บทที่ 4 การสร้างแบบจำลองเชิงความเสี่ยง

การสร้างแบบจำลอง (model) เป็นการเลียนแบบสภาพธรรมชาติในภาคสนาม เพื่อหาค่าดัชนีเชิงความน่าจะเป็นของการพังทลายหรือการพิบัติในมวลสาร (ดินหรือหิน) แต่เนื่องจากในระบบของการออกแบบโครงสร้างมวลสาร ตัวแปรสุ่มที่เกี่ยวข้องมีภาวะของการแปรผันสูง การทดสอบหรือการตรวจวัดโครงสร้างมวลสารในภาคสนาม จึงจำเป็นต้องมีการทำซ้ำหลายครั้ง เพื่อให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด แต่การปฏิบัติการจริงสำหรับงานโครงการทำได้ยาก และค่าใช้จ่ายในภาคสนามสูง จึงต้องใช้วิธีจำลองเชิงตัวเลข (numerical simulation) แทนวิธีการตรวจวัดในภาคสนาม วิธีจำลองนี้ใช้คาดคะเนผลลัพธ์เชิงเสถียรภาพเทียบกับผลลัพธ์เชิงความน่าจะเป็น ทั้งนี้ใช้การเขียนโปรแกรมย่อยช่วย เพื่อนำมาคำนวณค่าผลลัพธ์ซ้ำ จนถึงระดับที่น่าพอใจ

4.1 แบบจำลองของโครงการวิจัย

การทำโครงการวิจัยนี้เป็นการหาแบบจำลองที่เหมาะที่สุด ในการประเมินความเสี่ยงต่อการขุดเจาะเปิดหน้างานในโครงสร้างที่เป็นมวลดินหรือมวลหิน ผู้วิจัยใช้แนวทางที่ระบุไว้ในบทที่ 3 มาประกอบร่วมกัน โดยมีการนำเสนอแบบจำลองทั้งหมด 3 รูปแบบ และแบบจำลองใช้ได้กับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงฟังก์ชันเป็นแบบปกติหรือเป็นแบบลอการิทึมปกติ กับการคำนวณค่าผลลัพธ์สุดท้ายเชิงความเชื่อได้ ค่าดังกล่าวนี้ เป็นค่าโอกาสความน่าจะเป็นของการพังทลาย แบบจำลองที่นำเสนอในโครงการวิจัยนี้มี 3 รูปแบบ ทั้งนี้แบบจำลองที่หนึ่งและแบบจำลองที่สองเป็นแบบจำลองที่ใช้หาค่าโอกาสการพังทลายเชิงกำหนด (deterministic value of probability of failure) โดยอิงกับสมการเชิงความน่าจะเป็นที่ระบุในบทที่ 3 ค่าผลลัพธ์ที่คำนวณได้มีค่าเดียว ส่วนแบบจำลองที่สาม เป็นแบบจำลองที่ใช้หาค่าโอกาสการพังทลายในรูปแบบของการจำลองข้อมูล (simulated value of probability of failure) ทั้งนี้มีการก่อกำเนิดฟังก์ชัน และการสุ่มค่าของตัวแปรสุ่ม เพื่อทำการคำนวณค่าผลลัพธ์ซ้ำกันหลายครั้ง ค่าผลลัพธ์ที่เป็นค่าโอกาสความน่าจะเป็นของการพังทลาย จะมีความแปรผันขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูลที่มีการจำลองเพื่อทำการคำนวณซ้ำ ซึ่งค่า p (f) ดังกล่าวใช้เทียบกับค่า F.S. ที่คำนวณตามปกติจากสมการเชิงกำหนดเพื่อ ให้เกิดความมั่นใจสูงขึ้นในการวิเคราะห์เสถียรภาพของมวลสาร

4.2 แบบจำลองความเสี่ยงที่หาจากค่าขอบความปลอดภัย

แนวทางแรกของการสร้างแบบจำลองที่หนึ่ง ใช้วิธีการเขียนโปรแกรมย่อยเพื่อรับข้อมูลเข้ามาใช้ในการคำนวณ รูปแบบของแผนภูมิสายงาน (flow chart) ในการสร้างแบบจำลองที่อิงค่าขอบความปลอดภัย (safety margin) แสดงไว้ในรูป ที่ 4.1 สรุปแยกเป็นขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> จำแนกข้อมูลเข้า (input data) ของแต่ละพจน์ตัวแปรสุ่มว่า มีการแจกแจงฟังก์ชันความน่าจะเป็นในรูปแบบใด เฉพาะงานวิจัยโครงการนี้ กำหนดให้เป็นแบบปกติ (normal) หรือแบบลอการิทึมปกติ (lognormal) ยกตัวอย่าง ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของความลาด มีการจำแนกกลุ่มตัวแปรสุ่มที่เป็นค่าตัวแปรสุ่มของแรงต้าน (R) กับค่าตัวแปรสุ่มของแรงก่อให้เกิดการไถลเลื่อน (Q) กำหนดให้

$$R = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \qquad (4.1)$$

$$Q = Q(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) \qquad (4.2)$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> เป็นการคำนวณหาค่าเฉลี่ยหรือค่าการคาดหมาย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน ของแต่ละตัวแปรสุ่มที่เป็นค่า R กับค่า Q

