาศัยการวัด เช่น เราออกข้อสอบวัดผลได้คะแนนมาแล้วก็เอาคะแนนนั้นมาตีค่าว่าได้หรือตก ซึ่งเรียกว่า การประเมินผล การประเมินผลที่ดีนั้นจะต้องอาศัยพื้นฐานจากการวัดผลที่ดีด้วย ในการวัดผลนักเรียนนั้นควรมีการวัดหลายๆ วิธี จะต้องวัดให้ต่อเนื่องให้ครอบคลุมทั่วถึง เมื่อนำผลการวัดทั้งหลายมารวมสรุปก็จะทำให้การประเมินผลใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้น

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้ให้ความหมายของการวัดผลและการประเมินผลไว้ว่า การวัดผลหมายถึง การตรวจสอบหรือค้นหาสิ่งที่ครูผู้สอนต้องการตรวจสอบนั้นว่ามีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด ส่วนการประเมินผลหมายถึง การนำผลจากการวัดต่างๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ

สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึง การวัดผลและประเมินผลซึ่งสรุปได้ว่า การวัดผล หมายถึง กระบวนการกำหนดจำนวนเพื่อใช้เป็นเกณฑ์การวัด โดยใช้เครื่องมือวัด เพื่อการศึกษา ค้นหา หรือตรวจสอบคุณลักษณะของบุคคล ผลงาน หรือสิ่งใด

สิ่งหนึ่งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีความหมายแทนปริมาณหรือคุณภาพของคุณลักษณะที่จะวัดเป็นตัวเลข อย่างมีคุณลักษณะ ส่วนการประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยให้ผู้เรียนได้ทราบถึงความสามารถของตนเอง และเกิดแรงจูงใจในการพัฒนาตนเอง รวมทั้งสามารถวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องได้ ถูกต้อง สำหรับผู้สอนทำให้ทราบว่าจัดการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์หรือไม่ สามารถวินิจฉัยผู้เรียนและช่วยเหลือให้พัฒนาตามศักยภาพ รวมทั้งปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ ชานนท์ จันทรา (2555) ได้กล่าวถึง การวัดผลและประเมินผลไว้ว่า การวัดผล หมายถึง การตรวจสอบหรือการค้นหาข้อมูลบางอย่างของสิ่งที่ต้องการตรวจสอบเพื่อต้องการทราบ จำนวน ปริมาณ หรือคุณภาพว่ามากน้อยเพียงใด ในขณะที่การประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุป ให้ความหมาย ตัดสิน หรือรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวัดอย่างเป็นระบบเพื่อใช้ตัดสินใจหรือวินิจฉัยคุณค่าของสิ่งที่ต้องการวัดอย่างมีหลักเกณฑ์

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การวัดผลและประเมินผลเป็นส่วนหนึ่งของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ ที่ครูต้องดำเนินการควบคู่ไปพร้อมกับการเรียนการสอน ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนการสอน เพราะการวัดผลและประเมินผลนั้นเป็นกระบวนการหนึ่งที่ช่วยให้ครูได้รับข้อมูล เพื่อทราบความก้าวหน้าของนักเรียน ตลอดจนช่วยในการพัฒนาและปรับปรุงวิธีการจัดการเรียนรู้ ของครูให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์และประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์ของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่าน ได้เสนอวัตถุประสงค์ของการวัดผลและ ประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ที่สำคัญของการวัดผลและประเมินผล คือ

1. เพื่อบ่งชี้ว่านักเรียนมีทักษะและความรู้ที่สำคัญเพียงพอหรือไม่

2. เพื่อบ่งชี้ระดับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน

3. เพื่อวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน โดยสังเกตจากผลการเรียนของนักเรียนที่แสดงออกมาให้ครูผู้สอนเห็น

4. เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวว่า การวัดผลและประเมินผล เป็นกระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอน โดยมีจุดประสงค์ 3 ประการดังนี้

1. เพื่อการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นของนักเรียน ซึ่งอาจประเมินได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่นักเรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลและประเมินผล จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ 1) จัดกลุ่มนักเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของนักเรียน และ 2) วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครูผู้สอน พิจารณาเลือกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียนด้วยการเลือกเนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่างๆ ที่เหมาะสม และตรงตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

1.2 ประเมินระหว่างเรียน เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้เพื่อ 1) ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นระยะๆ ว่านักเรียนมีการพัฒนาเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่านักเรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นครูผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทันทั่วทั้ง และ 2) ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าพบว่านักเรียนไม่เข้าใจ บทเรียนใดก็จะได้จัดให้เรียนซ้ำ หรือนักเรียนเรียนรู้บทใดได้เร็วกว่าที่กำหนดก็จะได้ปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนด้วย

2. เพื่อใช้ผลการประเมินในการตัดสินผลการเรียนของนักเรียน เป็นการตรวจสอบผลการเรียนรู้นักเรียนตามสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และใช้ผลการทดสอบเพื่อตัดสินผลการเรียนและให้ระดับคะแนนของรายวิชานั้น รวมทั้งนำผลการเรียนรู้นี้ดังกล่าวไปใช้เพื่อแนะแนวทางการศึกษาต่อ

3. เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของสถานศึกษา การกำหนดนโยบาย และการพัฒนาหลักสูตร

นอกจากนี้ The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1995 อ้างใน ชานนท์ จันทรา, 2555) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของการประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ โดยแบ่งออกเป็น 4 ประการ ดังนี้

1. การตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียน (Monitoring students' progress) ที่สอดคล้องกับเป้าหมายในการเรียนรู้ไม่ว่าจะเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด หรือจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งการให้ข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อส่งเสริมความก้าวหน้าทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน

2. การตัดสินใจเกี่ยวกับการเรียนการสอน (Making instructional decisions) เพื่อใช้ปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น ซึ่งครูสามารถนำผลที่ได้จากการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหรือหลักฐานอื่นๆ จากกระบวนการเรียนการสอน เช่น การสังเกตพฤติกรรม การถาม-ตอบ ชิ้นงานหรือผลการปฏิบัติงาน มาใช้เป็นข้อมูลในการตัดสินใจเพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนให้มีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

3. การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน (Evaluating students' achievement) ซึ่งสามารถใช้หลักฐานจากหลายส่วนหรือหลายแหล่งมาอ้างอิงเพื่อนำมาใช้สรุปผลและรายงานผลการเรียนรู้อันของผู้เรียนแต่ละคน ตามจุดมุ่งหมายและเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้

4. การประเมินโปรแกรมการเรียนการสอน (Evaluating program) เป็นการตัดสินคุณภาพ

และความสำเร็จของโปรแกรมการเรียนการสอนหรือหลักสูตรเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงโปรแกรมการเรียนหรือหลักสูตรต่อไป

จากที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของการวัดผลและประเมินผลคือ เพื่อบ่งชี้หรือวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐาน ทักษะ หลักการและความรู้ที่สำคัญจำเป็นเพียงพอหรือไม่ ทำให้ครูสามารถวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนแต่ละคน โดยสังเกตจากผลการเรียนของนักเรียนที่แสดงออกมาให้ครูผู้สอนเห็น ตลอดจนบ่งชี้ระดับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนและใช้ตัดสินผลการเรียนของนักเรียนแต่ละคน

ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

การวัดผลและประเมินผลเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมาก เช่น นำไปใช้เป็นข้อมูลในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ และวินิจฉัยผู้เรียน เป็นต้น นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่าน ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกันดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูทราบพฤติกรรมของนักเรียนก่อนทำการสอน เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และพฤติกรรมก่อนเข้าเรียนยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนอันเนื่องมาจากการสอน
2. ช่วยให้ครูได้ปรับปรุงเป้าหมายของการสอนให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนแต่ละคน
3. ช่วยให้ครูได้ทราบว่านักเรียนได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด
4. ช่วยให้ครูทราบถึงข้อบกพร่องของครูจะต้องปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน

5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น
6. ช่วยให้นักเรียนได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนเนื้อหาแต่ละเรื่อง
7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการประเมินผลการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผล ไว้ดังนี้

1. ด้านผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น คิดปรับปรุงข้อบกพร่อง พัฒนาความสามารถ และเรียนอย่างมีจุดหมาย
2. ด้านผู้สอน ทำให้ผู้สอนได้ทราบผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อนำผลไปปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
3. ด้านการบริหาร ทำให้ทราบผลการเรียนรู้เป็นรายชั้นและรายช่วงชั้น แล้วนำผลนั้นไปเป็นแนวทางในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของสถานศึกษาเพื่อปรับปรุงพัฒนาการเรียนการสอนและปรับปรุงพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนให้ได้มาตรฐานตามที่สถานศึกษากำหนด
4. ด้านผู้ปกครอง ทำให้ผู้ปกครองได้ทราบระดับความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียน และเพื่อปรับปรุง ส่งเสริม สนับสนุน หรือพัฒนาให้เต็มศักยภาพ
5. ด้านการแนะแนว ทำให้ผู้เกี่ยวข้องทุกฝ่ายได้ใช้เป็นข้อมูลประกอบการให้คำปรึกษา แนะนำกับผู้เรียนอย่างเหมาะสม
6. ด้านการวิจัย ทำให้ผู้เกี่ยวข้องมีข้อมูลไปใช้ในการทำวิจัย เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไปได้

นอกจากนี้ ชานนท์ จันทรา (2555) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ที่ได้รับจากการประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ทำให้ผู้สอนทราบพฤติกรรมของผู้เรียนก่อนทำการสอนว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานหรือมีความรอบรู้ในเรื่องที่จะเรียนมากน้อยเพียงใด เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียน
2. ทำให้ผู้สอนได้รับสารสนเทศเพื่อนำไปใช้ในการเตรียมการสอนให้มีประสิทธิภาพหรือปรับปรุงกลวิธีการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของผู้เรียนแต่ละคน
3. ช่วยให้ผู้สอนได้ทราบว่าผู้เรียนได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด และผู้เรียนยังบกพร่องเรื่องใด
4. ช่วยให้ผู้สอนได้ทราบถึงข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นและจะต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน
5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้นเพราะการประเมินผลการเรียนรู้เป็นสิ่งสะท้อนให้ผู้เรียนได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนเนื้อหาแต่ละเรื่อง
6. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาเพื่อนำไปสู่การประเมินการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษาของสถานศึกษาต่อไป
7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการบริหารงานของผู้บริหารในการจัดการศึกษาของสถานศึกษา เช่น การจัดครูเข้าสอน การจัดตารางเรียน การจัดงบประมาณเพื่อซื้อสื่อการเรียนรู้ การรายงานผลให้ผู้ปกครองทราบ แผนการปรับปรุงโรงเรียน เป็นต้น

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลได้ว่า การวัดผลและประเมินผลทำให้ครูได้ทราบผลการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อนำผลไปปรับปรุงหรือพัฒนาการเรียนการสอน ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น และทำให้นักเรียนได้ทราบจุดเด่น รวมทั้งข้อบกพร่องของตนเองในการเรียนเนื้อหาแต่ละเรื่อง และสามารถ

นำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของสถานศึกษาเพื่อปรับปรุงพัฒนาการเรียนการสอนและปรับปรุงพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนให้ได้มาตรฐานตามที่กำหนด

หลักการของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้ให้หลักการของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

1. เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนมากกว่าตัดสินใจการสอบได้ สอบตกของนักเรียน
2. คำนึงถึงพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์ และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่เรียนอยู่
3. จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสาน
4. ประเมินนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์ และสังคม
5. บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสินใจ ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติของนักเรียนให้นักเรียนทราบล่วงหน้า
6. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดผลและประเมินผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึง หลักการประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง และควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ผู้สอนควรใช้งานหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าให้ผู้เรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียนรู้และใช้การถามคำถาม นอกจากการถามเพื่อการตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาแล้ว ควรถามคำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย เช่น การถามคำถามในลักษณะ “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหาวิธีการนอกเหนือไปจากนี้”

ได้อีก” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามซึ่งเน้นกระบวนการคิดทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนมีโอกาสได้พูดแสดงความคิดเห็นของตนเอง แสดงความคิดเห็นพ้องและโต้แย้ง เปรียบเทียบวิธีการของตนกับของเพื่อน เพื่อเลือกวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา ด้วยหลักการเช่นนี้ ทำให้ผู้สอนสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. การประเมินผลต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ จุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในที่นี้เป็นจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนดไว้ในระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา และระดับชาติ ในลักษณะของสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ประกาศไว้ในหลักสูตร เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องประเมินผลตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้เหล่านี้ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่าผู้เรียนบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดหรือไม่

ผู้สอนต้องแจ้งจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบ เพื่อให้ผู้เรียนเตรียมพร้อมและปฏิบัติตนให้บรรลุจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนด

3. การประเมินผลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการมีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

ผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรมซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (การประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของผู้เรียน) งานหรือกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้าน งานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะต่อไปนี้

3.1 สารในงานหรือกิจกรรมมีการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือแก้ปัญหาได้หลายวิธี

3.3 เจื่อนใจหรือสถานการณ์ปัญหามีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ให้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกันมีโอกาสแสดงกระบวนการคิดตามความสามารถของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอในรูปการพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น

3.5 งานหรือกิจกรรมต้องใกล้เคียงสภาพจริงหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้าน การประเมินผลการเรียนรู้มิใช่เป็นเพียงการให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบในช่วงเวลาที่กำหนดเท่านั้น แต่ควรใช้เครื่องมือวัดและวิธีการวัดที่หลากหลาย เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การทำโครงงาน การเขียนบันทึกโดยผู้เรียน การให้ผู้เรียนจัดทำ แฟ้มสะสมงานของตนเอง หรือการให้ผู้เรียนประเมินตนเอง การใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลายจะทำให้ผู้สอนมีข้อมูลรอบด้านเกี่ยวกับผู้เรียน เพื่อนำไปตรวจสอบกับจุดประสงค์ และเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องเลือกและใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่เหมาะสมในการตรวจสอบการเรียนรู้

5. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน การประเมินผลที่ดีโดยเฉพาะการประเมินผลระหว่างเรียนต้องทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น คิดปรับปรุงข้อบกพร่องและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้สูงขึ้น เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องสร้างเครื่องมือวัดหรือหาวิธีการที่ทำหาย และส่งเสริมกำลังใจแก่ผู้เรียนในการขวนขวายเรียนรู้เพิ่มขึ้น

การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมินตนเอง ด้วยการสร้างงานหรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมบรรยากาศให้เกิดการไตร่ตรองถึงความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการทำงาน

ของตนเองได้อย่างอิสระ เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น ในการปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

รูปแบบของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า การวัดผลและประเมินผลสามารถทำได้หลายรูปแบบ ดังนี้

1. การสังเกต (observation)

ครูสังเกตจากความสนใจของนักเรียน ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน การทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำ การอธิบายแนวคิด การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น

2. การเขียนอนุทิน (writing journal)

การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิด แสดงความรู้สึกในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์นักเรียนรู้อะไรบ้าง ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้และการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา

3. การสัมภาษณ์ (interview)

การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่นักเรียนทำว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ นักเรียนได้รับส่วนลดครั้งแรก 20% เมื่อนักเรียนจ่ายเงินสด นักเรียนได้รับส่วนลดอีก 15% นักเรียนจะคิดคำนวณอย่างไร

4. การตรวจแบบฝึกหัด (checking exercise)

การตรวจแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของนักเรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่นักเรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองด้วยการทำสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่า งานที่นักเรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใด เพื่อช่วยพัฒนา และช่วยเหลือนักเรียนมากขึ้น

5. การทำแบบทดสอบ (doing test)

สำหรับการวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของแบบทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ การนำแบบทดสอบไปใช้ และการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนั้นครูผู้สอนที่ออกแบบทดสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกแบบทดสอบเป็นอย่างดี ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบที่ดี และมีทักษะในการใช้ภาษาสามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจน

6. การประเมินแฟ้มงาน (portfolio assessment)

การประเมินแฟ้มงาน เป็นวิธีการประเมินตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2539 อ้างใน สิริพร ทิพย์คง, 2545) ได้ให้ความหมายของแฟ้มงานว่า “แฟ้มงาน” คือ การสะสมงานอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงถึงความก้าวหน้าและสัมฤทธิ์ผลของนักเรียนส่วนหนึ่งหรือหลายส่วนของการเรียนรู้ในวิชา การรวบรวมผลงานจะต้องครอบคลุมถึงการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการเลือกเนื้อหา เกณฑ์การคัดเลือก และเกณฑ์การตัดสินใจให้ระดับคะแนน รวมทั้งเป็นหลักฐานที่จะสะท้อนการประเมินตนเองของนักเรียน

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวทางในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้กล่าวว่า การประเมินควรแสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแสดงสาระสำคัญทั้งหมดของการแก้ปัญหา หลักฐานร่องรอยเกี่ยวกับความสามารถในการถามคำถาม การใช้ข้อสารสนเทศที่กำหนดให้ และการสร้างข้อคาดการณ์ การประเมินจะให้หลักฐานของการใช้ยุทธวิธี รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ที่ได้ ตลอดจนความสามารถในการขยายสู่กรณีทั่วไป

ในการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียนทุกขั้นตอน เมื่อนักเรียนตอบปัญหาหรือแก้โจทย์ปัญหาได้คำตอบ แม้ว่าเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องทั้งหมด Charles *et al.* (1987 อ้างใน ปิยะนาถ เหมวิเศษ, 2551) ได้เสนอแนวทาง/วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ ได้แก่

วิธีที่ 1 การสังเกตและการตั้งคำถาม เป็นการประเมินที่กระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ การสังเกตที่ดีควรมีการจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ และจะต้องบันทึกทันทีทันทีใดภายหลังการสังเกต ซึ่งก่อนเข้าสู่บทเรียนครูต้องเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมินและเตรียมเครื่องมือในการประเมินไว้ล่วงหน้า

วิธีที่ 2 การใช้ข้อมูลการวัดผลของนักเรียน เป็นการให้นักเรียนเขียนรายงานหรือบันทึกออกมาที่แสดงถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด เพื่อให้มีประเด็นในการเขียน ครูอาจใช้คำถามต่อไปนี้เป็นแนวทางในการเขียนได้ ดังนี้

1. นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหา
2. นักเรียนใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา ผลเป็นอย่างไร

3. ถ้ายุทธวิธีนั้นแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่

4. นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่นๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

วิธีที่ 3 การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นการประเมินจากการเขียนแสดงขั้นตอนการคิดของนักเรียน แบ่งเป็น 3 วิธี ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (analytic scoring) เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะ จากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ขั้นตอนแรกของการพัฒนาสเกลการให้คะแนน คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่ครูต้องการประเมิน ขั้นที่สอง คือ การกำหนดพิสัยคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับขั้นตอน

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การให้คะแนนแบบองค์รวมจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะลงไปเป็นขั้นๆ แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด

3. การให้คะแนนจากความประทับใจทั่วไป (impressing scoring) เป็นการให้คะแนนโดยใช้ความประทับใจทั่วไป ซึ่งมีเกณฑ์ที่แน่นอน ชัดเจนจากผู้ประเมินที่มีประสบการณ์สูง หรือผู้เชี่ยวชาญ

วิธีที่ 4 การใช้แบบทดสอบ แบบทดสอบที่ใช้มี 2 ประเภท ได้แก่ แบบทดสอบแบบปรนัย และแบบทดสอบแบบอัตนัย

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนประกอบด้วยความสามารถต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้ เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการปัญหา

2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่ เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม

3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาลากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี

4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือแก้ปัญหานั้นได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด

5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญห เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาลงไปคิดต่อ

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา มักใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่นักเรียนมี การที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาก็อาจเป็นเพราะนักเรียนมีระดับความบกพร่องที่แตกต่างกัน แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก็ควรมีลักษณะเปิด หรือเป็นปัญหาแบบเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบให้มีคำตอบได้หลากหลาย หรือเปิดที่กระบวนการคือมีวิธีแก้ปัญหามากหลายวิธี แบบทดสอบการแก้ปัญหาแบบที่นิยมใช้กันคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหที่ให้ให้นักเรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Polya

นอกจากนี้ ชานนท์ จันทรา (2554) ยังได้กล่าวว่า การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญห ควรทำการประเมินผลอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินผลอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญห การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน การบ้าน อนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญห เป็นต้น

เกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนเป็นการประเมินคุณภาพที่สามารถแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพในการปฏิบัติงานของนักเรียนได้อย่างชัดเจน โดยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานของนักเรียน หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม (ชานนท์ จันทรา, 2554) สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้เสนอไว้ในลักษณะต่างๆ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานแสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
- 0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

- 2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
- 1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้นำเสนอแนวคิดว่าครูและนักเรียนอาจร่วมกันประเมินผลการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

- 1. การทำความเข้าใจปัญหา
- 2. การวางแผน
- 3. การดำเนินการแก้ปัญหา
- 4. การตรวจสอบความถูกต้อง

ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาก็จะเป็นข้อมูลที่ครูหรือผู้ที่เกี่ยวข้อง ใช้ประเมินความรู้ ความสามารถของนักเรียนได้โดยตรง และนักเรียนยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองพร้อมทั้งจัดเก็บผลงานไว้ในแฟ้มสะสมงานอีกด้วย การประเมินผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ควรมีรายการประเมินที่แสดงถึง ความเข้าใจปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแล้วมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ

ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าวข้างต้น ครูจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับนักเรียน แต่ครูควรมีบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ เพื่อตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการอื่น มีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาลงชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาลงอยู่ในรูปของหลักทั่วไปได้

นอกจากนี้ ชานนท์ จันทรา (2555) ยังได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนการแก้ปัญหามathematics ซึ่งมียละเอียดดังตารางที่ 2.2 และตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของการแก้ปัญหามathematics

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	ผลงานมีความถูกต้องสมบูรณ์แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาลงสำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างชัดเจน
3 (ดี)	ผลงานมีความถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาลงสำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง
2 (พอใช้)	ผลงานไม่ถูกต้อง แต่ดำเนินการหรือแสดงวิธีทำได้อย่างสมบูรณ์ หรือผลงานบางส่วนมีความผิดพลาดหรือไม่ชัดเจนหรือแสดงถึงความไม่เข้าใจปัญหา มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาลงสำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้
1 (ต้องปรับปรุง)	ผลงานไม่ถูกต้อง พบว่ามีข้อมูลน้อย ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียดหรือมีการดำเนินการแก้ปัญหาลงบางส่วน และแก้ปัญหาลงไม่สำเร็จ

ที่มา: ชานนท์ จันทรา (2555)

ตารางที่ 2.3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาละเอียดไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ ไม่สมบูรณ์ หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 อ้างใน ชานนท์ จันทรา, 2555)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวไว้ในหัวข้อเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้ศึกษาเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอัสสัมชัญ แผนกประถมศึกษา สังกัดคณะกรรมการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 50 คน ได้จากการสุ่มอย่างง่าย กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล มีขั้นตอนการสอนดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยการนำเสนอสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาหรือเกมคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 ชี้นำดำเนินการสอน ใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) หาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ 2) หาสิ่งที่ต้องการรู้เกี่ยวกับโจทย์ 3) ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา 4) สรุปสิ่งที่ได้จากการเรียน ขั้นตอนที่ 3 ชี้นำฝึกทักษะ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ และขั้นตอน 4 ชี้นำวัดและประเมินผล สังเกตการร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานกลุ่มและแบบฝึกหัด ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547) ได้ศึกษาเรื่อง การเปรียบเทียบการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหา ทศนิยมและร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอน KWDL และตามแนว สสวท. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 34 คน โรงเรียนหนองปลาไหล จังหวัดกาญจนบุรี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 17 คน โดยกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอน KWDL และกลุ่มควบคุมจัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. ใช้เวลาสอนกลุ่มละ 18 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยม และร้อยละ ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอน KWDL สูงกว่าผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอน KWDL ในระดับมาก

พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง (2548) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 30 คน โรงเรียนวัดหนองโพธิ์ จังหวัดนครปฐม ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนมีประสิทธิภาพ 76.89/75.25 2) ผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนมีผลการเรียนรู้ในเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนสูงสุดและ โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วนมีผลการเรียนรู้ต่ำสุด และ 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นโดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณารายด้านพบว่า นักเรียนเห็นด้วยมากในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นลำดับที่หนึ่งคือ ทำให้ได้ร่วมมือกันแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับคือ ช่วยให้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้คือ ทำให้เรียนอย่างมีความสุขและมีอิสระในการเรียนรู้

นิยม เกียท่าทราย (2548) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดราษฎร์ศรัทธากะยาราม ภาคการเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 28 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 34 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ทั้งสี่ขั้นตอน คือ ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และความรู้เดิมที่ใช้ ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวิธีการแก้โจทย์ ขั้น D ดำเนินการแก้โจทย์ และขั้น L สรุปผลของการแก้โจทย์และคำตอบที่ได้ โดย

เฉลี่ยทั้งหมดอยู่ในเกณฑ์ในระดับดี 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง ภาศัตถกรวย

กฤษฎา วรพิน (2554) ได้ศึกษา เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวนนักเรียน 79 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 39 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กมลกาญจน์ นพโสภณ (2554) ได้ศึกษา เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เทคนิค K-W-D-L โรงเรียนประชานิเวศน์ กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 41 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ทั้งสี่ขั้นตอน คือ ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและการวางแผนแก้ปัญหา ขั้น D ดำเนินการแก้ปัญหา และขั้น L เสนอคำตอบของปัญหาและความรู้ที่ได้รับ โดยเฉลี่ยทั้งหมดอยู่ในระดับดี 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค K-W-D-L ว่ามีความเหมาะสม

งานวิจัยต่างประเทศ

Clarkson (1979) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ ผลการวิจัยพบว่า การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการความหมายต่างกัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Shaw *et al.* (1997b) ได้ศึกษาเรื่อง การเรียนแบบร่วมมือในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้ปัญหามีระดับคะแนนหลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้วิธีดังกล่าว นอกจากนี้ นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค K-W-D-L มีความสามารถในการทำงานร่วมกัน สามารถใช้เหตุผลในการอธิบายได้ดีกว่าและมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนมากยิ่งขึ้น

Jackson (2000) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่อยู่ทางตอนเหนือของรัฐโอไฮโอ กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า ด้วยการสอนเทคนิคการคิดที่หลากหลายและยุทธวิธีการแก้ปัญห ภายใต้อาณาเขตเวลา 20 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนยังมีความสามารถในการถ่ายทอดกระบวนการคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหามาเป็นคำพูดได้ และคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

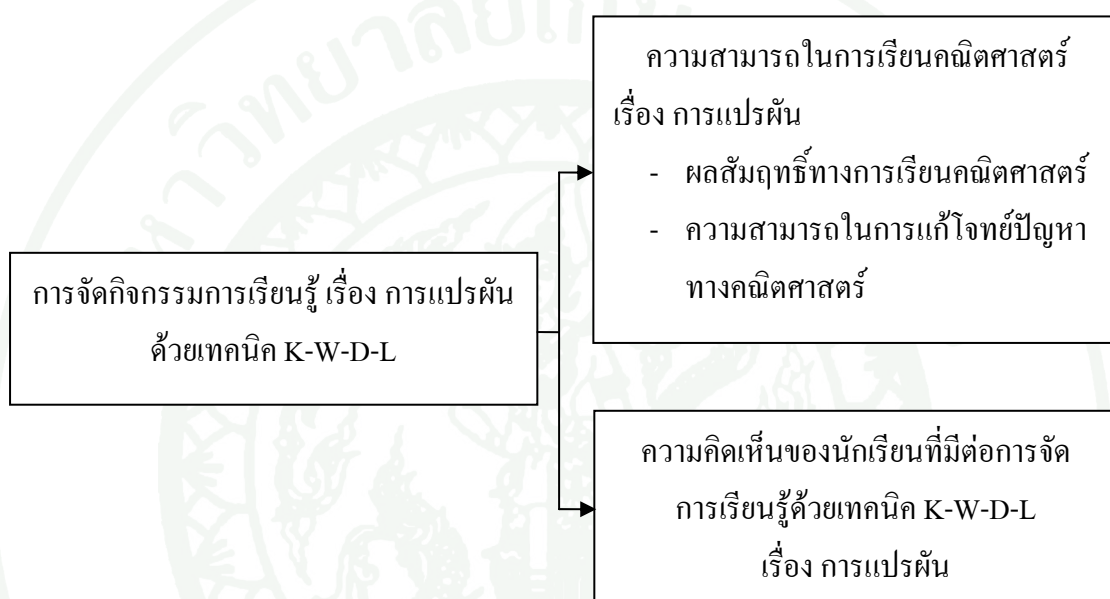
จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เป็นพื้นฐานสำคัญที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดที่มีเหตุผล มีความเข้าใจ กล้าตัดสินใจ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนสูงกว่าการสอนแบบปกติและผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นต่อไป

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
3. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนอยู่ในระดับดี

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมากำหนดเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 2.4 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi - experimental research) ที่ใช้การวิจัยแบบ One Group Pretest – Posttest Design ที่มุ่งศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ซึ่งมีรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังต่อไปนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งการจัดห้องเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ โดยจัดให้นักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเรียนเดียวกัน

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 4 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3

3. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน

4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน
ด้วยเทคนิค K-W-D-L

โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือแต่ละเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาผลการเรียนรู้และคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัย
และพัฒนาการศึกษา

2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โดยใช้เทคนิค K-W-D-L จากเอกสารและตำราต่างๆ

3. ศึกษาสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน จากเอกสาร
ประกอบการสอน แบบเรียน คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และตำราต่างๆ ซึ่งประกอบด้วย
หัวข้อการแปรผันตรง การแปรผกผัน และการแปรผันเกี่ยวเนื่อง

4. ศึกษาวิธีการสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จาก
ตำราและเอกสารต่างๆ

5. ศึกษาการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L จากตำรา งานวิจัยและเอกสารต่างๆ และดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน โดยทำการทดสอบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นรายคาบ จำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1 การทดสอบก่อนเรียน

คาบที่ 2 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ และการแปรผันตรง

คาบที่ 3 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแปรผันตรง

คาบที่ 4 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแปรผันตรงและโจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

คาบที่ 5 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

คาบที่ 6 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

คาบที่ 7 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ และการแปรผกผัน

คาบที่ 8 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง การแปรผกผัน

คาบที่ 9 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การแปรผกผันและโจทย์ปัญหาการแปรผกผัน

คาบที่ 10 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

คาบที่ 11 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

คาบที่ 12 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การแปรผันเกี่ยวเนื่องและ โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง

คาบที่ 13 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ)

คาบที่ 14 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5

คาบที่ 15 ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ) และทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6

คาบที่ 16 การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขเป็นที่เรียบร้อยแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขจนสมบูรณ์แล้วไปใช้ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นี้เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ลักษณะของข้อสอบเป็นแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาคำอธิบายรายวิชา สารการเรียนรู้ และวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน จากหลักสูตรสถานศึกษาและจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา จำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากเอกสารต่างๆ แล้วดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผันตามที่ศึกษามาและตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบโดยเป็นข้อสอบแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 20 ข้อ

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมในด้านความครอบคลุมเนื้อหา ความเหมาะสมและความชัดเจนของข้อคำถาม รวมทั้งความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน จากนั้นนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

4. นำแบบทดสอบที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยการประเมิน

ความสอดคล้องของข้อสอบในแต่ละข้อกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) ความเหมาะสมและความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับและทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า ข้อสอบแต่ละข้อมีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 – 1 แสดงให้เห็นว่า ข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

5. นำแบบทดสอบที่ผ่านการวิเคราะห์ความสอดคล้องและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จำนวน 46 คน แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าดัชนีความยากง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีค่าความเที่ยงของแบบทดสอบอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งผลจากการทดลองใช้พบว่า ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 25 ข้อ มีค่าดัชนีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.24 – 0.78 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.22 – 0.61 และมีข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 5 ข้อ ต้องตัดทิ้ง เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบตามจำนวนที่ต้องการ โดยต้องการข้อสอบสำหรับจัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 20 ข้อ จากจำนวนข้อสอบ 25 ข้อ ซึ่งจากการหาคุณภาพของแบบทดสอบฉบับจริงในด้านความยากง่าย อำนาจจำแนก และความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรคำนวณค่าดัชนีความเที่ยงของ Kuder – Richardson คือ K-R 20 พบว่า ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบมีค่าดัชนีความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ 0.47 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ 0.38 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.79

6. นำแบบทดสอบฉบับจริงที่ได้เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบทดสอบอีกครั้ง แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงและแก้ไขให้สมบูรณ์

7. นำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาคำตอบ โดยนำขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาสาระการเรียนรู้ ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากเอกสารประกอบการสอน คู่มือครู และหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดขอบเขตของเนื้อหาในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ให้ครอบคลุมทั้งหมด

2. สร้างเกณฑ์การให้คะแนน โดยพิจารณาจากประเด็นที่ต้องการวัดนักเรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โดยแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อมีคะแนนตั้งแต่ 0 – 8 คะแนน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง โดยมีคะแนนเต็ม 1 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้ถูกต้อง

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้ ถูกต้องหรือไม่ มีร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

ส่วนที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานี้อย่างไร โดยมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและระบุแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง แต่ไม่ได้ระบุแนวทางในการแก้ปัญหาหรือระบุแนวทางในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเขียนได้ว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร และไม่ได้ระบุแนวทางในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

ส่วนที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยมีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ แต่เกิดการผิดพลาดจากขั้นตอนการคิดคำนวณในบางส่วน

