49305208 : MAJOR : MATHEMATICS
KEY WORDS : CONGRUENCE LATTICES / FINITE UNARY ALGEBRAS / CONGRUENCE DISTRIBUTIVE / CONGRUENCE MODULAR
SUPHARAT THIRANANTANAKORN : CONGRUENCE LATTICES OF FINITE UNARY ALGEBRAS. THESIS ADVISOR : PROF.CHAWEWAN RATANAPRASERT,Ph.D. 55 pp.

For a finite set A, let f be a unary operation on A and let $\lambda(f)$ denote the least non-negative integer with $\operatorname{Im} f^{\lambda(f)} = \operatorname{Im} f^{\lambda(f)+1}$. We call $\lambda(f)$ the pre-period of f. Denecke and Wismath [3] have characterized all unary operations f on a finite set A with $\lambda(f) = |A| - 1$ and have proved that $\lambda(f) = |A| - 1$ if and only if there exists a $d \in A$ such that $A = \{d, f(d), \ldots, f^{n-1}(d)\}$. Furthermore, C.Ratanaprasert and K.Denecke [9] have characterized all unary operations f on a finite set A with $\lambda(f) = |A| - 2$ for all finite sets A with $|A| \geq 3$; and by the form of all elements in a finite set A which classifies by $\lambda(f)$, C.Ratanaprasert and K.Denecke [9] have characterized all equivalence relations on A which are invariant under a unary operation f with $\lambda(f) = |A| - 1$ and $\lambda(f) = |A| - 2$.

In this thesis, we study finite unary algebras $(A; f)$ with $\lambda(f) = 0$ and $\lambda(f) = 1$ for $|A| \geq 3$ which are called symmetric algebras and near-symmetric algebras, respectively. We characterize all unary operations f whose $(A; f)$ is congruence distributive and congruence modular. And also, we characterize all congruence modular symmetric and near-symmetric algebras by proving that:

1. A symmetric algebra $(A; f)$ is congruence modular if and only if the lattice of all congruence relations on $(A; f)$ is either a product of chains or a linear sum of a product of chains with one element chain or a M_3- head lattice.

2. A near-symmetric algebra $(A; f)$ is congruence modular if and only if the lattice of all congruence relations on $(A; f)$ is one of the following forms:

$\underline{2} \times P$ or $\underline{2} \times (P \oplus \underline{1})$ or $\underline{2} \times L$ or
$M_3 \times P$ or $M_3 \times (P \oplus \underline{1})$ or $M_3 \times L$

where P is a product of chains and L is a M_3- head lattice.

Student's signature ....

Thesis Advisor's signature ....

49305208 : สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คำสำคัญ : แลตทิซคอนกรูเอนซ์ / พีชคณิตเอกนามจำกัด / พีชคณิตสมภาคแจกแจง / พีชคณิตสมภาค
มอดุล่าร์

สุภารัตน์ ถิรนันทนากร : แลตทิซคอนกรูเอนซ์ของพีชคณิตเอกนามจำกัด. อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ศ.ดร.ฉวีวรรณ รัตนประเสริฐ. 55 หน้า.

สำหรับแต่ละเซตจำกัด A ให้ f แทนการดำเนินการเอกภาคบน A และให้ $\lambda(f)$ แทนจำนวนเต็มไม่เป็นลบน้อยสุดที่ทำให้ $\operatorname{Im} f^{\lambda(f)} = \operatorname{Im} f^{\lambda(f)+1}$ โดยเรียก $\lambda(f)$ ว่า pre-period ของ f Denecke และ Wismath [3] ได้ให้ลักษณะเฉพาะของการดำเนินการเอกภาค f บนเซตจำกัด A ซึ่ง $\lambda(f) = |A|-1$ โดยพิสูจน์ว่า $\lambda(f) = |A|-1$ ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิก $d \in A$ ซึ่งทำให้ $A = \{d, f(d), f^2(d), \ldots, f^{n-1}(d)\}$ นอกจากนี้ C. Ratanaprasert และ K. Denecke [9] ได้ให้ลักษณะเฉพาะของการดำเนินการเอกภาค f บนเซตจำกัด A ซึ่ง $\lambda(f) = |A|-2$ สำหรับทุกเซตจำกัด A ซึ่ง $|A| \geq 3$ และด้วยลักษณะของสมาชิกในเซตจำกัด A ซึ่งจำแนกโดย $\lambda(f)$ C. Ratanaprasert และ K. Denecke [9] ได้ให้ลักษณะเฉพาะของความสัมพันธ์สมมูลซึ่งยืนยง f บนเซต A สำหรับ f ซึ่ง $\lambda(f) = |A|-1$ และ $\lambda(f) = |A|-2$

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราศึกษาพีชคณิตเอกนามจำกัด $(A; f)$ ซึ่ง $\lambda(f) = 0$ และ $\lambda(f) = 1$ สำหรับ $|A| \geq 3$ โดยเรียกว่าพีชคณิตสมมาตรและพีชคณิตเกือบสมมาตรตามลำดับ โดยได้พิสูจน์ลักษณะเฉพาะของการดำเนินการเอกภาค f ที่ทำให้ $(A; f)$ เป็นพีชคณิตสมภาคแจกแจงและพีชคณิตสมภาคมอดุล่าร์ และได้จำแนกพีชคณิตสมมาตรและพีชคณิตเกือบสมมาตรทั้งหมดซึ่งเป็นพีชคณิตสมภาคมอดุล่าร์ โดยพิสูจน์ว่า

1. พีชคณิตสมมาตร $(A; f)$ เป็นพีชคณิตสมภาคมอดุล่าร์ ก็ต่อเมื่อแลตทิซคอนกรูเอนซ์ของ $(A; f)$ อยู่ในรูปผลคูณของโซ่หรือผลรวมเชิงเส้นของผลคูณของโซ่กับโซ่ขนาด 1 หรือแลตทิซ M_3 - head

2. พีชคณิตเกือบสมมาตร $(A; f)$ เป็นพีชคณิตสมภาคมอดุล่าร์ก็ต่อเมื่อแลตทิซคอนกรูเอนซ์ของ $(A; f)$ อยู่ในรูป

$$\underline{2} \times P \quad \text{หรือ} \quad \underline{2} \times (P \oplus \underline{1}) \quad \text{หรือ} \quad \underline{2} \times L \quad \text{หรือ}$$

$$M_3 \times P \quad \text{หรือ} \quad M_3 \times (P \oplus \underline{1}) \quad \text{หรือ} \quad M_3 \times L$$

โดยที่ P แทนผลคูณของโซ่ และ L แทนแลตทิซ M_3 - head