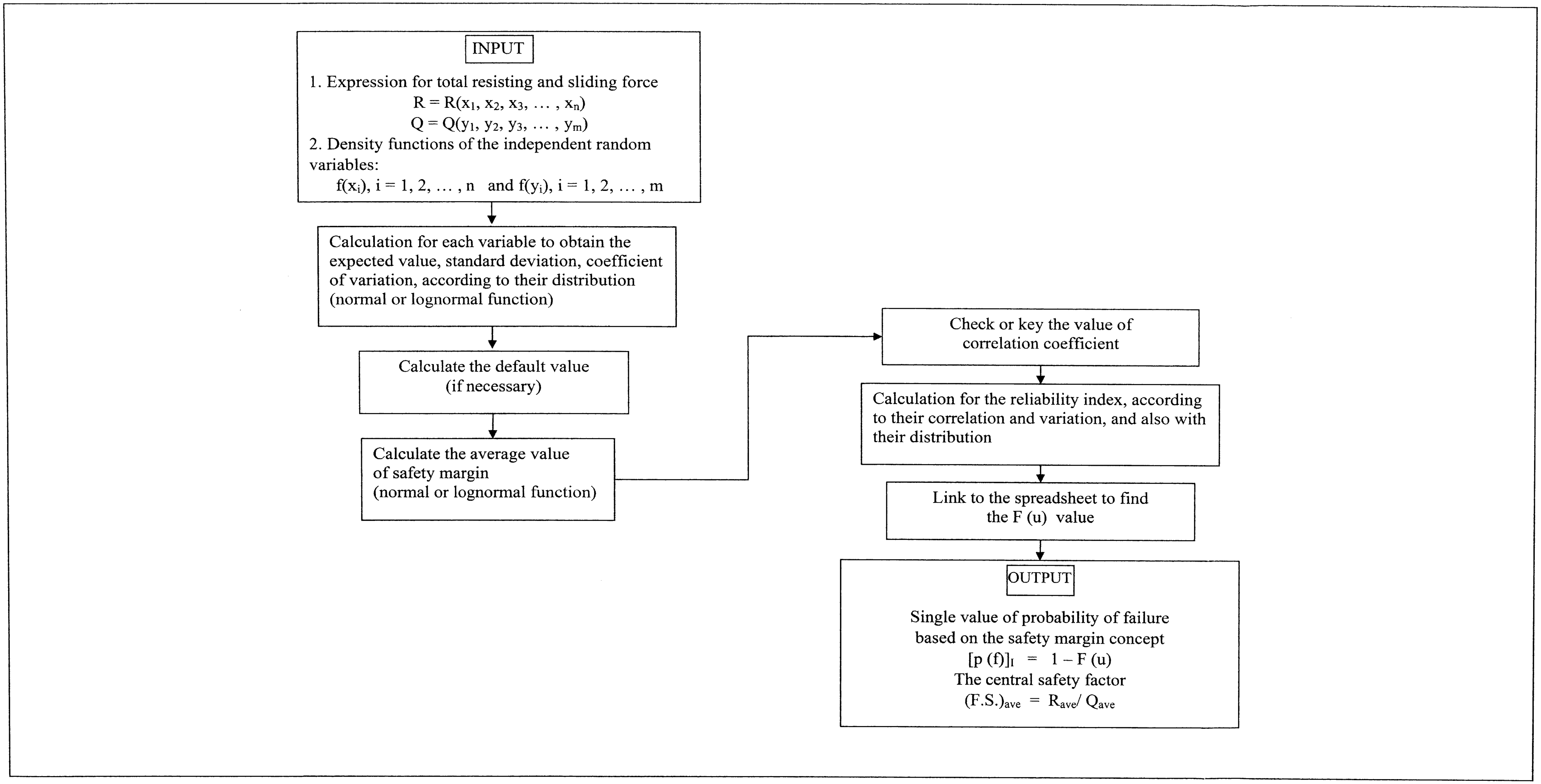
ค่า R มีทั้งหมด n ตัวแปรสุ่ม ส่วนค่า Q มีทั้งหมด m ตัวแปรสุ่ม ใช้สมการคำนวณค่าเฉลี่ยกับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตามชนิดของการแจกแจงฟังก์ชัน ดังนี้

ก. <u>กรณีตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ</u>

ค่าเฉลี่ย หรือค่าการคาดหมายของตัวแปรสุ่มแรงต้าน R_i, (i = 1, 2, ……n), ตัวแปรสุ่มแรงไถลเลื่อน Q_i, (i = 1, 2, ……m) ถ้าไม่ได้ระบุไว้ ก็คำนวณจากสมการข้างล่าง

$$E[R_i] = \overline{R} = \overline{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (4.3)$$

$$E[Q_i] = \overline{Q} = \overline{y} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} Q_i$$



รูปที่ 4.1 แผนภูมิสายงาน (flow chart) แสดงลำดับขั้นตอน ของการจำลองแบบด้วยการอิงค่าขอบความปลอดภัย (safety margin, Z) เพื่อคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของโอกาสการพังทลาย [p(f)] กับค่ากลางของอัตราส่วนปลอดภัย

อนึ่งในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.3 จะกำหนดค่า default ในระบบ โดยใช้การป้อนค่าเฉลี่ย (เพียงค่าเดียว) ของตัวแปรสุ่ม เข้าไปในช่องที่กำหนด

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม ถ้าไม่ได้ระบุ ก็หาจากสมการข้างล่าง

$$\sigma[R_i] = \sigma[x_i] = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R})^2} \quad (4.4)$$

$$\sigma[Q_i] = \sigma[y_i] = \sqrt{\frac{1}{(m-1)} \cdot \sum_{i=1}^{m}(Q_i - \overline{Q})^2}$$

ในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.4 จะกำหนดค่า default ในระบบ โดยให้ตัวแปรสุ่มดังกล่าวมีค่า default = 1 (S.D.) หน่วย ที่หน่วยมีสภาพแทนกันได้ (compatible unit) เข้าไปในช่องที่กำหนด

กรณีที่มีการระบุค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน, (C.O.V.) กับระบุค่าใดค่าหนึ่งระหว่างค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่าที่เหลือได้จากสมการข้างล่าง ในทางกลับกันถ้าทราบค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่า (C.O.V.) ได้

$$(C.O.V.)_{R_i} = (C.O.V.)_{x_i} = \frac{\sigma[x_i]}{\overline{x}} \times 100 = \frac{\sigma[R_i]}{\overline{R}} \times 100 \quad (4.5)$$

$$(C.O.V.)_{Q_i} = (C.O.V.)_{y_i} = \frac{\sigma[y_i]}{\overline{y}} \times 100 = \frac{\sigma[Q_i]}{\overline{Q}} \times 100$$

ในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.5 จะกำหนดค่า default ในระบบให้ตัวแปรสุ่มดังกล่าว มีค่า default จำนวนสองค่า ได้แก่ ค่า default ค่าแรก = 15 % กับค่า default ค่าที่สอง = 40 % [ต้องเลือกค่าใดค่าหนึ่ง ระหว่าง 15 % กับ 40 % ก่อนทำการคำนวณต่อเพราะผลลัพธ์สุดท้ายจะไม่เท่ากัน]