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนไม่สมบูรณ์

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา

ส่วนที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร โดยมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและ
ตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและมีการ
ตรวจสอบคำตอบได้ค่อนข้างถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบไม่
ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและตรวจสอบ
คำตอบ

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ที่มี
ลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ ต่อ 1 ชุด ข้อละ 8 คะแนน ซึ่งมี
ทั้งหมด 6 ชุด ที่ครอบคลุมเนื้อหาในหัวข้อนั้นๆ ได้แก่ โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง โจทย์ปัญหา
การแปรผกผัน และ โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน และ
เกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความ
ถูกต้อง ความชัดเจนของข้อคำถาม เกณฑ์การให้คะแนน และความครอบคลุมของเนื้อหา แล้วนำมา
ปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

5. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน และ
เกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงและแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน
3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของข้อคำถาม เกณฑ์การให้คะแนน และความ
ครอบคลุมเนื้อหา แล้วนำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาปรับปรุง
และแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

6. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุง
และแก้ไขให้เหมาะสมแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L มีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่า 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง โดยมีประเด็นที่ศึกษา 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาองค์ประกอบและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้
2. สร้างแบบสอบถามที่มีลักษณะเป็นแบบมาตราประมาณค่า 5 ระดับ และเขียนข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นคำตอบในด้านที่ต้องการ ได้แก่ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่นๆ และนำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความถูกต้อง เหมาะสม ครอบคลุมประเด็นคำตอบที่ต้องการ แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ
3. นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงและแก้ไขจนเสร็จเรียบร้อยแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังอาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขแล้วมาทำการทดสอบก่อนเรียน (pre-test) กับกลุ่มตัวอย่าง ในคาบที่ 1 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

3. ดำเนินการสอนสาระการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทำหลังจากดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4, 5, 9, 10, 13 และ 14 ครั้งละ 1 ข้อ จำนวน 6 ครั้ง ซึ่งครอบคลุมในแต่ละหัวข้อต่อไปนี้ โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน และ โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง โดยใช้เวลาในการทดสอบแต่ละครั้งประมาณ 10 - 12 นาที ทำยคาบเรียน เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียน

5. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ฉบับเดิมมาทำการทดสอบหลังเรียน (post-test) กับกลุ่มตัวอย่างในคาบที่ 16 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

6. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

7. นำผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาเปรียบเทียบกัน และเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 รวมถึงวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้คือ

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างใช้ matched-pairs t-test

3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ใช้ one sample t-test

4. ข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ใช้ค่าเฉลี่ย โดยทำการประเมินทั้งหมด 6 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีคะแนน 0 - 8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

4.1 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในภาพรวมของแต่ละชุด (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 6.40 – 8.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 5.60 – 6.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.80 – 5.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 4.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับที่ต้องปรับปรุง

4.2 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในแต่ละชุด ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง มีคะแนนเต็ม 1 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.80 – 1.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.70 – 0.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.60 – 0.69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.50 – 0.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในระดับที่ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานั้นอย่างไร มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการแก้ปัญหาในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหาในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหาในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหาในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์
ต้องการ มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.40 – 3.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ
เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.10 – 2.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ
เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.80 – 2.09 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ
เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับ
ปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.50 – 1.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ
เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 1.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ
เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับที่
ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุป
ได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร มีคะแนนเต็ม
2 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบที่ได้ในระดับที่ต้อง
ปรับปรุง

5. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง
การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L ใช้การแจกแจงความถี่และการหาค่าร้อยละ

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ ดังต่อไปนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา 2) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา และ 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ซึ่งมีสมมติฐานการวิจัยว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 3) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนอยู่ในระดับดี ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์และสมมติฐานการวิจัย โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

ตอนที่ 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน และเมื่อนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ดำเนินการจัดการเรียนรู้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 14 คาบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ที่เป็นฉบับเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนเรียน ซึ่งได้ผลดังนี้

1.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน	n	$\bar{X}$	s	t	sig
ก่อนเรียน	38	6.76	3.81	10.328	0.000 *
หลังเรียน	38	14.11	4.45		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากคะแนนสอบก่อนเรียน แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เรื่อง การแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 (คะแนนเต็ม 20 คะแนน ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม คิดเป็น 12 คะแนน)

คะแนน	n	μ	$\bar{x}$	s	t	sig
หลังเรียน	38	12	14.11	4.45	2.919	0.006 *

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 14.11 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.55

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาสาระออกเป็น 3 เรื่องย่อย โดยแต่ละเรื่องได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เป็นเวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

เรื่องที่ 1 การแก้โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 5

เรื่องที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 – 10

เรื่องที่ 3 การแก้โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 14

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน
ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L สามารถประเมินได้จาก
การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจบการดำเนินการสอนตาม
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4, 5, 9, 10, 13 และ 14 แล้ว โดยทำการทดสอบท้ายคาบ ใช้เวลาประมาณ
10 – 12 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังตารางที่ 4.3 และตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3 คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
การแปรผัน โดยพิจารณาภาพรวมของแต่ละชุด (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ค่าสถิติ	ชุดที่						ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	5	6	
ค่าเฉลี่ย	6.97	6.63	6.63	7.13	7.42	7.37	7.03

จากตารางที่ 4.3 เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการ
แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับดีมาก โดยได้คะแนนเฉลี่ย 7.03 และเมื่อพิจารณา
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละชุดพบว่า ชุดที่นักเรียนได้
คะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ ชุดที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันเกี่ยวเนื่อง โดยได้คะแนนเฉลี่ย
7.42 คะแนน แสดงว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับดีมาก และชุดที่
นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยรองลงมา คือ ชุดที่ 6 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันเกี่ยวเนื่อง
โดยได้คะแนนเฉลี่ย 7.37 คะแนน แสดงว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ใน
ระดับดีมาก เช่นเดียวกัน ในขณะที่ชุดที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา
เกี่ยวกับการแปรผันตรง และชุดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผกผัน โดยทั้งสองชุดได้
คะแนนเฉลี่ย 6.63 คะแนน เท่ากัน แสดงว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ใน
ระดับดีมาก แต่ปัญหาที่พบ คือ มีนักเรียนบางคนไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และไม่สามารถวาง

แผนการแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ นักเรียนบางคนแม้จะสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ตรวจสอบคำตอบ พร้อมทั้งไม่สรุปคำตอบ

ตารางที่ 4.4 คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยพิจารณาแต่ละขั้นตามขั้นตอน K-W-D-L ของแต่ละชุด (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา	ชุดที่						ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	5	6	
ขั้นที่ 1 K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (1 คะแนน)	1.00	0.53	1.00	0.71	1.00	0.82	0.84
ขั้นที่ 2 W สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา (2 คะแนน)	1.82	1.90	1.90	1.97	1.92	1.84	1.89
ขั้นที่ 3 D การดำเนินการแก้ปัญหา (3 คะแนน)	2.78	2.74	2.37	2.89	2.87	2.92	2.76
ขั้นที่ 4 L การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ (2 คะแนน)	1.37	1.44	1.37	1.50	1.66	1.71	1.51

จากตารางที่ 4.4 แสดงผลการประเมินที่ได้รับจากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ในแต่ละขั้นตอน จำนวน 6 ชุด เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนในแต่ละชุดตามขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L พบว่า

ขั้นที่ 1 K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ในระดับดีมาก โดยได้คะแนนเฉลี่ย 0.84 คะแนน แต่ปัญหาที่พบคือ ในชุดที่ 2, 4 และ 6 มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ระบุเลย

ขั้นที่ 2 W สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้ปัญหาได้ในระดับดีมาก โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.89 คะแนน แต่ปัญหาที่พบคือ ในชุดที่ 1 และชุดที่ 6 มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ และมีนักเรียนบางคนที่ไม่ระบุการวางแผนการแก้ปัญหาหรือระบุการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 D การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยได้คะแนนเฉลี่ย 2.76 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ในระดับดีมาก แต่ปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางคนเขียนสมการแสดงการแปรผันไม่ได้หรือเขียนสมการไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบไม่ถูกต้องหรือเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณหรือไม่แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยเฉพาะในชุดที่ 3 ซึ่งได้คะแนนต่ำที่สุด

ขั้นที่ 4 L การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.51 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบในระดับดี โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแทนคำตอบย้อนกลับลงสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ทุกประการ แต่ปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางคนที่ไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยเฉพาะในชุดที่ 1 และชุดที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ทันภายในเวลาที่กำหนดและตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ จึงมีคะแนนต่ำที่สุด ครูจึงแนะนำให้ให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนอื่นๆ ให้เร็วขึ้น เพื่อจะได้มีเวลาในการทบทวนคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน จำนวน 38 คน สามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ได้ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น (n = 38)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
ด้านสาระการเรียนรู้						
1. การเรียงลำดับหัวข้อของสาระการเรียนรู้มีความเหมาะสม	จำนวน	15	21	2	-	-
	ร้อยละ	39.48	55.26	5.26	-	-
2. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ	จำนวน	14	19	5	-	-
	ร้อยละ	36.84	50	13.16	-	-
3. สาระการเรียนรู้ที่เรียนน่าสนใจและมีประโยชน์ต่อนักเรียน	จำนวน	13	15	10	-	-
	ร้อยละ	34.21	39.47	26.32	-	-
4. สาระการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน	จำนวน	12	13	13	-	-
	ร้อยละ	31.58	34.21	34.21	-	-
5. โจทย์ปัญหาที่นำมาใช้สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นปัญหาที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน	จำนวน	9	21	7	1	-
	ร้อยละ	23.68	55.26	18.43	2.63	-
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
6. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน	17	16	5	-	-
	ร้อยละ	44.74	42.10	13.16	-	-

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น (n = 38)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวน ร้อยละ	18 47.37	12 31.58	6 15.79	2 5.26	- -
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อมูลจากโจทย์ปัญหาและแยกแยะประเด็นปัญหาได้ดียิ่งขึ้น	จำนวน ร้อยละ	17 44.74	14 36.84	6 15.79	1 2.63	- -
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนสามารถวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ หรือหาคำตอบของปัญหาได้	จำนวน ร้อยละ	19 50	12 31.58	6 15.79	1 2.63	- -
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหาและมีความมั่นใจในการหาคำตอบ	จำนวน ร้อยละ	19 50	14 36.84	5 13.16	- -	- -
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ ได้ดียิ่งขึ้น	จำนวน ร้อยละ	17 44.74	14 36.84	7 18.42	- -	- -

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น (n = 38)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วยอย่าง ยิ่ง
12. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นร่วมกัน	จำนวน	14	12	9	3	-
	ร้อยละ	36.84	31.58	23.68	7.90	-
ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้						
13. การทำการบ้านช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนบทเรียนและสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเอง	จำนวน	13	16	9	-	-
	ร้อยละ	34.21	42.11	23.68	-	-
14. การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยทำให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองต่อไป	จำนวน	22	14	2	-	-
	ร้อยละ	57.90	36.84	5.26	-	-
15. การวัดผลและประเมินผลโดยใช้เอกสารฝึกหัด แบบฝึกเสริมทักษะ และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาช่วยสะท้อนความสามารถของนักเรียนได้เป็นอย่างดี	จำนวน	15	19	3	1	-
	ร้อยละ	39.47	50	7.90	2.63	-
16. เกณฑ์การประเมินผลมีความชัดเจนเหมาะสมและยุติธรรม	จำนวน	13	22	3	-	-
	ร้อยละ	34.20	57.90	7.90	-	-

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

ประเด็นที่ประเมิน		ระดับความคิดเห็น (n = 38)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วยอย่าง ยิ่ง
17. จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผล	จำนวน	23	9	6	-	-
สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มี	ร้อยละ	60.53	23.68	15.79	-	-
ความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ใน						
การสอบ						
ด้านสื่อการเรียนรู้						
18. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ทำให้นักเรียน	จำนวน	12	20	6	-	-
เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น	ร้อยละ	31.58	52.63	15.79	-	-
19. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีความ	จำนวน	15	18	5	-	-
เหมาะสมและสอดคล้องกับสาระ	ร้อยละ	39.47	47.37	13.16	-	-
การเรียนรู้						
20. สื่อการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นความสนใจ	จำนวน	14	10	11	2	1
ของนักเรียน ทำให้บรรยากาศใน	ร้อยละ	36.84	26.32	28.95	5.26	2.63
การเรียนรู้ไม่น่าเบื่อ						
21. สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวน	จำนวน	21	14	3	-	-
นักเรียน	ร้อยละ	55.26	36.84	7.90	-	-

จากตารางที่ 4.5 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน โดยพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านสาระการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยว่า การเรียงลำดับหัวข้อของสาระการเรียนรู้มีความเหมาะสม และโจทย์ปัญหาที่นำมาใช้สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นปัญหาที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน คิดเป็น

ร้อยละ 55.26 รองลงมา คือ สารการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ คิดเป็นร้อยละ 50 และสารการเรียนรู้ที่เรียนน่าสนใจและมีประโยชน์ต่อนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 39.47 ตามลำดับ

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหาและมีความมั่นใจในการหาคำตอบ และช่วยทำให้นักเรียนสามารถวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ หรือหาคำตอบของปัญหาได้ ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 50 รองลงมา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 47.37 ตามลำดับ

ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ คิดเป็นร้อยละ 60.53 รองลงมา คือ การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยทำให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองเพื่อนำไปปรับปรุง แก้ไข และพัฒนาตนเองต่อไป คิดเป็นร้อยละ 57.90 และนักเรียนมีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยว่า เกณฑ์การประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม คิดเป็นร้อยละ 57.90 ตามลำดับ

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 55.26 รองลงมา คือ นักเรียนมีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยว่า สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น คิดเป็นร้อยละ 50 และสื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสารการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 47.37 ตามลำดับ

นอกจากนี้ มีนักเรียนจำนวน 11 คนได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป โดยสรุปเป็นประเด็นได้ดังนี้ 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอนและทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น 2) โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ให้ทำเป็นการบ้านบางข้อยากกว่าโจทย์ปัญหาที่เป็นตัวอย่างในห้องเรียน 3) การแสดง

วิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้เสียเวลาในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 4) ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้จัดกลุ่มในการทำกิจกรรมตามความต้องการของตนเองด้วย

ข้อวิจารณ์

จากผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปและข้อเสนอแนะของการวิจัย ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน 14.11 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.55 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547) พิมพาภรณ์ สุขพ่วง (2548) นิยม เกียตาทราช (2548) และ เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) ซึ่งได้นำการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อศึกษาและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดย วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้ศึกษาผลการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547) ได้ศึกษาเรื่อง การเปรียบเทียบการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอน KWDL และตามแนว สสวท. พิมพาภรณ์ สุขพ่วง (2548) ได้ศึกษา เรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL นิยม เกียตาทราช (2548) ได้ศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L และเสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) ได้ทำการศึกษา เรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการ

เรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และงานวิจัยที่เป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L กับการสอนปกติพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนปกติ ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งเป็นเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน โดยนักเรียนต้องใช้ทักษะการอ่านในการวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เพื่อค้นหาข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มียะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร ต้องใช้ความรู้ะไรบ้างในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร แล้วนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหามาวิธีที่ได้กำหนดไว้ และนักเรียนได้เรียนรู้ะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่อย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร ซึ่งแสดงให้เห็นว่า กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีลำดับขั้นตอน สามารถใช้กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาข้อมูล จัดลำดับความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบซึ่งช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

2. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา เป็นการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ขั้นที่ 2 W สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหาคือ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาสิ่งที่โจทย์ต้องการและนำข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการมาใช้ พร้อมทั้งเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการวางแผนแก้ปัญหาคือ ขั้นที่ 3 D การดำเนินการแก้ปัญหาคือ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา และขั้นที่ 4 L การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบเป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องตรวจสอบคำตอบ พร้อมทั้งคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบและสรุปคำตอบ ซึ่งผลจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ทั้งหกชุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก โดยได้คะแนนเฉลี่ย 7.03 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และงานวิจัยของ เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) กมลกาญจน์ นพโสภณ (2554) และ กฤษฎา วรพิน (2554) ดังเช่น เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช กมลกาญจน์ นพโสภณ (2554) ได้ศึกษา เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการใช้เทคนิค K-W-D-L โรงเรียนประชาณีเวศน์ กรุงเทพมหานคร และ กฤษฎา วรพิน (2554) ได้ศึกษา เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เกล่ ดับเบิลยู ดี แอล และ การใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นนั้น ได้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกันว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ แสดงให้เห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อมูลจากโจทย์ปัญหา จัดลำดับความคิด และแยกแยะประเด็นปัญหาอย่างเป็นระบบ สามารถวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ หรือหาคำตอบของปัญหาอย่างรอบคอบ มีความมั่นใจในการหาคำตอบเพื่อได้มาซึ่งคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนมีประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