ข. <u>กรณีตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ</u>

พจน์ตัวแปรสุ่มแบบลอการิทึมปกติ มี 2 แนวทางในการระบุค่าเฉลี่ยหรือค่าการคาดหมาย

วิธีแรก

ค่าเฉลี่ยหรือค่าการคาดหมายจะมีการระบุไว้แล้ว หรือกล่าวอีกทีว่าเป็นค่าเฉลี่ยคณิตศาสตร์ (ค่า mean หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ μ) รวมทั้งมีการระบุค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงฟังก์ชันลอการิทึมปกติ (ค่า S.D. แบบลอการิทึมปกติ หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ ζ) จากนั้นจึงหาค่าเฉลี่ยที่ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบลอการิทึมปกติดังสมการข้างล่าง

$$\lambda_{R_i} = \ell n[\mu_{R_i}] - \frac{1}{2}(\zeta_{R_i})^2 \tag{4.6}$$

$$\lambda_{Q_i} = \ell n[\mu_{Q_i}] - \frac{1}{2}(\zeta_{Q_i})^2$$

วิธีที่สอง

มีการระบุค่าพจน์ตัวแปรสุ่มเพียงค่าเดียว เมื่อกำหนดให้ X_i, Y_i เป็นพจน์ตัวแปรสุ่มของค่าการคาดหมายแบบลอการิทึมปกติ จึงต้องทำให้พจน์ตัวแปรสุ่มที่ระบุ (มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ) ให้อยู่ในรูปของลอการิทึม

$$E\,[X_i] = \ell n[R_i] \tag{4.7}$$

$$E\,[Y_i] = \ell n[Q_i]$$

อนึ่งในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.6 หรือ 4.7 จะกำหนดค่า default ในระบบให้ตัวแปรสุ่มดังกล่าวมีค่า default = $(\ell n\ R_1 + \ell n\ R_2 + \ldots \ell n\ R_n) / n$ หรือ = $(\ell n\ Q_1 + \ell n\ Q_2 + \ldots \ell n\ Q_n) / m$ หรือเป็นการป้อนค่า default ของค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม R, Q เข้าไปในช่องที่กำหนด

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ ถ้าไม่ได้ระบุ ก็หาจากสมการข้างล่าง (ซึ่งเป็นวิธีแรก)

$$(\zeta_{R_i}) = \sqrt{\ell n\left[(1) + \left(\frac{\sigma_{R_i}^2}{\mu_{R_i}^2}\right)\right]} \tag{4.8}$$

$$(\zeta_{Q_i}) = \sqrt{\ell n\left[(1)+\left(\frac{\sigma^2_{Q_i}}{\mu^2_{Q_i}}\right)\right]}$$

ในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.8 จะกำหนดค่า default ในระบบโดยให้ตัวแปรสุ่มดังกล่าว มีค่า default = 1 (S.D.) หน่วย ที่มีสภาพแทนกันได้ (compatible unit) เข้าไปในช่องที่กำหนด (ซึ่งเป็นวิธีที่สอง)

$$(\text{mean})_{R_i} \pm (\text{S.D.})_{R_i} = \ell n\,[\mu_{R_i} \pm \sigma\,[R_i]] \qquad (4.9)$$

$$(\text{mean})_{Q_i} \pm (\text{S.D.})_{Q_i} = \ell n\,[\mu_{Q_i} \pm \sigma\,[Q_i]]$$

กรณีที่มีการระบุค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน, (C.O.V.) กับระบุค่าใดค่าหนึ่งระหว่างค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่าที่เหลือได้จากสมการข้างล่าง ในทางกลับกันถ้าทราบค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่า C.O.V. ได้

$$(\text{C.O.V.})_{x_i} = (\text{C.O.V.})_{R_i} = \frac{\zeta_{R_i}}{\lambda_{R_i}} = \frac{(\text{S.D.})_{R_i}}{(\text{mean})_{R_i}} \qquad (4.10)$$

$$(\text{C.O.V.})_{y_i} = (\text{C.O.V.})_{Q_i} = \frac{\zeta_{Q_i}}{\lambda_{Q_i}} = \frac{(\text{S.D.})_{Q_i}}{(\text{mean})_{Q_i}}$$

อนึ่ง ในกรณีที่ไม่สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปรสุ่มในสมการ 4.10 จะกำหนดค่า default ในระบบให้ตัวแปรสุ่มดังกล่าวมีค่า default จำนวนสองค่า ค่าแรก = 15 % กับค่า default ค่าที่สอง = 40 % [ต้องเลือกค่าใดค่าหนึ่ง ระหว่างค่า 15 % กับค่า 40 % ก่อนทำการคำนวณต่อ เพราะผลลัพธ์สุดท้ายจะไม่เท่ากัน]

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เป็นการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของค่า Z ที่สมมุติให้เป็นค่าขอบความปลอดภัย ดังนั้นใช้สมการหลัก

การแจกแจงปกติ $Z_{ave} = R_{ave} - Q_{ave} = \overline{R} - \overline{Q}$ (4.11)

การแจกแจงลอการิทึมปกติ $\lambda_Z = \lambda_R - \lambda_Q$ (4.12)

ก. <u>กรณีกำหนดให้มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ</u>

ค่าเฉลี่ย หรือค่าการคาดหมายของตัวแปรสุ่ม Z

$$E[Z] = \mu_Z = \mu_R - \mu_Q \tag{4.13}$$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม Z

$$(S.D.)_Z = \sigma(Z) = \sqrt{\sigma^2[R] - \sigma^2[Q]} \tag{4.14}$$

กรณีที่มีการระบุค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน, (C.O.V.) กับระบุค่าใดค่าหนึ่งระหว่างค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่าที่เหลือได้จากสมการข้างล่าง (ในทางกลับกันถ้าทราบค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่า C.O.V. ได้)

$$(C.O.V)_Z = \frac{\sigma[Z]}{\mu_Z} \times 100 \tag{4.15}$$

ข. <u>กรณีกำหนดให้มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ</u>

ค่าเฉลี่ย หรือค่าการคาดหมายของตัวแปรสุ่ม Z

$$\lambda_Z = \lambda_R - \lambda_Q \tag{4.16}$$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม Z

$$\zeta_Z = \sqrt{(\zeta_R)^2 - (\zeta_Q)^2} \tag{4.17}$$

กรณีที่มีการระบุค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน, (C.O.V.) กับระบุค่าใดค่าหนึ่งระหว่างค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่าที่เหลือได้จากสมการข้างล่าง (ในทางกลับกันถ้าทราบค่าเฉลี่ยหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็สามารถหาค่า C.O.V. ได้)

$$(\mathrm{C.O.V})_Z = \frac{\zeta_Z}{\lambda_Z} \times 100 \tag{4.18}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เมื่อผ่านขั้นตอนที่ 3 แล้ว ตัวเลขค่าผลลัพธ์ดังกล่าว ใช้หาค่าดัชนีความเชื่อถือได้สำหรับตัวแปรสุ่ม (มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ หรือมีการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ) ดังนี้