ขั้นที่ 1 K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ขั้นตอนนี้ช่วยให้นักเรียนแยกแยะประเด็นปัญหา จัดลำดับปัญหา ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางคนที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ระบุเลย เช่น โจทย์ปัญหาในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันตรง “จากการทดลองหาปริมาณกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้จากการต่อถ่านไฟฉายกับเครื่องวัดกระแสไฟฟ้า ปรากฏผลการทดลองว่าปริมาณกระแสไฟฟ้าเป็นมิลลิแอมแปร์แปรผันตรงกับความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็นโวลต์ ถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้า 3 โวลต์ จะได้ปริมาณกระแสไฟฟ้า 50 มิลลิแอมแปร์ อยากทราบว่าถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็น 36 โวลต์ จะมีปริมาณกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรเท่าใด” นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้ ปริมาณกระแสไฟฟ้าเป็นมิลลิแอมแปร์แปรผันตรงกับความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็นโวลต์ ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูต้องอธิบายเพิ่มเติมและใช้คำถามชี้แนะ จนกระทั่งนักเรียนสามารถหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ครบถ้วน

สมบูรณ์ คือ ปริมาณกระแสไฟฟ้าเป็นมิลลิแอมแปร์แปรผันตรงกับความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็นโวลต์ ถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้า 3 โวลต์ จะได้ปริมาณกระแสไฟฟ้า 50 มิลลิแอมแปร์ เป็นต้น

ขั้นที่ 2 W สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการและนำข้อมูลจากสิ่งโจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ พร้อมทั้งเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการวางแผนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะการวางแผนแก้ปัญหา เพราะการวางแผนทำให้นักเรียนได้ทราบถึงขั้นตอนหรือวิธีการที่จะใช้แก้โจทย์ปัญหาว่าจะต้องดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน แต่มีนักเรียนบางคนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ และมีนักเรียนบางคนที่ไม่ระบุการวางแผนการแก้ปัญหาหรือระบุการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง เช่น โจทย์ปัญหาในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผกผัน “เมื่อระยะทางคงที่ อัตราเร็วจะแปรผกผันกับเวลา ถ้ารถคันหนึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะใช้เวลาวิ่งในระยะทางนั้น 5 วินาที อยากทราบว่ารถอีกคันหนึ่งจะใช้เวลาในการวิ่งนานเท่าใด เมื่อวิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง” พบว่าการวางแผนแก้ปัญหานักเรียน คือ กำหนดตัวแปร โดยกำหนดให้ s แทน อัตราเร็วเป็น กิโลเมตรต่อชั่วโมง t แทน เวลาเป็นวินาที และแปลงข้อมูลที่กำหนดให้ไปสู่สมการแสดงการแปรผกผันจะได้ $s = kt$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัวและ $k \neq 0$ ซึ่งไม่ถูกต้อง ซึ่งการวางแผนที่ถูกต้อง คือ กำหนดตัวแปร โดยกำหนดให้ s แทน อัตราเร็วเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง t แทน เวลาเป็นวินาที และแปลงข้อมูลที่กำหนดให้ไปสู่สมการแสดงการแปรผกผันจะได้ $s = k \times \frac{1}{t}$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัวและ $k \neq 0$ ดังนั้นครูควรกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างรอบคอบ

ขั้นที่ 3 D การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องอาศัยข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในขั้นที่ 1 K และการวางแผนแก้ปัญหาในขั้นที่ 2 W เพื่อดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาตามที่นักเรียนได้วางแผนไว้ จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนเขียนสมการแสดงการแปรผกผันไม่ได้หรือเขียนสมการไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบไม่ถูกต้องหรือเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณหรือไม่แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องตรวจสอบคำตอบ พร้อมทั้งคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบและสรุปคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น จากการสังเกตพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง โดยสามารถแทนคำตอบย้อนกลับลงสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ทุกประการ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ และนักเรียนบางคนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ทันภายในเวลาที่กำหนดและตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ จึงมีคะแนนต่ำที่สุด ครูจึงแนะนำให้ให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนอื่นๆ ให้เร็วขึ้น เพื่อจะได้มีเวลาในการทบทวนคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

3. การศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L อยู่ในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่ง เมื่อพิจารณาความคิดเห็นในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนสามารถวางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคด้วยวิธีการต่างๆ หรือหาคำตอบของปัญหาได้ ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหามีความมั่นใจในการหาคำตอบ และมีความคิดเห็นว่าการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยทำให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองต่อไปได้ แสดงให้เห็นว่า การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเองและผลคะแนนที่ได้ทำให้นักเรียนเรียนรู้ในสิ่งที่ยังบกพร่องที่ควรแก้ไขและปรับปรุง เพื่อนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้นต่อไป

ดังนั้น จากการศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ที่ได้กล่าวมาทั้งหมด พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ใน

สาระการเรียนรู้ต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีผลการเรียนที่สูงขึ้น



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ ดังต่อไปนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
2. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษาที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งการจัดห้องเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ โดยจัดให้นักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเรียนเดียวกัน

3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อต่อไปนี้

- 3.1 การแปรผันตรง
- 3.2 การแปรผกผัน
- 3.3 การแปรผันเกี่ยวเนื่อง

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย ใช้เวลาทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการทดสอบก่อนเรียน จำนวน 1 คาบ ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 14 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 คาบ

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L

5.2 ตัวแปรตาม คือ

5.2.1 ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ซึ่งประกอบด้วย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2.2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย เครื่องมือ 4 ชนิด คือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 14 แผน โดยเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าดัชนีความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ 0.47 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ 0.38 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.79
3. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน สำหรับใช้วัดเมื่อจบการดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4, 5, 9, 10, 13 และ 14 จำนวน 6 ครั้ง ที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหา จำนวน 1 ข้อ ที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระ เรื่อง การแปรผัน และให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด โดยทำการทดสอบท้ายคาบ ใช้เวลาในการทดสอบแต่ละครั้งประมาณ 10 – 12 นาที เพื่อใช้ประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนตามประเด็นที่ต้องการมุ่งวัด 4 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วย ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีการตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 1 คะแนน ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา มีการตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา มีการตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 3 คะแนน และขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ มีการตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ซึ่งการกำหนดเกณฑ์ในแต่ละด้านจะแสดงถึงรายการคุณลักษณะที่ตอบถูกต้องทุกประเด็น จนกระทั่งนักเรียนทำไม่ถูกต้องเลยของแต่ละขั้นตอน
4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L จำนวน 21 ข้อ โดยมีประเด็นที่ศึกษา 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

ซึ่งแบบสอบถามฉบับนี้มีลักษณะเป็นแบบมาตราประมาณค่า 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย
ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

วิธีการดำเนินการวิจัย

วิธีการดำเนินการวิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L จากนั้นนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นไปหาคุณภาพ

2. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังอาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ที่มีลักษณะเป็นแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและผ่านการวิเคราะห์ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาทำการทดสอบก่อนเรียน (pre-test) กับกลุ่มตัวอย่างในคาบที่ 1 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

2.2 ดำเนินการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที

2.3 เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4, 5, 9, 10, 13 และ 14 แล้วผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้ง

ครั้งละ 1 ข้อ จำนวน 6 ครั้ง โดยใช้เวลาในการทดสอบแต่ละครั้งประมาณ 10 - 12 นาที ทำซ้ำคาบเรียน เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ฉบับเดิม มาทำการทดสอบหลังเรียน (post-test) กับนักเรียนในคาบที่ 16 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

3. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน ส่งให้ผู้วิจัยหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. เมื่อเสร็จสิ้นการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และแบบสอบถามความคิดเห็น มาทำการวิเคราะห์ แปลผล และสรุปผล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างใช้ matched-pairs t-test

2. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ใช้ one sample t-test

3. ข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ใช้ค่าเฉลี่ย โดยทำการประเมินทั้งหมด 6 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีคะแนน 0 - 8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

3.1 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในภาพรวมของแต่ละชุด (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 6.40 – 8.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 5.60 – 6.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.80 – 5.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 4.00 – 4.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 3.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับที่ต้องปรับปรุง

3.2 เกณฑ์การประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ โดยพิจารณาแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค
K-W-D-L ในแต่ละชุด ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์
กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง มีคะแนนเต็ม 1 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.80 – 1.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์กำหนดให้ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.70 – 0.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์กำหนดให้ในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.60 – 0.69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์กำหนดให้ในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.50 – 0.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่ง
ที่โจทย์กำหนดให้ในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่ง
ที่โจทย์กำหนดให้ในระดับที่ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือ
โจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่งที่
โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่ง
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่ง
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการระบุสิ่ง
ที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนในการ
แก้ปัญหในระดับที่ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.40 – 3.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 2.10 – 2.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.80 – 2.09 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.50 – 1.79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 1.49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการในระดับที่ต้องปรับปรุง

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่อย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.60 – 2.00 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ และตรวจสอบคำตอบในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.40 – 1.59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ และตรวจสอบคำตอบในระดับดี

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.20 – 1.39 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับปานกลาง

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.19 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบในระดับน้อย

ช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.99 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสรุปคำตอบ
และตรวจสอบคำตอบที่ได้ในระดับที่ต้อง
ปรับปรุง

4. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง
การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L ใช้การแจกแจงความถี่และการหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์
ร้อยละ 60 ที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้

2. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L อยู่ในระดับดีมาก

3. ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน
ด้วยเทคนิค K-W-D-L พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดการเรียนรู้ว่ามีความ
เหมาะสมในทุกๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการ
วัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา มีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้รับจากการวิจัย

ในการนำกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ไปใช้ให้เกิดประโยชน์มากที่สุดนั้น ผู้สอนหรือผู้ที่สนใจควรมีความรู้ความเข้าใจ และเตรียมตัวในเรื่องต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนให้สูงขึ้นนั้น ครูควรมีแผนการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดีก่อน โดยเฉพาะการเลือกวิธีสอน เทคนิคการสอน การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ ให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากเวลาในแต่ละคาบเรียนจำกัด นักเรียนต้องใช้เวลาฝึกทักษะการแก้ปัญหาและทำกิจกรรมต่างๆ ค่อนข้างมาก ครูต้องเตรียมใบงานหรือใบกิจกรรมให้พร้อม เพื่อลดการเขียนโจทย์ที่ยืดยาว นอกจากนี้ ครูต้องคำนึงถึงวัยของนักเรียนและความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยให้ความสำคัญกับทุกคำถามที่นักเรียนสงสัยทั้งในและนอกห้องเรียน หมั่นตรวจการบ้านและให้ผลสะท้อนกลับพร้อมทั้งให้ข้อคิด คำลงใจ และมีการเสริมแรงทางบวกกับนักเรียนอยู่เสมอ เพื่อให้ นักเรียนทราบข้อบกพร่องของตนเอง และมีกำลังใจที่จะปรับปรุง แก้ไข เพื่อพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้นต่อไป

2. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาพรวม พบว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนอยู่ในระดับดีมาก แต่เมื่อพิจารณาในแต่ละขั้นตอนพบว่า ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับดี ซึ่งปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางคนที่ไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบและการสรุปคำตอบ

หรือตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ดังนั้นในช่วงเริ่มต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ เพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบให้ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ทุกประการ

3. การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L นั้น เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนต้องใช้ทักษะการอ่านการวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เพื่อค้นหาข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร นักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานี้อย่างไร แล้วนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีที่ได้กำหนดไว้ และนักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร ซึ่งนักเรียนต้องบันทึกทีละขั้นตอนอย่างละเอียดตามเทคนิค K-W-D-L ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายหรือเสียเวลาในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนั้นครูเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการบันทึกในแต่ละขั้นตอน กระตุ้นให้นักเรียนบันทึกตามขั้นตอน K-W-D-L ด้วยความรอบคอบ และครบถ้วนตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

4. การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน นั้นครูควรมีการเชื่อมโยงสาระการเรียนรู้ให้เข้ากับปัญหาที่มีอยู่จริงในชีวิตประจำวัน หรือเชื่อมโยงให้เข้ากับประสบการณ์เดิมของนักเรียน เช่น การเชื่อมโยงสาระการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผันตรงกับปัญหาปริมาณมะม่วงเขียวเสวยแปรผันตรงจำนวนเงินที่จ่าย หรือ ปัญหาระยะทางแปรผันตรงกับเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรถยนต์คันหนึ่ง เมื่อใช้อัตราเร็วคงที่ เป็นต้น รวมทั้งควรมีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถพบเห็นได้ในชีวิตประจำวันมาเชื่อมโยงกับสาระการเรียนรู้ เช่น การนำใบแสดงราคาสินค้าของร้านค้าหรือห้างสรรพสินค้ามาให้ให้นักเรียนพิจารณาราคาของสินค้าชนิดต่างๆ เพื่อเชื่อมโยงกับการแปรผันตรง เป็นต้น

5. การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ต้องใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้มากกว่าการสอนแบบปกติ และจะต้องใช้เวลาในการฝึกทักษะการแก้ปัญห โดยเฉพาะการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหตอนท้ายคาบเรียน ดังนั้นครูจึงจำเป็นต้องมีการวางแผนการใช้เวลาในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมในแต่ละขั้นตอนก่อนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้จริง นอกจากนี้ ครูอาจให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาหลังจากจัดการเรียนการสอนเสร็จสิ้นในข้อห้วงดังกล่าวในช่วงต้นของคาบเรียนต่อไป เพื่อนักเรียน

จะได้มีเวลาในการฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในหัวข้ออื่นๆ มากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. การทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งการวิจัยอาจมีการศึกษาตัวแปรอื่นๆ เพิ่มเติม เช่น ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่นๆ และระดับชั้นอื่นๆ
3. ควรมีการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ควบคู่ไปกับการพัฒนาทักษะด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กฤษฎา วรพิน. 2554. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กมลกาญจน์ นพโสภณ. 2554. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการใช้เทคนิค K-W-D-L โรงเรียนประชานิเวศน์ กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิไล ประสานมิตร.

ชานนท์ จันทรา. 2554. “หน่วยที่ 14 การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน.” ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์เรียนรู้คณิตศาสตร์. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ บัณฑิตศึกษา, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

_____. 2555. การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: อาร์ แอนด์ เอ็น ปรีน.

นิยม เกียท่าทราย. 2548. การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการนิเทศ, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

นิรันดร์ แสงกุหลาบ. 2547. การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละ
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL และตามแนว
สสวท. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการนิเทศ, มหาวิทยาลัย
ศิลปากร.

ประพนธ์ จำเริญ. 2551. เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ (Online).
<http://kids-d.swu.ac.th/dspace/handle/123456789/561>, 1 มีนาคม 2554.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้การแก้ปัญหา
ปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิไล.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. 2551. การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ใน
การแก้ปัญหามากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิไล.

พิมพากรณ์ สุขพ่วง. 2548. การพัฒนาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์
ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบ
แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร
มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการนิเทศ, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทการพิมพ์จำกัด.

_____. 2542. “การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์”. วารสารคณิตศาสตร์ 485-487 (กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-12.

ยุรวัดน์ คล้ายมงคล. 2545. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการใช้การประยุกต์แนวคิดการใช้
ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎี
บัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2546. **พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2546**. กรุงเทพฯ:
นานมีบุ๊คส์พับลิเคชั่น.

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์. 2554. “หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์”.
ประมวลสาระชุดวิชาการจัดการประสบการณ์รู้คณิตศาสตร์. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
บัณฑิตศึกษา, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วัชร เล่าเรียนดี. 2553. **รูปแบบและกลยุทธการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด**. นครปฐม:
โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วีระศักดิ์ เลิศโสภา. 2544. **ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดีแอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ใน
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4**. วิทยานิพนธ์
ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาประถมศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). 2555. **ค่าสถิติพื้นฐานของผลการ
ทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2554 (Online)**.
<http://www.niets.or.th>, 4 เมษายน 2555.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. **คู่มือวัดผลและประเมินผล
คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

_____. 2550. **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา
ลาดพร้าว.

_____. 2551. **เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมคณิตศาสตร์ประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน หลักสูตรที่ 2 (Online)**.
http://www3.ipst.ac.th/primary_math/training/train2-teacher.asp, 3 มีนาคม 2555.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553. การแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนอย่างไร

(Online). http://www3.ipst.ac.th/primary_math/ebook/problem_solving/cap3/p01.html,
3 มีนาคม 2555.

_____. 2554. **ครุคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ**. ม.ป.ท.

สมเดช บุญประจักษ์. 2550. “การแก้ปัญหา”. **วารสารคณิตศาสตร์** 581-583 (กุมภาพันธ์-
เมษายน): 71-12.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. 2547. “ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน)” **วารสาร
คณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา**.