ก. <u>กรณีของค่าดัชนีความเชื่อถือได้ที่มีการแจกแจงแบบปกติ</u>

ถ้าตัวแปรสุ่ม R กับตัวแปรสุ่ม Q เป็นอิสระต่อกัน (independent)

$$\beta_N = \frac{(\overline{R} - \overline{Q})}{\sqrt{\sigma^2[R] + \sigma^2[Q]}} \tag{4.19}$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม R กับตัวแปรสุ่ม Q มีความสัมพันธ์กัน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์, $\rho \neq 0$

$$\beta_N = \frac{(\overline{R} - \overline{Q})}{\sqrt{\sigma^2[R] + \sigma^2[Q] - (2)(\rho)\sigma[R]\sigma[Q]}} \tag{4.20}$$

ข. <u>กรณีของค่าดัชนีความเชื่อถือได้ที่มีการแจกแจงแบบลอการิทึมปกติ</u>

ถ้าตัวแปรสุ่ม R กับตัวแปรสุ่ม Q เป็นอิสระต่อกัน (independent)

$$\beta_{LN} = \frac{\ell n\left\{\left(\dfrac{\overline{R}}{\overline{Q}}\right) \cdot \dfrac{[1 + \{(\mathrm{C.O.V.})_Q^2\}]}{[1 + \{(\mathrm{C.O.V.})_R^2\}]}\right\}}{\sqrt{\ell n\{[1 + (\mathrm{C.O.V.})_R^2][1 + (\mathrm{C.O.V.})_Q^2]\}}} \tag{4.21}$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม R กับตัวแปรสุ่ม Q มีความสัมพันธ์กัน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์, $\rho \neq 0$

$$\beta_{LN} = \frac{\ell n\left\{\left(\frac{\overline{R}}{\overline{Q}}\right) \cdot \frac{[1+\{(C.O.V.)_Q^2\}]}{[1+\{(C.O.V.)_R^2\}]}\right\}}{\sqrt{\ell n\{[1+(C.O.V.)_R^2][1+(C.O.V.)_Q^2]\} - (2\rho)\sqrt{\ell n[1+\{(C.O.V.)_R\}^2]\,\ell n[1+\{(C.O.V.)_Q\}^2]}}} \quad (4.22)$$

แต่ถ้า (C.O.V.) ของตัวแปรสุ่ม R กับ Q มีค่าเท่ากัน สมการ 4.22 จะแปลงเป็น

$$\beta_{LN} = \frac{\ell n\left[\frac{\overline{R}}{\overline{Q}}\right]}{\sqrt{2(1-\sigma)\ \ell n\,[(1)+(C.O.V.)^2]}} \quad (4.23)$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> ใช้ค่าของ β [จากสมการ 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, หรือสมการ 4.23] มาแทนค่าในสมการหาค่าโอกาสการพังทลายของโครงสร้างมวลสาร (ดินหรือหิน) ที่อิงกับค่าเฉลี่ยของค่าขอบความปลอดภัย

$$p(f) = 1 - F(\beta) = 1 - F(u) \quad (4.24)$$

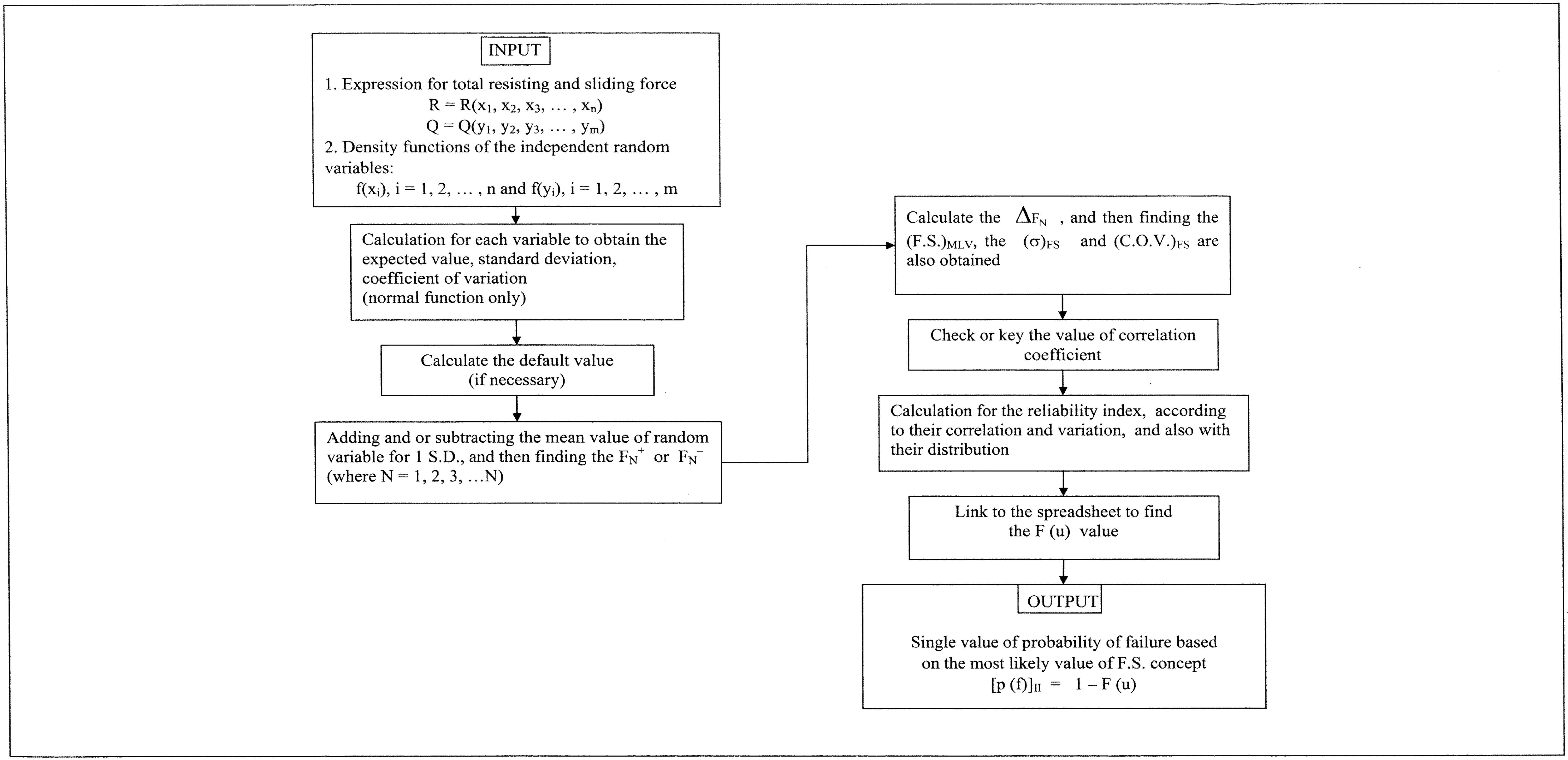
ใช้การ link กับ Microsoft Excel หาค่า standardized normal distribution ของ F (u) เพื่อคำนวณหาค่าสุดท้ายของ p (f)

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> เป็นการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของค่าอัตราส่วนปลอดภัย ที่อิงกับค่าเฉลี่ยของค่าขอบความปลอดภัย โดยใช้ค่าที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 2-3 ดังนี้

$$(F.S.)_{ave} = \text{Central Factor of Safety} = \frac{R_{ave}}{Q_{ave}} \quad (4.25)$$

4.3 แบบจำลองความเสี่ยงที่หาจากค่าอัตราส่วนปลอดภัย

แนวทางที่สองของการเขียนโปรแกรมย่อยเพื่อรับข้อมูลเข้า มาทำการคำนวณ รูปแบบของแผนภูมิสายงานในการสร้างแบบจำลองที่อิงค่าอัตราส่วนปลอดภัย (factor of safety) สรุปแยกขั้นตอนที่สำคัญ (ดูรูปที่ 4.2 ประกอบ) ดังนี้



รูปที่ 4.2 แผนภูมิสายงาน (flow chart) แสดงลำดับขั้นตอน ของการจำลองแบบด้วยการอิงค่าอัตราส่วนปลอดภัย (factor of safety, F.S.) เพื่อคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของโอกาสการพังทลาย [p(f)] กับค่าอัตราส่วนปลอดภัยที่มีความน่าจะเป็นมากที่สุด, $(F.S.)_{MLV}$

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> จำแนกข้อมูลเข้า (input data) ของแต่ละพจน์ตัวแปรสุ่มว่า มีการแจกแจงฟังก์ชันความน่าจะเป็นในรูปแบบใด เฉพาะงานวิจัยโครงการนี้ กำหนดให้เป็นแบบปกติ (normal) หรือแบบลอการิทึมปกติ (lognormal)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> เป็นการหาค่าเฉลี่ย หรือค่าการคาดหมายของตัวแปรสุ่ม x_i, (i = 1, 2, ...N) ที่กำหนดให้มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ ใช้ค่าเดียวกันกับค่าเฉลี่ยคณิตศาสตร์

$$E[x_i] = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum x_i \tag{4.26}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เป็นการระบุสมการเชิงกำหนด เพื่อหาค่าอัตราส่วนปลอดภัยจากค่าเฉลี่ยปกติ (หรือใช้สมการหาอัตราส่วนปลอดภัยที่โจทย์กำหนด)

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เป็นการระบุจำนวนของตัวแปรสุ่มในระบบ ที่ต้องทำปฏิบัติการเพื่อการเพิ่มหรือลดค่า S.D. ถ้าหากโจทย์กำหนด ค่า S.D. ของแต่ละตัวแปรสุ่มสามารถนำไปใช้ในการคำนวณในขั้นตอนต่อไป หรือใช้ค่า default ที่เป็นค่า C.O.V. (ที่ 15% หรือ 40% ค่าใดค่าหนึ่ง) เพื่อนำมาหาค่า S.D. ของตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่ง

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> เป็นขั้นตอนของการเพิ่มหรือลดค่า S.D. จากค่าเฉลี่ยของแต่ละตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ

พจน์ตัวแปร x_i ที่เพิ่มขึ้น 1 S.D.

$$x_i^{+} = (\text{mean})_i + 1\,(\text{S.D.})_i = \bar{x} + 1\,(\text{S.D.})_i \tag{4.27}$$

พจน์ตัวแปร x_i ที่ลดลง 1 S.D.

$$x_i^{-} = (\text{mean})_i - 1\,(\text{S.D.})_i = \bar{x} - 1\,(\text{S.D.})_i \tag{4.28}$$

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> เป็นขั้นตอนของการหาค่าอัตราส่วนปลอดภัยที่มีการเพิ่มหรือลดค่า S.D. จากค่าเฉลี่ยของแต่ละตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ โดยกำหนดให้นิยามของพจน์ F_1^{+}

กับพจน์ F_1^- หมายถึง ค่าอัตราส่วนปลอดภัยของตัวแปรสุ่มตัวที่หนึ่ง ที่ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่หนึ่งมีการเพิ่มค่าเท่ากับ 1 (S.D.) และที่มีการลดค่าเท่ากับ 1 (S.D.) ตามลำดับ การคำนวณค่าอัตราส่วนปลอดภัย ต้องทำแยกทีละครั้ง เช่น ค่าตัวแปรสุ่มที่หนึ่งที่เพิ่มขึ้น 1 S.D. ต้องใช้ค่ากลาง (ค่าเฉลี่ย) สำหรับตัวแปรสุ่มในการคำนวณค่าอัตราส่วนปลอดภัย ในขณะที่ค่าตัวแปรสุ่มพจน์อื่น (ตัวแปรสุ่มที่สอง, สาม, สี่) ใช้ค่าเฉลี่ยปกติ (ของแต่ละตัวแปรสุ่ม)