สิริพร ทิพย์คง. ม.ป.ป. **เอกสารประกอบการสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชา
คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัคราณา)

_____. 2536. **การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการแก้สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปแบบต่าง ๆ**. กรุงเทพมหานคร: โครงการวิจัยและพัฒนาสมรรถวิสัย
ของครูโดยใช้สมรรถฐาน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2538. **รายงานการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4
ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ที่มีลักษณะของโจทย์
ปัญหาแตกต่างกัน**. สถาบันวิจัยและพัฒนาแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

_____. 2544. **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนา
คุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

เสาวนีย์ บุญแก้ว. 2553. การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โรงเรียน
จุฬารัตน์ราษฎร์วิทยาลั นครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการ
สอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัมพร ม้าคอง. 2553. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Carr, E. and D. Ogle. 1987. A Strategy for Comprehension and Summarization. **Journal of
Reading**. 30(April): 625-631.

Clarkson, S. P. 1979. A Study of the Relationship among Translation and Problem Solving
Abilities. **Dissertation Abstracts International**. 39(January): 4104-A.

Hatfield, M. M., N. T. Edwards, and G. G. Bitter. 1993. **Mathematics Methods for the
Elementary and Middle School**. Boston: Allyn and Bacon.

Jackson, L. 2000. **Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem-Solving Ability
in Mathematics**. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint
Xavier University.

Kennedy, L. M. and S. Tipps. 1994. **Guiding Children's Learning of Mathematics**.
Belmont, California: Wadsworth Publishing.

Krulik, S. and J. A. Rudnick. 1993. **Reasoning and Problem Solving: A Handbook
for Elementary School Teachers**. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Ogle, D. M. 1986. K-W-L: A teaching model that develops active reading of expository text.
Reading Teacher. 39(February): 564-670.

Polya, G. 1957. **How to Solve It**. New Jersey: Princeton University Press.

_____. 1980. On Solving Mathematical Problem in High School. **Problem Solving in School Mathematics: Yearbook**. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

_____. 1985. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. New York: Doubleday and Company.

Shaw, J. M., M. S. Chambliss, D. A. Chessin, V. Price, and G. Beardain. 1997a. Cooperative Problem Solving: Using K-W-D-L as an Organizational Technique. **Teaching Children Mathematics**. 3(May): 482-486.

_____. 1997b. **Cooperative Problem Solving: Using K-W-D-L as an Organizational Technique** (Online). <http://www.eric.ed.gov>, 1 March 2012.

Sheffield, L. J. and D. E. Cruikshank. 2000. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. 4th ed. New York: John Wiley & Sons.

The National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics** (Online).

http://en.wikipedia.org/wiki/National_Council_of_Teachers_of_Mathematics#1989_Curriculum_and_Evaluation_Standards_for_School_Mathematics, December 23, 2012.

_____. 2000. **Principles and Standard for School Mathematics**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.





ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วราภรณ์ มีหนัก
อาจารย์หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญรัตน์ ปานประสงค์
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัย
และพัฒนาการศึกษา
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินี อิทธิรส
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัย
และพัฒนาการศึกษา



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การทดสอบก่อนเรียน (pre - test)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ และการแปรผันตรง	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแปรผันตรง	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแปรผันตรงและโจทย์ปัญหา การแปรผันตรง	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ และการแปรผกผัน	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง การแปรผกผัน	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การแปรผกผันและโจทย์ปัญหา การแปรผกผัน	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผกผัน (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การแปรผันเกี่ยวเนื่องและ โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันเกี่ยวเนื่อง (ต่อ)	จำนวน 1 คาบ
การทดสอบหลังเรียน (post - test)	จำนวน 1 คาบ

รวม 16 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ การแปรผัน

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผัน ของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการแทนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่มีลักษณะแปรผันตรงได้
2. นำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับการแปรผันตรงได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
3. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอนและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมายและทำงานอย่างรอบคอบ
3. ส่งงานตรงตามเวลาที่กำหนดและผลงานสะอาด เรียบร้อย
4. มีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผันของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

ในชีวิตประจำวันเรามีความจำเป็นที่จะต้องแก้ปัญหาต่างๆ มากมาย ไม่ว่าจะเป็นปัญหาการคำนวณค่าใช้จ่ายในการเติมน้ำมันของรถยนต์ที่ปริมาณน้ำมันแปรผันตรงกับจำนวนเงินที่ต้องจ่าย ปัญหาการซื้อเนื้อหมูที่ราคาเนื้อหมูแปรผันตรงกับน้ำหนักของเนื้อหมู หรือปัญหาเกี่ยวกับการขับรถจักรยานยนต์ที่อัตราเร็วเฉลี่ยในขณะนั้นแปรผันตรงกับเวลาที่ใช้ในการเดินทาง เป็นต้น ซึ่งหากไม่มีกระบวนการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ก็อาจจะทำให้การแก้ปัญหานั้น เกิดความล่าช้า หรือไม่พบคำตอบของปัญหาก็เป็นได้ เช่นเดียวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่มีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากมายที่จำเป็นต้องอาศัยกระบวนการที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการหนึ่งที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาคือ เทคนิค K-W-D-L ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบ ช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อนำไปสู่คำตอบตามที่ต้องการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ y แปรผันตรงกับ x และ $y = 15$ เมื่อ $x = 5$ ถ้า $y = 21$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ $y \propto x$

จะได้ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

แทน x ด้วย 5 และแทน y ด้วย 15 ในสมการ $y = kx$

จะได้ว่า $15 = k(5)$

$$\frac{15}{5} = k$$

$$k = 3$$

ดังนั้น สมการแสดงการแปรผัน คือ $y = 3x$

พิจารณาค่า x ถ้า $y = 21$ โดยแทน y ด้วย 21 ในสมการ $y = 3x$

จะได้ว่า $21 = 3x$

$$\frac{21}{3} = x$$

$$7 = x$$

ดังนั้น $x = 7$ เมื่อ $y = 21$

ตอบ $x = 7$ เมื่อ $y = 21$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ t แปรผันตรงกับ s^2 และ $s = 8$ เมื่อ $t = 16$ ถ้า $s = 10$ แล้ว t เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ $t \propto s^2$

จะได้ $t = ks^2$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

แทน t ด้วย 16 และแทน s ด้วย 8 ในสมการ $t = ks^2$

จะได้ว่า $16 = k(8)^2$

$$16 = k(64)$$

$$\frac{16}{64} = k$$

$$k = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น สมการแสดงการแปรผัน คือ $t = \frac{1}{4}s^2$

พิจารณาค่า t เมื่อ $s = 10$ โดยแทนค่า $s = 10$ ในสมการ $t = \frac{1}{4}s^2$

จะได้ว่า $t = \frac{1}{4} \times (10)^2$

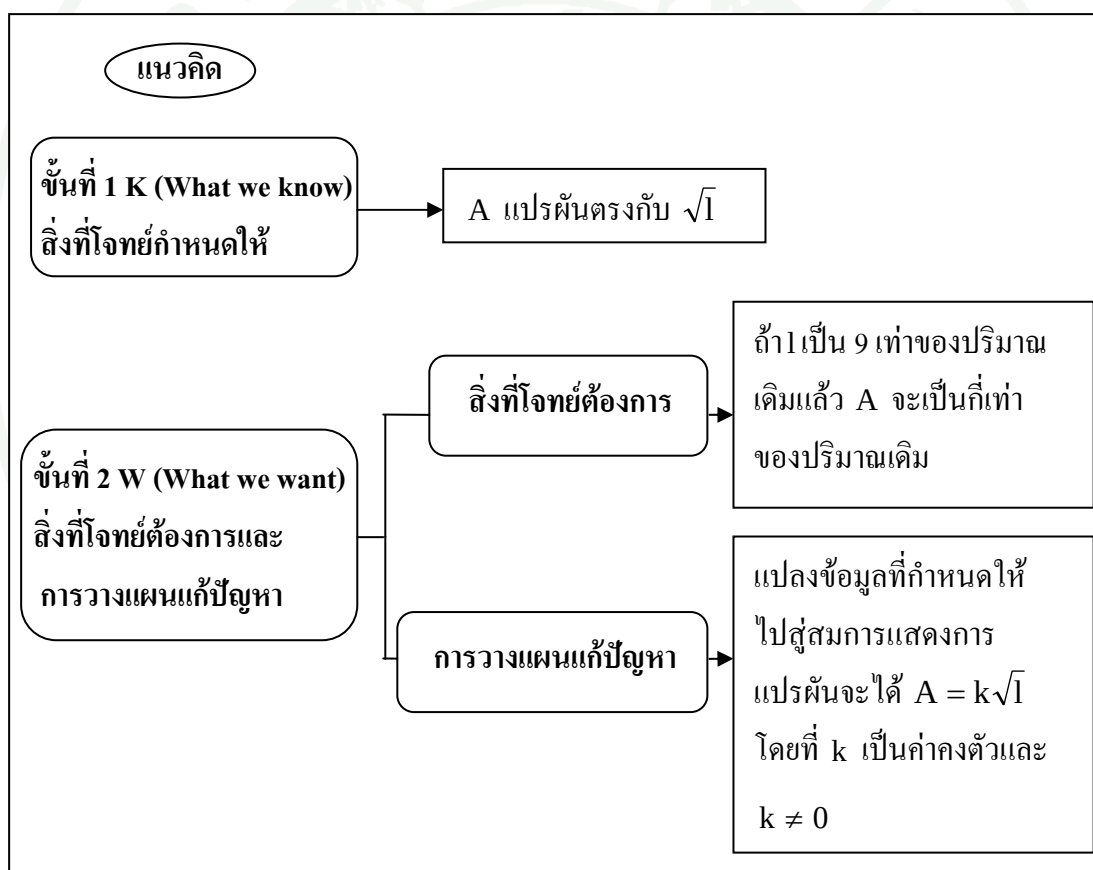
$$t = \frac{1}{4} \times 100$$

$$t = 25$$

ดังนั้น $t = 25$ เมื่อ $s = 10$

ตอบ $t = 25$ เมื่อ $s = 10$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ A แปรผันตรงกับ $\sqrt{I}$ ถ้า I เป็น 9 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว A จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม



ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ กำหนดให้ $A \propto \sqrt{I}$

จะได้ $A = k\sqrt{I}$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

กำหนดให้ปริมาณเดิมของ A และ I เท่ากับ A_1 และ I_1 ตามลำดับ

และให้ปริมาณใหม่เป็น A_2 และ I_2 ตามลำดับ

1 เป็น 9 เท่าของปริมาณเดิม จะได้ว่า $l_2 = 9l_1$ —————(1)

และจากสมการแสดงการแปรผันจะได้ว่า

$$A_1 = k\sqrt{l_1} \quad \text{—————(2)}$$

และ $A_2 = k\sqrt{l_2} \quad \text{—————(3)}$

นำค่า l_2 ในสมการ (1) แทนลงในสมการ (3) จะได้ว่า

$$A_2 = k\sqrt{9l_1}$$

$$A_2 = 3k\sqrt{l_1}$$

จากสมการ (2) จะได้ว่า $A_2 = 3A_1$

ดังนั้น A เป็น 3 เท่าของปริมาณเดิม

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

จาก A เป็น 3 เท่าของปริมาณเดิม และ l เป็น 9 เท่าของปริมาณเดิม

นั่นคือ แทน A ด้วย 3A และแทน l ด้วย 9l ในสมการ $A = k\sqrt{l}$

จะได้ว่า $3A = k\sqrt{9l}$

$$3A = 3k\sqrt{l}$$

$$A = k\sqrt{l} \quad \text{ซึ่งเป็นปริมาณเดิมที่โจทย์กำหนดให้}$$

ตอบ A เป็น 3 เท่าของปริมาณเดิม เมื่อ l เป็น 9 เท่าของปริมาณเดิม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนบทนิยามของการแปรผันตรงและสมการแสดงการแปรผัน โดยใช้การถามตอบ พร้อมกับคิดแถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง บนกระดานประกอบการอธิบาย

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผันของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน และให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อช่วยกันทำ โดยให้เวลาทำประมาณ 5 นาที ครูเดินดูนักเรียนแต่ละคู่ทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 1 คน ออกมาเฉลยคำตอบและแสดงวิธีทำบนกระดาน

4. ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อเชื่อมโยงเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่มีลักษณะแปรผันตรงกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะแปรผันตรงที่จำเป็นต้องใช้กลวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เช่น

4.1 ปัญหาการคำนวณค่าใช้จ่ายในการเติมน้ำมันของรถยนต์ที่ปริมาณน้ำมันแปรผันตรงกับจำนวนเงินที่ต้องจ่าย

4.2 ปัญหาการซื้อเนื้อหมูที่ราคาเนื้อหมูแปรผันตรงกับน้ำหนักของเนื้อหมู

4.3 ปัญหาเกี่ยวกับการขับรถจักรยานยนต์ที่อัตราเร็วเฉลี่ยในขณะนั้นแปรผันตรงกับเวลาที่ใช้ในการเดินทาง

จากนั้นครูแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อนำไปสู่คำตอบตามที่ต้องการ นั่นคือ เทคนิค K-W-D-L ให้นักเรียนรู้จัก ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน และให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์ปัญหา จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้การถามตอบดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) ครูให้นักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีอะไรบ้าง พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 1 บนกระดาน

ขั้นที่ 2 W (What we want) ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไรและนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร” พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 2 บนกระดาน

ขั้นที่ 3 D (What we do) ครูแก้โจทย์ปัญหาและแสดงวิธีทำบนกระดาน

ขั้นที่ 4 L (What we learned) ครูตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบบนกระดาน

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบนี้และขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบ

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญห

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญห

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

7. ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง ให้นักเรียนแต่ละคนทำ โดยให้เวลาทำประมาณ 8 นาที ครูเดินดูนักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียน จำนวน 1 คน ออกมาเฉลยและแสดงวิธีทำบนกระดาน

8. ครูแจกแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง ให้นักเรียนแต่ละคน ทำเป็นการทำงาน

สื่อการเรียนรู้

1. แถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง
2. เอกสารฝึกหัดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน 3. การทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง 4. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง เป็นการบ้าน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ กระตือรือร้นในการเรียนเป็นอย่างดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำเอกสาร ฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 84 4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลา และทำได้ถูกต้องร้อยละ 79 แต่ยังมี นักเรียนบางคนที่ยังต้องแก้ไข ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจเรียนและมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี นักเรียนมีความเข้าใจและจดจำขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้ นักเรียนสามารถใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง โดยขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่ง โจทย์กำหนดให้ นักเรียนทุกคนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่ง โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีนักเรียนบางคนวางแผนแก้ปัญหาไม่ได้ ทำให้ครูต้องอธิบายแนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหา ก่อนเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการทำด้วยตนเอง ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบไม่ถูกต้องหรือเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ ครูแนะนำให้ นักเรียนมีความรอบคอบในการคิดคำนวณมากขึ้น ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแทนคำตอบย้อนกลับลงสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ทุกประการ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ทำให้ครูต้องย้ำเตือนนักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ และจากการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง แต่มี

นักเรียนบางคนไม่ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบเลยเพราะคิดว่าได้คำตอบมาก็เพียงพอแล้ว จึงไม่จำเป็นต้องตรวจสอบว่าคำตอบนั้นสอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ ครูต้องเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ



เอกสารฝึกหัดที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดให้ s แปรผันตรงกับ r^2 ถ้า r เป็น 2 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว s จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่ง โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่ง โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่ โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. กำหนดให้ a แปรผันตรงกับ $\sqrt{b}$ และ $b = 9$ เมื่อ $a = 45$ ถ้า $b = 25$ แล้ว a เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ L แปรผันตรงกับ m^3 และ $m = \frac{1}{2}$ เมื่อ $L = \frac{1}{4}$ ถ้า $m = 3$ แล้ว L เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนดให้ a แปรผันตรงกับ b^3 ถ้า b เป็น $\frac{1}{8}$ เท่าของปริมาณเดิมแล้ว a จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ การแปรผัน

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผัน ของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการแทนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่มีลักษณะแปรผันตรงได้
2. นำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับการแปรผันตรงได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอนและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมายและทำงานอย่างรอบคอบ
3. ส่งงานตรงตามเวลาที่กำหนดและผลงานสะอาด เรียบร้อย

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า **สมการแสดงการแปรผัน** ของการแปรผันตรง เรียก k ว่า **ค่าคงตัวของการแปรผัน** และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

จากการที่นักเรียนได้ศึกษากระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นคือ เทคนิค K-W-D-L ในคาบเรียนที่ผ่านมา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา และจัดลำดับความคิดอย่างเป็นระบบ ช่วยทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน เพื่อได้มาซึ่งคำตอบตามที่ต้องการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