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> เป็นการหาค่าอัตราส่วนปลอดภัย (factor of safety, F.S.) ของแบบจำลองที่สองนี้ และค่า F.S. นี้เป็นค่าที่มีความน่าจะเป็นมากที่สุด (most probable) หรือเรียกเป็น most likely values (ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ)

$$(F.S.)_{MLV} = \frac{(F_1^+ + F_1^-) + (F_2^+ + F_2^-) + (F_3^+ + F_3^-) + \ldots + (F_N^+ + F_N^-)}{2(N)} \tag{4.29}$$

พจน์ N หมายถึง จำนวนตัวแปรสุ่มในระบบ และไม่จำกัดว่ามีความเกี่ยวข้องกับแรงต้านหรือแรงไถลเลื่อน

<u>ขั้นตอนที่ 8</u> เมื่อผ่านขั้นตอนที่ 7 แล้ว ตัวเลขค่าผลลัพธ์ดังกล่าว ใช้หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับค่า $(F.S.)_{MLV}$ กับค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันสำหรับค่า $(F.S.)_{MLV}$

$$\sigma_{FS} = \sqrt{\left(\frac{\Delta F_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F_3}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\Delta F_N}{2}\right)^2} \tag{4.30}$$

พจน์ ΔF_N , (i = 1, 2, 3, ..., N) หมายถึง

$$\Delta F_N = \left| F_N^+ - F_N^- \right| \tag{4.31}$$

จากนั้น หาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันที่อิงกับค่าอัตราส่วนปลอดภัยที่มีความน่าจะเป็นมากที่สุด

$$(C.O.V.)_{FS} = \frac{\sigma_{FS}}{(F.S.)_{MLV}} \tag{4.32}$$

<u>ขั้นตอนที่ 9</u> เป็นการหาค่าดัชนีความเชื่อถือได้สำหรับตัวแปรสุ่ม (มีการแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ หรือมีการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ) ดังนี้

ก. <u>กรณีของค่าดัชนีความเชื่อถือได้ที่มีการแจกแจงแบบปกติ</u>

ถ้าตัวแปรสุ่มเป็นอิสระต่อกัน หรือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient, ρ) ที่อิงกับค่าอัตราส่วนปลอดภัย (ไม่ใช่กับตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่ง) มีค่าเป็นศูนย์

$$\beta_N = \frac{[(F.S.)_{MLV} - (1)]}{(\sigma)_{FS}} \tag{4.33}$$

ถ้าตัวแปรสุ่มในระบบมีความสัมพันธ์ต่อกัน หรือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient, ρ) ที่อิงกับค่าอัตราส่วนปลอดภัย (ไม่ใช่กับตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่ง) ไม่เป็นศูนย์

$$\beta_N = \frac{[(F.S.)_{MLV} - (1)]}{\sqrt{(F.S.)^2_{MLV} + [(1) - 2(\rho)(F.S.)_{MLV}]}} \tag{4.34}$$

ข. <u>กรณีของค่าดัชนีความเชื่อถือได้ที่มีการแจกแจงแบบลอการิทึมปกติ</u>

ถ้าตัวแปรสุ่มเป็นอิสระต่อกัน หรือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient, ρ) ที่อิงกับค่าอัตราส่วนปลอดภัย (ไม่ใช่กับตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่ง) มีค่าเป็นศูนย์

$$\beta_{LN} = \frac{\ell n\left[\dfrac{(F.S.)_{MLV}}{\sqrt{[(1) + (C.O.V.)^2_{FS}]}}\right]}{\sqrt{\ell n[(1) + (C.O.V.)^2_{FS}]}} \tag{4.35}$$

ถ้าตัวแปรสุ่มในระบบมีความสัมพันธ์ต่อกัน หรือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient, ρ) ที่อิงกับค่าอัตราส่วนปลอดภัย (ไม่ใช่กับตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่ง) ไม่เป็นศูนย์

$$\beta_{LN} = \frac{\ell n[(F.S.)_{MLV}}{\sqrt{2(1-\rho)\cdot \ell n[(1) + (C.O.V.)^2_{FS}]}} \tag{4.36}$$

<u>ขั้นตอนที่ 10</u> ใช้ค่าของ β (จากสมการ 4.33, 4.34, 4.35 หรือสมการ 4.36) มาแทนค่าในสมการหาค่าโอกาสการพังทลายของโครงสร้างมวลสาร (ดินหรือหิน) ที่อิงกับค่าเฉลี่ยของค่าขอบความปลอดภัย

$$p(f) = 1 - F(\beta) = 1 - F(u) \tag{4.37}$$

ใช้การ link กับ Microsoft Excel หาค่า standardized normal distribution ของ F (u) เพื่อคำนวณหาค่าสุดท้ายของ p (f)

4.4 แบบจำลองเชิงความเสี่ยงที่ใช้วิธีการจำลองข้อมูลของ Monte Carlo

วิธีการจำลองข้อมูล (data simulation) ที่นิยมใช้ในการก่อกำเนิด (generate) ฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มที่สมมุติไว้ หรือตัวแปรที่ทราบค่าว่ามีการแจกแจงฟังก์ชันในรูปแบบใด จะนิยมวิธีการที่มีชื่อเรียกว่า มอนตีคาร์โล (Monte Carlo) การตั้งชื่อวิธีการนี้ มีความเชื่อว่ามาจากนักวิทยาศาสตร์นายหนึ่ง (John von Neumann) ตั้งชื่อไว้สำหรับใช้ในงานราชการลับเกี่ยวกับระเบิดปรมาณู ในสมัยสงครามโลกครั้งที่สอง วิธีการจำลองแบบมอนตีคาร์โล เป็นวิธีการจำลองในกระบวนการสุ่มถูก-ผิด (hit-or-miss procedure) ที่มีค่าผลลัพธ์เชิงกำหนด (deterministic) ในเชิงทฤษฎีการจำลองข้อมูลสามารถจะทำซ้ำ (repeat) ได้ไม่จำกัดจำนวน แต่ในเชิงปฏิบัติจริง มีข้อจำกัดในเรื่องเวลาการคำนวณและความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์

4.4.1 การแจกแจงฟังก์ชันในระบบ

ข้อมูลเชิงธรณีเทคนิค เช่น ความเสียดทาน ค่าการยึดเกาะกัน เป็นต้น ข้อมูลเหล่านี้จำเป็นต้องทำการจำลอง (simulation) ว่าควรมีการแจกแจงฟังก์ชันในรูปแบบใด ในเชิงความเป็นไปได้มีได้หลายรูปแบบ แต่จากการที่ผู้วิจัยโครงการนี้ ได้สรุปผลการคัดเลือกไว้ในบทก่อนหน้านี้จะมีเพียง 2 รูปแบบ ที่การแจกแจงใกล้เคียงกับการแปรผันของข้อมูลจริงในภาคสนาม ได้แก่ การแจกแจงฟังก์ชันแบบปกติ (normal) และการแจกแจงฟังก์ชันแบบลอการิทึมปกติ (lognormal)

4.4.2 ค่าดัชนีความเสี่ยงในระบบ

ในหัวข้อ 3.6 บทที่ 3 ได้แสดงแนวทางในการหาค่าดัชนีความเชื่อถือได้ กับการหาค่าโอกาสความน่าจะเป็นจากการพังทลาย ค่าดัชนีทั้งสองดังกล่าวจัดเป็นค่าดัชนีความเสี่ยง (risk) ในระบบ จากแนวคิดในเรื่องขอบความปลอดภัย (safety margin) มีการกำหนดให้พจน์ตัวแปรที่เป็น

ฟังก์ชันความต้านทาน (R) กับฟังก์ชันก่อให้เกิดการพังทลาย (Q) เป็นอิสระต่อกัน หรือจัดเป็น uncorrelated variables เมื่อวิเคราะห์ต่อ จะพบว่า แรงต้านการพังทลาย มีผลมาจากค่ากำลังวัสดุเฉือนในมวลสาร (กำลังวัสดุเฉือนต้านการไถลเลื่อนตามแนวระนาบ) ส่วนแรงต้านกับแรงที่ก่อให้เกิดการพังทลาย ต่างเป็นฟังก์ชันกับน้ำหนักของมวลสาร และไม่ใช่เป็นฟังก์ชันอิสระ (มีค่าสหสัมพันธ์กัน)

จากสภาวะที่กล่าวมาข้างต้น การใช้การจำลองของมอนตีคาร์โล จึงเป็นสิ่งจำเป็น (Harr, 1977; Ang and Tang, 1984; Athanasiou-Grivas, 1979) โดยใช้วิธีการคำนวณค่าโอกาสความน่าจะเป็นของการพังทลาย [probability of failure, p (f)] ของระบบ แนวทางการจำลองแบบที่ใช้วิธีคำนวณค่า p (f) ซ้ำ สามารถใช้กับการแจกแจงฟังก์ชันในรูปแบบอื่น (ที่ไม่ใช่รูปแบบปกติ) หรือในกรณีที่มีการผสมปนกัน เช่นตัวแปรตัวที่หนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ตัวแปรตัวที่สองมีการแจกแจงแบบลอการิทึมปกติ และยังไม่จำกัดว่าจะมีจำนวนตัวแปรเท่าไรในระบบ และตัวแปรอาจมีความสัมพันธ์กัน หรือมีความเป็นอิสระต่อกัน

4.4.3 แผนภูมิหรือขั้นตอนของแบบจำลองที่สามที่ใช้การจำลองวิธี Monte Carlo

ขั้นตอนของแบบจำลองที่ใช้วิธีการจำลองข้อมูล (data simulation) ด้วยวิธีมอนตีคาร์โล เป็นวิธีที่สะดวกในการนำข้อมูลมาคำนวณค่าดัชนีเชิงเสถียรภาพซ้ำ เรียกรูปแบบของวิธีการทำซ้ำนี้ว่า iterative method หรือเรียกว่า iteration เพื่อต้องการหาค่า $(F.S.)_{trial}$ จนได้ค่าผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ แผนภูมิสายงาน (flow chart) ของแบบจำลองที่สามแสดงไว้ในรูปที่ 4.3

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> จำแนกข้อมูลเข้า (input data) ของแต่ละพจน์ตัวแปรสุ่มว่า มีการแจกแจงฟังก์ชันความน่าจะเป็นในรูปแบบใด เฉพาะงานวิจัยโครงการนี้ กำหนดให้เป็นแบบปกติ (normal) หรือแบบลอการิทึมปกติ (lognormal) นอกจากนี้ ยังจำแนกกลุ่มตัวแปรสุ่มที่เป็นค่าตัวแปรสุ่มของแรงต้าน (R) กับค่าตัวแปรสุ่มของแรงก่อให้เกิดการไถลเลื่อน (Q) กำหนดให้