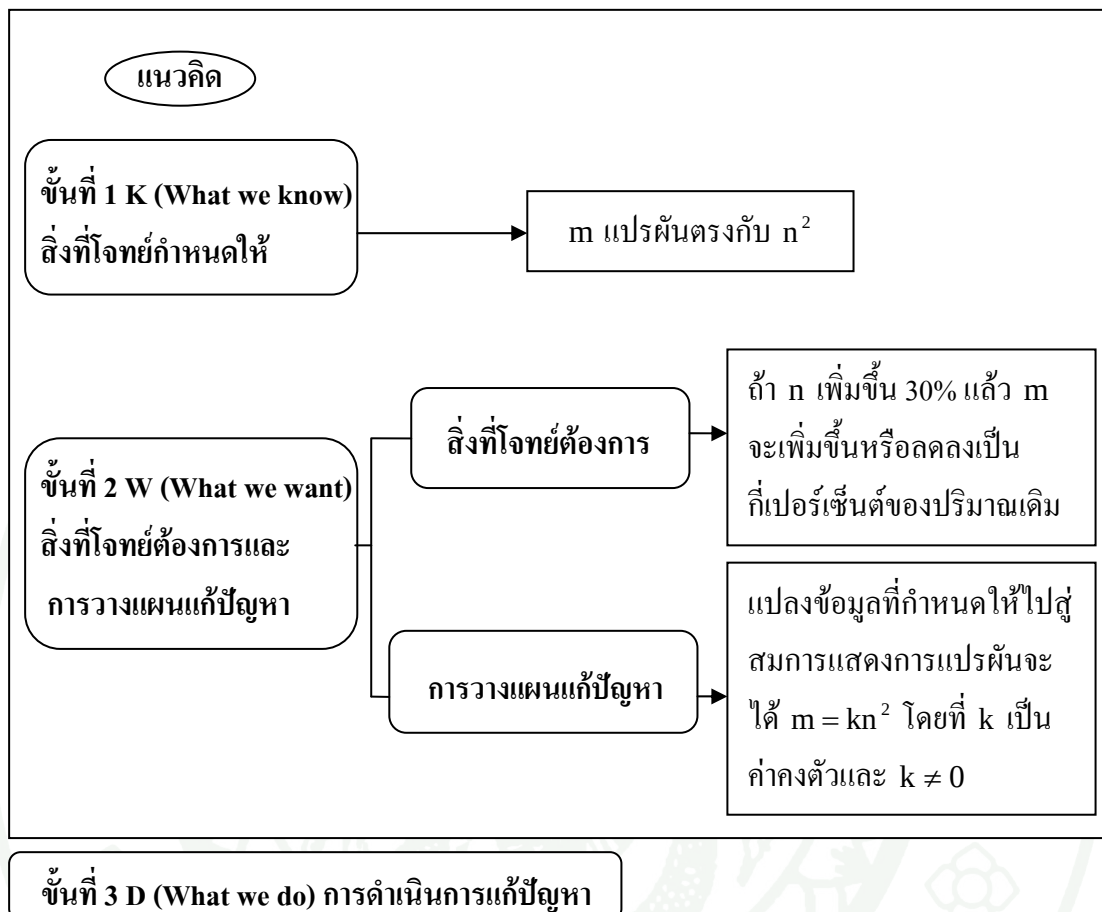
ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่เรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ m แปรผันตรงกับ n^2 ถ้า n เพิ่มขึ้น 30% แล้ว m จะเพิ่มขึ้นหรือลดลง เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาณเดิม



วิธีทำ กำหนดให้ $m \propto n^2$

จะได้ $m = kn^2$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

กำหนดให้ปริมาณเดิมของ m และ n เท่ากับ m_1 และ n_1 ตามลำดับ

และให้ปริมาณใหม่เป็น m_2 และ n_2 ตามลำดับ

n เพิ่มขึ้น 30% ของปริมาณเดิม

กล่าวคือ ถ้าปริมาณเดิมเป็น 100 จะเพิ่มขึ้นเป็น 130

นั่นคือ ถ้าปริมาณเดิมเป็น n จะเพิ่มขึ้นเป็น $\frac{130}{100}n$

$$\text{ดังนั้น} \quad n_2 = \frac{130}{100}n_1 \quad \text{—————(1)}$$

และจากสมการแสดงการแปรผัน จะได้ว่า

$$m_1 = kn_1^2 \quad \text{—————(2)}$$

$$\text{และ} \quad m_2 = kn_2^2 \quad \text{—————(3)}$$

นำค่า n_2 ในสมการ (1) แทนลงในสมการ (3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m_2 &= k \left(\frac{130}{100} n_1 \right)^2 \\ &= k \left(\frac{130}{100} \right)^2 n_1^2 \\ &= k \left(\frac{130 \times 130}{100 \times 100} \right) n_1^2 \\ &= \left(\frac{169}{100} \right) k n_1^2 \\ &= 169\% k n_1^2 \end{aligned}$$

$$\text{จากปริมาณเดิม } m_1 = k n_1^2 = \frac{100}{100} k n_1^2 = 100\% k n_1^2$$

จะได้ว่า ปริมาณใหม่ m เพิ่มขึ้นเป็น 69% ของปริมาณเดิม

ดังนั้น m เพิ่มขึ้นเป็น 69% ของปริมาณเดิม เมื่อ n เพิ่มขึ้น 30% ของปริมาณเดิม

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

จาก m เพิ่มขึ้นเป็น 69% ของปริมาณเดิม และ n เพิ่มขึ้น 30% ของปริมาณเดิม

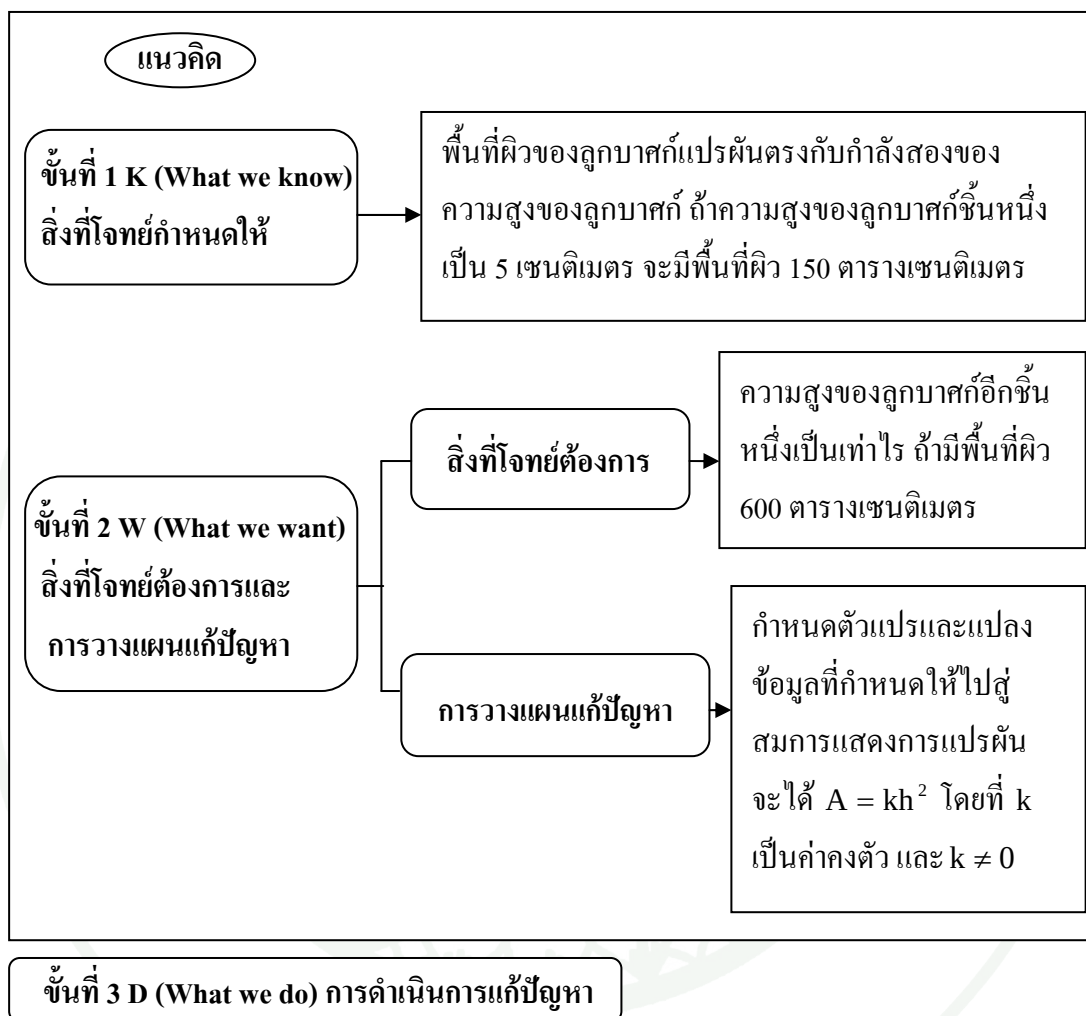
นั่นคือ แทน m ด้วย $\frac{169}{100}m$ และแทน n ด้วย $\frac{130}{100}n$ ในสมการ $m = kn^2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \left(\frac{169}{100} \right) m &= k \left(\frac{130}{100} n \right)^2 \\ \left(\frac{169}{100} \right) m &= k \left(\frac{130}{100} \right)^2 n^2 \\ \left(\frac{169}{100} \right) m &= k \left(\frac{130 \times 130}{100 \times 100} \right) n^2 \\ \left(\frac{169}{100} \right) m &= k \left(\frac{169}{100} \right) n^2 \\ m &= kn^2 \end{aligned}$$

ซึ่งเป็นปริมาณเดิม

ตอบ m เพิ่มขึ้นเป็น 69% ของปริมาณเดิม เมื่อ n เพิ่มขึ้น 30% ของปริมาณเดิม

ตัวอย่างที่ 2 พื้นที่ผิวของลูกบาศก์แปรผันตรงกับกำลังสองของความสูงของลูกบาศก์ ถ้าความสูงของลูกบาศก์ชั้นหนึ่งเป็น 5 เซนติเมตรจะมีพื้นที่ผิว 150 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่าความสูงของลูกบาศก์อีกชั้นหนึ่งเป็นเท่าไร ถ้ามีพื้นที่ผิว 600 ตารางเซนติเมตร



วิธีทำ ให้ A แทน พื้นที่ผิวของลูกบาศก์เป็นตารางเซนติเมตร

h แทน ความสูงของลูกบาศก์เป็นเซนติเมตร

พื้นที่ผิวของลูกบาศก์แปรผันตรงกับกำลังสองของความสูงของลูกบาศก์

กำหนดให้ $A \propto h^2$

จะได้ $A = kh^2$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

ความสูงของลูกบาศก์ชั้นหนึ่งเป็น 5 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิว 150 ตารางเซนติเมตร

นั่นคือ แทน h ด้วย 5 และแทน A ด้วย 150 ในสมการ $A = kh^2$

จะได้ว่า $150 = k(5)^2$

$150 = k(25)$

$$\frac{150}{25} = k$$

$$k = 6$$

ดังนั้น สมการแสดงการแปรผัน คือ $A = 6h^2$

พิจารณาความสูงของลูกบาศก์อีกชิ้นหนึ่ง เมื่อมีพื้นที่ผิว 600 ตารางเซนติเมตร

นั่นคือ แทน A ด้วย 600 ในสมการ $A = 6h^2$

จะได้ว่า $600 = 6h^2$

$$\frac{600}{6} = h^2$$

$$100 = h^2$$

$$h = 10 \text{ หรือ } -10$$

เนื่องจาก h แทนความสูงของลูกบาศก์เป็นเซนติเมตรซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น ความสูงของลูกบาศก์อีกชิ้นหนึ่งจะเป็น 10 เซนติเมตร

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจากความสูงของลูกบาศก์อีกชิ้นหนึ่งเป็น 10 เซนติเมตร เมื่อมีพื้นที่ผิว 600 ตารางเซนติเมตร นั่นคือ แทน h ด้วย 10 และแทน A ด้วย 600 ในสมการ $A = 6h^2$

จะได้ว่า $600 = 6(10)^2$

$$600 = 6(100)$$

$$600 = 600 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ตอบ ความสูงของลูกบาศก์อีกชิ้นหนึ่งจะเป็น 10 เซนติเมตร เมื่อมีพื้นที่ผิว 600

ตารางเซนติเมตร

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนบทนิยามของการแปรผันตรงและสมการแสดงการแปรผัน โดยใช้การถามตอบ พร้อมกับคิดแถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง บนกระดานประกอบการอธิบาย

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผันของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

2. ครูทบทวนขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบ

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน และให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์ปัญหาในใจ จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มียอะไรบ้าง” พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 1 บนกระดาน

ขั้นที่ 2 W (What we want) ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไรและนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร” พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 2 บนกระดาน

ขั้นที่ 3 D (What we do) ครูให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาและแสดงวิธีทำบนกระดาน

ขั้นที่ 4 L (What we learned) ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วยตนเองก่อน โดยใช้เวลาทำ 2 นาที ครูเดินดูนักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 1 คน ออกมาเฉลยบนกระดาน พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน และให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์ปัญหาในใจ จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) ครูให้นักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีอะไรบ้าง พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 1 บนกระดาน

ขั้นที่ 2 W (What we want) ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไรและนักเรียนวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร” พร้อมทั้งเขียนข้อมูลในขั้นที่ 2 บนกระดาน

ขั้นที่ 3 D (What we do) ครูให้นักเรียนแต่ละคนแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองก่อน โดยให้เวลาทำประมาณ 3 นาที ครูเดินดูนักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 1 คน ออกมาเฉลยและวิธีทำบนกระดาน

ขั้นที่ 4 L (What we learned) ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วยตนเองก่อน โดยให้เวลาทำ 2 นาที ครูเดินดูนักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 1 คน ออกมาเฉลยบนกระดาน พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบนี้และขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบ

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

6. ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง ให้นักเรียนแต่ละคนทำ โดยให้เวลาทำประมาณ 8 นาที ครูเดินดูนักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียน จำนวน 1 คน ออกมาเฉลยและแสดงวิธีทำบนกระดาน

7. ครูแจกแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นบ้าน

8. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 โดยให้เวลาทำประมาณ 10 นาที เพื่อตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันตรง โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูนำกลับไปตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และแจ้งผลการทำให้นักเรียนได้ทราบในคาบถัดไป

สื่อการเรียนรู้

1. แถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง
2. เอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง
4. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน 3. การทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง 4. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง เป็นการบ้าน 5. การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ กระตือรือร้นในการเรียนเป็นอย่างดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 84 4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและทำได้ถูกต้องร้อยละ 82 5. นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องโดยได้คะแนนค่าเฉลี่ย 6.97

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจเรียนและมีส่วนร่วมในการตอบคำถามอย่างสม่ำเสมอ นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจและจดจำขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้ นักเรียนสามารถใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนบางคนสับสนและไม่สามารถเขียนสมการแสดงการแปรผันได้ในตัวอย่างที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากเป็นตัวอย่างค่อนข้างยาก ครูจึงค่อยๆ ใช้การถามตอบประกอบการอธิบายอย่างละเอียด และเปิดโอกาสให้นักเรียนที่สงสัยยกมือถามได้อย่างเต็มที่ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น จากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียน

บางคนที่ยังสับสนและนำข้อมูลที่โจทย์ต้องการมาเขียนรวมกับข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เนื่องจากไม่สามารถสรุปสาระสำคัญจากการอ่านโจทย์ปัญหาได้ และบางคนยังเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์อีกด้วย ครูจึงแนะนำให้ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาให้ดี และฝึกอ่านโจทย์ที่หลากหลายวิธีเพื่อเพิ่มความเข้าใจ ในส่วนของการวางแผนแก้ปัญหามีนักเรียนบางคนวางแผนแก้ปัญหามาไม่ได้ ทำให้ครูต้องอธิบายแนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหาก่อนเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการทำด้วยตนเอง และการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบไม่ถูกต้องหรือเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ ครูแนะนำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการคิดคำนวณมากขึ้น ส่วนการสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแทนคำตอบย้อนกลับลงสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ทุกประการ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ เพราะคิดว่าได้คำตอบมาก็เพียงพอแล้ว จึงไม่จำเป็นต้องตรวจสอบว่าคำตอบนั้นสอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ และจากการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนที่ยังมีความผิดพลาดบ้างเล็กน้อยในการแสดงวิธีทำ เช่น การคำนวณผิดพลาด หรือไม่ตรวจสอบคำตอบ เป็นต้น

เอกสารฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดให้ y แปรผันตรงกับ x^2 ถ้า x ลดลง 10% แล้ว y จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงเป็นกี่เปอร์เซ็นต์
ของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงเขียนสมการแสดงการแปรผันโดยใช้สัญลักษณ์ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ
 - 1.1) ปริมาณน้ำที่เครื่องสูบน้ำได้ (Q) เป็นลูกบาศก์เมตร แปรผันตรงกับเวลาในการสูบ (t) เป็นนาที
สมการแสดงการแปรผัน คือ
 - 1.2) ปริมาณเกลือแกงที่ละลาย (s) เป็นกรัม แปรผันตรงกับอุณหภูมิ (t) เป็นองศาเซลเซียส และค่าคงตัวของการแปรผัน คือ 0.5
สมการแสดงการแปรผัน คือ
 - 1.3) ดอกเบี้ยที่ได้จากเงินกู้ (P) เป็นบาท แปรผันตรงกับจำนวนเงินที่ให้อู้ (n) เป็นบาท และค่าคงตัวของการแปรผัน คือ 200
สมการแสดงการแปรผัน คือ
 - 1.4) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (A) เป็นตารางหน่วย แปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวของเส้นทแยงมุม (d) เป็นเมตร และค่าคงตัวของการแปรผันคือ $\frac{1}{2}$
สมการแสดงการแปรผัน คือ
 - 1.5) พื้นที่ผิวของทรงกลม (A) เป็นตารางหน่วย แปรผันตรงกับกำลังสองของรัศมีของทรงกลม (r) เป็นหน่วย และค่าคงตัวของการแปรผันคือ 4π
สมการแสดงการแปรผัน คือ
 - 1.6) ระยะทางที่รถยนต์คันหนึ่งแล่นได้ (s) เป็นกิโลเมตร เมื่อใช้อัตราเร็วคงที่ แปรผันตรงกับเวลาในการเดินทาง (t) เป็นชั่วโมง และค่าคงตัวของการแปรผันคือ 60
สมการแสดงการแปรผัน คือ

2. กำหนดให้ y แปรผันตรงกับ x^2 ถ้า x เพิ่มขึ้น 40% แล้ว y จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่เราพอรู้กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. โอซินทดลองแกว่งตุ้มน้ำหนักชิ้นหนึ่งที่ห้อยอยู่ปลายเชือกเส้นหนึ่ง พบว่าเวลาในการแกว่งครบรอบของตุ้มน้ำหนักแปรผันตรงกับรากที่สองของความยาวของเชือก ถ้าเชือกยาว 25 เซนติเมตร จะแกว่งครบรอบในเวลา 1 วินาที อยากทราบว่าถ้าเชือกอีกเส้นหนึ่งยาว 100 เซนติเมตร ตุ้มน้ำหนักจะแกว่งครบรอบในเวลากี่วินาที

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผกผัน

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดให้ x แปรผกผันกับ y^2 ถ้า y เป็น 5 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว x จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ การแปรผัน

ภาคเรียนที่ 2/2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผัน ของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการแทนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่มีลักษณะแปรผันตรงได้
2. นำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับการแปรผันตรงได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

1. มีส่วนร่วมและสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอนและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมายและทำงานอย่างรอบคอบ
3. ส่งงานตรงตามเวลาที่กำหนดและผลงานสะอาด เรียบร้อย
4. มีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผันของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

เทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในสิ่งที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want) นักเรียนต้องการรู้อะไร ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร และนักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

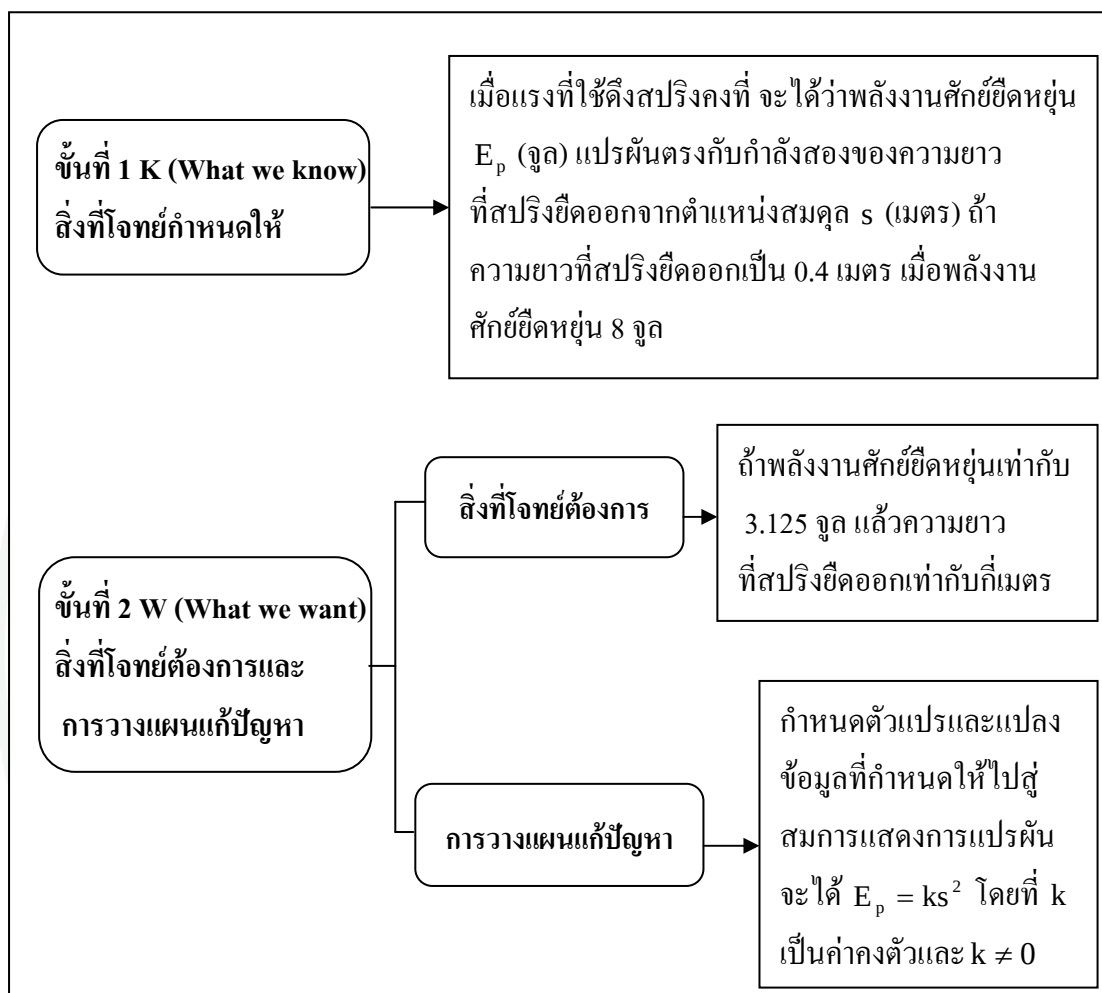
ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง และสิ่งที่ได้เรียนรู้สรุปได้ว่าอย่างไร รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร

โจทย์ปัญหาที่ 1

เมื่อแรงที่ใช้ดึงสปริงคงที่ จะได้ว่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่น E_p (จูล) แปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล s (เมตร) ถ้าความยาวที่สปริงยืดออกเป็น 0.4 เมตร เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่น 8 จูล อยากทราบว่าถ้าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล แล้วความยาวที่สปริงยืดออกเท่ากับกี่เมตร

แนวทางในการแก้ปัญหาสำหรับโจทย์ปัญหาที่ 1

แนวคิด



ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ ให้ E_p แทน พลังงานศักย์ยืดหยุ่นเป็นจูล

s แทน ความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลเป็นเมตร

เมื่อแรงที่ใช้ดึงสปริงคงที่ จะได้ว่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่น E_p (จูล) แปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล s (เมตร)

กำหนดให้ $E_p \propto s^2$

จะได้ $E_p = ks^2$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

ความยาวที่สปริงยืดออกเป็น 0.4 เมตร เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 8 จูล

นั่นคือ แทน s ด้วย 0.4 และแทน E_p ด้วย 8 ในสมการ $E_p = ks^2$

จะได้ว่า $8 = k(0.4)^2$

$$8 = k(0.16)$$

$$\frac{8}{0.16} = k$$

$$k = 50$$

ดังนั้น สมการแสดงการแปรผัน คือ $E_p = 50s^2$

พิจารณาความยาวที่สปริงยืดออก เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล

นั่นคือ แทน E_p ด้วย 3.125 ในสมการ $E_p = 50s^2$

จะได้ว่า $3.125 = 50s^2$

$$\frac{3.125}{50} = s^2$$

$$0.0625 = s^2$$

$$s = 0.25 \text{ หรือ } -0.25$$

เนื่องจาก s แทนความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลเป็นเมตรซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น ความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลเท่ากับ 0.25 เมตร

เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจากความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลเท่ากับ 0.25 เมตร

เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล

นั่นคือ แทน s ด้วย 0.25 และแทน E_p ด้วย 3.125 ในสมการ $E_p = ks^2$

จะได้ว่า $3.125 = 50(0.25)^2$

$$3.125 = 50 \times 0.0625$$

$$3.125 = 3.125 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ตอบ ความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลเท่ากับ 0.25 เมตร

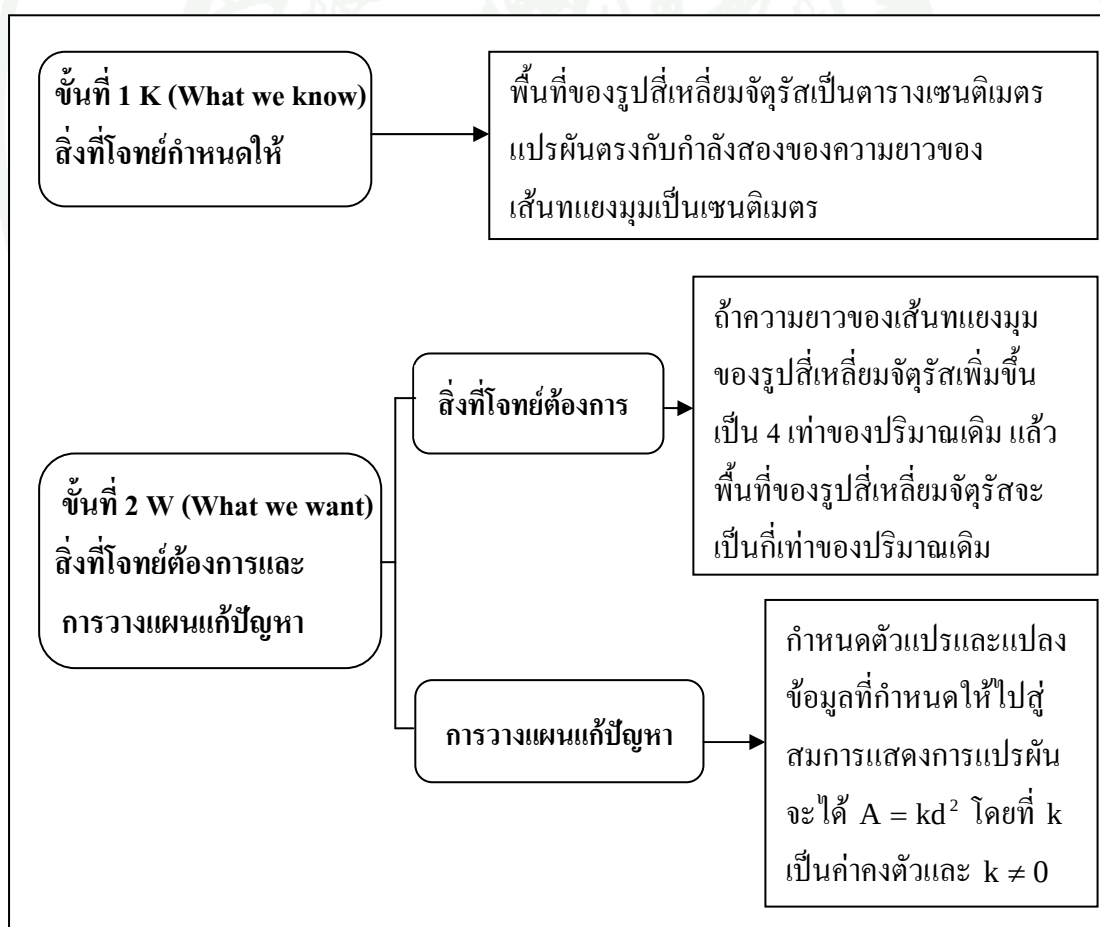
เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล

โจทย์ปัญหาที่ 2

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นตารางเซนติเมตรแปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวของเส้นทแยงมุมเป็นเซนติเมตร ถ้าความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวทางในการแก้ปัญหาสำหรับโจทย์ปัญหาที่ 2

แนวคิด



ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ ให้ A แทน พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นตารางเซนติเมตร

d แทน ความยาวของเส้นทแยงมุมเป็นเซนติเมตร

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวของเส้นทแยงมุม

กำหนดให้ $A \propto d^2$

จะได้ $A = kd^2$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

กำหนดให้ปริมาณเดิมของ A และ d เท่ากับ A_1 และ d_1 ตามลำดับ และให้ปริมาณใหม่เป็น A_2 และ d_2 ตามลำดับ

ความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม

นั่นคือ d เป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม จะได้ว่า $d_2 = 4d_1$ —————(1)

และจากสมการแสดงการแปรผันจะได้ว่า

$$A_1 = kd_1^2 \quad \text{—————(2)}$$

$$\text{และ } A_2 = kd_2^2 \quad \text{—————(3)}$$

นำค่า d_2 ในสมการ (1) แทนลงในสมการ (3) จะได้ว่า

$$A_2 = k(4d_1)^2$$

$$A_2 = 16kd_1^2$$

จากสมการ (2) จะได้ว่า $A_2 = 16A_1$

ดังนั้น A เป็น 16 เท่าของปริมาณเดิม เมื่อ d เป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

จาก A เป็น 16 เท่าของปริมาณเดิม และ d เป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม

นั่นคือ แทน A ด้วย 16A และแทน d ด้วย 4d ในสมการ $A = kd^2$

จะได้ว่า $16A = k(4d)^2$

$$16A = 16kd^2$$

$$A = kd^2 \quad \text{ซึ่งเป็นปริมาณเดิมที่โจทย์กำหนดให้}$$

ตอบ A เป็น 16 เท่าของปริมาณเดิม เมื่อ d เป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนบทนิยามของการแปรผันตรงและสมการแสดงการแปรผัน โดยใช้การถามตอบ พร้อมกับคิดแถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง บนกระดานประกอบการอธิบาย

บทนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

y แปรผันตรงกับ x เมื่อ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

สมการ $y = kx$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$ เรียกว่า สมการแสดงการแปรผันของการแปรผันตรง เรียก k ว่า ค่าคงตัวของการแปรผัน และเขียนแทน y แปรผันตรงกับ x ด้วย $y \propto x$

2. ครูทบทวนขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบ โดยใช้การถามตอบ

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยความสามารถ จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มและชี้แจงวิธีการทำ โดยให้ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค K-W-D-L และให้เวลาทำประมาณ 20 นาที ครูเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มทำและตรวจสอบความชัดเจนของการวิเคราะห์ในแต่ละขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 1 คน ออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาที่ 1 หน้าชั้นเรียน โดยในขั้นที่ 1 K และขั้นที่ 2 W ให้อธิบายแนวคิด ส่วนขั้นที่ 3 D และขั้นที่ 4 L ให้แสดงวิธีทำบนกระดาน จากนั้นสุ่มนักเรียนอีก 1 คน ออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาที่ 2 โดยในขั้นที่ 1 K และขั้นที่ 2 W ให้อธิบายแนวคิด ส่วนขั้นที่ 3 D และขั้นที่ 4 L ให้แสดงวิธีทำบนกระดานในทำนองเดียวกัน

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบนี้และขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 หน้า 89 – 90 ข้อที่ 11 และ 15 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน

6. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 โดยใช้เวลาทำประมาณ 12 นาที เพื่อตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันตรง โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูนำกลับไปตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และแจ้งผลการทำให้นักเรียนได้ทราบในคาบถัดไป

สื่อการเรียนรู้

1. แถบข้อความบทนิยามของการแปรผันตรง
2. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง”
3. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
4. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามเป็นอย่างดี
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ กระตือรือร้นให้ความร่วมมือในการเรียนเป็นอย่างดี
3. การทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง”	3. นักเรียนทุกคนช่วยกันทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง

การวัดผล	การประเมินผล
4. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน	4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและ ทำได้ถูกต้องร้อยละ 82
5. การทำแบบวัดความสามารถใน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2	5. นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องโดย ได้คะแนนค่าเฉลี่ย 6.63

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในคาบเรียนที่ 5 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดย
ลดความสามารถ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ซึ่งนักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องร่วมกันวิเคราะห์โจทย์และ
เขียนลงในใบกิจกรรมที่ 2 “โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง” ซึ่งนักเรียนจำนวน 38 คน ให้ความ
ร่วมมือกันเป็นอย่างดีภายในกลุ่ม สังเกตได้จากการอภิปราย ได้แย้ง ชักถามซึ่งกันและกันภายใน
กลุ่ม นักเรียนทุกกลุ่มสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
ทราบ พร้อมทั้งวางแผนแก้ปัญหา แสดงวิธีทำ ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ปัญหาที่
พบคือ มีนักเรียนบางคนไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้
นอกจากนี้ นักเรียนบางคนแม้จะสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ตรวจสอบคำตอบไม่
ครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ตรวจสอบคำตอบ พร้อมทั้งไม่สรุปคำตอบ และนักเรียนส่วนใหญ่ส่ง
การบ้านตรงเวลาและถูกต้องสมบูรณ์

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “โจทย์ปัญหาการแปรผันตรง”



ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

โจทย์ปัญหาที่ 1

เมื่อแรงที่ใช้ดึงสปริงคงที่ จะได้ว่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่น E_p (จูล) แปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล s (เมตร) ถ้าความยาวที่สปริงยืดออกเป็น 0.4 เมตร เมื่อพลังงานศักย์ยืดหยุ่น 8 จูล อยากทราบว่าถ้าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 3.125 จูล แล้วความยาวที่สปริงยืดออกเท่ากับกี่เมตร

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่ง โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่ง โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่ โจทย์ต้องการ.....

การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

[illegible]

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

โจทย์ปัญหาที่ 2

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นตารางเซนติเมตรแปรผันตรงกับกำลังสองของความยาวของเส้นทแยงมุมเป็นเซนติเมตร ถ้าความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่าของปริมาณเดิม แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งโจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

ชั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จากการทดลองหาปริมาณกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้จากการต่อถ่านไฟฉายกับ
 เครื่องวัดกระแสไฟฟ้า ปรากฏผลการทดลองว่าปริมาณกระแสไฟฟ้าเป็นมิลลิแอมป์แปรผันตรง
 กับความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็นโวลต์ ถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้า 3 โวลต์ จะได้ปริมาณกระแสไฟฟ้า
 50 มิลลิแอมป์ อยากทราบว่าถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็น 36 โวลต์ จะมีปริมาณกระแสไฟฟ้าที่
 เกิดขึ้นในวงจรเท่าใด

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่ง โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่ง โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วันที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ



ภาคผนวก ค
ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง การแปรผัน

ตารางผนวกที่ ค1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระการเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด		รวม
	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	
1. การแปรผันตรง	4 (ข้อ 1, 2, 3, 4)	3 (ข้อ 5, 6, 7)	7
2. การแปรผกผัน	4 (ข้อ 8, 9, 10, 11)	3 (ข้อ 12, 13, 14)	7
3. การแปรผันเกี่ยวเนื่อง	3 (ข้อ 15, 16, 17)	3 (ข้อ 18, 19, 20)	6
รวม	11	9	20

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง การแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ภาคปลาย ปีการศึกษา 2555

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย X ลงในช่องว่างที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการในแต่ละข้อของกระดาษคำตอบ

1. ข้อความใดต่อไปนี้เป็นข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เป็นการแปรผันตรง
- ก. ราคาข้าวต้มเกสรตติราคาขาย ขวดละ 6 บาท ถ้าลูกค้าซื้อข้าวต้มจำนวน 10 ขวด ลูกค้าจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด 60 บาท
 - ข. ร้านขายข้าวสารแห่งหนึ่งปีราคาข้าวหอมมะลิ กิโลกรัมละ 32 บาท ถ้าโอแกนซื้อข้าวหอมมะลิ 10 กิโลกรัม โอแกนจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด 320 บาท
 - ค. พิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งเก็บค่าเข้าชม สำหรับผู้ใหญ่คนละ 50 บาท ถ้าใน 1 วันมีผู้ใหญ่เข้าชมจำนวน 300 คน ดังนั้น จะเก็บค่าเข้าชมสำหรับผู้ใหญ่ได้ทั้งหมด 15,000 บาท
 - ง. ช่างทาสี 2 คน สามารถทาสีบ้านของนิวเสร็จได้ในเวลา 60 ชั่วโมง ถ้ามีช่างทาสี 6 คน สามารถทาสีบ้านของนิวเสร็จได้ในเวลา 20 ชั่วโมง
2. สมการใดเป็นสมการแสดงการแปรผันตรง
- ก. $a = \frac{1}{b\sqrt{c}}$ เมื่อ a, b และ c แทนปริมาณใดๆ
 - ข. $c = \frac{1}{d}$ เมื่อ c และ d แทนปริมาณใดๆ
 - ค. $g = h^2$ เมื่อ g และ h แทนปริมาณใดๆ
 - ง. $m = n^3 + p$ เมื่อ m, n และ p แทนปริมาณใดๆ

3. ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x และปริมาณ y ในตารางใดที่แสดงว่า $x \propto y$

ก.

x	1	2	3	4
y	4	8	13	16

ข.

x	0	1	3	7
y	-1	3	-3	7

ค.

x	2	3	5	7
y	4	6	10	14

ง.

x	-2	-1	0	1
y	3	4	5	6

4. กำหนดให้ $y \propto \sqrt{x}$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และ $k \neq 0$ ถ้า $x = 4$ และ $y = 16$ แล้ว k เท่ากับเท่าไร

ก. 16

ข. 8

ค. 4

ง. 1

5. กำหนดให้ y แปรผันตรงกับ x^3 ถ้า x เป็น 4 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว y จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

ก. 4 เท่าของปริมาณเดิม

ข. 12 เท่าของปริมาณเดิม

ค. 16 เท่าของปริมาณเดิม

ง. 64 เท่าของปริมาณเดิม

6. เส้นรอบวงของวงกลมแปรผันตรงกับรัศมีของวงกลม ถ้าเส้นรอบวงของวงกลมยาว 88 นิ้ว เมื่อรัศมีของวงกลมยาว 14 นิ้ว แล้วรัศมีของวงกลมจะยาวเท่าไร เมื่อเส้นรอบวงของวงกลมยาว 440 นิ้ว

ก. 70 นิ้ว

ข. 80 นิ้ว

ค. 90 นิ้ว

ง. 100 นิ้ว

7. ในขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่ วัตถุจะมีพลังงานจลน์เนื่องมาจากการเคลื่อนที่นั้นๆ ด้วย โดย พลังงานจลน์ของวัตถุจะแปรผันตรงกับกำลังสองของความเร็วของวัตถุนั้น ถ้ารถบรรทุก คันหนึ่งมีพลังงานจลน์เท่ากับ 50 กิโลจูล เมื่อกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที แล้วรถบรรทุกคันนี้จะมีพลังงานจลน์เท่าไร เมื่อกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 15 เมตรต่อวินาที
- ก. 55 กิโลจูล ข. 67.5 กิโลจูล
ค. 75 กิโลจูล ง. 112.5 กิโลจูล
8. ข้อความใดต่อไปนี้เป็นข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เป็นการ แปรผกผัน
- ก. ถ้าท่อปอกแรงดึงลดสปริงให้ยืดออกมากขึ้น จะได้ความยาวของสปริงมากขึ้น
ข. เดวิดติดต่อย่างมาทำรั้วบ้านให้เสร็จในเวลาจำกัด จึงต้องใช้คนจำนวนมากขึ้น
ค. ในวันที่รถไม่ติด ถ้าแพทย์ขับรถยนต์จากบ้านไปมหาวิทยาลัยในระยะทางเดิมโดย ใช้อัตราเร็วมากขึ้น จะใช้เวลาในการเดินทางลดลง
ง. ถ้านายตักน้ำโดยใช้กระป๋องทรงกระบอที่มีพื้นที่ฐานมากขึ้น จะได้ปริมาณน้ำมากขึ้น แม้ว่ากระป๋องจะมีความสูงเท่าเดิม
9. สมการใดเป็นสมการแสดงการแปรผกผัน
- ก. $M = \frac{k}{N}$ เมื่อ M และ N แทนปริมาณใดๆ และ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$
ข. $E = \frac{kG}{F}$ เมื่อ E,F และ G แทนปริมาณใดๆ และ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$
ค. $A = kC$ เมื่อ A และ C แทนปริมาณใดๆ และ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$
ง. $P = \frac{Q}{k}$ เมื่อ P และ Q แทนปริมาณใดๆ และ k เป็นค่าคงตัว และ $k \neq 0$

10. ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x และปริมาณ y ในตารางใดที่แสดงว่า $y \propto \frac{1}{x}$

ก.

x	1	2	3	4
y	4	16	64	256

ข.

x	2	3	4	5
y	16	24	32	40

ค.

x	-5	-4	-3	-2
y	15	10	5	1

ง.

x	-2	-5	-10	-20
y	10	4	2	1

11. กำหนดให้ y แปรผกผันกับ $\sqrt{x}$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และ $k \neq 0$ ถ้า $x = 16$ และ $y = 2$ แล้ว k เท่ากับเท่าไร

ก. 32

ข. 8

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{8}$

12. กำหนดให้ $L \propto \frac{1}{M}$ ถ้า M ลดลง 50% แล้ว L จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาณเดิม

ก. เพิ่มขึ้น 50%

ข. ลดลง 50%

ค. เพิ่มขึ้น 100%

ง. ลดลง 100%

13. ปริมาณกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเส้นลวดแปรผกผันกับความต้านทานของเส้นลวดเส้นนั้น
ลวดเส้นหนึ่งมีความต้านทาน 2.5 โอห์ม มีกระแสไฟฟ้า 4 แอมแปร์ไหลผ่าน แล้วลวดอีกเส้น
หนึ่งจะมีความต้านทานเท่าไร เมื่อมีกระแสไฟฟ้า 5 แอมแปร์ไหลผ่าน

ก. 2 โอห์ม

ข. 2.5 โอห์ม

ค. 3 โอห์ม

ง. 3.5 โอห์ม

14. ความถี่ของการสั่นสะเทือนของอากาศในท่อออร์แกนแปรผกผันกับความยาวท่อ เมื่อท่อออร์แกนยาว 7.2 เมตร ความถี่ของการสั่นสะเทือนของอากาศจะเป็น 22 ครั้งต่อวินาที แล้วความถี่ของการสั่นของอากาศจะเป็นกี่ครั้งต่อวินาที เมื่อท่อออร์แกนยาว 8.8 เมตร

ก. 18 ครั้งต่อวินาที

ข. 19 ครั้งต่อวินาที

ค. 20 ครั้งต่อวินาที

ง. 21 ครั้งต่อวินาที

15. สมการใดเป็นสมการแสดงการแปรผันเกี่ยวกับปริมาณ x และปริมาณ z

ก. $y = A(x + z)$ เมื่อ A เป็นค่าคงตัวและ $A \neq 0$

๒. $y = Bxz$ เมื่อ B เป็นค่าคงตัวและ $B \neq 0$

ก. $y = \frac{C}{xz}$ เมื่อ C เป็นค่าคงตัวและ $C \neq 0$

๓. $y = \frac{Dx}{z}$ เมื่อ D เป็นค่าคงตัวและ $D \neq 0$

16. ระยะทางที่เล่นเรือใน 1 วัน (d) แปรผันตรงกับน้ำหนักของถ่านหินที่ใช้เป็นเชื้อเพลิง (W) และแปรผกผันกับความเร็วของกระแสลมที่พัดต้านทานเรือ (v) ซึ่งมีค่าคงตัวของการแปรผันเท่ากับ 180 สามารถเขียนเป็นสมการแสดงการแปรผันได้อย่างไร

n. d = 180 Wv

$$u_d = \frac{180}{W_v}$$
$$\text{ඉ. } d = \frac{180 \text{ v}}{W}$$
$$d = \frac{180 \text{ W}}{v}$$

17. กำหนดให้ y แปรผันตรงกับ x และแปรผกผันกับ z^2 และ $y=10$ เมื่อ $x=6, z=3$ แล้ว y เท่ากับเท่าไร เมื่อ $x=20$ และ $z=5$

$$\text{н. } \frac{1}{12}$$

၁. ၄

ဂ. ၆

¶. 12

18. กำหนดให้ y แปรผันเกี่ยวกับ x และ $\frac{1}{z^2}$ ถ้า x เป็น 6 เท่าของปริมาณเดิม และ z เป็น 3 เท่าของปริมาณเดิม แล้ว y จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

ก. $\frac{2}{3}$ เท่าของปริมาณเดิม

ข. $\frac{3}{2}$ เท่าของปริมาณเดิม

ค. 2 เท่าของปริมาณเดิม

ง. 3 เท่าของปริมาณเดิม

19. ความสิ้นเปลืองพลังงานไฟฟ้า W (หน่วย) แปรผันเกี่ยวกับกำลังไฟฟ้า P (วัตต์) ของเครื่องใช้ไฟฟ้า และเวลาที่ใช้เครื่องใช้ไฟฟ้านั้น h (ชั่วโมง) ถ้าแอมป์ใช้เตาชนิดขนาด 1,000 วัตต์เป็นเวลา $\frac{1}{2}$ ชั่วโมง จะสิ้นเปลืองพลังงานไฟฟ้า 0.5 หน่วย อยากทราบว่า เมื่อใช้เตาชนิดขนาด 1,350 วัตต์ เป็นเวลา $\frac{2}{3}$ ชั่วโมง จะสิ้นเปลืองพลังงานไฟฟ้ากี่หน่วย

ก. 0.7 หน่วย

ข. 0.8 หน่วย

ค. 0.9 หน่วย

ง. 1.0 หน่วย

20. ปริมาตรของพีระมิดแปรผันตรงกับพื้นที่ฐานของพีระมิดและความสูงของพีระมิด ถ้าพีระมิดมีปริมาตร 300 ลูกบาศก์เซนติเมตร เมื่อมีพื้นที่ฐาน 45 ตารางเซนติเมตร และความสูงเป็น 20 เซนติเมตร แล้วพีระมิดอีกชิ้นหนึ่งจะมีพื้นที่ฐานเป็นเท่าไร เมื่อพีระมิดมีปริมาตรเป็น 1,200 ลูกบาศก์เซนติเมตร และความสูงเป็น 25 เซนติเมตร

ก. 104 ตารางเซนติเมตร

ข. 124 ตารางเซนติเมตร

ค. 144 ตารางเซนติเมตร

ง. 154 ตารางเซนติเมตร



แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผกผัน

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดให้ x แปรผกผันกับ y^2 ถ้า y เป็น 5 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว x จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผันตรง

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จากการทดลองหาปริมาณกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้จากการต่อถ่านไฟฉายกับ
 เครื่องวัดกระแสไฟฟ้า ปรากฏผลการทดลองว่าปริมาณกระแสไฟฟ้าเป็นมิลลิแอมป์แปรผันตรง
 กับความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็นโวลต์ ถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้า 3 โวลต์ จะได้ปริมาณกระแสไฟฟ้า
 50 มิลลิแอมป์ อยากทราบว่าถ้าความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็น 36 โวลต์ จะมีปริมาณกระแสไฟฟ้าที่
 เกิดขึ้นในวงจรเท่าใด

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่ง โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่ง โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วันที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแปรผกผัน

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กำหนดให้ y แปรผกผันกับ $\sqrt{x}$ ถ้า x เป็น 16 เท่าของปริมาณเดิมแล้ว y จะเป็นกี่เท่าของปริมาณเดิม

แนวคิด

ขั้นที่ 1 K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want) สิ่งที่โจทย์ต้องการและการวางแผนแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 D (What we do) การดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีทำ

ชั้นที่ 4 L (What we learned) การสรุปคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ



ภาคผนวก จ

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้

เรื่อง การแปรผัน ด้วยเทคนิค K-W-D-L

**แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อ
การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง การแปรผัน**

คำชี้แจง แบบสอบถามฉบับนี้ใช้สำหรับสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L โดยให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านสาระการเรียนรู้					
1. การเรียงลำดับหัวข้อของสาระการเรียนรู้มีความเหมาะสม					
2. สาระการเรียนรู้ที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ					
3. สาระการเรียนรู้ที่เรียนน่าสนใจและมีประโยชน์ต่อนักเรียน					
4. สาระการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน					
5. โจทย์ปัญหาที่นำมาใช้สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นปัญหาที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน					
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
6. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้					
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์					

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อมูลจาก โจทย์ปัญหาและแยกแยะประเด็นปัญหาได้ดียิ่งขึ้น					
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนสามารถวางแผนและ ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ หรือหาคำตอบของปัญหาได้					
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้โจทย์ ปัญหา และมีความมั่นใจในการหาคำตอบ					
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยทำให้นักเรียนมีความสามารถในการ แก้ปัญหาต่างๆ ได้ดียิ่งขึ้น					
12. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ร่วมกัน					
ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้					
13. การทำแบบบ้านช่วยให้นักเรียนได้ทบทวน บทเรียนและสามารถพัฒนาความรู้ทาง คณิตศาสตร์ของตนเอง					
14. การทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยทำให้นักเรียนได้ ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองเพื่อนำไป ปรับปรุงแก้ไข และพัฒนาตนเองต่อไป					

ประเด็นที่ประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
15. การวัดผลและประเมินผลโดยใช้เอกสารฝึกหัดแบบฝึกเสริมทักษะ และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาช่วยสะท้อนความสามารถของนักเรียนได้เป็นอย่างดี					
16. เกณฑ์การประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม					
17. จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ					
ด้านสื่อการเรียนรู้					
18. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น					
19. สื่อการเรียนรู้นำมาที่ใช้มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
20. สื่อการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ทำให้บรรยากาศในการเรียนรู้ไม่น่าเบื่อ					
21. สื่อการเรียนรู้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล	นายจักรพงษ์ ผิวขาว
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 25 มิถุนายน พ.ศ. 2531
สถานที่เกิด	จังหวัดหนองคาย
ประวัติการศึกษา	ปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับสอง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