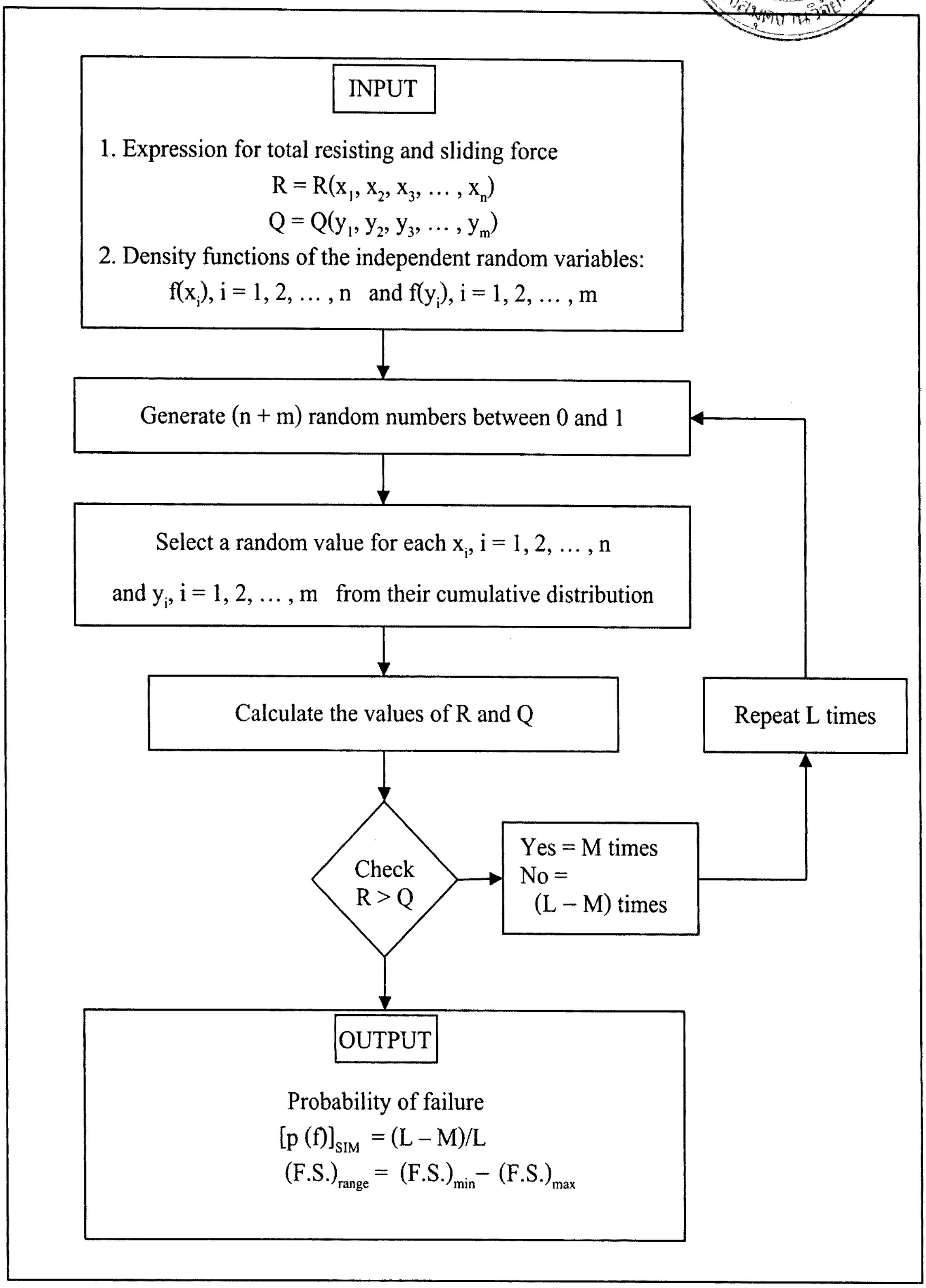
$$R = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \tag{4.38}$$

$$Q = Q(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) \tag{4.39}$$

จากนั้นกำหนดฟังก์ชันความหนาแน่น (density function) ของตัวแปรสุ่มอิสระ

$$f(x_i),\ i = 1, 2, \dots, n \tag{4.40}$$

$$\text{และ}\ f(y_i),\ i = 1, 2, \dots, m \tag{4.41}$$



รูปที่ 4.3 แผนภูมิสายงาน (flow chart) แสดงลำดับขั้นตอนของแบบจำลองที่สามที่ใช้การจำลองข้อมูลด้วยวิธี Monte Carlo เพื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นของโอกาสการพังทลายที่ได้จากการคำนวณค่าซ้ำ, $[p(f)]_{SIM}$ จากข้อมูลที่เกิดจากการจำลอง (แก้ไขดัดแปลงจาก Hasofer and Lind, 1974; Athanasiou-Grivas, 1979)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> ทำการก่อกำเนิด (generate) ค่าฟังก์ชันแต่ละตัวแปรสุ่ม ในรูปที่ 4.3 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปกติของจำนวนตัวแปรสุ่ม (n + m) ที่อยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 [ซึ่งตัวแปรสุ่ม x_i มีจำนวน n ตัวแปร กับตัวแปรสุ่ม y_i มีจำนวน m ตัวแปร]

ในขั้นตอนนี้ มีการคัดเลือกตัวแปรสุ่มหนึ่งค่า จาก x_i, (i = 1, 2, ….n) กับตัวแปรสุ่มหนึ่งค่าจาก y_i, (i = 1, 2, ….m) การคัดเลือกทำจากค่าของการแจกแจงฟังก์ชันสะสม

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> จากนิยามของค่าอัตราส่วนปลอดภัย ที่เป็นค่าอัตราส่วนระหว่างแรงต้านกับแรงไถลเลื่อน ทำการคำนวณค่าของแรงต้าน R กับแรงไถลเลื่อน Q และตรวจสอบค่าของแรงต้านมีค่ามาก (สูง) กว่าแรงไถลเลื่อนหรือไม่ ถ้ามีค่ามากกว่าจะเป็นค่าข้อมูลออก (output data) เพื่อใช้ในการหาค่าความน่าจะเป็นของโอกาสการพังทลาย หรือค่า p (f)

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ในกรณีที่ผ่านการตรวจสอบว่า R > Q มีจำนวน M ครั้ง จะใช้วิธีทำซ้ำเป็น L ครั้ง หรือระบุเป็นเงื่อนไขที่ R < Q เท่ากับ (L − M) การทำซ้ำเป็นการเลือกค่าตัวแปรสุ่มในระบบ (ที่เป็นขั้นตอนที่ 2) การคำนวณค่า p (f) ในกระบวนการทำซ้ำ ใช้สัญลักษณ์เป็น $[p(f)]_{SIM}$ หาจากค่าอัตราส่วนของ จำนวนครั้ง (L − M) times ที่ไม่ผ่าน (R < Q) ต่อจำนวนครั้งที่ทำซ้ำ (L times)

$$[p(f)]_{SIM} = \frac{(L-M)}{L} \tag{4.42}$$

พจน์ L เป็นจำนวนครั้งที่ในกระบวนการตรวจสอบผลลัพธ์ที่มีการคำนวณซ้ำ (ตัวเลข 101−10,000) ส่วนพจน์ M หมายถึง เป็นจำนวนครั้งที่ค่าของแรงต้านมีค่ามากกว่าค่าแรงที่ก่อให้เกิดการไถลเลื่อน (นั่นคือ คำนวณได้ค่า F.S. สูงกว่า 1.0)

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> เป็นการหาค่าพิสัย (range) ของค่าอัตราส่วนปลอดภัยที่ต่ำสุดถึงค่าอัตราส่วนปลอดภัยที่สูงสุด ค่าดังกล่าวเกิดจากการคำนวณซ้ำด้วยการจำลองข้อมูล ค่า $(F.S.)_{trial}$ ที่เกิดขึ้นในแต่ละครั้ง จะมีการเปรียบเทียบกัน ค่า F.S. ที่ต่ำสุดกับค่า F.S. ที่สูงสุดจากกระบวนการคำนวณซ้ำจะระบุเป็นข้อมูลออก แสดงเป็นข้อมูลออกของพิสัย F.S.